

# Física I

## Semana 11 - Aula 2

### Estratégia de solução de problemas pela conservação da energia

Prof. Henrique Antonio Mendonça Faria

# Estratégia para a solução de problemas

## Identificar

1. O método da energia é particularmente útil quando você resolve problemas envolvendo forças variáveis, movimentos com trajetórias curvas ou em ambos os casos.

# Estratégia para a solução de problemas

## Identificar

1. O método da energia é particularmente útil quando você resolve problemas envolvendo forças variáveis, movimentos com trajetórias curvas ou em ambos os casos.
2. Quando o problema envolve um **intervalo de tempo decorrido**, o método da energia em geral não é a melhor escolha.

# Estratégia para a solução de problemas

## Preparar

1. Defina o estado inicial e o estado final (da posição e da velocidade) do sistema. É útil o uso de um diagrama para definir o estado inicial e o estado final.

# Estratégia para a solução de problemas

## Preparar

1. Defina o estado inicial e o estado final (da posição e da velocidade) do sistema. É útil o uso de um diagrama para definir o estado inicial e o estado final.
2. Defina um sistema de coordenadas, particularmente o nível para o qual  $y = 0$ . supõe que o sentido positivo de  $y$  seja de baixo para cima.

# Estratégia para a solução de problemas

## Preparar

3. Identifique todas as forças que realizam trabalho e que não podem ser descritas em termos de energia potencial. Isso significa qualquer força que não seja a da gravidade. Um diagrama do corpo livre é sempre útil.

# Estratégia para a solução de problemas

## Preparar

3. Identifique todas as forças que realizam trabalho e que não podem ser descritas em termos de energia potencial. Isso significa qualquer força que não seja a da gravidade. Um diagrama do corpo livre é sempre útil.
4. Faça uma lista das grandezas conhecidas e desconhecidas, incluindo as coordenadas e as velocidades em cada ponto.

# Estratégia para a solução de problemas

## Executar

1. Escreva expressões para as energias cinéticas e as energias potenciais iniciais e finais, ou seja,  $K_1$ ,  $K_2$ ,  $U_{\text{grav},1}$  e  $U_{\text{grav},2}$ .

# Estratégia para a solução de problemas

## Executar

1. Escreva expressões para as energias cinéticas e as energias potenciais iniciais e finais, ou seja,  $K_1$ ,  $K_2$ ,  $U_{\text{grav},1}$  e  $U_{\text{grav},2}$ .
2. Faça uma relação envolvendo a energia cinética, a energia potencial gravitacional e o trabalho realizado pelas forças além da gravidade  $W_{\text{outra}}$ .

# Estratégia para a solução de problemas

## Executar

1. Escreva expressões para as energias cinéticas e as energias potenciais iniciais e finais, ou seja,  $K_1$ ,  $K_2$ ,  $U_{\text{grav},1}$  e  $U_{\text{grav},2}$ .
2. Faça uma relação envolvendo a energia cinética, a energia potencial gravitacional e o trabalho realizado pelas forças além da gravidade  $W_{\text{outra}}$ .
3. É útil desenhar gráficos de barras mostrando os valores iniciais e finais de  $K$ ,  $U_{\text{grav}}$  e  $E$ .

# Estratégia para a solução de problemas

## Executar

1. Escreva expressões para as energias cinéticas e as energias potenciais iniciais e finais, ou seja,  $K_1$ ,  $K_2$ ,  $U_{\text{grav},1}$  e  $U_{\text{grav},2}$ .
2. Faça uma relação envolvendo a energia cinética, a energia potencial gravitacional e o trabalho realizado pelas forças além da gravidade  $W_{\text{outra}}$ .
3. É útil desenhar gráficos de barras mostrando os valores iniciais e finais de  $K$ ,  $U_{\text{grav}}$  e  $E$ .
4. Resolva a equação para achar a grandeza desconhecida.

# Estratégia para a solução de problemas

## **Avaliar**

- ✓ Verificar se sua resposta tem significado físico.

# Estratégia para a solução de problemas

## Avaliar

- ✓ Verificar se sua resposta tem significado físico.
- ✓ Representar só uma vez o trabalho realizado usando a relação  $U_{\text{grav},1} - U_{\text{grav},2} = -\Delta U_{\text{grav}}$  ou como  $W_{\text{outra}}$ .

