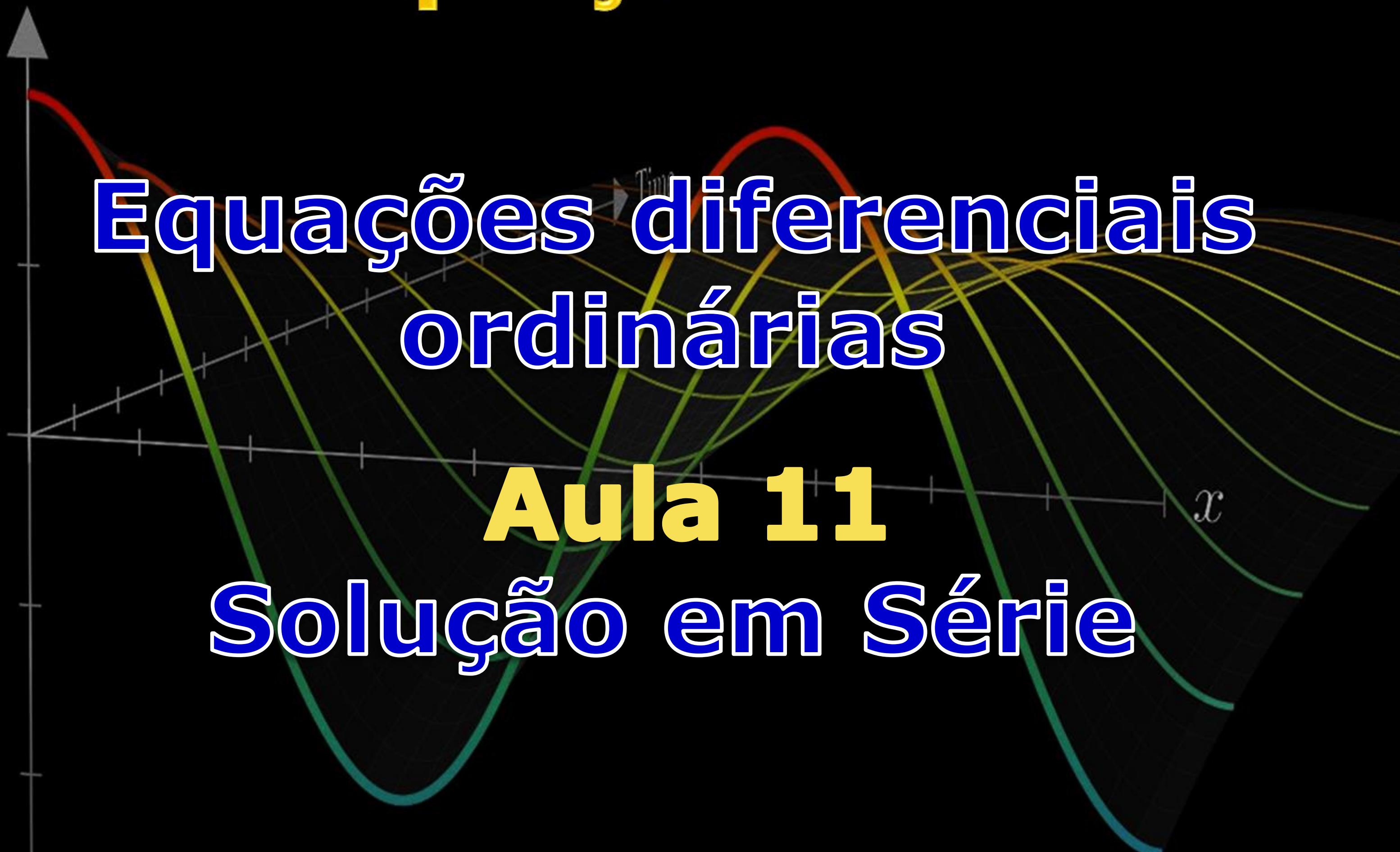
Equações diferenciais



Equações diferenciais ordinárias

Aula 11
Solução em Série

Henrique Antonio Mendonça Faria

henrique.faria@unesp.br

Tópicos desta aula

1. Solução em série em ponto ordinário.
2. Exemplo.
3. Exercícios.

Pré-requisitos

- Séries de potência.

Solução em série em ponto ordinário

- As eq. dif. podem ser resolvidas por série de potências.
- Essa estratégia é aplicada em equações diferenciais lineares de 2ª ordem.

Solução em série em ponto ordinário

- As eq. dif. podem ser resolvidas por série de potências.
- Essa estratégia é aplicada em equações diferenciais lineares de 2ª ordem.
- Podem ser utilizadas nas equações em que os coeficientes são função da variável independente.

Solução em série em ponto ordinário

- As eq. dif. podem ser resolvidas por série de potências.
- Essa estratégia é aplicada em equações diferenciais lineares de 2ª ordem.
- Podem ser utilizadas nas equações em que os coeficientes são função da variável independente.
- Nesta aula a variável independente será denotada por x e a variável dependente por y.

Solução em série em ponto ordinário

- Seja uma eq. dif. homogênea da forma:

$$P(x)y'' + Q(x)y' + R(x)y = 0$$

Solução em série em ponto ordinário

- Seja uma eq. dif. homogênea da forma:

$$P(x)y'' + Q(x)y' + R(x)y = 0 \qquad (\div P(x))$$

$$y'' + p(x)y' + q(x)y = 0 \qquad (1)$$

Solução em série em ponto ordinário

- Seja uma eq. dif. homogênea da forma:

$$P(x)y'' + Q(x)y' + R(x)y = 0 \qquad (\div P(x))$$

$$y'' + p(x)y' + q(x)y = 0 \qquad (1)$$

- **Caso inicial**: as funções de x são polinômios.
- O método também é aplicável em funções analíticas de x genéricas.

Solução em série em ponto ordinário

- Seja uma eq. dif. homogênea da forma:

$$P(x)y'' + Q(x)y' + R(x)y = 0 \qquad (\div P(x))$$

$$y'' + p(x)y' + q(x)y = 0 \qquad (1)$$

- **Caso inicial**: as funções de x são polinômios.
- O método também é aplicável em funções analíticas de x genéricas.
- A equação (1) será resolvida na vizinhança de um ponto ordinário x_0.

Solução em série em ponto ordinário

- Seja uma eq. dif. homogênea da forma:

$$P(x)y'' + Q(x)y' + R(x)y = 0 \qquad (\div P(x))$$

$$y'' + p(x)y' + q(x)y = 0 \qquad (1)$$

- **Caso inicial**: as funções de x são polinômios.
- O método também é aplicável em funções analíticas de x genéricas.
- A equação (1) será resolvida na vizinhança de um ponto ordinário x_0.
- Se $P(x_0) = 0$ (ponto singular) o método não se aplica.

Solução em série em ponto ordinário

- Para um ponto ordinário x_0 qualquer procura-se soluções da forma:

$$y = a_0 + a_1(x - x_o) + a_2(x - x_o)^2 + \cdots + a_n(x - x_o)^n$$

Solução em série em ponto ordinário

- Para um ponto ordinário x_0 qualquer procura-se soluções da forma:

$$y = a_0 + a_1(x - x_o) + a_2(x - x_o)^2 + \cdots + a_n(x - x_o)^n$$

$$y = \sum_{n=0}^{\infty} a_n(x - x_o)^n$$

Solução em série em ponto ordinário

- Para um ponto ordinário x_0 qualquer procura-se soluções da forma:

$$y = a_0 + a_1(x - x_o) + a_2(x - x_o)^2 + \cdots + a_n(x - x_o)^n$$

$$y = \sum_{n=0}^{\infty} a_n(x - x_o)^n$$

- Utiliza-se séries de potência porque se comportam como polinômios em torno do ponto x_o.

