

Física I

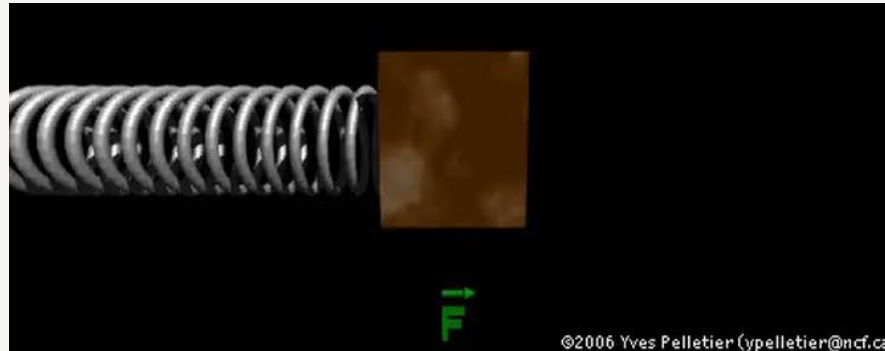
Semana 10 - Aula 1

**Trabalho com
forças variáveis**

Prof. Henrique Antonio Mendonça Faria

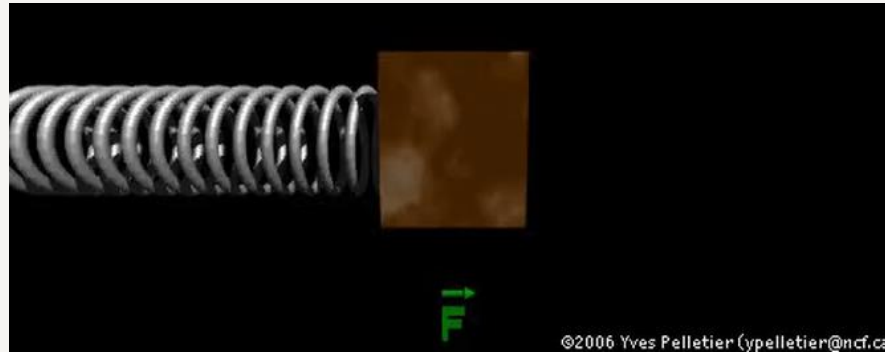
Trabalho com forças variáveis

- O que ocorre quando se comprime ou se estica uma mola?



Trabalho com forças variáveis

- O que ocorre quando se comprime ou se estica uma mola?



- Quanto mais ela se estica, maior é o esforço para puxá-la.
- Nesse caso a força exercida não é constante.

Trabalho com forças variáveis

- Em diversas situações, as forças aplicadas variam em módulo, direção e sentido ou o corpo se desloca em uma trajetória curva.

Trabalho com forças variáveis

- Em diversas situações, as forças aplicadas variam em módulo, direção e sentido ou o corpo se desloca em uma trajetória curva.
- Felizmente, o teorema do trabalho-energia permanece válido, mesmo quando consideramos forças variáveis e quando o corpo descreve uma trajetória curva.

Trabalho com forças variáveis

(a) Partícula que se move de x_1 para x_2 em resposta a uma variação da força na direção de x .



O módulo da Força é variável

Figura 6.16 Cálculo do trabalho realizado por uma força variável F_x na direção de x , enquanto uma partícula se move de x_1 para x_2 .

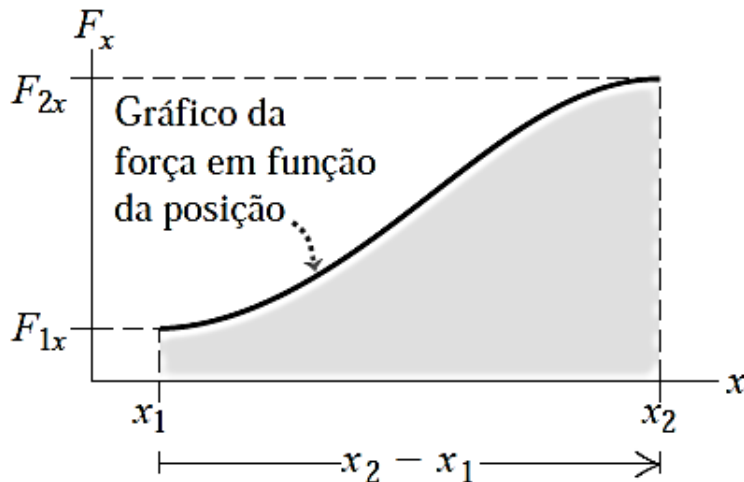
Fonte: Sears e Zemansky

Trabalho com forças variáveis

(a) Partícula que se move de x_1 para x_2 em resposta a uma variação da força na direção de x .



