

Física I

Semana 12 - Aula 2

Força e energia potencial

Prof. Henrique Antonio Mendonça Faria

Forças e energia potencial

- Dois tipos de força conservativa foram estudadas e encontradas suas energias potenciais correspondentes:

Forças e energia potencial

- Dois tipos de força conservativa foram estudadas e encontradas suas energias potenciais correspondentes:

Gravitacional

$$F_y = -mg \quad \rightarrow \quad U(y) = mgy$$

Forças e energia potencial

- Dois tipos de força conservativa foram estudadas e encontradas suas energias potenciais correspondentes:

Gravitacional

$$F_y = -mg \quad \rightarrow \quad U(y) = mgy$$

Elástica

$$F_x = -kx \quad \rightarrow \quad U(x) = \frac{1}{2}kx^2$$

Forças e energia potencial

- Há situações em que é dada uma expressão para a energia potencial em função da posição para que seja calculada a força correspondente.

Forças e energia potencial

- Há situações em que é dada uma expressão para a energia potencial em função da posição para que seja calculada a força correspondente.
- Mostraremos como proceder para calcular a força que corresponde a um dada expressão de energia potencial.

Forças e energia potencial

- Inicialmente considere um movimento retilíneo, sendo x a coordenada.

Forças e energia potencial

- Inicialmente considere um movimento retilíneo, sendo x a coordenada.
- O componente x da força será uma função $F_x(x)$, e a energia potencial $U(x)$.

Forças e energia potencial

- Inicialmente considere um movimento retilíneo, sendo x a coordenada.
- O componente x da força será uma função $F_x(x)$, e a energia potencial $U(x)$.
- Tanto F_x quanto U são funções de x .

Forças e energia potencial

- Inicialmente considere um movimento retilíneo, sendo x a coordenada.
- O componente x da força será uma função $F_x(x)$, e a energia potencial $U(x)$.
- Tanto F_x quanto U são funções de x .
- O trabalho realizado por uma força conservativa foi definido como:

$$W = -\Delta U$$

Forças e energia potencial

- Para um deslocamento pequeno Δx o trabalho realizado pela força $F_x(x)$ é aproximadamente igual a:

$$W = F_x \Delta x$$

Forças e energia potencial

- Para um deslocamento pequeno Δx o trabalho realizado pela força $F_x(x)$ é aproximadamente igual a:

$$W = F_x \Delta x$$

- Logo, é aproximadamente verdade que:

$$F_x(x) \Delta x = -\Delta U$$

Forças e energia potencial

- Para um deslocamento pequeno Δx o trabalho realizado pela força $F_x(x)$ é aproximadamente igual a:

$$W = F_x \Delta x$$

- Logo, é aproximadamente verdade que:

$$F_x(x) \Delta x = -\Delta U \quad \Rightarrow \quad F_x(x) = \frac{-\Delta U}{\Delta x}$$

Forças e energia potencial

- Para um deslocamento pequeno Δx o trabalho realizado pela força $F_x(x)$ é aproximadamente igual a:

$$W = F_x \Delta x$$

- Logo, é aproximadamente verdade que:

$$F_x(x) \Delta x = -\Delta U \quad \Rightarrow \quad F_x(x) = \frac{-\Delta U}{\Delta x}$$

$$\lim_{\Delta x \rightarrow 0} F_x(x) = \frac{-dU(x)}{dx}$$

Forças e energia potencial

- Para um deslocamento pequeno Δx o trabalho realizado pela força $F_x(x)$ é aproximadamente igual a:

$$W = F_x \Delta x$$

- Logo, é aproximadamente verdade que:

$$F_x(x) \Delta x = -\Delta U \quad \Rightarrow \quad F_x(x) = \frac{-\Delta U}{\Delta x}$$

$$\lim_{\Delta x \rightarrow 0} F_x(x) = \frac{-dU(x)}{dx} \quad \Rightarrow \quad F_x(x) = \frac{-dU(x)}{dx}$$

Forças e energia potencial

- Significado físico da Equação:

$$F_x(x) = -\frac{dU}{dx}$$

Forças e energia potencial

- Significado físico da Equação:

$$F_x(x) = -\frac{dU}{dx}$$

Uma força conservativa sempre atua no sentido de conduzir o sistema a uma energia potencial mais baixa.