Solução em série em ponto ordinário

- Para um ponto ordinário x_0 qualquer procura-se soluções da forma:

$$y = a_0 + a_1(x - x_o) + a_2(x - x_o)^2 + \cdots + a_n(x - x_o)^n$$

$$y = \sum_{n=0}^{\infty} a_n(x - x_o)^n$$

- Utiliza-se séries de potência porque se comportam como polinômios em torno do ponto x_o.
- O método consiste em substituir a série e derivadas na equação (1) e obter os coeficientes a_n.

Solução em série em ponto ordinário

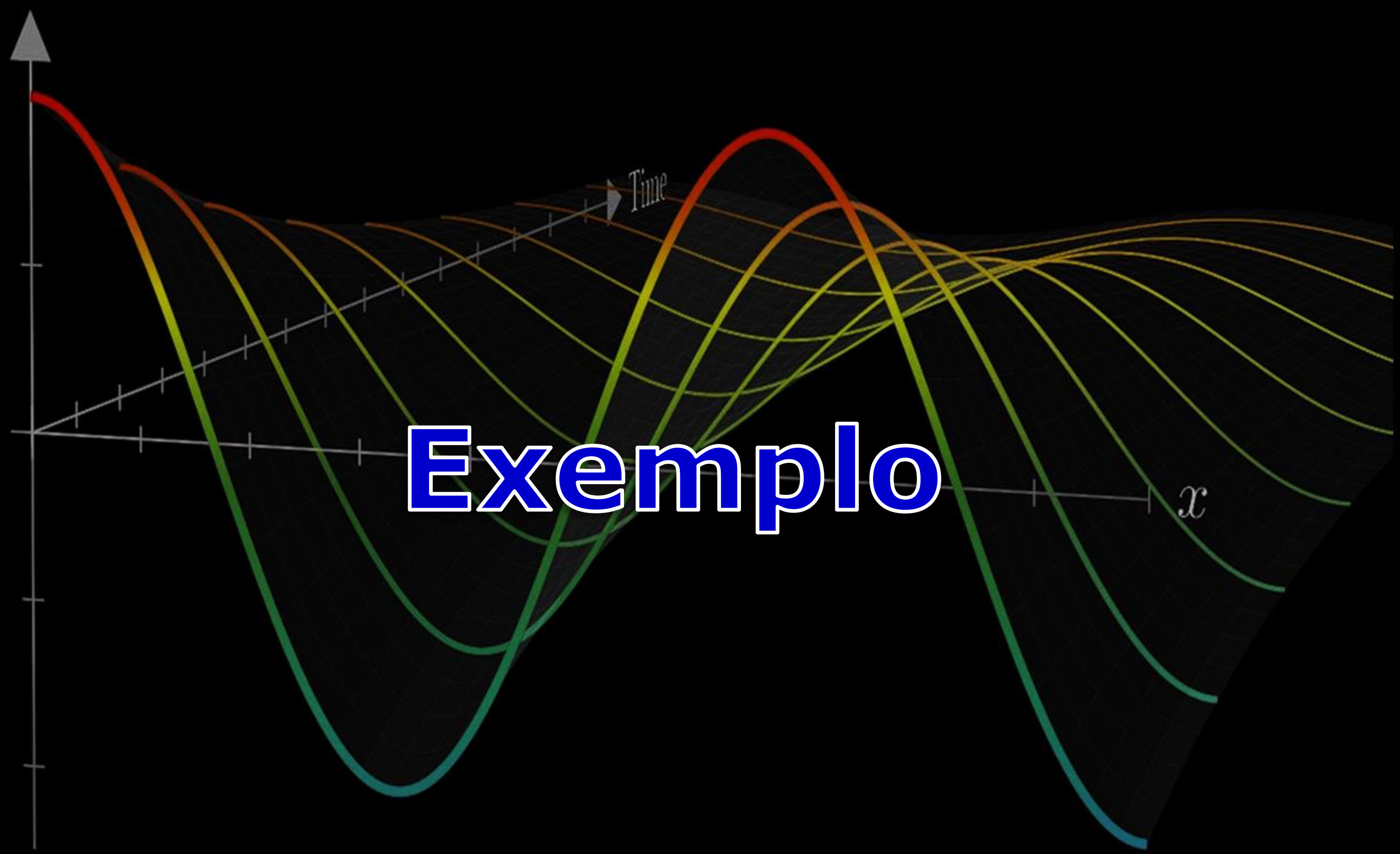
- Para um ponto ordinário x_0 qualquer procura-se soluções da forma:

$$y = a_0 + a_1(x - x_o) + a_2(x - x_o)^2 + \cdots + a_n(x - x_o)^n$$

$$y = \sum_{n=0}^{\infty} a_n(x - x_o)^n$$

- Utiliza-se séries de potência porque se comportam como polinômios em torno do ponto x_o.
- O método consiste em substituir a série e derivadas na equação (1) e obter os coeficientes a_n.
- O próximo exemplo ilustra o processo.

Exemplo



Exemplo 1: Encontrar a solução da eq. dif. em série.

$$y'' + y = 0 \qquad -\infty < x < \infty$$

- ✓ **Caso mais simples:** solução em série em $x_o = 0$.

Exemplo 1: Encontrar a solução da eq. dif. em série.

$$y'' + y = 0 \qquad -\infty < x < \infty$$

- ✓ **Caso mais simples:** solução em série em $x_o = 0$.

$$y = \sum_{n=0}^{\infty} a_n (x)^n$$

Exemplo 1: Encontrar a solução da eq. dif. em série.

$$y'' + y = 0 \qquad -\infty < x < \infty$$

- ✓ **Caso mais simples:** solução em série em $x_o = 0$.

$$y = \sum_{n=0}^{\infty} a_n (x)^n \quad \Rightarrow \quad y' = \frac{d}{dx} \sum_{n=0}^{\infty} a_n (x)^n$$

Exemplo 1: Encontrar a solução da eq. dif. em série.

$$y'' + y = 0 \qquad -\infty < x < \infty$$

- ✓ **Caso mais simples:** solução em série em $x_o = 0$.

$$y = \sum_{n=0}^{\infty} a_n (x)^n \quad \Rightarrow \quad y' = \frac{d}{dx}\sum_{n=0}^{\infty} a_n (x)^n = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{d}{dx} a_n (x)^n$$

Exemplo 1: Encontrar a solução da eq. dif. em série.

$$y'' + y = 0 \qquad -\infty < x < \infty$$

- ✓ **Caso mais simples:** solução em série em $x_o = 0$.

$$y = \sum_{n=0}^{\infty} a_n (x)^n \quad \Rightarrow \quad y' = \frac{d}{dx} \sum_{n=0}^{\infty} a_n (x)^n = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{d}{dx} a_n (x)^n$$

$$y' = \sum_{n=1}^{\infty} n a_n (x)^{n-1}$$

Exemplo 1: Encontrar a solução da eq. dif. em série.

$$y'' + y = 0 \qquad -\infty < x < \infty$$

- ✓ **Caso mais simples:** solução em série em $x_o = 0$.

$$y = \sum_{n=0}^{\infty} a_n (x)^n \quad \Rightarrow \quad y' = \frac{d}{dx}\sum_{n=0}^{\infty} a_n (x)^n = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{d}{dx} a_n (x)^n$$

$$y' = \sum_{n=1}^{\infty} n a_n (x)^{n-1} \quad \Rightarrow \quad y'' = \sum_{n=2}^{\infty} n(n-1) a_n (x)^{n-2}$$

Exemplo 1: Encontrar a solução da eq. dif. em série.

$$y'' + y = 0 \qquad -\infty < x < \infty$$

- **Caso mais simples:** solução em série em $x_o = 0$.

$$y = \sum_{n=0}^{\infty} a_n(x)^n \quad \Rightarrow \quad y' = \frac{d}{dx}\sum_{n=0}^{\infty} a_n(x)^n = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{d}{dx} a_n(x)^n$$

$$y' = \sum_{n=1}^{\infty} n a_n(x)^{n-1} \quad \Rightarrow \quad y'' = \sum_{n=2}^{\infty} n(n-1)a_n(x)^{n-2}$$

