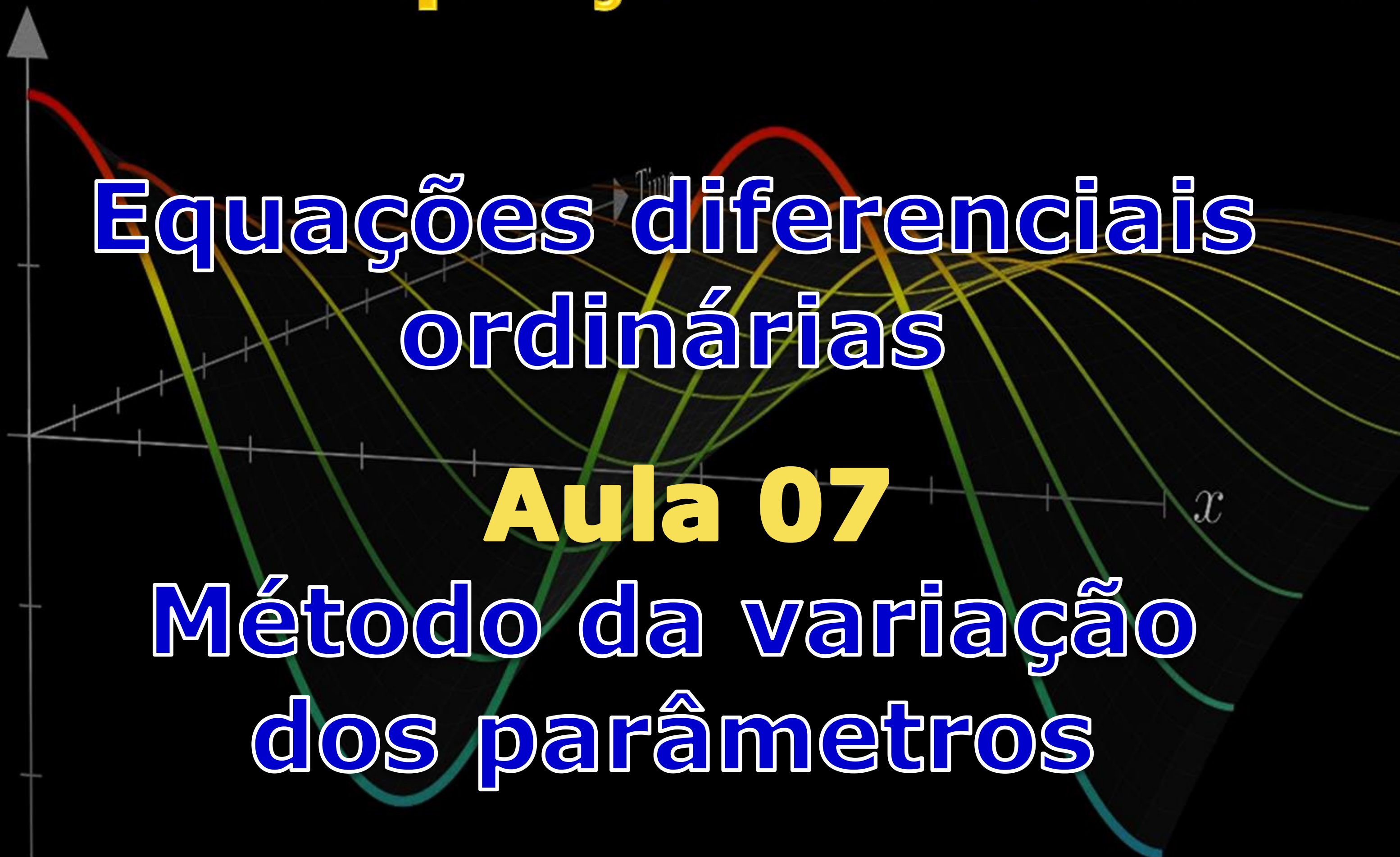
Equações diferenciais



Equações diferenciais ordinárias

Aula 07

Método da variação dos parâmetros

Henrique Antonio Mendonça Faria

henrique.faria@unesp.br

Tópicos desta aula

1. Etapas do método.
2. Exemplo.
3. Exercício.

Pré-requisitos

- Diferenciação e integração.

Etapas do método

Etapas do método

- O Método da variação dos parâmetros é outra alternativa para resolver equações diferenciais não homogêneas.

- É aplicado também para determinação da solução particular y_p da equação diferencial.