(b)



O módulo da Força é variável

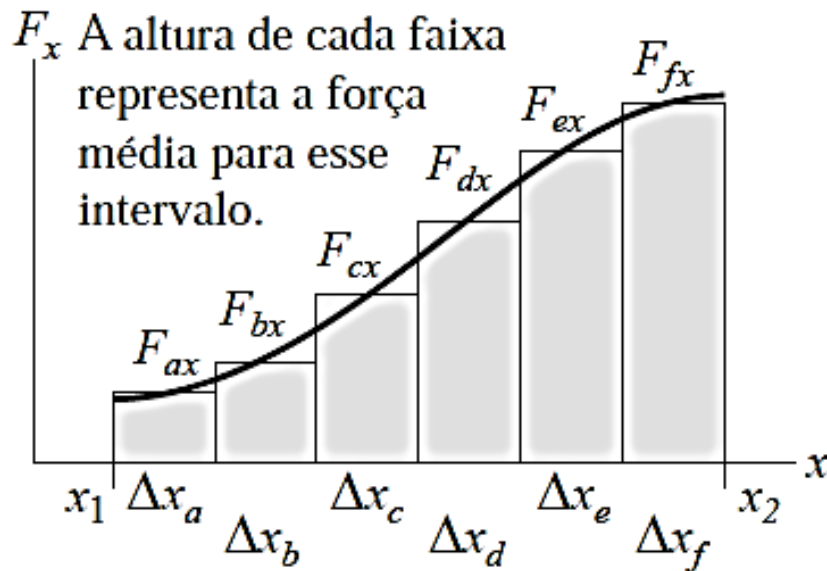
Queremos calcular o trabalho da componente x da força no deslocamento entre x_1 e x_2 .

Figura 6.16 Cálculo do trabalho realizado por uma força variável F_x na direção de x , enquanto uma partícula se move de x_1 para x_2 .

Fonte: Sears e Zemansky

Trabalho com forças variáveis

(c)



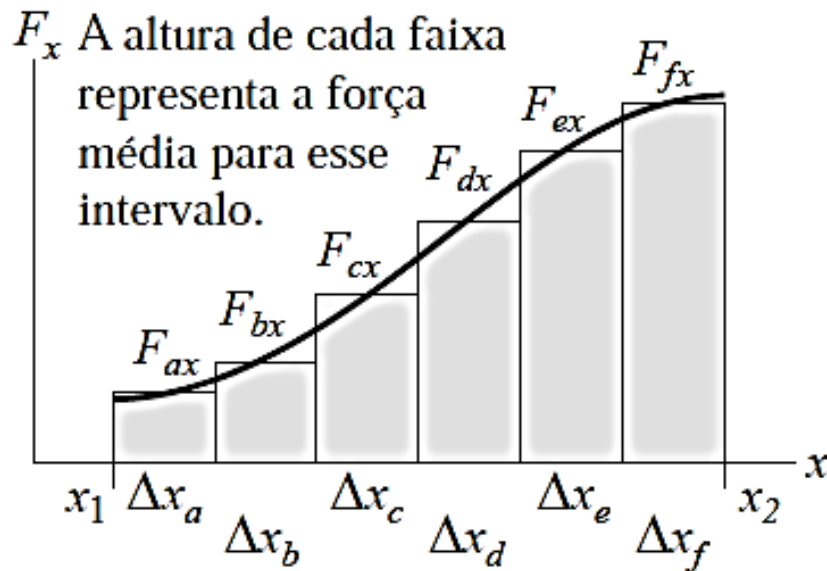
Dividimos o deslocamento total em pequenos segmentos.

Figura 6.16 Cálculo do trabalho realizado por uma força variável F_x na direção de x , enquanto uma partícula se move de x_1 para x_2 .

Fonte: Sears e Zemansky

Trabalho com forças variáveis

(c)



Dividimos o deslocamento total em pequenos segmentos.

Aproximamos o trabalho realizado pela força no deslocamento Δx_a como a força média F_{ax} neste intervalo multiplicada por este deslocamento.