- Substituir y e y'' na eq. dif.:

$$\sum_{n=2}^{\infty} n(n-1)a_n(x)^{n-2} + \sum_{n=0}^{\infty} a_n(x)^n = 0$$

Exemplo 1: $y'' + y = 0 \qquad -\infty < x < \infty$

- ✓ O índice da primeira série deve ser alterado para que seja possível a combinação com a segunda.

$$m = n - 2$$

Exemplo 1: $y'' + y = 0 \qquad -\infty < x < \infty$

- ✓ O índice da primeira série deve ser alterado para que seja possível a combinação com a segunda.

$$m = n - 2 \quad \Rightarrow \quad n = m + 2$$

Exemplo 1: $y'' + y = 0 \qquad -\infty < x < \infty$

- ✓ O índice da primeira série deve ser alterado para que seja possível a combinação com a segunda.

$$m = n - 2 \quad \Rightarrow \quad n = m + 2$$

$$\sum_{m=0}^{\infty}(m+2)(m+1)a_{m+2}(x)^m + \sum_{n=0}^{\infty}a_n(x)^n = 0$$

Exemplo 1: $y'' + y = 0 \qquad -\infty < x < \infty$

- ✓ O índice da primeira série deve ser alterado para que seja possível a combinação com a segunda.

$$m = n - 2 \quad \Rightarrow \quad n = m + 2$$

$$\sum_{m=0}^{\infty} (m+2)(m+1)a_{m+2}(x)^m + \sum_{n=0}^{\infty} a_n(x)^n = 0$$

- ✓ Como o índice é indiferente para contagem, m pode ser trocado por n no primeiro somatório.

Exemplo 1: $y'' + y = 0 \qquad -\infty < x < \infty$

- ✓ O índice da primeira série deve ser alterado para que seja possível a combinação com a segunda.

$$m = n - 2 \quad \Rightarrow \quad n = m + 2$$

$$\sum_{m=0}^{\infty} (m+2)(m+1)a_{m+2}(x)^m + \sum_{n=0}^{\infty} a_n(x)^n = 0$$

- ✓ Como o índice é indiferente para contagem, m pode ser trocado por n no primeiro somatório.

$$\sum_{n=0}^{\infty} (n+2)(n+1)a_{n+2}(x)^n + \sum_{n=0}^{\infty} a_n(x)^n = 0$$

Exemplo 1: $y'' + y = 0 \qquad -\infty < x < \infty$

- ✓ Ao evidenciar x e o somatório a equação fica:

$$\sum_{n=0}^{\infty}[(n+2)(n+1)a_{n+2} + a_n](x)^n = 0$$

Exemplo 1: $y'' + y = 0 \qquad -\infty < x < \infty$

- Ao evidenciar x e o somatório a equação fica:

$$\sum_{n=0}^{\infty}[(n+2)(n+1)a_{n+2} + a_n](x)^n = 0$$

- A equação só é satisfeita para todo x quando os coeficientes são nulos. Assim,

$$(n+2)(n+1)a_{n+2} + a_n = 0 \qquad\qquad n = 0, 1, 2, \ldots$$

Exemplo 1: $y'' + y = 0 \qquad -\infty < x < \infty$

- Ao evidenciar x e o somatório a equação fica:

$$\sum_{n=0}^{\infty}[(n+2)(n+1)a_{n+2} + a_n](x)^n = 0$$

- A equação só é satisfeita para todo x quando os coeficientes são nulos. Assim,

$$(n+2)(n+1)a_{n+2} + a_n = 0 \qquad n = 0, 1, 2, \ldots$$

$$a_{n+2} = \frac{-a_n}{(n+2)(n+1)}$$

Exemplo 1: $y'' + y = 0 \qquad -\infty < x < \infty$

- Ao evidenciar x e o somatório a equação fica:

$$\sum_{n=0}^{\infty}[(n+2)(n+1)a_{n+2} + a_n](x)^n = 0$$

- A equação só é satisfeita para todo x quando os coeficientes são nulos. Assim,

$$(n+2)(n+1)a_{n+2} + a_n = 0 \qquad n = 0, 1, 2, \ldots$$

$$a_{n+2} = \frac{-a_n}{(n+2)(n+1)}$$

- A última equação é conhecida como relação de recorrência.

Exemplo 1: $y'' + y = 0 \qquad -\infty < x < \infty$

- Há padrões distintos para os coeficientes pares e ímpares.

$$a_{n+2} = \frac{-a_n}{(n+2)(n+1)}$$

Exemplo 1: $y'' + y = 0 \qquad -\infty < x < \infty$

- ✓ Há padrões distintos para os coeficientes pares e ímpares.

$$a_{n+2} = \frac{-a_n}{(n+2)(n+1)}$$

Para $n = 0, 2, 4, \ldots$ tem-se:

Exemplo 1: $y'' + y = 0 \qquad -\infty < x < \infty$

- ✓ Há padrões distintos para os coeficientes pares e ímpares.

$$a_{n+2} = \frac{-a_n}{(n+2)(n+1)}$$

Para $n = 0, 2, 4, \ldots$ tem-se:

$$a_2 = \frac{-a_0}{(2)(1)}$$

Exemplo 1: $y'' + y = 0 \qquad -\infty < x < \infty$

- ✓ Há padrões distintos para os coeficientes pares e ímpares.

$$a_{n+2} = \frac{-a_n}{(n+2)(n+1)}$$

Para $n = 0, 2, 4, \ldots$ tem-se:

$$a_2 = \frac{-a_0}{(2)(1)} = \frac{-a_0}{2!};$$

Exemplo 1: $y'' + y = 0 \qquad -\infty < x < \infty$

- ✓ Há padrões distintos para os coeficientes pares e ímpares.

$$a_{n+2} = \frac{-a_n}{(n+2)(n+1)}$$

Para $n = 0, 2, 4, \ldots$ tem-se:

$$a_2 = \frac{-a_0}{(2)(1)} = \frac{-a_0}{2!}; \qquad a_4 = \frac{-a_2}{(4)(3)}$$

Exemplo 1: $y'' + y = 0 \qquad -\infty < x < \infty$

- ✓ Há padrões distintos para os coeficientes pares e ímpares.

$$a_{n+2} = \frac{-a_n}{(n+2)(n+1)}$$

Para $n = 0, 2, 4, \ldots$ tem-se:

$$a_2 = \frac{-a_0}{(2)(1)} = \frac{-a_0}{2!}; \qquad a_4 = \frac{-a_2}{(4)(3)} = \frac{1}{(4)(3)}\frac{+a_0}{2!}$$

Exemplo 1: $y'' + y = 0 \qquad -\infty < x < \infty$

- ✓ Há padrões distintos para os coeficientes pares e ímpares.

$$a_{n+2} = \frac{-a_n}{(n+2)(n+1)}$$

Para $n = 0, 2, 4, \ldots$ tem-se:

$$a_2 = \frac{-a_0}{(2)(1)} = \frac{-a_0}{2!}; \qquad a_4 = \frac{-a_2}{(4)(3)} = \frac{1}{(4)(3)}\frac{+a_0}{2!} = \frac{+a_0}{4!}$$

Exemplo 1: $y'' + y = 0 \qquad -\infty < x < \infty$

- ✓ Há padrões distintos para os coeficientes pares e ímpares.

$$a_{n+2} = \frac{-a_n}{(n+2)(n+1)}$$

Para $n = 0, 2, 4, \ldots$ tem-se:

$$a_2 = \frac{-a_0}{(2)(1)} = \frac{-a_0}{2!}; \qquad a_4 = \frac{-a_2}{(4)(3)} = \frac{1}{(4)(3)}\frac{+a_0}{2!} = \frac{+a_0}{4!}$$

$$a_6 = \frac{-a_4}{(6)(5)}$$

Exemplo 1: $y'' + y = 0 \qquad -\infty < x < \infty$

- ✓ Há padrões distintos para os coeficientes pares e ímpares.