Etapas do método

- O Método da variação dos parâmetros é outra alternativa para resolver equações diferenciais não homogêneas.
- É aplicado também para determinação da solução particular y_p da equação diferencial.
- Pode ser usado para resolver qualquer equação diferencial linear de segunda ordem.
- Porém, necessita do cálculo de integrais, nem sempre de simples solução.

Etapas do método da variação dos parâmetros

- Seja a equação diferencial não homogênea:

$$y'' + p(t)y' + q(t)y = g(t) \qquad (1)$$

Etapas do método da variação dos parâmetros

- Seja a equação diferencial não homogênea:

$$y'' + p(t)y' + q(t)y = g(t) \qquad (1)$$

1. Determinar as soluções y_1 e y_2 linearmente independentes da eq. homogênea associada.

Etapas do método da variação dos parâmetros

- Seja a equação diferencial não homogênea:

$$y'' + p(t)y' + q(t)y = g(t) \qquad (1)$$

1. Determinar as soluções y_1 e y_2 linearmente independentes da eq. homogênea associada.
2. Admitir que a equação (1) tem solução da forma:

$$y_p = u_1 y_1 + u_2 y_2, \quad u = u(t) \qquad (2)$$

Etapas do método da variação dos parâmetros

- Seja a equação diferencial não homogênea:

$$y'' + p(t)y' + q(t)y = g(t) \qquad (1)$$

1. Determinar as soluções y_1 e y_2 linearmente independentes da eq. homogênea associada.
2. Admitir que a equação (1) tem solução da forma:

$$y_p = u_1y_1 + u_2y_2, \quad u = u(t) \qquad (2)$$

3. Derivar a equação (2) uma vez:

$$y'_p = u'_1y_1 + u'_2y_2 + u_1y'_1 + u_2y'_2$$

Etapas do método da variação dos parâmetros

- Seja a equação diferencial não homogênea:

$$y'' + p(t)y' + q(t)y = g(t) \qquad (1)$$

1. Determinar as soluções y_1 e y_2 linearmente independentes da eq. homogênea associada.
2. Admitir que a equação (1) tem solução da forma:

$$y_p = u_1 y_1 + u_2 y_2, \quad u = u(t) \qquad (2)$$

3. Derivar a equação (2) uma vez:

$$y'_p = u'_1 y_1 + u'_2 y_2 + u_1 y'_1 + u_2 y'_2$$

4. Impor a condição:

$$u'_1 y_1 + u'_2 y_2 = 0 \qquad (3)$$

Etapas do método da variação dos parâmetros

5. Derivar o que sobrou de y'_p:

$$y'_p = \underbrace{\cancel{u'_1 y_1 + u'_2 y_2}}_{=0} + u_1 y'_1 + u_2 y'_2$$

Etapas do método da variação dos parâmetros

5. Derivar o que sobrou de y'_p:

$$y'_p = \cancel{u'_1 y_1 + u'_2 y_2}^{=0} + u_1 y'_1 + u_2 y'_2$$

$$y''_p = u'_1 y'_1 + u'_2 y'_2 + u_1 y''_1 + u_2 y''_2$$

Etapas do método da variação dos parâmetros

5. Derivar o que sobrou de y'_p:

$$y'_p = \underbrace{\cancel{u'_1 y_1 + u'_2 y_2}}_{=0} + u_1 y'_1 + u_2 y'_2$$

$$y''_p = u'_1 y'_1 + u'_2 y'_2 + u_1 y''_1 + u_2 y''_2$$

6. Substituindo a proposta e derivadas na equação (1) tem-se:

$$u'_1 y'_1 + u'_2 y'_2 + u_1 y''_1 + u_2 y''_2 + p(u_1 y'_1 + u_2 y'_2) + q(u_1 y_1 + u_2 y_2) = g(t)$$

Etapas do método da variação dos parâmetros

5. Derivar o que sobrou de y'_p:

$$y'_p = \underbrace{\cancel{u'_1 y_1 + u'_2 y_2}}_{=0} + u_1 y'_1 + u_2 y'_2$$

$$y''_p = u'_1 y'_1 + u'_2 y'_2 + u_1 y''_1 + u_2 y''_2$$

6. Substituindo a proposta e derivadas na equação (1) tem-se:

$$u'_1 y'_1 + u'_2 y'_2 + u_1 y''_1 + u_2 y''_2 + p(u_1 y'_1 + u_2 y'_2) + q(u_1 y_1 + u_2 y_2) = g(t)$$

