Física I

Semana 12 - Aula 2
Força e energia potencial

Prof. Henrique Antonio Mendonça Faria

Forças e energia potencial

- Dois tipos de força conservativa foram estudadas e encontradas suas energias potenciais correspondentes:

Forças e energia potencial

- Dois tipos de força conservativa foram estudadas e encontradas suas energias potenciais correspondentes:

Gravitacional

$$F_y = -mg \qquad \rightarrow \qquad U(y) = mgy$$

Forças e energia potencial

- Dois tipos de força conservativa foram estudadas e encontradas suas energias potenciais correspondentes:

Gravitacional

$$F_y = -mg \qquad \rightarrow \qquad U(y) = mgy$$

Elástica

$$F_x = -kx \qquad \rightarrow \qquad U(x) = \frac{1}{2}kx^2$$

Forças e energia potencial

- Há situações em que é dada uma expressão para a energia potencial em função da posição para que seja calculada a força correspondente.

Forças e energia potencial

- Há situações em que é dada uma expressão para a energia potencial em função da posição para que seja calculada a força correspondente.
- Mostraremos como proceder para calcular a força que corresponde a um dada expressão de energia potencial.

Forças e energia potencial

- Inicialmente considere um movimento retilíneo, sendo ***x*** a coordenada.

Forças e energia potencial

- Inicialmente considere um movimento retilíneo, sendo $\boldsymbol{x}$ a coordenada.
- O componente $\boldsymbol{x}$ da força será uma função $\boldsymbol{F_x(x)}$, e a energia potencial $\boldsymbol{U(x)}$.

Forças e energia potencial

- Inicialmente considere um movimento retilíneo, sendo $\boldsymbol{x}$ a coordenada.
- O componente $\boldsymbol{x}$ da força será uma função $\boldsymbol{F_x(x)}$, e a energia potencial $\boldsymbol{U(x)}$.
- Tanto $\boldsymbol{F_x}$ quanto $\boldsymbol{U}$ são funções de $\boldsymbol{x}$.

Forças e energia potencial

- Inicialmente considere um movimento retilíneo, sendo ***x*** a coordenada.
- O componente ***x*** da força será uma função $\boldsymbol{F_x(x)}$, e a energia potencial $\boldsymbol{U(x)}$.
- Tanto $\boldsymbol{F_x}$ quanto $\boldsymbol{U}$ são funções de ***x***.
- O trabalho realizado por uma força conservativa foi definido como:

$$W = -\Delta U$$

Forças e energia potencial

- Para um deslocamento pequeno Δx o trabalho realizado pela força F_x (x) é aproximadamente igual a:

$$W = F_x \Delta x$$

Forças e energia potencial

- Para um deslocamento pequeno Δx o trabalho realizado pela força F_x (x) é aproximadamente igual a:

$$W = F_x \Delta x$$

- Logo, é aproximadamente verdade que:

$$F_x(x)\Delta x = -\Delta U$$

Forças e energia potencial

- Para um deslocamento pequeno Δx o trabalho realizado pela força F_x (x) é aproximadamente igual a:

$$W = F_x \Delta x$$

- Logo, é aproximadamente verdade que:

$$F_x(x)\Delta x = -\Delta U \qquad \Rightarrow \qquad F_x(x) = \frac{-\Delta U}{\Delta x}$$

Forças e energia potencial

- Para um deslocamento pequeno Δx o trabalho realizado pela força F_x (x) é aproximadamente igual a:

$$W = F_x \Delta x$$

- Logo, é aproximadamente verdade que:

$$F_x(x)\Delta x = -\Delta U \qquad \Rightarrow \qquad F_x(x) = \frac{-\Delta U}{\Delta x}$$

$$\lim_{\Delta x \to 0} F_x(x) = \frac{-dU(x)}{dx}$$

Forças e energia potencial

- Para um deslocamento pequeno Δx o trabalho realizado pela força F_x (x) é aproximadamente igual a:

$$W = F_x \Delta x$$

- Logo, é aproximadamente verdade que:

$$F_x(x)\Delta x = -\Delta U \qquad \Rightarrow \qquad F_x(x) = \frac{-\Delta U}{\Delta x}$$

$$\lim_{\Delta x \to 0} F_x(x) = \frac{-dU(x)}{dx} \qquad \Rightarrow \qquad \boxed{F_x(x) = \frac{-dU(x)}{dx}}$$

Forças e energia potencial

- Significado físico da Equação:

$$F_x(x) = -\frac{dU}{dx}$$

Forças e energia potencial

- Significado físico da Equação:

$$F_x(x) = -\frac{dU}{dx}$$

Uma força conservativa sempre atua no sentido de conduzir o sistema a uma energia potencial mais baixa.