# Estratégia para a solução de problemas

## Avaliar

- ✓ Verificar se sua resposta tem significado físico.
- ✓ Representar só uma vez o trabalho realizado usando a relação  $U_{\text{grav},1} - U_{\text{grav},2} = -\Delta U_{\text{grav}}$  ou como  $W_{\text{outra}}$ .
- ✓ Se você incluir o trabalho realizado pela gravidade em  $\Delta U_{\text{grav}}$ , não o inclua novamente em  $W_{\text{outra}}$ .



**Exemplo  
ilustrativo**

## Enunciado do exemplo 7.1

ALTURA DE UMA BOLA DE BEISEBOL USANDO A CONSERVAÇÃO DA ENERGIA:

Você arremessa uma bola de beisebol de **0,145 kg** verticalmente de baixo para cima, fornecendo-lhe uma **velocidade inicial** de módulo igual a **20,0 m/s**.

Usando a conservação da energia, calcule a altura máxima que ela atinge, supondo que a resistência do ar seja desprezível.

## Exemplo 7.2

TRABALHO E ENERGIA NO ARREMESSO DE UMA BOLA DE BEISEBOL:

No Exemplo 7.1, suponha que sua **mão se desloque 0,50 m para cima** quando você está arremessando a bola, o que deixa sua mão com uma **velocidade inicial** igual a **20,0 m/s**. Novamente, suponha que a resistência do ar seja desprezível.

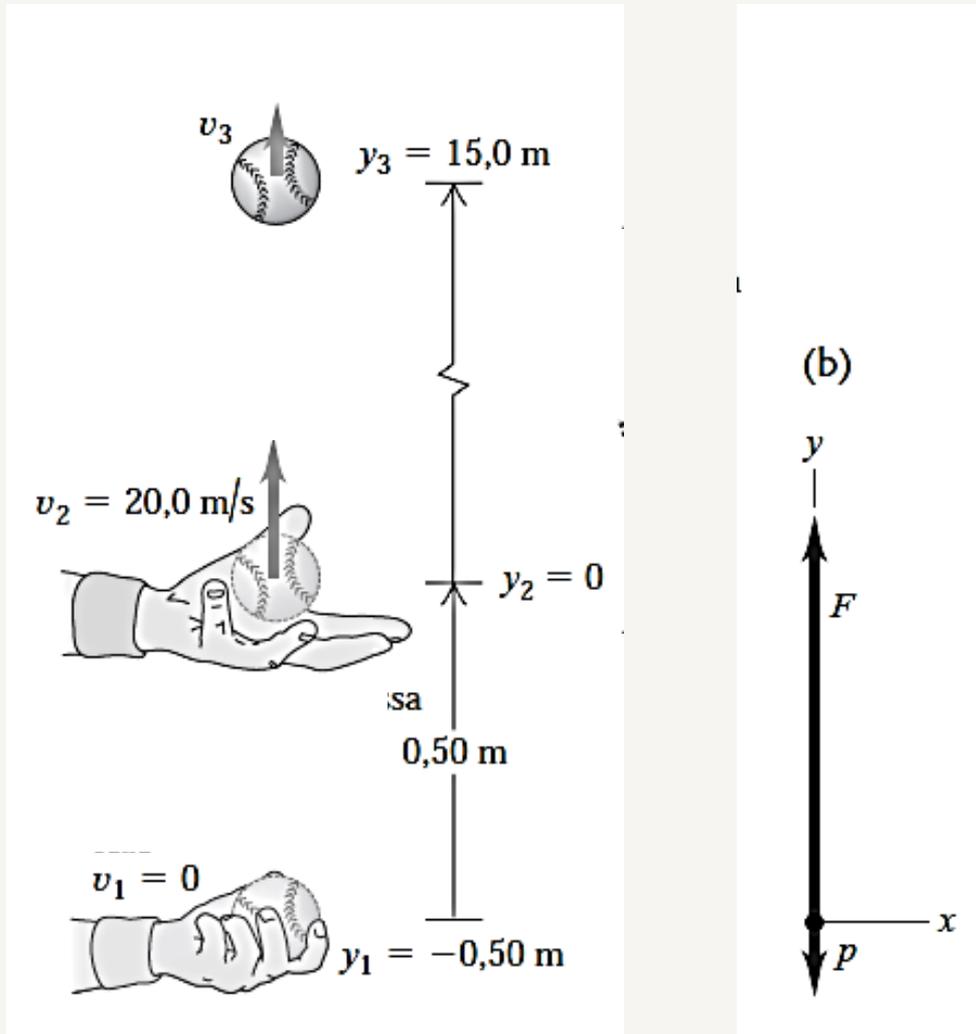
- (a) Supondo que sua mão exerça uma força constante sobre a bola, ache o módulo dessa força.
- (b) Ache a velocidade da bola quando ela está a uma altura de 15,0 m acima da altura do ponto inicial onde ela deixa sua mão.

