

RESULTADOS DOS EXERCÍCIOS

Resolva detalhadamente os exercícios a seguir

- (1) A série $\frac{1}{4} + \frac{1}{16} + \frac{1}{36} + \frac{1}{64} + \dots$ é uma série convergente? É possível calcular a soma dos termos.

$$\hookrightarrow a_n = \frac{1}{4n^2}$$

Se for qual é o resultado desta soma?

Série p > 1 converge. Soma aproximada da integral imprópria.

- (2) A série $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{7^n}{n!}$ converge? Demonstre o resultado com o teste adequado.

$$\hookrightarrow \text{teste da razão: } \lim_{n \rightarrow \infty} \left| \frac{7^{n+1}}{(n+1)!} \cdot \frac{n!}{7^n} \right| = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{7}{n+1} = 0 < 1 \text{ Converge!}$$

- (3) A série $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{3^n + n!}$ converge? Demonstre o resultado com o teste adequado.

$$\hookrightarrow \text{Comparação c/ s. geom. } \sum \frac{1}{3^n + n!} < \sum \frac{1}{3^n} \Rightarrow \sum \frac{1}{3^n + n!} \text{ converge!}$$

- (4) A série $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\left(\frac{n+1}{n}\right)^{n^2}}{3^n}$ converge? Demonstre o resultado com o teste adequado.

$$\hookrightarrow \text{teste da raiz } \lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{\left(\frac{n+1}{n}\right)^{n^2}} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n+1}{3} = \frac{1}{3} < 1 \text{ converge!}$$

- (5) A série $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n 7^n}{n!}$ converge? Se for convergente é absoluta ou condicional? Demonstre.

$$\hookrightarrow \text{Teste da razão: } \lim_{n \rightarrow \infty} \left| \frac{7^{n+1}}{(n+1)!} \cdot \frac{n!}{7^n} \right| = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{7}{n+1} = 0 < 1 \text{ converge absoluta/SP verif. ex(2)}$$

- (6) A série $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n 3n}{4n-1}$ converge? Se for convergente é absoluta ou condicional? Demonstre.

$$\hookrightarrow b_n = \frac{3n}{4n-1} \text{ teste da divergência } \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3n}{4n-1} = \frac{3}{4} \neq 0 \text{ Divergente!}$$

- (7) A série $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{5^{n+1}}$ converge? É possível calcular a soma dos termos? Caso positivo calcule.

$$\hookrightarrow \text{S. geom. } q = \frac{1}{5} < 1, a_1 = 1/25 \text{ convergente! } S_n = \frac{a_1}{1-q} = \frac{1/25}{1-1/5} = \frac{1}{20}$$

- (8) A série $\sum_{n=2}^{\infty} \left(\frac{n}{n-1} - \frac{n-1}{n} \right)$ converge? Utilize o teste adequado mostrar que sim ou que não.

$$\hookrightarrow a_n = \frac{n}{n-1} - \frac{n-1}{n} = \frac{2n-1}{n^2(1-1/n)} \Rightarrow \lim_{n \rightarrow \infty} a_n = 0 \text{ e } a_{n+1} < a_n \text{ converge!}$$

- (9) Qual é a soma dos termos da série $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{e^{n/2}}$? Sendo $e = 2,7182 \dots$ (número de Euler).

$$\hookrightarrow \text{S. geom } a_1 = 1/e^{1/2} \quad q = 1/e \Rightarrow S_n = \frac{a_1}{1-q} = \frac{1/e^{1/2}}{1-1/e} = \frac{e^{1/2}}{e-1}$$

- (10) Escreva a fração geratriz (razão de dois números inteiros) da dízima periódica 0,323232 ...

$$\hookrightarrow 0,3232 = 0,32 + 0,0032 + 0,000032 \dots = \frac{32}{10^2} + \frac{32}{10^4} + \frac{32}{10^6} + \dots$$

$$a_1 = \frac{32}{10^2} \text{ e } q = \frac{1}{10^2} \Rightarrow 0,3232 = \frac{a_1}{1-q} = \frac{32}{100} \cdot \frac{100}{99} = \frac{32}{99}$$

- (11) Calcule a soma dos termos da série $\sum_{n=2}^{\infty} \left(\frac{4}{n+3} - \frac{4}{n+4} \right)$.

$$\hookrightarrow \text{telescópica } \sum \left(\frac{4}{n+3} - \frac{4}{n+4} \right) = \left(\frac{4}{5} - \frac{4}{6} \right) + \left(\frac{4}{6} - \frac{4}{7} \right) + \left(\frac{4}{7} - \frac{4}{8} \right) + \left(\frac{4}{8} - \frac{4}{9} \right) = \frac{4}{5}$$

- (12) A série $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n^2}$ é absolutamente convergente ou condicionalmente convergente? Por quê?

$$\hookrightarrow b_n = \frac{1}{n^2} \text{ Série p > 1 convergente}$$

$$(i) \lim_{n \rightarrow \infty} b_n = 0$$

$$(ii) a_{n+1} < a_n \text{ convergente}$$

Série absolutamente convergente!