Forças e energia potencial

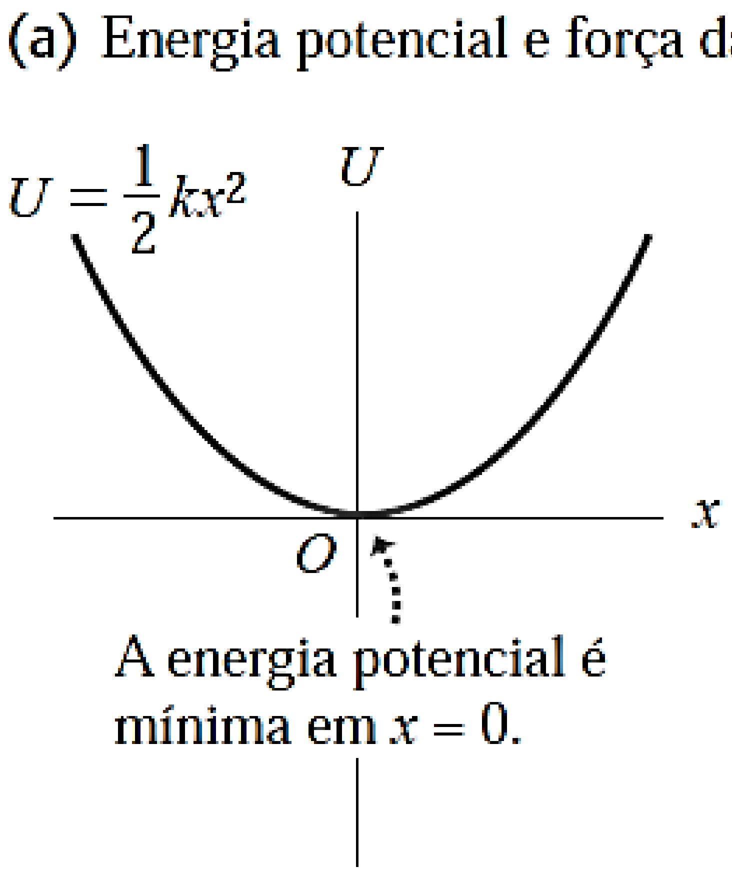


Figura 7.22 Uma força conservativa é a derivada negativa da energia potencial correspondente.
Fonte: Sears e Zemansky