## Identificar - exemplo 7.2

1. No Exemplo 7.1, usamos a conservação da energia mecânica porque somente a gravidade realizou trabalho.
2. Neste exemplo, porém, devemos também incluir o trabalho não gravitacional realizado pela sua mão.

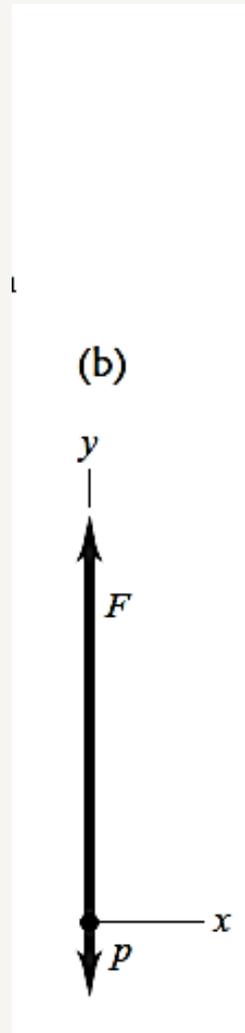
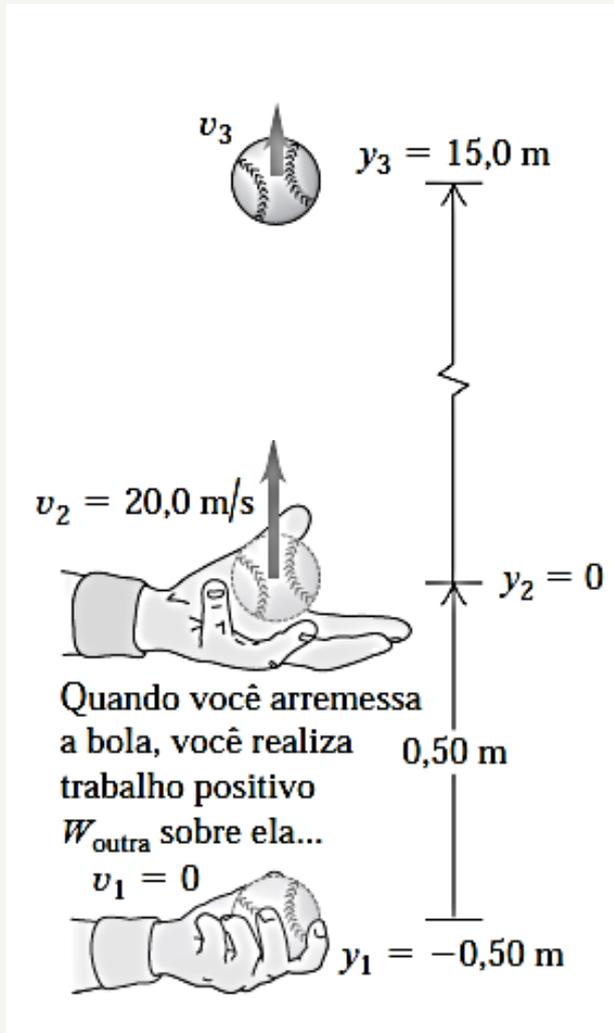
# Preparar - exemplo 7.2