7. Reorganizando os termos tem-se:

$$u'_1 y'_1 + u'_2 y'_2 = g(t) \qquad (4)$$

Etapas do método da variação dos parâmetros

8. Resolver o sistema formado pelas equações (3) e (4) para as funções u'_1 e u'_2:

$$\begin{cases} u'_1 y_1 + u'_2 y_2 = 0 \\ u'_1 y'_1 + u'_2 y'_2 = g(t) \end{cases}$$

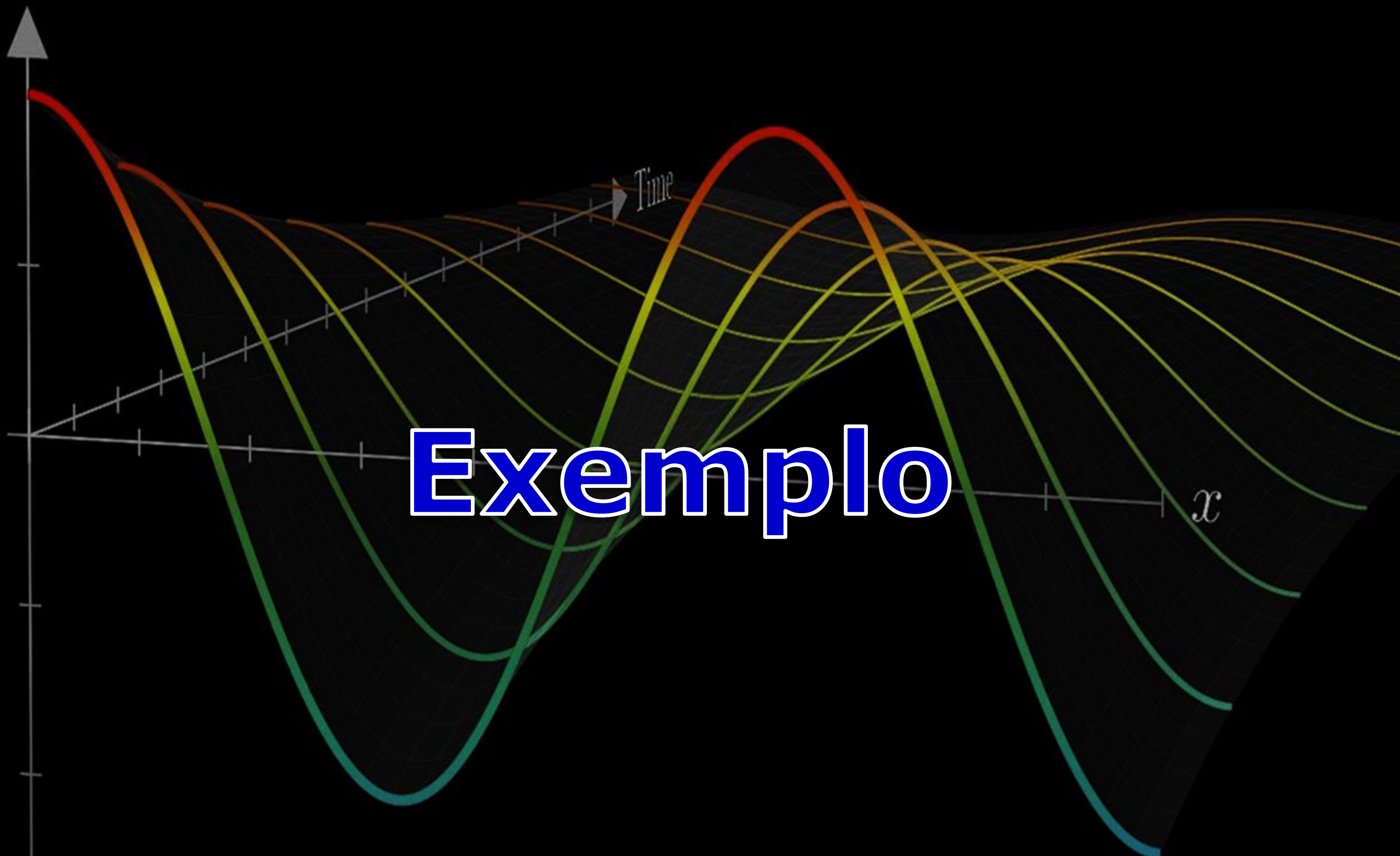
Etapas do método da variação dos parâmetros

8. Resolver o sistema formado pelas equações (3) e (4) para as funções u'_1 e u'_2:

$$\begin{cases} u'_1 y_1 + u'_2 y_2 = 0 \\ u'_1 y'_1 + u'_2 y'_2 = g(t) \end{cases}$$