$$a_{n+2} = \frac{-a_n}{(n+2)(n+1)}$$

Para $n = 0, 2, 4, \ldots$ tem-se:

$$a_2 = \frac{-a_0}{(2)(1)} = \frac{-a_0}{2!}; \qquad a_4 = \frac{-a_2}{(4)(3)} = \frac{1}{(4)(3)}\frac{+a_0}{2!} = \frac{+a_0}{4!}$$

$$a_6 = \frac{-a_4}{(6)(5)} = \frac{1}{(6)(5)} \cdot \frac{-a_0}{4!}$$

Exemplo 1: $y'' + y = 0 \qquad -\infty < x < \infty$

- ✓ Há padrões distintos para os coeficientes pares e ímpares.

$$a_{n+2} = \frac{-a_n}{(n+2)(n+1)}$$

Para $n = 0, 2, 4, \ldots$ tem-se:

$$a_2 = \frac{-a_0}{(2)(1)} = \frac{-a_0}{2!}; \qquad a_4 = \frac{-a_2}{(4)(3)} = \frac{1}{(4)(3)}\frac{+a_0}{2!} = \frac{+a_0}{4!}$$

$$a_6 = \frac{-a_4}{(6)(5)} = \frac{1}{(6)(5)}.\frac{-a_0}{4!} = \frac{-a_0}{6!}$$

Exemplo 1: $y'' + y = 0 \qquad -\infty < x < \infty$

- ✓ Há padrões distintos para os coeficientes pares e ímpares.

$$a_{n+2} = \frac{-a_n}{(n+2)(n+1)}$$

Para $n = 0, 2, 4, \ldots$ tem-se:

$$a_2 = \frac{-a_0}{(2)(1)} = \frac{-a_0}{2!}; \qquad a_4 = \frac{-a_2}{(4)(3)} = \frac{1}{(4)(3)} \frac{+a_0}{2!} = \frac{+a_0}{4!}$$

$$a_6 = \frac{-a_4}{(6)(5)} = \frac{1}{(6)(5)} \cdot \frac{-a_0}{4!} = \frac{-a_0}{6!}$$

- ✓ O que sugere o seguinte padrão para n par.

$$a_n = a_{2k} = \frac{(-1)^k}{(2k)!} a_0 \qquad k = 1, 2, 3, \ldots$$

Exemplo 1: $y'' + y = 0 \qquad -\infty < x < \infty$

- ✓ Coeficientes ímpares.

$$a_{n+2} = \frac{-a_n}{(n+2)(n+1)}$$

Exemplo 1: $y'' + y = 0 \qquad -\infty < x < \infty$

- ✓ Coeficientes ímpares.

$$a_{n+2} = \frac{-a_n}{(n+2)(n+1)}$$

Para $n = 1, 3, 5, \ldots$ tem-se:

Exemplo 1: $y'' + y = 0 \qquad -\infty < x < \infty$

- ✓ Coeficientes ímpares.

$$a_{n+2} = \frac{-a_n}{(n+2)(n+1)}$$

Para $n = 1, 3, 5, \ldots$ tem-se:

$$a_3 = \frac{-a_1}{(3)(1)}$$

Exemplo 1: $y'' + y = 0 \qquad -\infty < x < \infty$

- ✓ Coeficientes ímpares.

$$a_{n+2} = \frac{-a_n}{(n+2)(n+1)}$$

Para $n = 1, 3, 5, \ldots$ tem-se:

$$a_3 = \frac{-a_1}{(3)(1)} = \frac{-a_1}{3!};$$

Exemplo 1: $y'' + y = 0 \qquad -\infty < x < \infty$

- ✓ Coeficientes ímpares.

$$a_{n+2} = \frac{-a_n}{(n+2)(n+1)}$$

Para $n = 1, 3, 5, \ldots$ tem-se:

$$a_3 = \frac{-a_1}{(3)(1)} = \frac{-a_1}{3!}; \qquad a_5 = \frac{-a_3}{(5)(4)}$$

Exemplo 1: $y'' + y = 0 \qquad -\infty < x < \infty$

- ✓ Coeficientes ímpares.

$$a_{n+2} = \frac{-a_n}{(n+2)(n+1)}$$

Para $n = 1, 3, 5, \ldots$ tem-se:

$$a_3 = \frac{-a_1}{(3)(1)} = \frac{-a_1}{3!}; \qquad a_5 = \frac{-a_3}{(5)(4)} = \frac{-1}{(5)(4)} \frac{-a_1}{3!}$$

Exemplo 1: $y'' + y = 0 \qquad -\infty < x < \infty$

- ✓ Coeficientes ímpares.

$$a_{n+2} = \frac{-a_n}{(n+2)(n+1)}$$

Para $n = 1, 3, 5, \ldots$ tem-se:

$$a_3 = \frac{-a_1}{(3)(1)} = \frac{-a_1}{3!}; \qquad a_5 = \frac{-a_3}{(5)(4)} = \frac{-1}{(5)(4)}\frac{-a_1}{3!} = \frac{+a_1}{5!}$$

Exemplo 1: $y'' + y = 0 \qquad -\infty < x < \infty$

- ✓ Coeficientes ímpares.

$$a_{n+2} = \frac{-a_n}{(n+2)(n+1)}$$

Para $n = 1, 3, 5, \ldots$ tem-se:

$$a_3 = \frac{-a_1}{(3)(1)} = \frac{-a_1}{3!}; \qquad a_5 = \frac{-a_3}{(5)(4)} = \frac{-1}{(5)(4)}\frac{-a_1}{3!} = \frac{+a_1}{5!}$$

$$a_7 = \frac{-a_5}{(7)(6)}$$

Exemplo 1: $y'' + y = 0 \qquad -\infty < x < \infty$

- ✓ Coeficientes ímpares.

$$a_{n+2} = \frac{-a_n}{(n+2)(n+1)}$$

Para $n = 1, 3, 5, \ldots$ tem-se:

$$a_3 = \frac{-a_1}{(3)(1)} = \frac{-a_1}{3!}; \qquad a_5 = \frac{-a_3}{(5)(4)} = \frac{-1}{(5)(4)}\frac{-a_1}{3!} = \frac{+a_1}{5!}$$

$$a_7 = \frac{-a_5}{(7)(6)} = \frac{1}{(7)(6)} \cdot \frac{-a_1}{5!}$$

Exemplo 1: $y'' + y = 0 \qquad -\infty < x < \infty$

- ✓ Coeficientes ímpares.

$$a_{n+2} = \frac{-a_n}{(n+2)(n+1)}$$

Para $n = 1, 3, 5, \ldots$ tem-se:

$$a_3 = \frac{-a_1}{(3)(1)} = \frac{-a_1}{3!}; \qquad a_5 = \frac{-a_3}{(5)(4)} = \frac{-1}{(5)(4)}\frac{-a_1}{3!} = \frac{+a_1}{5!}$$

$$a_7 = \frac{-a_5}{(7)(6)} = \frac{1}{(7)(6)}.\frac{-a_1}{5!} = \frac{-a_1}{7!}$$

Exemplo 1: $y'' + y = 0 \qquad -\infty < x < \infty$

- ✓ Coeficientes ímpares.

$$a_{n+2} = \frac{-a_n}{(n+2)(n+1)}$$

Para $n = 1, 3, 5, \ldots$ tem-se:

$$a_3 = \frac{-a_1}{(3)(1)} = \frac{-a_1}{3!}; \qquad a_5 = \frac{-a_3}{(5)(4)} = \frac{-1}{(5)(4)}\frac{-a_1}{3!} = \frac{+a_1}{5!}$$

$$a_7 = \frac{-a_5}{(7)(6)} = \frac{1}{(7)(6)}.\frac{-a_1}{5!} = \frac{-a_1}{7!}$$