1. A Figura mostra um desenho da situação, incluindo um diagrama do corpo livre.



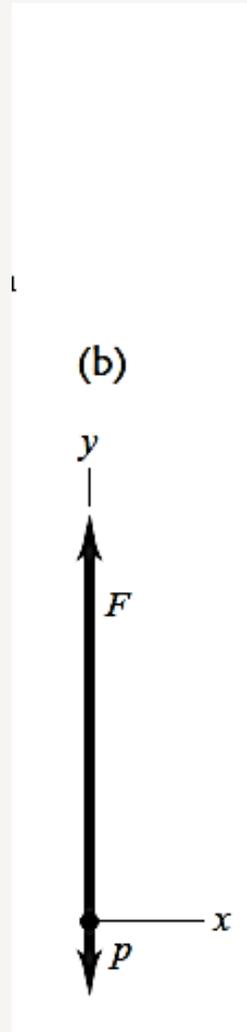
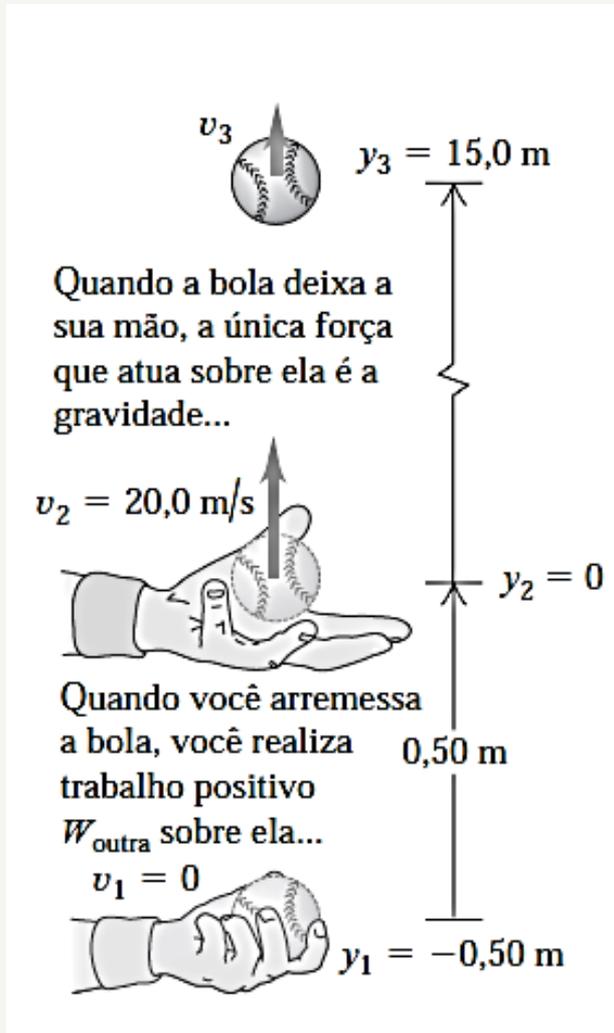
# Preparar - exemplo 7.2

1. A Figura mostra um desenho da situação, incluindo um diagrama do corpo livre.



# Preparar - exemplo 7.2

1. A Figura mostra um desenho da situação, incluindo um diagrama do corpo livre.



**Executar - exemplo 7.2**  $m = 0,145 \text{ kg}$   $v_1 = 0$   $v_2 = 20 \text{ m/s}$   
 $y_1 = -0,50 \text{ m}$   $y_2 = 0$   $y_3 = 15,0 \text{ m}$

- Trabalho realizado pela força  $\vec{F}$ :

$$W_{outra} = K_2 - K_1 + (U_{grav, 2} - U_{grav, 1})$$

## Executar - exemplo 7.2

$$m = 0,145 \text{ kg} \quad v_1 = 0 \quad v_2 = 20 \text{ m/s}$$
$$y_1 = -0,50 \text{ m} \quad y_2 = 0 \quad y_3 = 15,0 \text{ m}$$

- Trabalho realizado pela força  $\vec{F}$ :

$$W_{outra} = K_2 - K_1 + (U_{grav, 2} - U_{grav, 1})$$

$$K_1 = 0$$

## Executar - exemplo 7.2

$$m = 0,145 \text{ kg} \quad v_1 = 0 \quad v_2 = 20 \text{ m/s}$$
$$y_1 = -0,50 \text{ m} \quad y_2 = 0 \quad y_3 = 15,0 \text{ m}$$

- Trabalho realizado pela força  $\vec{F}$ :

$$W_{outra} = K_2 - K_1 + (U_{grav, 2} - U_{grav, 1})$$

$$K_1 = 0 \quad K_2 = \frac{1}{2} m v_2^2 = \frac{1}{2} (0,145)(20,0)^2 = \mathbf{29,0 \text{ J}}$$