Figura 6.16 Cálculo do trabalho realizado por uma força variável F_x na direção de x , enquanto uma partícula se move de x_1 para x_2 .

Fonte: Sears e Zemansky

Trabalho com forças variáveis

- O trabalho realizado pela força no deslocamento de x_1 a x_2 é dado aproximadamente por:

$$W = F_{ax}\Delta x_a + F_{bx}\Delta x_b + \dots$$

Trabalho com forças variáveis

- O trabalho realizado pela força no deslocamento de x_1 a x_2 é dado aproximadamente por:

$$W = F_{ax}\Delta x_a + F_{bx}\Delta x_b + \dots$$

- À medida que o número de segmentos aumenta, essa soma fornece (no limite) a integral de F_x de x_1 a x_2 :

$$W = \int_{x_1}^{x_2} F_x dx$$

Trabalho com forças variáveis

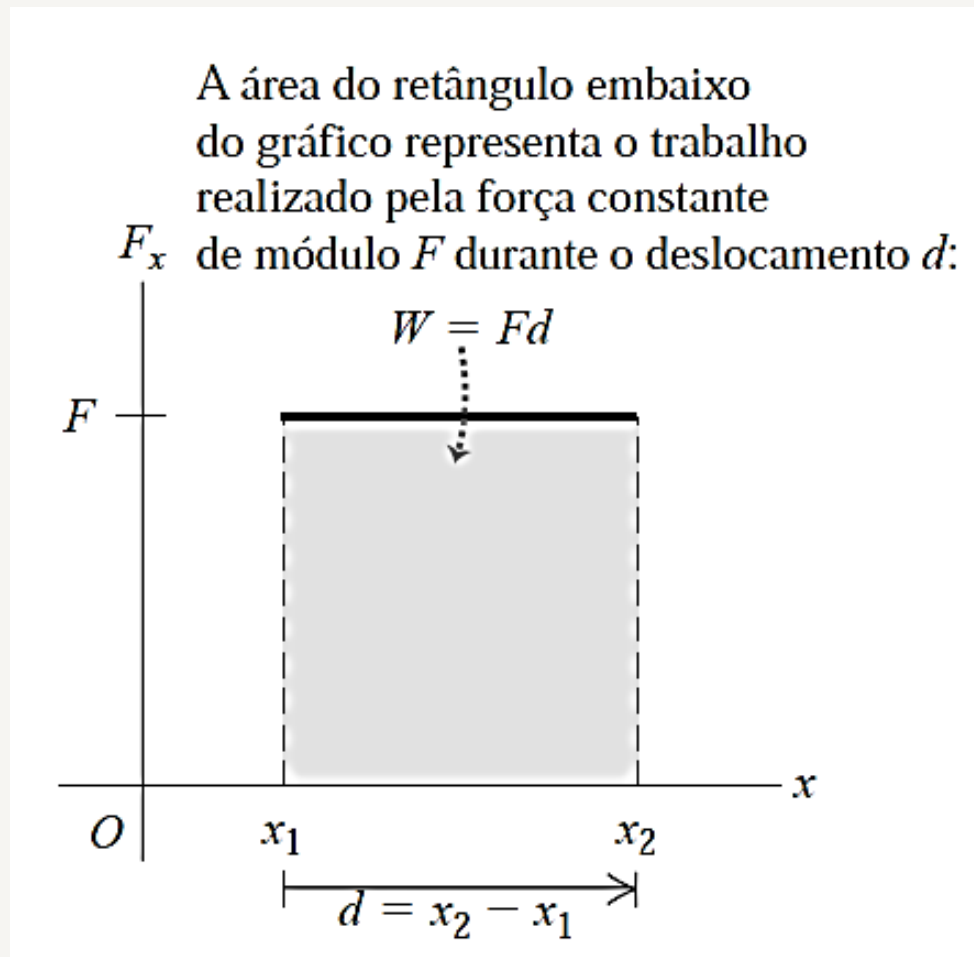
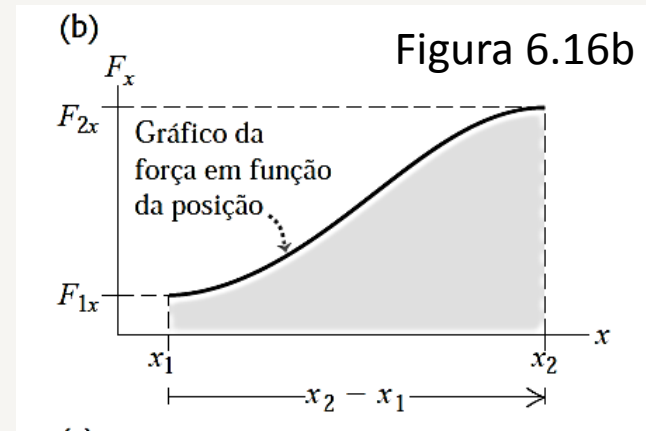