- ✓ O que sugere o seguinte padrão para n ímpar.

$$a_n = a_{2k+1} = \frac{(-1)^k}{(2k+1)!}a_1 \qquad k = 1, 2, 3, \ldots$$

Exemplo 1: $y'' + y = 0 \qquad -\infty < x < \infty$

- ✓ Para $k = 1, 2, 3, \ldots$ os coeficientes são:

n: par (2, 4, 6 ...)

$$a_n = a_{2k} = \frac{(-1)^k}{(2k)!} a_0$$

n: $ímpar$ (3, 5, 7 ...)

$$a_n = a_{2k+1} = \frac{(-1)^k}{(2k+1)!} a_1$$

Exemplo 1: $y'' + y = 0 \qquad -\infty < x < \infty$

- ✓ Para $k = 1, 2, 3, \ldots$ os coeficientes são:

n: par (2, 4, 6 ...)

$$a_n = a_{2k} = \frac{(-1)^k}{(2k)!} a_0$$

n: $ímpar$ (3, 5, 7 ...)

$$a_n = a_{2k+1} = \frac{(-1)^k}{(2k+1)!} a_1$$

- ✓ Substituir esses coeficientes na proposta de solução.

Exemplo 1: $y'' + y = 0 \qquad -\infty < x < \infty$

- ✓ Para $k = 1, 2, 3, \ldots$ os coeficientes são:

n: *par* (2, 4, 6 ...)

$$a_n = a_{2k} = \frac{(-1)^k}{(2k)!} a_0$$

n: *ímpar* (3, 5, 7 ...)

$$a_n = a_{2k+1} = \frac{(-1)^k}{(2k+1)!} a_1$$

- ✓ Substituir esses coeficientes na proposta de solução.

$$y = \sum_{n=0}^{\infty} a_n (x)^n$$

Exemplo 1: $y'' + y = 0 \quad -\infty < x < \infty$

- ✓ Para $k = 1, 2, 3, \ldots$ os coeficientes são:

n: *par* (2, 4, 6 ...) n: *ímpar* (3, 5, 7 ...)

$$a_n = a_{2k} = \frac{(-1)^k}{(2k)!} a_0 \qquad a_n = a_{2k+1} = \frac{(-1)^k}{(2k+1)!} a_1$$

- ✓ Substituir esses coeficientes na proposta de solução.

$$y = \sum_{n=0}^{\infty} a_n (x)^n$$

$$y = a_0 + a_1 x - \frac{a_0}{2!} x^2 - \frac{a_1}{3!} x^3 + \frac{a_0}{4!} x^4 + \cdots$$

Exemplo 1: $y'' + y = 0 \qquad -\infty < x < \infty$

- ✓ Para $k = 1, 2, 3, \ldots$ os coeficientes são:

n: par (2, 4, 6 ...)

$$a_n = a_{2k} = \frac{(-1)^k}{(2k)!} a_0$$

n: $ímpar$ (3, 5, 7 ...)

$$a_n = a_{2k+1} = \frac{(-1)^k}{(2k+1)!} a_1$$

- ✓ Substituir esses coeficientes na proposta de solução.

$$y = \sum_{n=0}^{\infty} a_n (x)^n$$

$$y = a_0 + a_1 x - \frac{a_0}{2!} x^2 - \frac{a_1}{3!} x^3 + \frac{a_0}{4!} x^4 + \cdots + \frac{(-1)^n a_0}{2n!} x^{2n} + \frac{(-1)^n a_1}{(2n+1)!} x^{2n+1}$$

Exemplo 1: $y'' + y = 0 \qquad -\infty < x < \infty$

- ✓ Para $k = 1, 2, 3, \ldots$ os coeficientes são:

n: *par* (2, 4, 6 ...)

$$a_n = a_{2k} = \frac{(-1)^k}{(2k)!} a_0$$

n: *ímpar* (3, 5, 7 ...)

$$a_n = a_{2k+1} = \frac{(-1)^k}{(2k+1)!} a_1$$

- ✓ Substituir esses coeficientes na proposta de solução.

$$y = \sum_{n=0}^{\infty} a_n (x)^n$$

$$y = a_0 + a_1 x - \frac{a_0}{2!} x^2 - \frac{a_1}{3!} x^3 + \frac{a_0}{4!} x^4 + \cdots + \frac{(-1)^n a_0}{2n!} x^{2n} + \frac{(-1)^n a_1}{(2n+1)!} x^{2n+1}$$

$$y = a_0 \left[1 - \frac{x^2}{2!} + \cdots + \frac{(-1)^n x^{2n}}{2n!} \right] + a_1 \left[x - \frac{x^3}{3!} + \cdots + \frac{(-1)^n x^{2n+1}}{(2n+1)!} \right]$$

Exemplo 1: $y'' + y = 0 \qquad -\infty < x < \infty$

- ✓ Para que a solução da eq. dif. seja válida as duas séries devem ser convergente.

$$y = a_0\left[1 - \frac{x^2}{2!} + \cdots + \frac{(-1)^n x^{2n}}{2n!}\right] + a_1\left[x - \frac{x^3}{3!} + \cdots + \frac{(-1)^n x^{2n+1}}{(2n+1)!}\right]$$

Exemplo 1: $y'' + y = 0 \qquad -\infty < x < \infty$

- ✓ Para que a solução da eq. dif. seja válida as duas séries devem ser convergente.

$$y = a_0\left[1 - \frac{x^2}{2!} + \cdots + \frac{(-1)^n x^{2n}}{2n!}\right] + a_1\left[x - \frac{x^3}{3!} + \cdots + \frac{(-1)^n x^{2n+1}}{(2n+1)!}\right]$$

$$y = a_0 \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n x^{2n}}{2n!} + a_1 \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n x^{2n+1}}{(2n+1)!}$$

Exemplo 1: $y'' + y = 0 \qquad -\infty < x < \infty$

- ✓ Para que a solução da eq. dif. seja válida as duas séries devem ser convergente.

$$y = a_0\left[1 - \frac{x^2}{2!} + \cdots + \frac{(-1)^n x^{2n}}{2n!}\right] + a_1\left[x - \frac{x^3}{3!} + \cdots + \frac{(-1)^n x^{2n+1}}{(2n+1)!}\right]$$

$$y = a_0 \sum_{n=0}^{\infty} \underbrace{\frac{(-1)^n x^{2n}}{2n!}}_{a_n} + a_1 \sum_{n=0}^{\infty} \underbrace{\frac{(-1)^n x^{2n+1}}{(2n+1)!}}_{b_n}$$

Exemplo 1: $y'' + y = 0 \qquad -\infty < x < \infty$

- ✓ Para que a solução da eq. dif. seja válida as duas séries devem ser convergente.

$$y = a_0\left[1 - \frac{x^2}{2!} + \cdots + \frac{(-1)^n x^{2n}}{2n!}\right] + a_1\left[x - \frac{x^3}{3!} + \cdots + \frac{(-1)^n x^{2n+1}}{(2n+1)!}\right]$$

$$y = a_0 \sum_{n=0}^{\infty} \underbrace{\frac{(-1)^n x^{2n}}{2n!}}_{a_n} + a_1 \sum_{n=0}^{\infty} \underbrace{\frac{(-1)^n x^{2n+1}}{(2n+1)!}}_{b_n}$$

- ✓ Teste da razão para a_n:

$$\left|\frac{a_{n+1}}{a_n}\right|$$

Exemplo 1: $y'' + y = 0 \qquad -\infty < x < \infty$

- Para que a solução da eq. dif. seja válida as duas séries devem ser convergente.