9. Integrar o resultado para obter as funções u_1e u_2.

Exemplo



Exemplo 1: Resolver a eq. dif. pelo método da variação dos parâmetros.

$$y'' + y = tgt \qquad 0 < t < {}^{\pi}/_{2}$$

Exemplo 1: Resolver a eq. dif. pelo método da variação dos parâmetros.

$$y'' + y = tgt \qquad 0 < t < {}^{\pi}/_{2}$$

1. Determinar as soluções y_1 e y_2 linearmente independentes da eq. homogênea associada.

Exemplo 1: Resolver a eq. dif. pelo método da variação dos parâmetros.

$$y'' + y = tgt \qquad 0 < t < {}^{\pi}/_{2}$$

1. Determinar as soluções y_1 e y_2 linearmente independentes da eq. homogênea associada.

$$r^2 + 1 = 0 \quad \Rightarrow \quad r = \pm i$$

Exemplo 1: Resolver a eq. dif. pelo método da variação dos parâmetros.

$$y'' + y = tgt \qquad 0 < t < {}^{\pi}/_{2}$$

1. Determinar as soluções y_1 e y_2 linearmente independentes da eq. homogênea associada.

$$r^2 + 1 = 0 \quad \Rightarrow \quad r = \pm i$$

$$y_H = k_1 e^{it} + k_2 e^{-it}$$ pela relação de Euler:

Exemplo 1: Resolver a eq. dif. pelo método da variação dos parâmetros.

$$y'' + y = tgt \qquad 0 < t < \pi/_2$$

1. Determinar as soluções y_1 e y_2 linearmente independentes da eq. homogênea associada.

$$r^2 + 1 = 0 \quad \Rightarrow \quad r = \pm i$$

$$y_H = k_1 e^{it} + k_2 e^{-it}$$ pela relação de Euler:

$$y_H = k_1(cost + isent) + k_2(cost - isent)$$

Exemplo 1: Resolver a eq. dif. pelo método da variação dos parâmetros.

$$y'' + y = tgt \qquad 0 < t < {}^{\pi}/_{2}$$

1. Determinar as soluções y_1 e y_2 linearmente independentes da eq. homogênea associada.

$$r^2 + 1 = 0 \quad \Rightarrow \quad r = \pm i$$

$$y_H = k_1 e^{it} + k_2 e^{-it} \qquad \text{pela relação de Euler:}$$

$$y_H = k_1(cost + isent) + k_2(cost - isent)$$

$$y_H = (k_1 + k_2)cost + (ik_1 - ik_2)sent$$

Exemplo 1: Resolver a eq. dif. pelo método da variação dos parâmetros.

$$y'' + y = tgt \qquad 0 < t < {}^{\pi}/_{2}$$

1. Determinar as soluções y_1 e y_2 linearmente independentes da eq. homogênea associada.

$$r^2 + 1 = 0 \quad \Rightarrow \quad r = \pm i$$

$$y_H = k_1 e^{it} + k_2 e^{-it}$$ pela relação de Euler:

$$y_H = k_1(cost + isent) + k_2(cost - isent)$$

$$y_H = (k_1 + k_2)cost + (ik_1 - ik_2)sent$$

$$y_H = C_1 cost + C_2 sent$$

Exemplo 1: $y'' + y = tgt$

2. Admitir que a equação tem solução particular:

$$y_p = u_1(t)sent + u_2(t)cost$$

Exemplo 1: $y'' + y = tgt$

2. Admitir que a equação tem solução particular:

$$y_p = u_1(t)sent + u_2(t)cost$$

3. Derivar a proposta y_p uma vez:

$$y'_p = u'_1 sent + u'_2 cost + u_1 cost - u_2 sent$$

Exemplo 1: $y'' + y = tgt$

2. Admitir que a equação tem solução particular:

$$y_p = u_1(t)sent + u_2(t)cost$$

3. Derivar a proposta y_p uma vez:

$$y'_p = u'_1 sent + u'_2 cost + u_1 cost - u_2 sent$$

4. Impor a condição:

$$u'_1 sent + u'_2 cost = 0$$

Exemplo 1: $y'' + y = tgt$

2. Admitir que a equação tem solução particular:

$$y_p = u_1(t)sent + u_2(t)cost$$

3. Derivar a proposta y_p uma vez:

$$y'_p = u'_1 sent + u'_2 cost + u_1 cost - u_2 sent$$

4. Impor a condição:

$$u'_1 sent + u'_2 cost = 0$$

5. Derivar o que sobrou de y'_p:

$$y''_p = u'_1 cost - u'_2 sent - u_1 sent - u_2 cost$$

Exemplo 1: $y'' + y = tgt$

6. Substituir a proposta e derivadas na eq. dif.:

$$y'' + y = tgt$$

Exemplo 1: $y'' + y = tgt$

6. Substituir a proposta e derivadas na eq. dif.:

$$y'' + y = tgt$$

$$u'_1 cost - u'_2 sent - u_1 sent - u_2 cost +$$
$$u_1 sent + u_2 cost = tgt$$

Exemplo 1: $y'' + y = tgt$

6. Substituir a proposta e derivadas na eq. dif.:

$$y'' + y = tgt$$

$$u'_1 cost - u'_2 sent - \cancel{u_1 sent} - u_2 cost +$$

$$\cancel{u_1 sent} + u_2 cost = tgt$$

Exemplo 1: $y'' + y = tgt$

6. Substituir a proposta e derivadas na eq. dif.:

$$y'' + y = tgt$$

$$u'_1 cost - u'_2 sent - \cancel{u_1 sent} - \cancel{u_2 cost} + \cancel{u_1 sent} + \cancel{u_2 cost} = tgt$$

Exemplo 1: $y'' + y = tgt$

6. Substituir a proposta e derivadas na eq. dif.:

$$y'' + y = tgt$$

$$u'_1 cost - u'_2 sent - \cancel{u_1 sent} - \cancel{u_2 cost} + \cancel{u_1 sent} + \cancel{u_2 cost} = tgt$$

7. Reorganizando os termos tem-se:

$$u'_1 cost - u'_2 sent = tgt$$

Exemplo 1: $y'' + y = tgt$

6. Substituir a proposta e derivadas na eq. dif.:

$$y'' + y = tgt$$

$$u'_1 cost - u'_2 sent - \cancel{u_1 sent} - \cancel{u_2 cost} + \cancel{u_1 sent} + \cancel{u_2 cost} = tgt$$

7. Reorganizando os termos tem-se:

$$u'_1 cost - u'_2 sent = tgt$$

8. Resolver o sistema formado pelas equações das funções u'_1 e u'_2:

$$\begin{cases} u'_1 sent + u'_2 cost = 0 \\ u'_1 cost - u'_2 sent = tgt \end{cases}$$

Exemplo 1: $y'' + y = tgt$

✓ Resolução por substituição.

$$\begin{cases} u'_1 sent + u'_2 cost = 0 & (a) \\ u'_1 cost - u'_2 sent = tgt & (b) \end{cases}$$

Exemplo 1: $y'' + y = tgt$

- Resolução por substituição.

$$\begin{cases} u'_1 sent + u'_2 cost = 0 & (a) \\ u'_1 cost - u'_2 sent = tgt & (b) \end{cases}$$

- Da equação (a) isola-se u'_2 e substitui-se na eq. (b).

$$u'_2 = -\frac{sent}{cost} u'_1$$

Exemplo 1: $y'' + y = tgt$

✓ Resolução por substituição.

$$\begin{cases} u'_1 sent + u'_2 cost = 0 & (a) \\ u'_1 cost - u'_2 sent = tgt & (b) \end{cases}$$

✓ Da equação (a) isola-se u'_2 e substitui-se na eq. (b).

$$u'_2 = -\frac{sent}{cost}u'_1 \quad \Rightarrow \quad u'_2 = -tgt\, u'_1 \quad (c)$$

Exemplo 1: $y'' + y = tgt$

- ✓ Resolução por substituição.

$$\begin{cases} u'_1 sent + u'_2 cost = 0 & (a) \\ u'_1 cost - u'_2 sent = tgt & (b) \end{cases}$$

- ✓ Da equação (a) isola-se u'_2 e substitui-se na eq. (b).

$$u'_2 = -\frac{sent}{cost} u'_1 \qquad \Rightarrow \qquad u'_2 = -tgt\, u'_1 \quad (c)$$

$$u'_1 cost - (-tgt u'_1) sent = tgt$$

Exemplo 1: $y'' + y = tgt$

✓ Resolução por substituição.

$$\begin{cases} u'_1 sent + u'_2 cost = 0 & (a) \\ u'_1 cost - u'_2 sent = tgt & (b) \end{cases}$$

✓ Da equação (a) isola-se u'_2 e substitui-se na eq. (b).