Forças e energia potencial

(a) Energia potencial e força da mola em função de x .

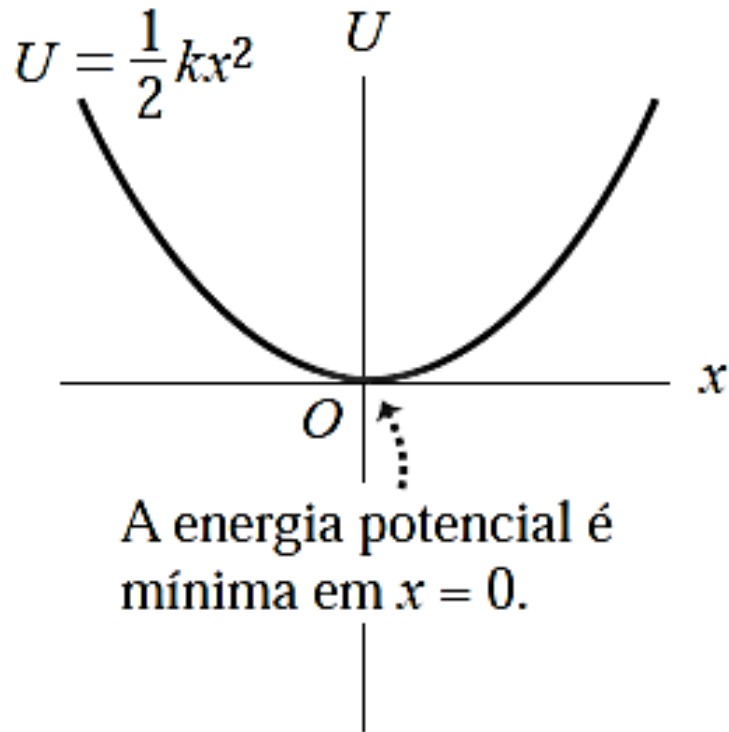


Figura 7.22 Uma força conservativa é a derivada negativa da energia potencial correspondente.

Fonte: Sears e Zemansky

Forças e energia potencial

(a) Energia potencial e força da mola em função de x .