$$y = a_0\left[1 - \frac{x^2}{2!} + \cdots + \frac{(-1)^n x^{2n}}{2n!}\right] + a_1\left[x - \frac{x^3}{3!} + \cdots + \frac{(-1)^n x^{2n+1}}{(2n+1)!}\right]$$

$$y = a_0 \sum_{n=0}^{\infty} \underbrace{\frac{(-1)^n x^{2n}}{2n!}}_{a_n} + a_1 \sum_{n=0}^{\infty} \underbrace{\frac{(-1)^n x^{2n+1}}{(2n+1)!}}_{b_n}$$

- Teste da razão para a_n:

$$\left|\frac{a_{n+1}}{a_n}\right| = \left|\frac{(-1)^{n+1} x^{2n+2}}{(2n+2)!} \cdot \frac{2n!}{(-1)^n x^{2n}}\right|$$

Exemplo 1: $\quad y'' + y = 0 \qquad -\infty < x < \infty$

- Para que a solução da eq. dif. seja válida as duas séries devem ser convergente.

$$y = a_0\left[1-\frac{x^2}{2!}+\cdots+\frac{(-1)^n x^{2n}}{2n!}\right]+a_1\left[x-\frac{x^3}{3!}+\cdots+\frac{(-1)^n x^{2n+1}}{(2n+1)!}\right]$$

$$y = a_0\sum_{n=0}^{\infty}\underbrace{\frac{(-1)^n x^{2n}}{2n!}}_{a_n}+a_1\sum_{n=0}^{\infty}\underbrace{\frac{(-1)^n x^{2n+1}}{(2n+1)!}}_{b_n}$$

- Teste da razão para a_n:

$$\left|\frac{a_{n+1}}{a_n}\right| = \left|\frac{(-1)^{n+1}x^{2n+2}}{(2n+2)!}\cdot\frac{2n!}{(-1)^n x^{2n}}\right| = |x^2|\frac{2n!}{(2n+2)(2n+1)2n!}$$

Exemplo 1: $y'' + y = 0 \quad -\infty < x < \infty$

- ✓ Aplicar o limite para concluir o teste da razão.

$$\left|\frac{a_{n+1}}{a_n}\right| = |x^2| \frac{1}{(2n+2)(2n+1)}$$

Exemplo 1: $y'' + y = 0 \qquad -\infty < x < \infty$

- ✓ Aplicar o limite para concluir o teste da razão.

$$\left|\frac{a_{n+1}}{a_n}\right| = |x^2| \frac{1}{(2n+2)(2n+1)}$$

$$\lim_{n \to \infty} \left|\frac{a_{n+1}}{a_n}\right|$$

Exemplo 1: $y'' + y = 0 \qquad -\infty < x < \infty$

- ✓ Aplicar o limite para concluir o teste da razão.

$$\left|\frac{a_{n+1}}{a_n}\right| = |x^2| \frac{1}{(2n+2)(2n+1)}$$

$$\lim_{n \to \infty} \left|\frac{a_{n+1}}{a_n}\right| = |x^2| \lim_{n \to \infty} \frac{1}{(2n+2)(2n+1)}$$

Exemplo 1: $y'' + y = 0 \qquad -\infty < x < \infty$

- ✓ Aplicar o limite para concluir o teste da razão.

$$\left|\frac{a_{n+1}}{a_n}\right| = |x^2| \frac{1}{(2n+2)(2n+1)}$$

$$\lim_{n \to \infty} \left|\frac{a_{n+1}}{a_n}\right| = |x^2| \lim_{n \to \infty} \frac{1}{(2n+2)(2n+1)} = 0$$

Exemplo 1: $y'' + y = 0 \qquad -\infty < x < \infty$

- ✓ Aplicar o limite para concluir o teste da razão.

$$\left|\frac{a_{n+1}}{a_n}\right| = |x^2| \frac{1}{(2n+2)(2n+1)}$$

$$\lim_{n\to\infty}\left|\frac{a_{n+1}}{a_n}\right| = |x^2| \lim_{n\to\infty}\frac{1}{(2n+2)(2n+1)} = 0$$

- ✓ Portanto, a primeira série a_n converge!

Exemplo 1: $y'' + y = 0 \qquad -\infty < x < \infty$

- ✓ Aplicar o limite para concluir o teste da razão.

$$\left|\frac{a_{n+1}}{a_n}\right| = |x^2| \frac{1}{(2n+2)(2n+1)}$$

$$\lim_{n \to \infty} \left|\frac{a_{n+1}}{a_n}\right| = |x^2| \lim_{n \to \infty} \frac{1}{(2n+2)(2n+1)} = 0$$

- ✓ Portanto, a primeira série a_n converge!
- ✓ O mesmo teste aplicado na segunda série b_n mostra que essa série também convergente.

Exemplo 1: $y'' + y = 0 \quad -\infty < x < \infty$

- ✓ Aplicar o limite para concluir o teste da razão.

$$\left|\frac{a_{n+1}}{a_n}\right| = |x^2| \frac{1}{(2n+2)(2n+1)}$$

$$\lim_{n \to \infty} \left|\frac{a_{n+1}}{a_n}\right| = |x^2| \lim_{n \to \infty} \frac{1}{(2n+2)(2n+1)} = 0$$

- ✓ Portanto, a primeira série a_n converge!
- ✓ O mesmo teste aplicado na segunda série b_n mostra que essa série também convergente.
- ✓ As duas séries são conhecidas, ou seja, são as séries de Taylor em $x_o = 0$ do cosseno e do seno.

Exemplo 1: $y'' + y = 0 \qquad -\infty < x < \infty$

- ✓ Portanto a solução proposta da eq. dif. é da forma:

$$y = a_0 \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n x^{2n}}{2n!} + a_1 \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n x^{2n+1}}{(2n+1)!}$$

Exemplo 1: $y'' + y = 0 \qquad -\infty < x < \infty$

- ✓ Portanto a solução proposta da eq. dif. é da forma:

$$y = a_0 \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n x^{2n}}{2n!} + a_1 \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n x^{2n+1}}{(2n+1)!}$$

$$y = a_0 cosx + a_1 senx$$

Exemplo 1: $y'' + y = 0 \qquad -\infty < x < \infty$

- ✓ Portanto a solução proposta da eq. dif. é da forma:

$$y = a_0 \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n x^{2n}}{2n!} + a_1 \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n x^{2n+1}}{(2n+1)!}$$

$$y = a_0 cosx + a_1 senx$$

- ✓ Como esperado, foi obtida uma solução com a combinação de cosseno e seno, pois resolvendo-se pela equação característica tem-se:

$$r^2 + 1 = 0$$

Exemplo 1: $y'' + y = 0 \qquad -\infty < x < \infty$

- ✓ Portanto a solução proposta da eq. dif. é da forma:

$$y = a_0 \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n x^{2n}}{2n!} + a_1 \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n x^{2n+1}}{(2n+1)!}$$

$$y = a_0 cosx + a_1 senx$$

- ✓ Como esperado, foi obtida uma solução com a combinação de cosseno e seno, pois resolvendo-se pela equação característica tem-se:

$$r^2 + 1 = 0 \quad \Rightarrow \quad r = e^{\pm ix} = cosx \pm isenx$$

Exemplo 1: $y'' + y = 0 \qquad -\infty < x < \infty$

- ✓ Portanto a solução proposta da eq. dif. é da forma:

$$y = a_0 \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n x^{2n}}{2n!} + a_1 \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n x^{2n+1}}{(2n+1)!}$$

$$y = a_0 cosx + a_1 senx$$

- ✓ Como esperado, foi obtida uma solução com a combinação de cosseno e seno, pois resolvendo-se pela equação característica tem-se:

$$r^2 + 1 = 0 \quad \Rightarrow \quad r = e^{\pm ix} = cosx \pm isenx$$

- ✓ Essa solução em série converge se o cálculo do wronskiano for $\neq 0$ em $x_o = 0$.