$$u'_2 = -\frac{sent}{cost} u'_1 \quad \Rightarrow \quad u'_2 = -tgt\, u'_1 \quad (c)$$

$$u'_1 cost - (-tgt u'_1) sent = tgt$$

$$u'_1 \left[cost + \frac{sen^2 t}{cost} \right] = tgt$$

Exemplo 1: $y'' + y = tgt$

✓ Resolução por substituição.

$$\begin{cases} u'_1 sent + u'_2 cost = 0 & (a) \\ u'_1 cost - u'_2 sent = tgt & (b) \end{cases}$$

✓ Da equação (a) isola-se u'_2 e substitui-se na eq. (b).

$$u'_2 = -\frac{sent}{cost} u'_1 \quad \Rightarrow \quad u'_2 = -tgt\, u'_1 \quad (c)$$

$$u'_1 cost - (-tgt u'_1) sent = tgt$$

$$u'_1 \left[cost + \frac{sen^2 t}{cost} \right] = tgt \quad \Rightarrow \quad u'_1 \left[\frac{cos^2 t + sen^2 t}{cost} \right] = \frac{sent}{cost}$$

Exemplo 1: $y'' + y = tgt$

- Resolução por substituição.

$$\begin{cases} u'_1 sent + u'_2 cost = 0 & (a) \\ u'_1 cost - u'_2 sent = tgt & (b) \end{cases}$$

- Da equação (a) isola-se u'_2 e substitui-se na eq. (b).

$$u'_2 = -\frac{sent}{cost} u'_1 \quad \Rightarrow \quad u'_2 = -tgt\, u'_1 \quad (c)$$

$$u'_1 cost - (-tgtu'_1) sent = tgt$$

$$u'_1 \left[cost + \frac{sen^2 t}{cost} \right] = tgt \quad \Rightarrow \quad u'_1 \left[\frac{cos^2 t + sen^2 t}{cost} \right] = \frac{sent}{cost}$$

$$u'_1 = sent$$

Exemplo 1: $y'' + y = tgt$

- Resolução por substituição.

$$\begin{cases} u'_1 sent + u'_2 cost = 0 & (a) \\ u'_1 cost - u'_2 sent = tgt & (b) \end{cases}$$

- Da equação (a) isola-se u'_2 e substitui-se na eq. (b).

$$u'_2 = -\frac{sent}{cost}u'_1 \quad \Rightarrow \quad u'_2 = -tgt\, u'_1 \quad (c)$$

$$u'_1 cost - (-tgt u'_1) sent = tgt$$

$$u'_1\left[cost + \frac{sen^2 t}{cost}\right] = tgt \quad \Rightarrow \quad u'_1\left[\frac{cos^2 t + sen^2 t}{cost}\right] = \frac{sent}{cost}$$

$u'_1 = sent$ $\Rightarrow$ em (c) $u'_2 = -\dfrac{sent}{cost}sent$

Exemplo 1: $y'' + y = tgt$

- Continuação da resolução do sistema.

$$u'_2 = -\frac{sent}{cost}sent$$

Exemplo 1: $y'' + y = tgt$

✓ Continuação da resolução do sistema.

$$u'_2 = -\frac{sent}{cost}sent = -\frac{sen^2 t}{cost}$$

Exemplo 1: $y'' + y = tgt$

- ✓ Continuação da resolução do sistema.

$$u'_2 = -\frac{sent}{cost} sent = -\frac{sen^2 t}{cost} = -\left(\frac{1 - cos^2 t}{cost}\right)$$

Exemplo 1: $y'' + y = tgt$

- ✓ Continuação da resolução do sistema.

$$u'_2 = -\frac{sent}{cost}sent = -\frac{sen^2t}{cost} = -\left(\frac{1 - cos^2t}{cost}\right)$$

$$u'_2 = -\left(\frac{1}{cost} - \frac{cos^2t}{cost}\right)$$

Exemplo 1: $y'' + y = tgt$

✓ Continuação da resolução do sistema.

$$u'_2 = -\frac{sent}{cost}sent = -\frac{sen^2 t}{cost} = -\left(\frac{1 - cos^2 t}{cost}\right)$$

$$u'_2 = -\left(\frac{1}{cost} - \frac{cos^2 t}{cost}\right) \quad \Rightarrow \quad u'_2 = -sect + cost$$

Exemplo 1: $y'' + y = tgt$

✓ Continuação da resolução do sistema.

$$u'_2 = -\frac{sent}{cost}sent = -\frac{sen^2t}{cost} = -\left(\frac{1 - cos^2t}{cost}\right)$$

$$u'_2 = -\left(\frac{1}{cost} - \frac{cos^2t}{cost}\right) \quad \Rightarrow \quad u'_2 = -sect + cost$$

