

# Equações diferenciais



Equações diferenciais  
ordinárias

**Aula 14**

Revisão de frações parciais

Henrique Antonio Mendonça Faria

henrique.faria@unesp.br

# Integração por frações parciais

## Caso 1:

O denominador  $Q(x)$  pode ser decomposto em fatores lineares distintos.

$$\frac{P(x)}{Q(x)} = \frac{A}{x - r_1} + \frac{B}{x - r_2} + \dots + \frac{K}{x - r_k}$$

$A, B$  e  $K$ : são coeficientes a determinar;

$r_1, r_2, r_K$ : são as raízes do polinômio  $Q(x)$ .

# Integração por frações parciais

## Exemplos do caso 1:

$$(a) \frac{P(x)}{Q(x)} = \frac{1}{(x-1)(x+1)} = \frac{A}{x-1} + \frac{B}{x+1}$$

$$(b) \frac{P(x)}{Q(x)} = \frac{1}{(x^2-1)} = \frac{1}{(x-1)(x+1)} = \frac{A}{x-1} + \frac{B}{x+1}$$

$$(c) \frac{P(x)}{Q(x)} = \frac{x+1}{(x^2+2x)} = \frac{x+1}{x(x+2)} = \frac{A}{x} + \frac{B}{x+2}$$

# Integração por frações parciais

## Caso 2:

O denominador  $Q(x)$  pode ser decomposto em fatores lineares, mas alguns destes são repetidos.

$$\frac{P(x)}{Q(x)} = \frac{A}{x - r_1} + \frac{B}{(x - r_1)^2} + \dots + \frac{K}{(x - r_1)^n}$$

$A, B$  e  $K$ : são coeficientes a determinar;

$r_1$  : raiz do polinômio  $Q(x)$ .

# Integração por frações parciais

## Exemplos do caso 2:

$$(a) \frac{P(x)}{Q(x)} = \frac{1}{(x-1)^2} = \frac{A}{x-1} + \frac{B}{(x-1)^2}$$

$$(b) \frac{P(x)}{Q(x)} = \frac{1}{x(x-1)^2} = \frac{A}{x} + \frac{B}{x-1} + \frac{C}{(x-1)^2}$$

# Integração por frações parciais

## Caso 3:

O denominador  $Q(x)$  se decompõe em fatores lineares e quadráticos irredutíveis distintos.

$$\frac{P(x)}{Q(x)} = \frac{A}{x} + \frac{Bx + C}{x^2 + a} + \frac{Dx + E}{x^2 + b} + \dots + \frac{Kx + J}{x^2 + n}$$

$A, B, C, D, E$  e  $K, J$ : são coeficientes a determinar;

$a, b, c$ : são números reais.

# Integração por frações parciais

## Exemplos do caso 3:

$$(a) \frac{P(x)}{Q(x)} = \frac{1}{(x^2+1)} = \frac{Ax+B}{(x^2+1)}$$

$$(b) \frac{P(x)}{Q(x)} = \frac{1}{x(x^2+1)} = \frac{A}{x} + \frac{Bx+C}{(x^2+1)}$$

# Bibliografia

1. ANTON, Howard; BIVENS, Irl C.; DAVIS, Stephen L. Cálculo - volume 1. 8. ed. São Paulo: Bookman, 2007.

**Figuras.** ANTON, Howard; BIVENS, Irl C.; DAVIS, Stephen L. Cálculo – v.1. 10. ed. São Paulo: Bookman, 2014.