Figura 6.17 O trabalho realizado por uma força F constante no sentido do eixo Ox enquanto uma partícula se move de x_1 para x_2 .

Fonte: Sears e Zemansky

Trabalho com forças variáveis

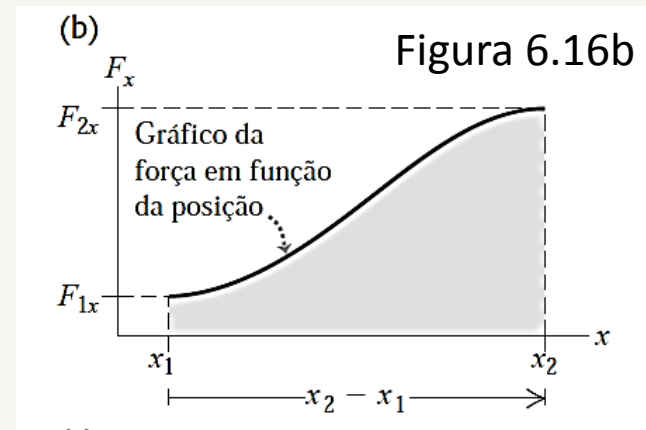
$$W = \int_{x_1}^{x_2} F_x dx$$



- A integral representa a área abaixo da curva da Figura 6.16b no deslocamento de x_1 a x_2 .

Trabalho com forças variáveis

$$W = \int_{x_1}^{x_2} F_x dx$$



- A integral representa a área abaixo da curva da Figura 6.16b no deslocamento de x_1 a x_2 .

Em um gráfico da força em função da posição, o trabalho total realizado pela força é representado pela área abaixo da curva entre a posição inicial e a posição final.

Trabalho com forças variáveis

- A integral também se aplica no caso particular em que o componente x da força F for constante:

$$W = \int_{x_1}^{x_2} F_x dx = F_x \int_{x_1}^{x_2} dx = F_x (x_2 - x_1) = F_x d$$

Trabalho com forças variáveis

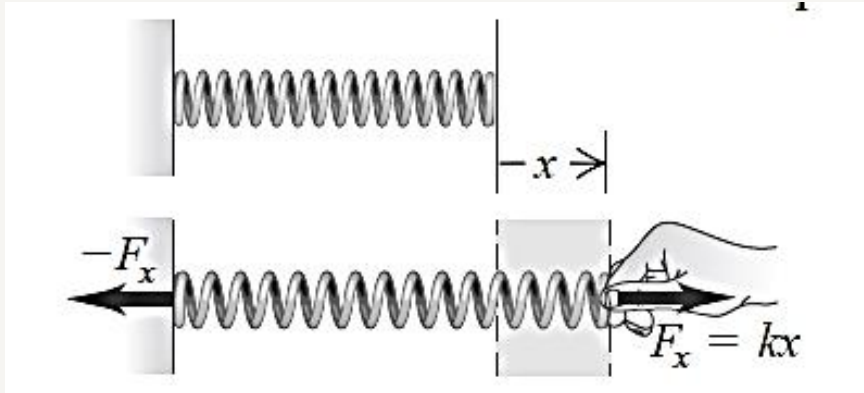
- A integral também se aplica no caso particular em que o componente x da força F for constante:

$$W = \int_{x_1}^{x_2} F_x dx = F_x \int_{x_1}^{x_2} dx = F_x (x_2 - x_1) = F_x d$$