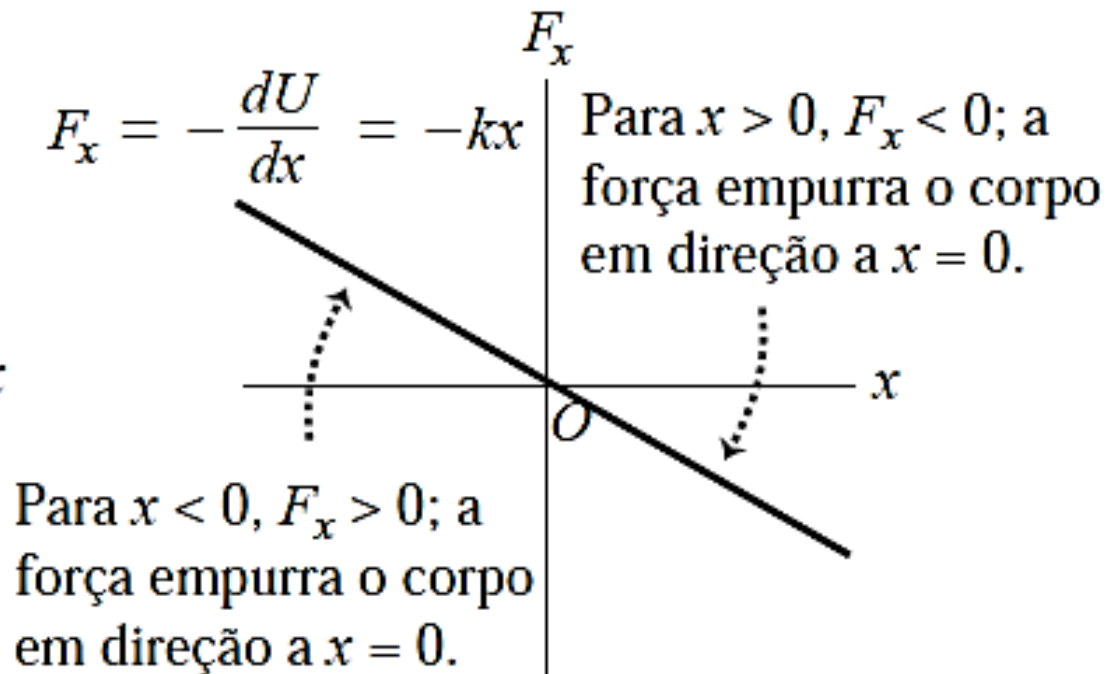
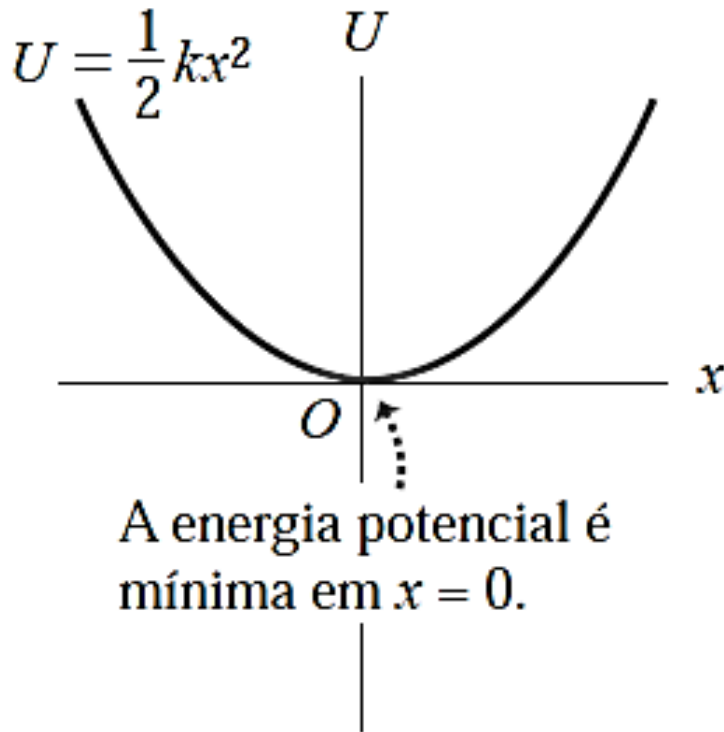


Figura 7.22 Uma força conservativa é a derivada negativa da energia potencial correspondente.

Fonte: Sears e Zemansky

Forças e energia potencial

- Para conferir, considere a função da energia potencial elástica:

$$U(x) = \frac{1}{2} kx^2 \Rightarrow$$

Forças e energia potencial

- Para conferir, considere a função da energia potencial elástica:

$$U(x) = \frac{1}{2} kx^2 \quad \Rightarrow \quad F_x = -\frac{d}{dx} \left[\frac{1}{2} kx^2 \right] = -kx$$

Forças e energia potencial

- Para conferir, considere a função da energia potencial elástica:

$$U(x) = \frac{1}{2} kx^2 \quad \Rightarrow \quad F_x = -\frac{d}{dx} \left[\frac{1}{2} kx^2 \right] = -kx$$

Expressão da força exercida pela mola ideal.

Forças e energia potencial

- Para conferir, considere a função da energia potencial elástica:

$$U(x) = \frac{1}{2} kx^2 \Rightarrow F_x = -\frac{d}{dx} \left[\frac{1}{2} kx^2 \right] = -kx$$

Expressão da força exercida pela mola ideal.