## Executar - exemplo 7.2

$$m = 0,145 \text{ kg} \quad v_1 = 0 \quad v_2 = 20 \text{ m/s}$$
$$y_1 = -0,50 \text{ m} \quad y_2 = 0 \quad y_3 = 15,0 \text{ m}$$

- Trabalho realizado pela força  $\vec{F}$ :

$$W_{outra} = K_2 - K_1 + (U_{grav,2} - U_{grav,1})$$

$$K_1 = 0 \quad K_2 = \frac{1}{2}mv_2^2 = \frac{1}{2}(0,145)(20,0)^2 = \mathbf{29,0 \text{ J}}$$

$$U_{grav,1} = mgy_1 = (0,145)(9,80)(-0,50) = \mathbf{-0,71 \text{ J}}$$

## Executar - exemplo 7.2

$$m = 0,145 \text{ kg} \quad v_1 = 0 \quad v_2 = 20 \text{ m/s}$$
$$y_1 = -0,50 \text{ m} \quad y_2 = 0 \quad y_3 = 15,0 \text{ m}$$

- Trabalho realizado pela força  $\vec{F}$ :

$$W_{outra} = K_2 - K_1 + (U_{grav,2} - U_{grav,1})$$

$$K_1 = 0 \quad K_2 = \frac{1}{2}mv_2^2 = \frac{1}{2}(0,145)(20,0)^2 = \mathbf{29,0 \text{ J}}$$

$$U_{grav,1} = mgy_1 = (0,145)(9,80)(-0,50) = \mathbf{-0,71 \text{ J}}$$

$$U_{grav,2} = mgy_2 = (0,145)(9,80)(0) = \mathbf{0}$$

## Executar - exemplo 7.2

$$m = 0,145 \text{ kg} \quad v_1 = 0 \quad v_2 = 20 \text{ m/s}$$
$$y_1 = -0,50 \text{ m} \quad y_2 = 0 \quad y_3 = 15,0 \text{ m}$$

- Trabalho realizado pela força  $\vec{F}$ :

$$W_{outra} = K_2 - K_1 + (U_{grav, 2} - U_{grav, 1})$$

$$K_1 = 0 \quad K_2 = \frac{1}{2}mv_2^2 = \frac{1}{2}(0,145)(20,0)^2 = \mathbf{29,0 \text{ J}}$$

$$U_{grav, 1} = mgy_1 = (0,145)(9,80)(-0,50) = \mathbf{-0,71 \text{ J}}$$

$$U_{grav, 2} = mgy_2 = (0,145)(9,80)(0) = \mathbf{0}$$

- Portanto:

$$W_{outra} = 29,0 - 0 + (0 - (-0,71)) = \mathbf{29,7 \text{ J}}$$

## Executar - exemplo 7.2

$$m = 0,145 \text{ kg} \quad v_1 = 0 \quad v_2 = 20 \text{ m/s}$$
$$y_1 = -0,50 \text{ m} \quad y_2 = 0 \quad y_3 = 15,0 \text{ m}$$

(a) Supondo a força  $\vec{F}$  de baixo para cima constante:

$$W_{outra} = F(y_2 - y_1)$$

## Executar - exemplo 7.2

$$m = 0,145 \text{ kg} \quad v_1 = 0 \quad v_2 = 20 \text{ m/s}$$
$$y_1 = -0,50 \text{ m} \quad y_2 = 0 \quad y_3 = 15,0 \text{ m}$$

(a) Supondo a força  $\vec{F}$  de baixo para cima constante:

$$W_{outra} = F(y_2 - y_1) \quad F = \frac{W_{outra}}{y_2 - y_1} = \frac{29,7}{0,50} = 59,0 \text{ N}$$

## Executar - exemplo 7.2

$$m = 0,145 \text{ kg} \quad v_1 = 0 \quad v_2 = 20 \text{ m/s}$$
$$y_1 = -0,50 \text{ m} \quad y_2 = 0 \quad y_3 = 15,0 \text{ m}$$

(a) Supondo a força  $\vec{F}$  de baixo para cima constante:

$$W_{outra} = F(y_2 - y_1) \quad F = \frac{W_{outra}}{y_2 - y_1} = \frac{29,7}{0,50} = 59,0 \text{ N}$$

(b) Velocidade escalar no ponto 3.