- O que concorda com a equação do trabalho para uma força constante em um deslocamento d :

$$W = Fd$$

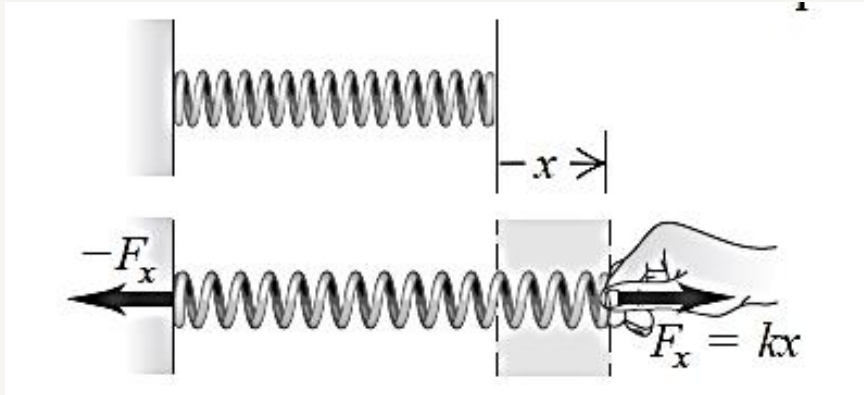
Deformação de molas



Para esticar a mola de uma distância x além de sua posição não deformada, devemos aplicar uma força de módulo F em cada uma de suas extremidades.

Figura 6.18 A força necessária para esticar a mola ideal é diretamente proporcional ao seu alongamento. **Fonte:** Sears e Zemansky

Deformação de molas



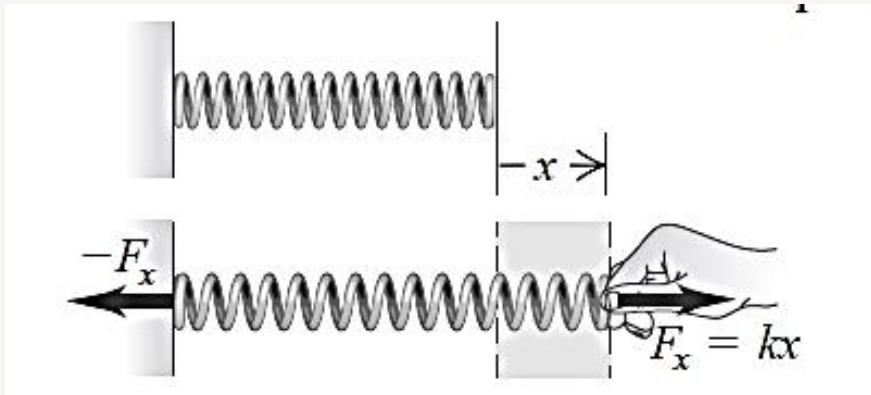
Para **esticar a mola** de uma distância x além de sua posição não deformada, devemos aplicar uma força de módulo F em cada uma de suas extremidades.

$$F_x = kx$$

K : denominada **constante da força** ou **constante da mola**

Figura 6.18 A força necessária para esticar a mola ideal é diretamente proporcional ao seu alongamento. **Fonte:** Sears e Zemansky

Deformação de molas



Para **esticar a mola** de uma distância x além de sua posição não deformada, devemos aplicar uma força de módulo F em cada uma de suas extremidades.

$$F_x = kx$$

K : denominada **constante da força** ou **constante da mola**

$k = 1 \text{ N/m}$ *Brinquedo*

$k = 10^5 \text{ N/m}$ *Suspensão automotiva*

Figura 6.18 A força necessária para esticar a mola ideal é diretamente proporcional ao seu alongamento. **Fonte:** Sears e Zemansky

Deformação de molas

- A observação de que a força é diretamente proporcional ao deslocamento quando o deslocamento não é muito grande foi feita em 1678 por Robert Hooke.

Deformação de molas

- A observação de que a força é diretamente proporcional ao deslocamento quando o deslocamento não é muito grande foi feita em 1678 por Robert Hooke.
- Sendo conhecida como **lei de Hooke**, embora seja uma relação específica e não uma lei.

Deformação de molas

- A observação de que a força é diretamente proporcional ao deslocamento quando o deslocamento não é muito grande foi feita em 1678 por Robert Hooke.
- Sendo conhecida como **lei de Hooke**, embora seja uma relação específica.
- As molas reais não obedecem à Equação $F_x = kx$ de modo exato, contudo ela é um modelo idealizado bastante útil.

Deformação de molas

- Para esticar uma mola devemos aplicar forças ($F_x = kx$) iguais e opostas às extremidades e gradualmente aumentamos as forças.