- Analogamente, para a energia potencial gravitacional:

$$U(y) = mgy$$

Forças e energia potencial


- Para conferir, considere a função da energia potencial elástica:

$$U(x) = \frac{1}{2} kx^2 \Rightarrow F_x = -\frac{d}{dx} \left[\frac{1}{2} kx^2 \right] = -kx$$

Expressão da força exercida pela mola ideal.

- Analogamente, para a energia potencial gravitacional:

$$U(y) = mgy \Rightarrow F_y = -\frac{d}{dy} [mgy] = -mg$$



**Força e energia
potencial em três
dimensões**

Forças e energia potencial em 3D

- Podemos estender a análise anterior para três dimensões, onde a partícula pode se mover ao longo do eixo **Ox**, **Oy** ou **Oz**.

Forças e energia potencial em 3D

- Podemos estender a análise anterior para três dimensões, onde a partícula pode se mover ao longo do eixo **Ox**, **Oy** ou **Oz**.
- Cada componente da força pode ser uma função das coordenadas **x**, **y** e **z**.

Forças e energia potencial em 3D

- Podemos estender a análise anterior para três dimensões, onde a partícula pode se mover ao longo do eixo Ox , Oy ou Oz .
- Cada componente da força pode ser uma função das coordenadas x , y e z .
- A função da energia potencial U é sempre uma função dessas três coordenadas espaciais.

Forças e energia potencial em 3D

- A variação da energia potencial ΔU quando a partícula se move de uma pequena distância Δx ao longo do eixo Ox é novamente dada por $-F_x \Delta x$.

Forças e energia potencial em 3D

- A variação da energia potencial ΔU quando a partícula se move de uma pequena distância Δx ao longo do eixo Ox é novamente dada por $-F_x \Delta x$.
- Essa energia potencial não depende de F_y ou de F_z , que são componentes da força ortogonal ao deslocamento e **não realizam trabalho**.

Forças e energia potencial em 3D

- A variação da energia potencial ΔU quando a partícula se move de uma pequena distância Δx ao longo do eixo Ox é novamente dada por $-F_x \Delta x$.
- Essa energia potencial não depende de F_y ou de F_z , que são componentes da força ortogonal ao deslocamento e **não realizam trabalho**. Assim temos novamente:

$$F_x = \frac{-\Delta U}{\Delta x}$$

Forças e energia potencial em 3D

- Os componentes **y** e **z** da força são obtidos de modo análogo:

$$F_y = \frac{-\Delta U}{\Delta y} \quad F_z = \frac{-\Delta U}{\Delta z}$$

Forças e energia potencial em 3D

- Os componentes **y** e **z** da força são obtidos de modo análogo:

$$F_y = \frac{-\Delta U}{\Delta y} \quad F_z = \frac{-\Delta U}{\Delta z}$$

- Quando $\Delta x \rightarrow \mathbf{0}$, $\Delta y \rightarrow \mathbf{0}$, e $\Delta z \rightarrow \mathbf{0}$ essas relações se transformem nas derivadas:

Forças e energia potencial em 3D

- Os componentes y e z da força são obtidos de modo análogo:

$$F_y = \frac{-\Delta U}{\Delta y} \quad F_z = \frac{-\Delta U}{\Delta z}$$

- Quando $\Delta x \rightarrow \mathbf{0}$, $\Delta y \rightarrow \mathbf{0}$, e $\Delta z \rightarrow \mathbf{0}$ essas relações se transformem nas derivadas:

$$F_x = -\frac{\partial U}{\partial x} \quad F_y = -\frac{\partial U}{\partial y} \quad F_z = -\frac{\partial U}{\partial z}$$

Forças e energia potencial em 3D

- Somente uma coordenada varia de cada vez.

Forças e energia potencial em 3D

- Somente uma coordenada varia de cada vez.
- Calculamos a derivada de U em relação a x supondo y e z constantes e somente x variando, e assim por diante.