Forças e energia potencial

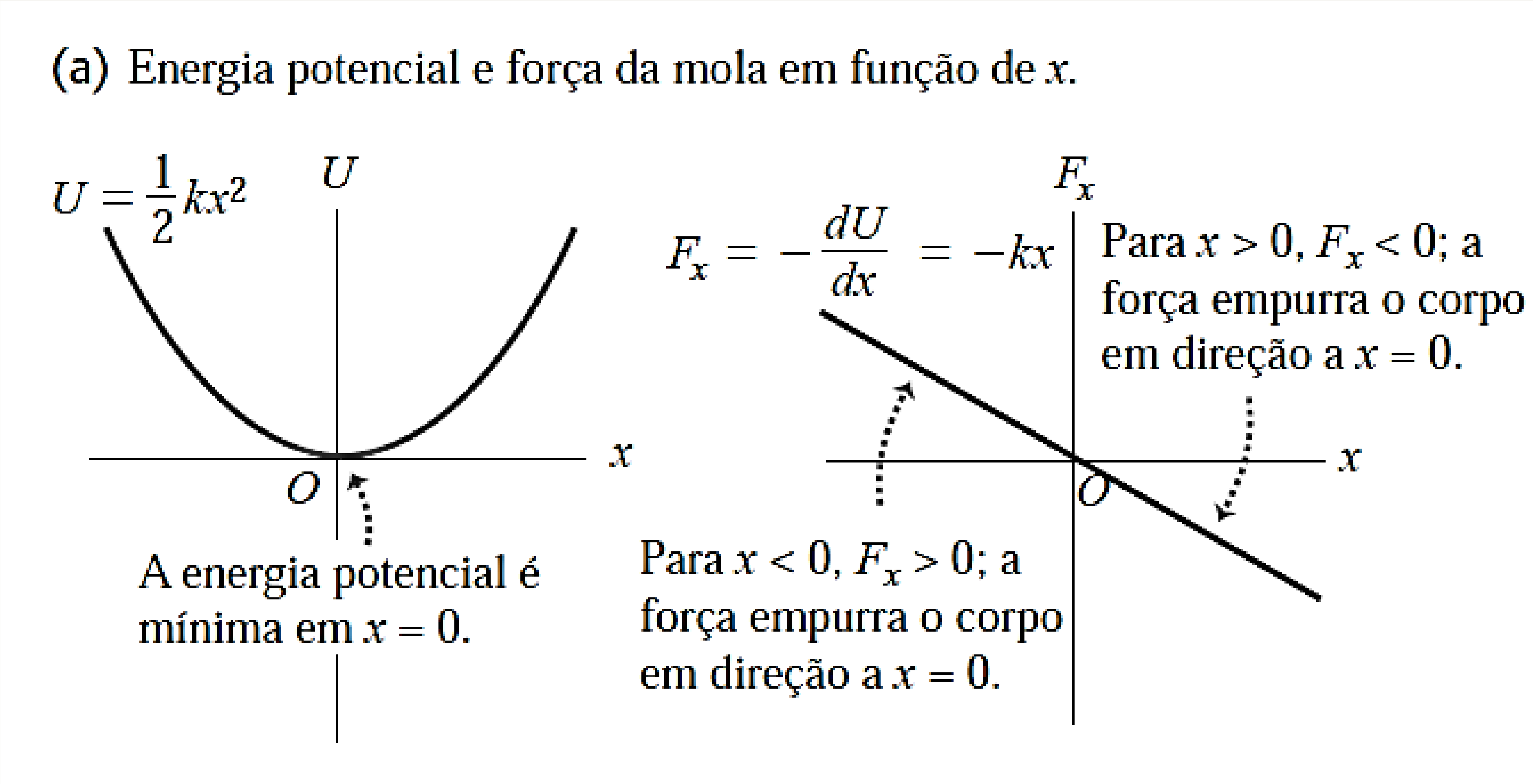


Figura 7.22 Uma força conservativa é a derivada negativa da energia potencial correspondente.

Fonte: Sears e Zemansky

Forças e energia potencial

- Para conferir, considere a função da energia potencial elástica:

$$U(x) = \frac{1}{2}kx^2 \quad \Rightarrow$$

Forças e energia potencial

- Para conferir, considere a função da energia potencial elástica:

$$U(x) = \frac{1}{2}kx^2 \quad \Rightarrow \quad F_x = -\frac{d}{dx}\left[\frac{1}{2}kx^2\right] = -kx$$

Forças e energia potencial

- Para conferir, considere a função da energia potencial elástica:

$$U(x) = \frac{1}{2}kx^2 \quad \Rightarrow \quad F_x = -\frac{d}{dx}\left[\frac{1}{2}kx^2\right] = -kx$$

Expressão da força exercida pela mola ideal.

Forças e energia potencial

- Para conferir, considere a função da energia potencial elástica:

$$U(x) = \frac{1}{2}kx^2 \quad \Rightarrow \quad F_x = -\frac{d}{dx}\left[\frac{1}{2}kx^2\right] = -kx$$

Expressão da força exercida pela mola ideal.

- Analogamente, para a energia potencial gravitacional:

$$U(y) = mgy$$

Forças e energia potencial

- Para conferir, considere a função da energia potencial elástica:

$$U(x) = \frac{1}{2}kx^2 \quad \Rightarrow \quad F_x = -\frac{d}{dx}\left[\frac{1}{2}kx^2\right] = -kx$$

Expressão da força exercida pela mola ideal.

- Analogamente, para a energia potencial gravitacional:

$$U(y) = mgy \quad \Rightarrow \quad F_y = -\frac{d}{dy}[mgy] = -mg$$

Força e energia potencial em três dimensões

Forças e energia potencial em 3D

- Podemos estender a análise anterior para três dimensões, onde a partícula pode se mover ao longo do eixo **O*x***, **O*y*** ou **O*z***.