A energia mecânica é conservada:

$$K_2 + U_{grav, 2} = K_3 + U_{grav, 3}$$

## Executar - exemplo 7.2

$$m = 0,145 \text{ kg} \quad v_1 = 0 \quad v_2 = 20 \text{ m/s}$$
$$y_1 = -0,50 \text{ m} \quad y_2 = 0 \quad y_3 = 15,0 \text{ m}$$

(a) Supondo a força  $\vec{F}$  de baixo para cima constante:

$$W_{outra} = F(y_2 - y_1) \quad F = \frac{W_{outra}}{y_2 - y_1} = \frac{29,7}{0,50} = 59,0 \text{ N}$$

(b) Velocidade escalar no ponto 3.

A energia mecânica é conservada:

$$K_2 + U_{grav,2} = K_3 + U_{grav,3}$$

$$U_{grav,3} = mgy_3 = (0,145)(9,80)(15,0) = 21,3 \text{ J}$$

## Executar - exemplo 7.2

$$m = 0,145 \text{ kg} \quad v_1 = 0 \quad v_2 = 20 \text{ m/s}$$
$$y_1 = -0,50 \text{ m} \quad y_2 = 0 \quad y_3 = 15,0 \text{ m}$$

(a) Supondo a força  $\vec{F}$  de baixo para cima constante:

$$W_{outra} = F(y_2 - y_1) \quad F = \frac{W_{outra}}{y_2 - y_1} = \frac{29,7}{0,50} = 59,0 \text{ N}$$

(b) Velocidade escalar no ponto 3.

A energia mecânica é conservada:

$$K_2 + U_{grav, 2} = K_3 + U_{grav, 3}$$

$$U_{grav, 3} = mgy_3 = (0,145)(9,80)(15,0) = 21,3 \text{ J}$$

$$K_3 = K_2 + U_{grav, 2} - U_{grav, 3}$$

## Executar - exemplo 7.2

$$m = 0,145 \text{ kg} \quad v_1 = 0 \quad v_2 = 20 \text{ m/s}$$
$$y_1 = -0,50 \text{ m} \quad y_2 = 0 \quad y_3 = 15,0 \text{ m}$$

(a) Supondo a força  $\vec{F}$  de baixo para cima constante:

$$W_{outra} = F(y_2 - y_1) \quad F = \frac{W_{outra}}{y_2 - y_1} = \frac{29,7}{0,50} = 59,0 \text{ N}$$

(b) Velocidade escalar no ponto 3.

A energia mecânica é conservada:

$$K_2 + U_{grav,2} = K_3 + U_{grav,3}$$

$$U_{grav,3} = mgy_3 = (0,145)(9,80)(15,0) = 21,3 \text{ J}$$

$$K_3 = K_2 + U_{grav,2} - U_{grav,3} = 29,0 + 0 - 21,3 = 7,7 \text{ J}$$

## Executar - exemplo 7.2

$$m = 0,145 \text{ kg} \quad v_1 = 0 \quad v_2 = 20 \text{ m/s}$$
$$y_1 = -0,50 \text{ m} \quad y_2 = 0 \quad y_3 = 15,0 \text{ m}$$

(a) Supondo a força  $\vec{F}$  de baixo para cima constante:

$$W_{outra} = F(y_2 - y_1) \quad F = \frac{W_{outra}}{y_2 - y_1} = \frac{29,7}{0,50} = 59,0 \text{ N}$$

(b) Velocidade escalar no ponto 3.

A energia mecânica é conservada:

$$K_2 + U_{grav,2} = K_3 + U_{grav,3}$$

$$U_{grav,3} = mgy_3 = (0,145)(9,80)(15,0) = 21,3 \text{ J}$$

$$K_3 = K_2 + U_{grav,2} - U_{grav,3} = 29,0 + 0 - 21,3 = 7,7 \text{ J}$$

$$K_3 = \frac{1}{2}mv_3^2 \quad \rightarrow$$

## Executar - exemplo 7.2

$$m = 0,145 \text{ kg} \quad v_1 = 0 \quad v_2 = 20 \text{ m/s}$$
$$y_1 = -0,50 \text{ m} \quad y_2 = 0 \quad y_3 = 15,0 \text{ m}$$

(a) Supondo a força  $\vec{F}$  de baixo para cima constante:

$$W_{outra} = F(y_2 - y_1) \quad F = \frac{W_{outra}}{y_2 - y_1} = \frac{29,7}{0,50} = 59,0 \text{ N}$$

(b) Velocidade escalar no ponto 3.