Exemplo 1: $y'' + y = 0 \qquad -\infty < x < \infty$

- ✓ Cálculo do wronskiano (w) para $x_o = 0$.

$$w = \begin{vmatrix} y_1(x_0) & y_2(x_0) \\ y'_1(x_0) & y'_2(x_0) \end{vmatrix}$$

Exemplo 1: $y'' + y = 0 \qquad -\infty < x < \infty$

- Cálculo do wronskiano (w) para $x_o = 0$.

$$w = \begin{vmatrix} y_1(x_0) & y_2(x_0) \\ y'_1(x_0) & y'_2(x_0) \end{vmatrix}$$

$$y_1 = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n x^{2n}}{2n!} = 1 - \frac{x^2}{2!} + \frac{x^4}{4!} - \cdots$$

Exemplo 1: $y'' + y = 0 \quad -\infty < x < \infty$

- ✓ Cálculo do wronskiano (w) para $x_o = 0$.

$$w = \begin{vmatrix} y_1(x_0) & y_2(x_0) \\ y'_1(x_0) & y'_2(x_0) \end{vmatrix}$$

$$y_1 = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n x^{2n}}{2n!} = 1 - \frac{x^2}{2!} + \frac{x^4}{4!} - \cdots \quad \Rightarrow \quad y_1(0) = 1$$

Exemplo 1: $y'' + y = 0 \quad -\infty < x < \infty$

- ✓ Cálculo do wronskiano (w) para $x_o = 0$.

$$w = \begin{vmatrix} y_1(x_0) & y_2(x_0) \\ y'_1(x_0) & y'_2(x_0) \end{vmatrix}$$

$$y_1 = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n x^{2n}}{2n!} = 1 - \frac{x^2}{2!} + \frac{x^4}{4!} - \cdots \quad \Rightarrow \quad y_1(0) = 1$$

$$y'_1 = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n(-1)^n x^{2n-1}}{2n!} = -x + \frac{4x^3}{4!} - \frac{6x^5}{6!} + \cdots$$

Exemplo 1: $y'' + y = 0 \qquad -\infty < x < \infty$

- Cálculo do wronskiano (w) para $x_o = 0$.

$$w = \begin{vmatrix} y_1(x_0) & y_2(x_0) \\ y'_1(x_0) & y'_2(x_0) \end{vmatrix}$$

$$y_1 = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n x^{2n}}{2n!} = 1 - \frac{x^2}{2!} + \frac{x^4}{4!} - \cdots \quad \Rightarrow \quad y_1(0) = 1$$

$$y'_1 = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n(-1)^n x^{2n-1}}{2n!} = -x + \frac{4x^3}{4!} - \frac{6x^5}{6!} + \cdots \quad \Rightarrow \quad y'_1(0) = 0$$

Exemplo 1: $y'' + y = 0 \qquad -\infty < x < \infty$

- ✓ Cálculo do wronskiano (w) para $x_o = 0$.

$$w = \begin{vmatrix} y_1(x_0) & y_2(x_0) \\ y'_1(x_0) & y'_2(x_0) \end{vmatrix}$$

$$y_1 = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n x^{2n}}{2n!} = 1 - \frac{x^2}{2!} + \frac{x^4}{4!} - \cdots \quad \Rightarrow \quad y_1(0) = 1$$

$$y'_1 = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n(-1)^n x^{2n-1}}{2n!} = -x + \frac{4x^3}{4!} - \frac{6x^5}{6!} + \cdots \quad \Rightarrow \quad y'_1(0) = 0$$

$$y_2 = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n x^{2n+1}}{(2n+1)!} = x - \frac{x^3}{3!} + \frac{x^5}{5!} - \cdots$$

Exemplo 1: $y'' + y = 0 \qquad -\infty < x < \infty$

- ✓ Cálculo do wronskiano (w) para $x_o = 0$.

$$w = \begin{vmatrix} y_1(x_0) & y_2(x_0) \\ y'_1(x_0) & y'_2(x_0) \end{vmatrix}$$

$$y_1 = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n x^{2n}}{2n!} = 1 - \frac{x^2}{2!} + \frac{x^4}{4!} - \cdots \quad \Rightarrow \quad y_1(0) = 1$$

$$y'_1 = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n(-1)^n x^{2n-1}}{2n!} = -x + \frac{4x^3}{4!} - \frac{6x^5}{6!} + \cdots \quad \Rightarrow \quad y'_1(0) = 0$$

$$y_2 = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n x^{2n+1}}{(2n+1)!} = x - \frac{x^3}{3!} + \frac{x^5}{5!} - \cdots \quad \Rightarrow \quad y_2(0) = 0$$

Exemplo 1: $y'' + y = 0 \qquad -\infty < x < \infty$

- ✓ Cálculo do wronskiano (w) para $x_o = 0$.

$$w = \begin{vmatrix} y_1(x_0) & y_2(x_0) \\ y'_1(x_0) & y'_2(x_0) \end{vmatrix}$$

$$y_1 = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n x^{2n}}{2n!} = 1 - \frac{x^2}{2!} + \frac{x^4}{4!} - \cdots \quad \Rightarrow \quad y_1(0) = 1$$

$$y'_1 = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n(-1)^n x^{2n-1}}{2n!} = -x + \frac{4x^3}{4!} - \frac{6x^5}{6!} + \cdots \quad \Rightarrow \quad y'_1(0) = 0$$

$$y_2 = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n x^{2n+1}}{(2n+1)!} = x - \frac{x^3}{3!} + \frac{x^5}{5!} - \cdots \quad \Rightarrow \quad y_2(0) = 0$$

$$y'_2 = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(2n+1)(-1)^n x^{2n}}{(2n+1)!} = 1 - \frac{x^2}{2!} + \frac{x^4}{4!} + \cdots$$

Exemplo 1: $y'' + y = 0 \qquad -\infty < x < \infty$

- ✓ Cálculo do wronskiano (w) para $x_o = 0$.

$$w = \begin{vmatrix} y_1(x_0) & y_2(x_0) \\ y'_1(x_0) & y'_2(x_0) \end{vmatrix}$$

$$y_1 = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n x^{2n}}{2n!} = 1 - \frac{x^2}{2!} + \frac{x^4}{4!} - \cdots \quad \Rightarrow \quad y_1(0) = 1$$

$$y'_1 = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n(-1)^n x^{2n-1}}{2n!} = -x + \frac{4x^3}{4!} - \frac{6x^5}{6!} + \cdots \quad \Rightarrow \quad y'_1(0) = 0$$

$$y_2 = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n x^{2n+1}}{(2n+1)!} = x - \frac{x^3}{3!} + \frac{x^5}{5!} - \cdots \quad \Rightarrow \quad y_2(0) = 0$$

$$y'_2 = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(2n+1)(-1)^n x^{2n}}{(2n+1)!} = 1 - \frac{x^2}{2!} + \frac{x^4}{4!} + \cdots \quad \Rightarrow \quad y'_2(0) = 1$$

Exemplo 1:

$$y'' + y = 0 \qquad -\infty < x < \infty$$

- ✓ Portanto,

$$w = \begin{vmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{vmatrix} = 1 \neq 0$$

Exemplo 1: $y'' + y = 0 \qquad -\infty < x < \infty$

- ✓ Portanto,

$$w = \begin{vmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{vmatrix} = 1 \neq 0$$

- ✓ Como o wronskiano não se anula, a solução em série forma um conjunto fundamental de soluções da equação diferencial.

Exemplo 1: $y'' + y = 0 \qquad -\infty < x < \infty$

- Portanto,

$$w = \begin{vmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{vmatrix} = 1 \neq 0$$

- Como o wronskiano não se anula, a solução em série forma um conjunto fundamental de soluções da equação diferencial.
- As figuras 5.2.1 e 5.2.2 ilustram as aproximações em série das funções cosseno e seno.