Forças e energia potencial em 3D

- Podemos estender a análise anterior para três dimensões, onde a partícula pode se mover ao longo do eixo **O*x***, **O*y*** ou **O*z***.
- Cada componente da força pode ser uma função das coordenadas ***x***, ***y*** e ***z***.

Forças e energia potencial em 3D

- Podemos estender a análise anterior para três dimensões, onde a partícula pode se mover ao longo do eixo **O*x***, **O*y*** ou **O*z***.
- Cada componente da força pode ser uma função das coordenadas ***x***, ***y*** e ***z***.
- A função da energia potencial ***U*** é sempre uma função dessas três coordenadas espaciais.

Forças e energia potencial em 3D

- A variação da energia potencial $\boldsymbol{\Delta U}$ quando a partícula se move de uma pequena distância $\boldsymbol{\Delta x}$ ao longo do eixo **O*x*** é novamente dada por $-\boldsymbol{F}_{\boldsymbol{x}}\,\Delta\boldsymbol{x}$.

Forças e energia potencial em 3D

- A variação da energia potencial $\boldsymbol{\Delta U}$ quando a partícula se move de uma pequena distância $\boldsymbol{\Delta x}$ ao longo do eixo **O*x*** é novamente dada por $-\boldsymbol{F}_{\boldsymbol{x}}\,\Delta\boldsymbol{x}$.

- Essa energia potencial não depende de $\boldsymbol{F_Y}$ ou de $\boldsymbol{F_Z}$, que são componentes da força ortogonal ao deslocamento e **não realizam trabalho**.

Forças e energia potencial em 3D

- A variação da energia potencial $\boldsymbol{\Delta U}$ quando a partícula se move de uma pequena distância $\boldsymbol{\Delta x}$ ao longo do eixo **O*x*** é novamente dada por $-\boldsymbol{F_x}\,\Delta\boldsymbol{x}$.

- Essa energia potencial não depende de $\boldsymbol{F_Y}$ ou de $\boldsymbol{F_Z}$, que são componentes da força ortogonal ao deslocamento e **não realizam trabalho**. Assim temos novamente:

$$F_x = \frac{-\Delta U}{\Delta x}$$

Forças e energia potencial em 3D

- Os componentes ***y*** e ***z*** da força são obtidos de modo análogo:

$$F_y = \frac{-\Delta U}{\Delta y} \qquad F_z = \frac{-\Delta U}{\Delta z}$$

Forças e energia potencial em 3D

- Os componentes ***y*** e ***z*** da força são obtidos de modo análogo:

$$F_y = \frac{-\Delta U}{\Delta y} \qquad\qquad F_z = \frac{-\Delta U}{\Delta z}$$

- Quando $\Delta \boldsymbol{x} \rightarrow \mathbf{0}$, $\Delta \boldsymbol{y} \rightarrow \mathbf{0}$, e $\Delta \boldsymbol{z} \rightarrow \mathbf{0}$ essas relações se transformem nas derivadas:

Forças e energia potencial em 3D

- Os componentes ***y*** e ***z*** da força são obtidos de modo análogo:

$$F_y = \frac{-\Delta U}{\Delta y} \qquad F_z = \frac{-\Delta U}{\Delta z}$$

- Quando $\Delta \boldsymbol{x} \rightarrow \mathbf{0}$, $\Delta \boldsymbol{y} \rightarrow \mathbf{0}$, e $\Delta \boldsymbol{z} \rightarrow \mathbf{0}$ essas relações se transformem nas derivadas:

$$F_x = -\frac{\partial U}{\partial x} \qquad F_y = -\frac{\partial U}{\partial y} \qquad F_z = -\frac{\partial U}{\partial z}$$

Forças e energia potencial em 3D

- Somente uma coordenada varia de cada vez.

Forças e energia potencial em 3D

- Somente uma coordenada varia de cada vez.
- Calculamos a derivada de U em relação a x supondo y e z constantes e somente x variando, e assim por diante.