A energia mecânica é conservada:

$$K_2 + U_{grav,2} = K_3 + U_{grav,3}$$

$$U_{grav,3} = mgy_3 = (0,145)(9,80)(15,0) = 21,3 \text{ J}$$

$$K_3 = K_2 + U_{grav,2} - U_{grav,3} = 29,0 + 0 - 21,3 = 7,7 \text{ J}$$

$$K_3 = \frac{1}{2}mv_3^2 \quad \rightarrow \quad v_3 = \pm \sqrt{\frac{2K_3}{m}} = \pm \sqrt{\frac{2(7,7)}{0,145}} =$$

## Executar - exemplo 7.2

$$m = 0,145 \text{ kg} \quad v_1 = 0 \quad v_2 = 20 \text{ m/s} \\ y_1 = -0,50 \text{ m} \quad y_2 = 0 \quad y_3 = 15,0 \text{ m}$$

(a) Supondo a força  $\vec{F}$  de baixo para cima constante:

$$W_{outra} = F(y_2 - y_1) \quad F = \frac{W_{outra}}{y_2 - y_1} = \frac{29,7}{0,50} = \mathbf{59,0 \text{ N}}$$

(b) Velocidade escalar no ponto 3.

A energia mecânica é conservada:

$$K_2 + U_{grav,2} = K_3 + U_{grav,3}$$

$$U_{grav,3} = mgy_3 = (0,145)(9,80)(15,0) = \mathbf{21,3 \text{ J}}$$

$$K_3 = K_2 + U_{grav,2} - U_{grav,3} = 29,0 + 0 - 21,3 = \mathbf{7,7 \text{ J}}$$

$$K_3 = \frac{1}{2}mv_3^2 \quad \rightarrow \quad v_3 = \pm \sqrt{\frac{2K_3}{m}} = \pm \sqrt{\frac{2(7,7)}{0,145}} = \pm \mathbf{10,0 \text{ m/s}}$$

## Avaliar - exemplo 7.2

1. A velocidade  $v_{3y}$  é positiva (+10 m/s) quando a bola está subindo e negativa (-10 m/s) quando ela está descendo.