9. Integrar o resultado para obter as funções u_1 e u_2.

$$u'_1 = sent$$

Exemplo 1: $y'' + y = tgt$

✓ Continuação da resolução do sistema.

$$u'_2 = -\frac{sent}{cost}sent = -\frac{sen^2t}{cost} = -\left(\frac{1 - cos^2t}{cost}\right)$$

$$u'_2 = -\left(\frac{1}{cost} - \frac{cos^2t}{cost}\right) \quad \Rightarrow \quad u'_2 = -sect + cost$$

9. Integrar o resultado para obter as funções u_1 e u_2.

$$u'_1 = sent \quad \Rightarrow \quad u_1 = \int sent\, dt$$

Exemplo 1: $y'' + y = tgt$

✓ Continuação da resolução do sistema.

$$u'_2 = -\frac{sent}{cost}sent = -\frac{sen^2t}{cost} = -\left(\frac{1-cos^2t}{cost}\right)$$

$$u'_2 = -\left(\frac{1}{cost} - \frac{cos^2t}{cost}\right) \quad \Rightarrow \quad u'_2 = -sect + cost$$

9. Integrar o resultado para obter as funções u_1 e u_2.

$$u'_1 = sent \quad \Rightarrow \quad u_1 = \int sent\,dt \quad \Rightarrow \quad \boxed{u_1 = -cost + c}$$

Exemplo 1: $y'' + y = tgt$

✓ Continuação da resolução do sistema.

$$u'_2 = -\frac{sent}{cost}sent = -\frac{sen^2t}{cost} = -\left(\frac{1 - cos^2t}{cost}\right)$$

$$u'_2 = -\left(\frac{1}{cost} - \frac{cos^2t}{cost}\right) \quad \Rightarrow \quad u'_2 = -sect + cost$$

9. Integrar o resultado para obter as funções u_1 e u_2.

$$u'_1 = sent \quad \Rightarrow \quad u_1 = \int sent\, dt \quad \Rightarrow \quad \boxed{u_1 = -cost + c}$$

$$u'_2 = cost - sect$$

Exemplo 1: $y'' + y = tgt$

✓ Continuação da resolução do sistema.

$$u'_2 = -\frac{sent}{cost}sent = -\frac{sen^2t}{cost} = -\left(\frac{1-cos^2t}{cost}\right)$$

$$u'_2 = -\left(\frac{1}{cost} - \frac{cos^2t}{cost}\right) \quad \Rightarrow \quad u'_2 = -sect + cost$$

9. Integrar o resultado para obter as funções u_1 e u_2.

$$u'_1 = sent \quad \Rightarrow \quad u_1 = \int sent\,dt \quad \Rightarrow \quad \boxed{u_1 = -cost + c}$$

$$u'_2 = cost - sect \quad \Rightarrow \quad u_2 = \int (cost - sect)\,dt$$

Exemplo 1: $y'' + y = tgt$

✓ Continuação da resolução do sistema.

$$u'_2 = -\frac{sent}{cost} sent = -\frac{sen^2 t}{cost} = -\left(\frac{1 - cos^2 t}{cost}\right)$$

$$u'_2 = -\left(\frac{1}{cost} - \frac{cos^2 t}{cost}\right) \quad \Rightarrow \quad u'_2 = -sect + cost$$

9. Integrar o resultado para obter as funções u_1 e u_2.

$$u'_1 = sent \quad \Rightarrow \quad u_1 = \int sent\, dt \quad \Rightarrow \quad \boxed{u_1 = -cost + c}$$

$$u'_2 = cost - sect \quad \Rightarrow \quad u_2 = \int (cost - sect)\, dt$$

$$\boxed{u_2 = sent - \ln(sect + tgt) + c}$$

Exemplo 1: $y'' + y = tgt$

$$u_2 = sent - \ln(sect + tgt) + c$$

$$u_1 = -cost + c$$

✓ Solução particular da equação diferencial.

$$y_p = u_1(t)sent + u_2(t)cost$$

Exemplo 1: $y'' + y = tgt$

$$u_2 = sent - \ln(sect + tgt) + c$$

$$u_1 = -cost + c$$

- ✓ Solução particular da equação diferencial.

$$y_p = u_1(t)sent + u_2(t)cost$$

$$y_p = -cost\ sent + [sent - \ln(sect + tgt)]cost$$

Exemplo 1: $y'' + y = tgt$

$u_2 = sent - \ln(sect + tgt) + c$

$u_1 = -cost + c$

✓ Solução particular da equação diferencial.