Forças e energia potencial em 3D

- Somente uma coordenada varia de cada vez.
- Calculamos a derivada de $\boldsymbol{U}$ em relação a $\boldsymbol{x}$ supondo $\boldsymbol{y}$ e $\boldsymbol{z}$ constantes e somente $\boldsymbol{x}$ variando, e assim por diante.
- Esse tipo de derivada denomina-se **derivada parcial.** A notação usual para a derivada parcial é $\frac{\partial U}{\partial x}$ e assim por diante.

Forças e energia potencial em 3D

- Somente uma coordenada varia de cada vez.
- Calculamos a derivada de $\boldsymbol{U}$ em relação a $\boldsymbol{x}$ supondo $\boldsymbol{y}$ e $\boldsymbol{z}$ constantes e somente $\boldsymbol{x}$ variando, e assim por diante.
- Esse tipo de derivada denomina-se **derivada parcial.** A notação usual para a derivada parcial é $\frac{\partial U}{\partial x}$ e assim por diante.
- O símbolo $\boldsymbol{\partial}$ é um **d modificado** para lembrar-nos da diferença entre os dois tipos de derivada.

Forças e energia potencial em 3D

- Podemos usar vetores unitários para escrever uma expressão vetorial compacta para a força:

$$\vec{F} = -\left(\frac{\partial U}{\partial x}\vec{\imath} + \frac{\partial U}{\partial y}\vec{\jmath} + \frac{\partial U}{\partial z}\vec{k}\right)$$

Forças e energia potencial em 3D

- Podemos usar vetores unitários para escrever uma expressão vetorial compacta para a força:

$$\vec{F} = -\left(\frac{\partial U}{\partial x}\vec{\imath} + \frac{\partial U}{\partial y}\vec{\jmath} + \frac{\partial U}{\partial z}\vec{k}\right)$$

- A expressão no interior dos parênteses representa uma operação particular:

Forças e energia potencial em 3D

- Podemos usar vetores unitários para escrever uma expressão vetorial compacta para a força:

$$\vec{F} = -\left(\frac{\partial U}{\partial x}\vec{\imath} + \frac{\partial U}{\partial y}\vec{\jmath} + \frac{\partial U}{\partial z}\vec{k}\right)$$

- A expressão no interior dos parênteses representa uma operação particular:
  - As derivadas parciais de ***U*** em relação a cada uma das coordenadas, multiplicamos pelo respectivo vetor unitário.

Forças e energia potencial em 3D

- Essa operação, geralmente abreviada como $\vec{\nabla} U$, é chamada de ***gradiente de*** U.

Forças e energia potencial em 3D

- Essa operação, geralmente abreviada como $\vec{\nabla} U$, é chamada de ***gradiente de*** U.
- Portanto, a força é o gradiente da energia potencial com o sinal contrário:

$$\vec{F} = -\vec{\nabla} U$$

Forças e energia potencial em 3D

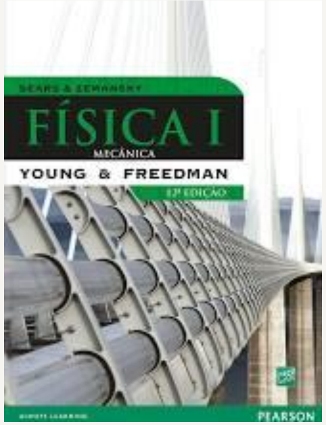
- Essa operação, geralmente abreviada como $\vec{\nabla} U$, é chamada de ***gradiente de*** U.
- Portanto, a força é o gradiente da energia potencial com o sinal contrário:

$$\vec{F} = -\vec{\nabla} U$$

Sendo: $\vec{\nabla} = \left(\frac{\partial}{\partial x}\vec{\imath} + \frac{\partial}{\partial y}\vec{\jmath} + \frac{\partial}{\partial z}\vec{k}\right)$

Referências

1. H.D. YOUNG, R.A. FREEDMAN, Sears e Zemansky, Física I – Mecânica, Addison Wesley Ed, São Paulo, 12a Edição, 2008. Disponível em: https://plataforma.bvirtual.com.br/Acervo/Publicacao/270



2. M. ALONSO e, E.J. FINN, Física: Um Curso Universitário. v.1, Editora Edgard Blucher Ltda, São Paulo, 1999. Disponível em: https://plataforma.bvirtual.com.br/Acervo/Publicacao/158847

Contatos

profhenriquefaria.com

henrique.faria@unesp.br