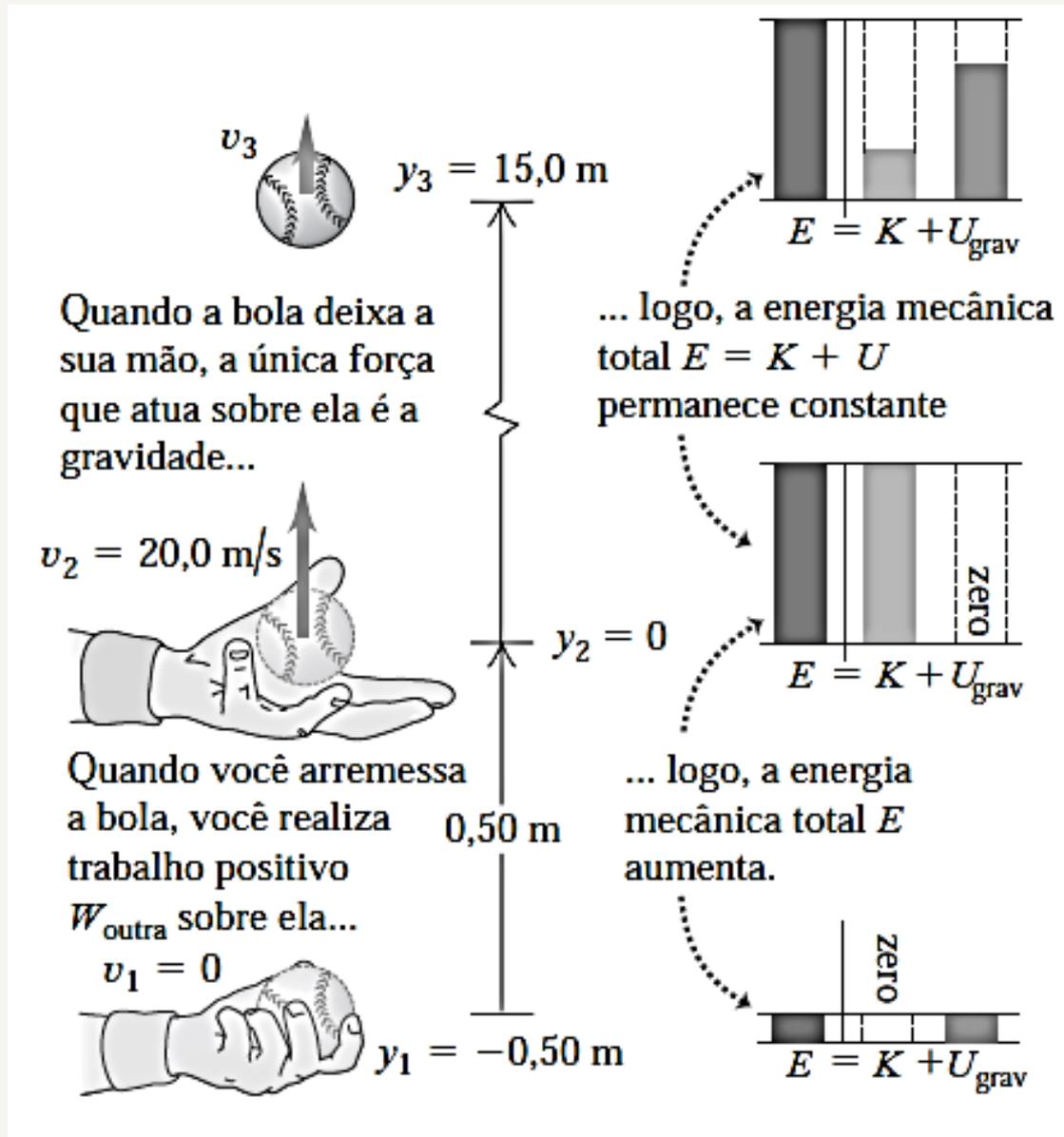
## Avaliar - exemplo 7.2

1. A velocidade  $v_{3y}$  é positiva (+10 m/s) quando a bola está subindo e negativa (-10 m/s) quando ela está descendo.
2. A velocidade escalar  $v_{3y}$ , ou seja, o módulo da velocidade, igual a 10 m/s, é o mesmo nos dois casos.

## Avaliar - exemplo 7.2

1. A velocidade  $v_{3y}$  é positiva (+10 m/s) quando a bola está subindo e negativa (-10 m/s) quando ela está descendo.
2. A velocidade escalar  $v_{3y}$ , ou seja, o módulo da velocidade, igual a 10 m/s, é o mesmo nos dois casos.
3. Em  $y = 15,0$  m, a bola está a cerca de três quartos da sua altura máxima ( $h_{\max} = 20,4$  m), portanto cerca de três quartos da sua energia mecânica deve estar na forma de energia potencial. Indicado nos gráficos de barras da energia, na Figura 7.6a

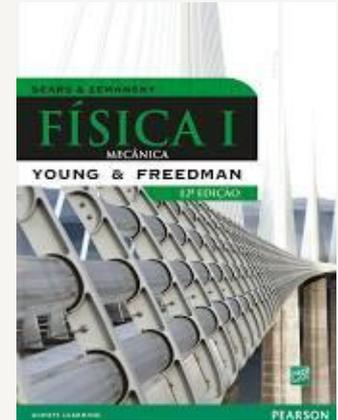
# Gráficos da energia - exemplo 7.2



# Referências

1. H.D. YOUNG, R.A. FREEDMAN, Sears e Zemansky, Física I – Mecânica, Addison Wesley Ed, São Paulo, 12a Edição, 2008. Disponível em:

<https://plataforma.bvirtual.com.br/Acervo/Publicacao/270>



2. M. ALONSO e, E.J. FINN, Física: Um Curso Universitário. v.1, Editora Edgard Blucher Ltda, São Paulo, 1999. Disponível em:

<https://plataforma.bvirtual.com.br/Acervo/Publicacao/158847>



# Contatos



[profhenriquefaria.com](http://profhenriquefaria.com)



henrique.faria@unesp.br