$$y_p = u_1(t)sent + u_2(t)cost$$

$$y_p = -cost\ sent + [sent - \ln(sect + tgt)]cost$$

$$y_p = -cost\ sent + sent\,cost - cost\,\ln(sect + tgt)$$

Exemplo 1: $y'' + y = tgt$

$$u_2 = sent - \ln(sect + tgt) + c$$

$$u_1 = -cost + c$$

- ✓ Solução particular da equação diferencial.

$$y_p = u_1(t)sent + u_2(t)cost$$

$$y_p = -cost\ sent + [sent - \ln(sect + tgt)]cost$$

$$y_p = -\cancel{cost\ sent} + \cancel{sent\ cost} - cost\ \ln(sect + tgt)$$

Exemplo 1: $y'' + y = tgt$

$$u_2 = sent - \ln(sect + tgt) + c$$

$$u_1 = -cost + c$$

✓ Solução particular da equação diferencial.

$$y_p = u_1(t)sent + u_2(t)cost$$

$$y_p = -cost\ sent + [sent - \ln(sect + tgt)]cost$$

$$y_p = -\cancel{cost\ sent} + \cancel{sent\ cost} - cost\ \ln(sect + tgt)$$

$$y_p = -cost\ \ln(sect + tgt)$$

Exemplo 1: $y'' + y = tgt$

$$u_2 = sent - \ln(sect + tgt) + c$$

$$u_1 = -cost + c$$

✓ Solução particular da equação diferencial.

$$y_p = u_1(t)sent + u_2(t)cost$$

$$y_p = -cost\ sent + [sent - \ln(sect + tgt)]cost$$

$$y_p = -\cancel{cost\ sent} + \cancel{sent\ cost} - cost\ \ln(sect + tgt)$$

$$y_p = -cost\ \ln(sect + tgt)$$

✓ Solução geral da equação diferencial.

$$y = C_1 cost + C_2 sent - cost\ \ln(sect + tgt)$$

Exemplo 1: $y'' + y = tgt$

$$u_2 = sent - \ln(sect + tgt) + c$$

$$u_1 = -cost + c$$

✓ Solução particular da equação diferencial.

$$y_p = u_1(t)sent + u_2(t)cost$$

$$y_p = -cost\ sent + [sent - \ln(sect + tgt)]cost$$

$$y_p = -\cancel{cost\ sent} + \cancel{sent\ cost} - cost\ \ln(sect + tgt)$$

$$y_p = -cost\ \ln(sect + tgt)$$

✓ Solução geral da equação diferencial.

$$\boxed{y = C_1 cost + C_2 sent - cost\ \ln(sect + tgt)}$$

$$Para:\ 0 < t < {}^{\pi}/_{2} \qquad sect + tgt > 0$$

Exercício

Exercício Encontrar a solução particular da eq. dif. não homogênea e a solução geral

$$t^2y'' - t(t+2)y' + (t+2)y = 2t^3$$

$$y_1 = t$$

$$y_2 = te^t$$

Exercício Encontrar a solução particular da eq. dif. não homogênea e a solução geral

$$t^2y'' - t(t+2)y' + (t+2)y = 2t^3$$

$$y_1 = t$$

$$y_2 = te^t$$

Resposta: $y = C_1e^t + C_2te^t - 2t^2 - 2t$

Para depois desta aula:

- Estudar seções 3.6 do livro texto (Boyce).
- Resolver o exercício proposto.
- Praticar: exercícios da seções 3.6 do Boyce.

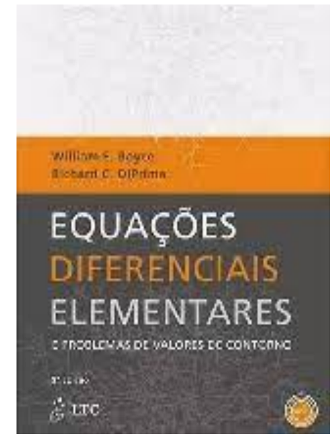
Próxima aula:

- Solução de eq. dif. em série de potências.

Bibliografia

1. BOYCE, W.E.; DIPRIMA, R.C. Equações Diferenciais Elementares e Problemas de Valores de Contorno. **9. ed**. Rio de Janeiro: LTC, 2010.

Numeração dos exercícios com base na 9ª ed. ▶



BOYCE, W.E.; DIPRIMA, R.C. Equações Diferenciais Elementares e Problemas de Valores de Contorno. **11. ed**. Rio de Janeiro: LTC, 2020.