Figura 6.19 Cálculo do trabalho realizado para esticar a mola em um alongamento X . **Fonte:** Sears e Zemansky

Deformação de molas

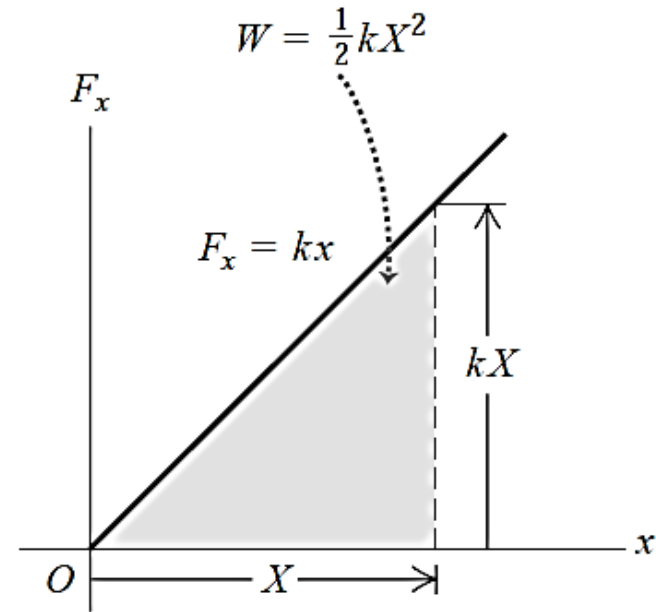
- Para esticar uma mola devemos aplicar forças ($F_x = kx$) iguais e opostas às extremidades e gradualmente aumentamos as forças.
- Ou seja realizar um trabalho.

Figura 6.19 Cálculo do trabalho realizado para esticar a mola em um alongamento X . **Fonte:** Sears e Zemansky

Deformação de molas

- Para esticar uma mola devemos aplicar forças ($F_x = kx$) iguais e opostas às extremidades e gradualmente aumentamos as forças.
- Ou seja realizar um trabalho.

A área abaixo do gráfico representa o trabalho realizado sobre a mola, enquanto a mola é alongada de $x = 0$ até um valor máximo X :



$$W = \int_0^X F_x dx = \int_0^X kx dx = \frac{1}{2}kX^2$$

Figura 6.19 Cálculo do trabalho realizado para esticar a mola em um alongamento X . **Fonte:** Sears e Zemansky

Deformação de molas

- Se a mola sofre um alongamento inicial x_1 , o **trabalho realizado para esticá-la** até um alongamento final x_2 é dado por:

Figura 6.20 Cálculo do trabalho realizado para esticar uma mola de uma extensão a outra maior **Fonte:** Sears e Zemansky

Deformação de molas

- Se a mola sofre um alongamento inicial x_1 , o **trabalho realizado para esticá-la** até um alongamento final x_2 é dado por:

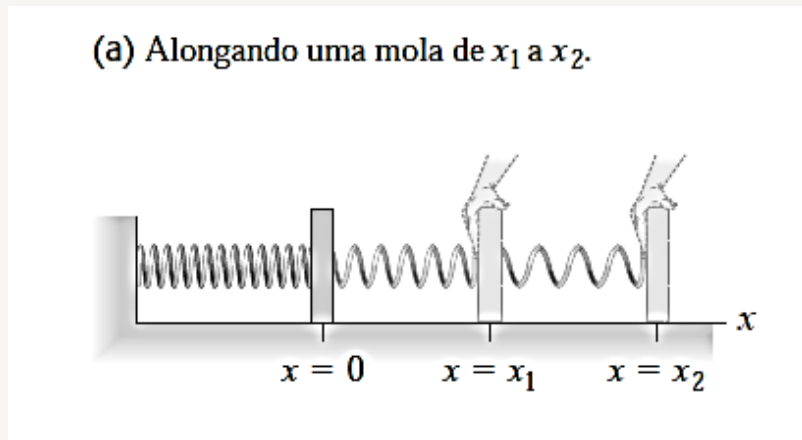


Figura 6.20 Cálculo do trabalho realizado para esticar uma mola de uma extensão a outra maior **Fonte:** Sears e Zemansky

Deformação de molas

- Se a mola sofre um alongamento inicial x_1 , o **trabalho realizado para esticá-la** até um alongamento final x_2 é dado por:

$$W = \int_{x_1}^{x_2} F_x dx = \int_{x_1}^{x_2} kx dx = \frac{1}{2} kx_2^2 - \frac{1}{2} kx_1^2$$

(a) Alongando uma mola de x_1 a x_2 .

