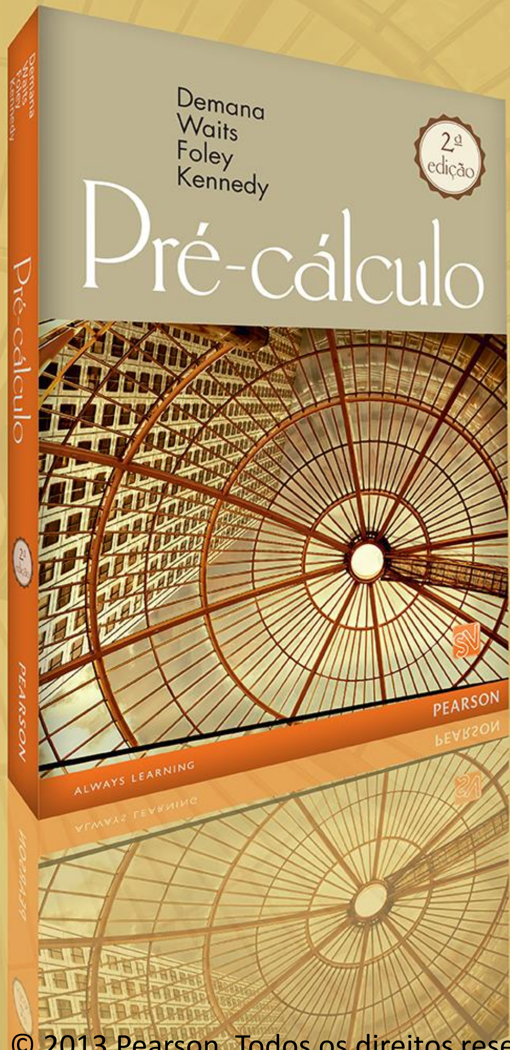
Aula 3

Radiciação e potenciação de números racionais



Objetivos de aprendizagem

- Radicais.
- Simplificação de expressões com radicais.
- Racionalização.
- Potenciação com expoentes racionais.

Radicais

DEFINIÇÃO – Raiz n-ésima de um número real

- Dado um número n inteiro, maior do que 1, e a e b como números reais, temos:

1. Se $b^n = a$, então b é uma **raiz n-ésima** de a. Escrevemos:

$$\sqrt[n]{a} = b \Leftrightarrow b^n = a \text{ e } b \geq 0$$

2. O símbolo √ é conhecido por r**adical**, a é o **radicando** e n é o **índice**.

3. Se a tem uma raiz n-ésima, então sua **principal raiz n-ésima** terá o mesmo sinal de a.

Propriedades dos radicais

- Considere u e v números reais, variáveis ou expressões algébricas, e m e n números positivos inteiros maiores do que 1.

Propriedade	Exemplo
1. $\sqrt[n]{uv} = \sqrt[n]{u} \cdot \sqrt[n]{v}$	$\sqrt{75} = \sqrt{25 \cdot 3} = \sqrt{25} \cdot \sqrt{3} = 5\sqrt{3}$
2. $\sqrt[n]{\dfrac{u}{v}} = \dfrac{\sqrt[n]{u}}{\sqrt[n]{v}}$	$\dfrac{\sqrt[4]{96}}{\sqrt[4]{6}} = \sqrt[4]{\dfrac{96}{6}} = \sqrt[4]{16} = 2$
3. $\sqrt[m]{\sqrt[n]{u}} = \sqrt[m \cdot n]{u}$	$\sqrt{\sqrt[3]{7}} = \sqrt[2 \cdot 3]{7} = \sqrt[6]{7}$
4. $(\sqrt[n]{u})^n = u$	$(\sqrt[4]{5})^4 = 5$
5. $\sqrt[n]{u^m} = (\sqrt[n]{u})^m$	$\sqrt[3]{27^2} = (\sqrt[3]{27})^2 = 3^2 = 9$
6. $\sqrt[n]{u^n} = \begin{cases} \lvert u \rvert & \text{para } n \text{ par} \\ u & \text{para } n \text{ ímpar} \end{cases}$	$\sqrt{(-6)^2} = \lvert -6 \rvert = 6$ $\sqrt[3]{(-6)^3} = -6$

Racionalização

- A **racionalização** é o processo de retirar as raízes do denominador das frações.

$$\sqrt[n]{u^k} \cdot \sqrt[n]{u^{n-k}} = \sqrt[n]{u^k \cdot u^{n-k}} = \sqrt[n]{u^{k+n-k}} = \sqrt[n]{u^n} = u.$$

Potenciação com expoentes racionais

- Seja *u* um número real, variável ou expressão algébrica, e *n* um inteiro maior do que 1. Então:

$$u^{1/n} = \sqrt[n]{u}.$$

- Se *m* é um inteiro positivo, *m*/*n* está na forma reduzida e todas as raízes são números reais. Assim:

$$u^{m/n} = (u^{1/n})^m = (\sqrt[n]{u})^m \quad \text{e} \quad u^{m/n} = (u^m)^{1/n} = \sqrt[n]{u^m}.$$

Potenciação com expoentes racionais

Demana
Waits
Foley
Kennedy
Pré-cálculo
2ª edição

- Simplificação de expressões com radicais

1. Remover os fatores dos radicais.
2. Eliminar os radicais dos denominadores, e os denominadores dos radicandos.
3. Combinar somas e diferenças dos radicais, se possível.