Exemplo 1: $y'' + y = 0 \qquad -\infty < x < \infty$

- ✓ Portanto,

$$w = \begin{vmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{vmatrix} = 1 \neq 0$$

- ✓ Como o wronskiano não se anula, a solução em série forma um conjunto fundamental de soluções da equação diferencial.
- ✓ As figuras 5.2.1 e 5.2.2 ilustram as aproximações em série das funções cosseno e seno.
- ✓ Quanto maior o número de termos da série, melhor é a aproximação polinomial das curvas dessas funções.

Exemplo 1:

$$y'' + y = 0 \qquad -\infty < x < \infty$$

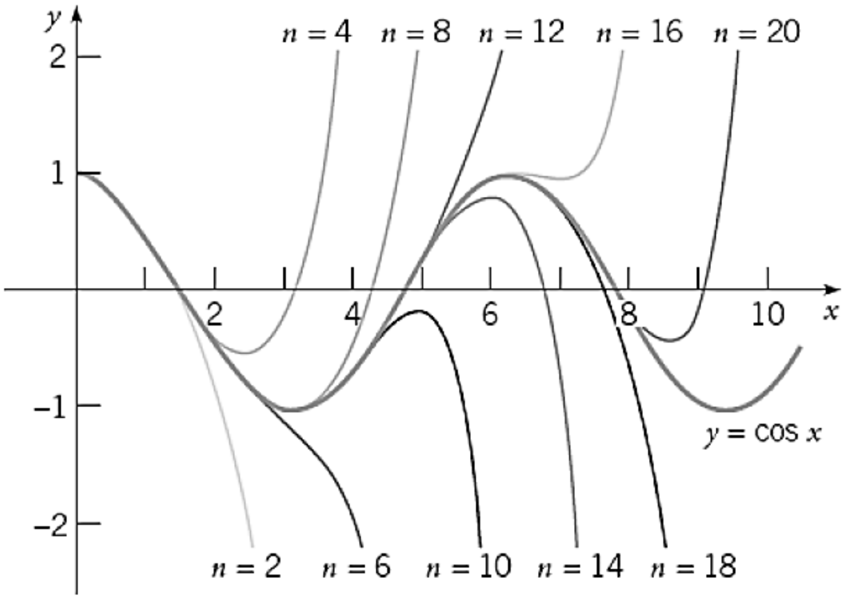


FIGURA 5.2.1 Aproximações polinomiais de $y = \cos x$.

O valor de n é o grau do polinômio na aproximação

Exemplo 1:

$$y'' + y = 0 \qquad -\infty < x < \infty$$

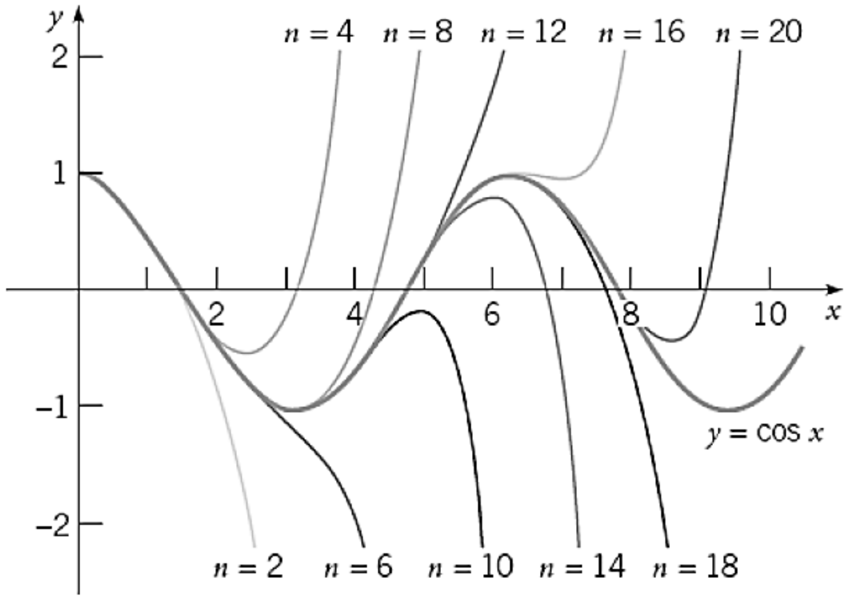


FIGURA 5.2.1 Aproximações polinomiais de $y = \cos x$.

O valor de n é o grau do polinômio na aproximação

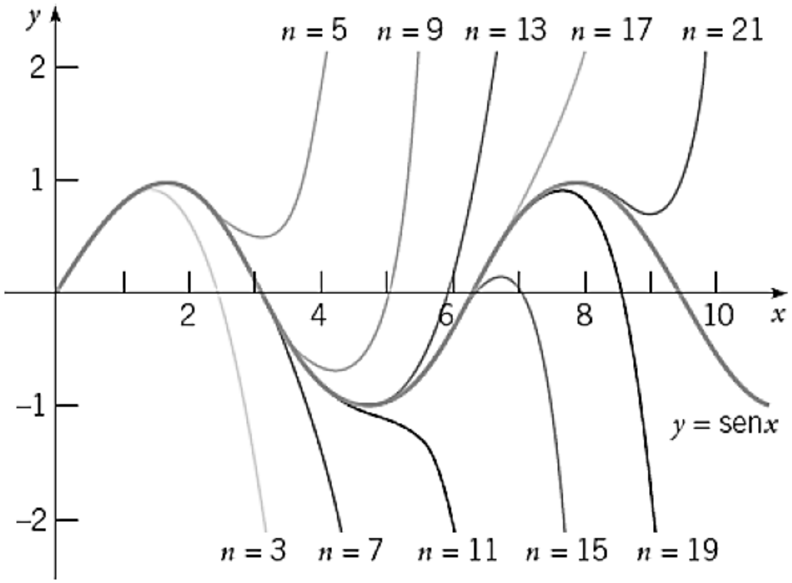


FIGURA 5.2.2 Aproximações polinomiais de sen x.

O valor de n é o grau do polinômio na aproximação.

Exercícios

Exercícios Resolver as eq. dif. por séries de potência em torno do ponto $x_o = 0$.

a) $y'' - y = 0$

Resp.: $y_1 = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^{2n}}{2n!} = \cosh x \qquad y_2 = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^{2n+1}}{(2n+1)!} senh\, x$

Exercícios Resolver as eq. dif. por séries de potência em torno do ponto $x_o = 0$.

b) $y'' - xy = 0$

Resp.: $Exercício\ 2\ resolvido\ no\ livro\ texto$

Para depois desta aula:

- Estudar seção 5.2 do livro texto (Boyce).
- Resolver o exercício proposto.
- Praticar: exercícios da seção 5.2 do Boyce.

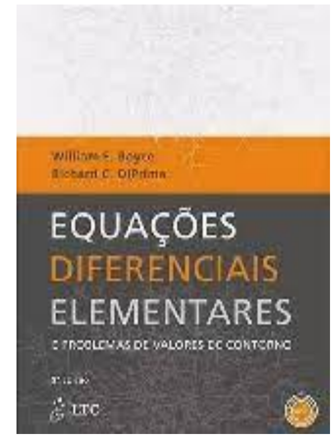
Próxima aula:

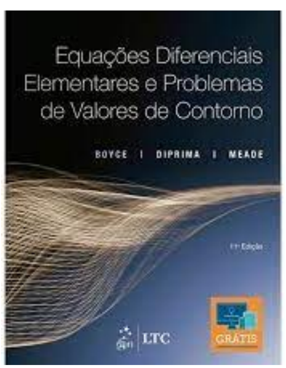
- Transformada de Laplace.

Bibliografia

1. BOYCE, W.E.; DIPRIMA, R.C. Equações Diferenciais Elementares e Problemas de Valores de Contorno. **9. ed**. Rio de Janeiro: LTC, 2010.

Numeração dos exercícios com base na 9ª ed.





BOYCE, W.E.; DIPRIMA, R.C. Equações Diferenciais Elementares e Problemas de Valores de Contorno. **11. ed**. Rio de Janeiro: LTC, 2020.