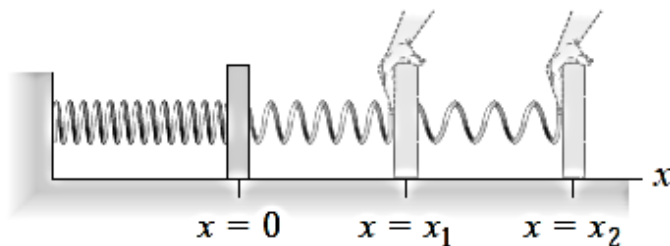


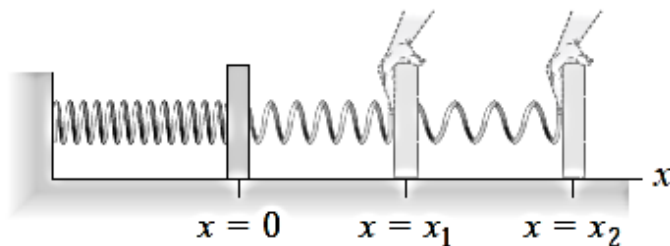
Figura 6.20 Cálculo do trabalho realizado para esticar uma mola de uma extensão a outra maior **Fonte:** Sears e Zemansky

Deformação de molas

- Se a mola sofre um alongamento inicial x_1 , o **trabalho realizado para esticá-la** até um alongamento final x_2 é dado por:

$$W = \int_{x_1}^{x_2} F_x dx = \int_{x_1}^{x_2} kx dx = \frac{1}{2} kx_2^2 - \frac{1}{2} kx_1^2$$

(a) Alongando uma mola de x_1 a x_2 .



A área trapezoidal sob o gráfico representa o trabalho realizado sobre a mola para alongá-la de $x = x_1$ para $x = x_2$: $W = \frac{1}{2} kx_2^2 - \frac{1}{2} kx_1^2$

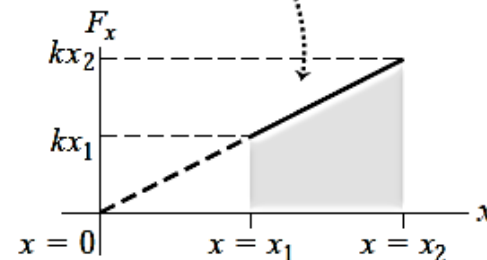


Figura 6.20 Cálculo do trabalho realizado para esticar uma mola de uma extensão a outra maior **Fonte:** Sears e Zemansky

Trabalho realizado sobre uma mola versus trabalho realizado por uma mola

- A Equação que deduzimos ($F_x = kx$) fornece o **trabalho que se deve produzir sobre uma mola para mudar seu comprimento.**

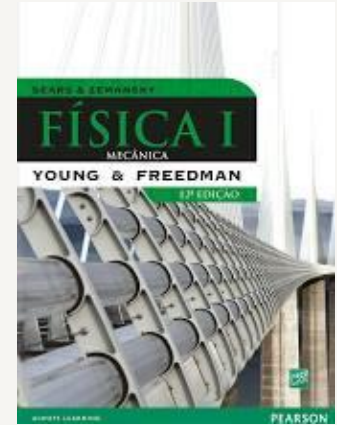
Trabalho realizado sobre uma mola versus trabalho realizado por uma mola

- A Equação que deduzimos ($F_x = kx$) fornece o trabalho que se deve produzir sobre uma mola para mudar seu comprimento.
- Por outro lado, **o trabalho que a mola realiza sobre o corpo** ao qual está atrelado é dado pela negativa da Equação ($F_x = -kx$).

Referências

1. H.D. YOUNG, R.A. FREEDMAN, Sears e Zemansky, Física I – Mecânica, Addison Wesley Ed, São Paulo, 12a Edição, 2008. Disponível em:

<https://plataforma.bvirtual.com.br/Acervo/Publicacao/270>



2. M. ALONSO e, E.J. FINN, Física: Um Curso Universitário. v.1, Editora Edgard Blucher Ltda, São Paulo, 1999. Disponível em:

<https://plataforma.bvirtual.com.br/Acervo/Publicacao/158847>



Contatos



profhenriquefaria.com



henrique.faria@unesp.br