Forças e energia potencial em 3D

- Somente uma coordenada varia de cada vez.
- Calculamos a derivada de U em relação a x supondo y e z constantes e somente x variando, e assim por diante.
- Esse tipo de derivada denomina-se **derivada parcial**. A notação usual para a derivada parcial é $\frac{\partial U}{\partial x}$ e assim por diante.

Forças e energia potencial em 3D

- Somente uma coordenada varia de cada vez.
- Calculamos a derivada de U em relação a x supondo y e z constantes e somente x variando, e assim por diante.
- Esse tipo de derivada denomina-se **derivada parcial**. A notação usual para a derivada parcial é $\frac{\partial U}{\partial x}$ e assim por diante.
- O símbolo ∂ é um **d modificado** para lembrarmos da diferença entre os dois tipos de derivada.

Forças e energia potencial em 3D

- Podemos usar vetores unitários para escrever uma expressão vetorial compacta para a força:

$$\vec{F} = - \left(\frac{\partial U}{\partial x} \vec{i} + \frac{\partial U}{\partial y} \vec{j} + \frac{\partial U}{\partial z} \vec{k} \right)$$

Forças e energia potencial em 3D

- Podemos usar vetores unitários para escrever uma expressão vetorial compacta para a força:

$$\vec{F} = - \left(\frac{\partial U}{\partial x} \vec{i} + \frac{\partial U}{\partial y} \vec{j} + \frac{\partial U}{\partial z} \vec{k} \right)$$

- A expressão no interior dos parênteses representa uma operação particular:

Forças e energia potencial em 3D

- Podemos usar vetores unitários para escrever uma expressão vetorial compacta para a força:

$$\vec{F} = - \left(\frac{\partial U}{\partial x} \vec{i} + \frac{\partial U}{\partial y} \vec{j} + \frac{\partial U}{\partial z} \vec{k} \right)$$

- A expressão no interior dos parênteses representa uma operação particular:
 - As derivadas parciais de U em relação a cada uma das coordenadas, multiplicamos pelo respectivo vetor unitário.

Forças e energia potencial em 3D

- Essa operação, geralmente abreviada como $\vec{\nabla}U$, é chamada de ***gradiente de U***.

Forças e energia potencial em 3D

- Essa operação, geralmente abreviada como $\vec{\nabla}U$, é chamada de ***gradiente de U***.
- Portanto, a força é o gradiente da energia potencial com o sinal contrário:

$$\vec{F} = -\vec{\nabla}U$$

Forças e energia potencial em 3D

- Essa operação, geralmente abreviada como $\vec{\nabla}U$, é chamada de **gradiente de U** .
- Portanto, a força é o gradiente da energia potencial com o sinal contrário:

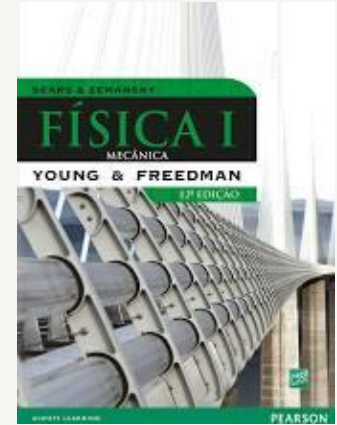
$$\vec{F} = -\vec{\nabla}U$$

Sendo: $\vec{\nabla} = \left(\frac{\partial}{\partial x} \vec{i} + \frac{\partial}{\partial y} \vec{j} + \frac{\partial}{\partial z} \vec{k} \right)$

Referências

1. H.D. YOUNG, R.A. FREEDMAN, Sears e Zemansky, Física I – Mecânica, Addison Wesley Ed, São Paulo, 12a Edição, 2008. Disponível em:

<https://plataforma.bvirtual.com.br/Acervo/Publicacao/270>



2. M. ALONSO e, E.J. FINN, Física: Um Curso Universitário. v.1, Editora Edgard Blucher Ltda, São Paulo, 1999. Disponível em:

<https://plataforma.bvirtual.com.br/Acervo/Publicacao/158847>



Contatos



profhenriquefaria.com



henrique.faria@unesp.br