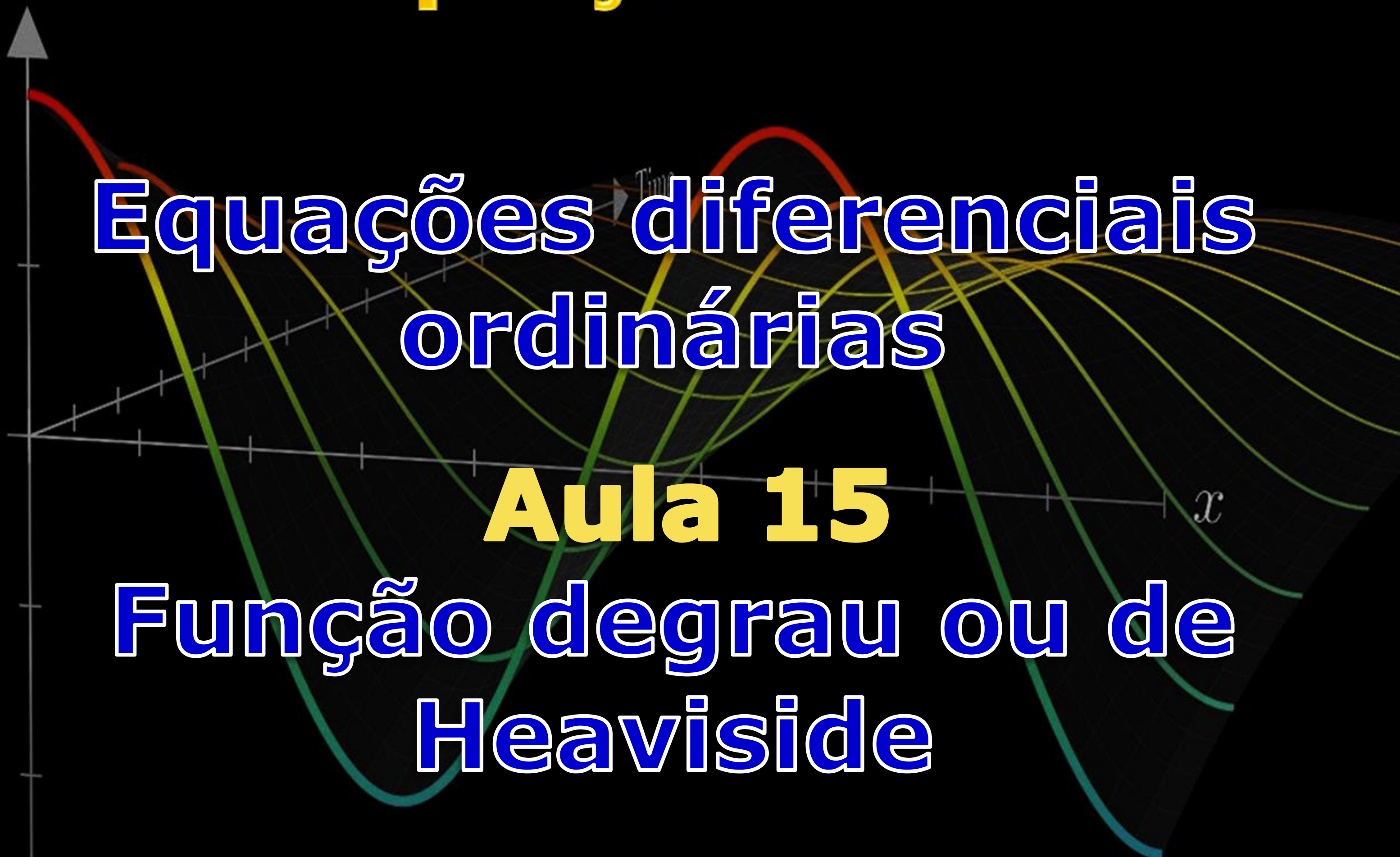
Equações diferenciais



Equações diferenciais ordinárias

Aula 15

Função degrau ou de Heaviside

Henrique Antonio Mendonça Faria

henrique.faria@unesp.br

Tópicos desta aula

1. Definição da função degrau.
2. Transformada de Laplace.
3. Exemplos de transformada.

Pré-requisitos

- Funções e transformadas básicas de Laplace.

Definição da função degrau

Introdução

- Em sistemas com fluxo de corrente, circuitos elétricos e vibrações mecânicas aparecem comportamentos impulsivos.

Introdução

- Em sistemas com fluxo de corrente, circuitos elétricos e vibrações mecânicas aparecem comportamentos impulsivos.
- Um impulso, ou pulso, é caracterizado por uma força ou por uma atuação em curto espaço de tempo.

Introdução

- Em sistemas com fluxo de corrente, circuitos elétricos e vibrações mecânicas aparecem comportamentos impulsivos.
- Um impulso, ou pulso, é caracterizado por uma força ou por uma atuação em curto espaço de tempo.
- O impulso pode ser momentâneo, como uma pancada ou cíclico, repetindo-se em intervalos de tempo definidos.

Introdução

- Em sistemas com fluxo de corrente, circuitos elétricos e vibrações mecânicas aparecem comportamentos impulsivos.
- Um impulso, ou pulso, é caracterizado por uma força ou por uma atuação em curto espaço de tempo.
- O impulso pode ser momentâneo, como uma pancada ou cíclico, repetindo-se em intervalos de tempo definidos.
- Para esse tipo de comportamento é definida a função degrau e a função delta.

Função degrau ou de Heaviside

A função degrau é denotada por u_c e definida por:

$$u_c = \begin{cases} 0: & t < c \\ 1: & t \geq c \end{cases} \qquad c \geq 0$$

Função degrau ou de Heaviside

A função degrau é denotada por u_c e definida por:

$$u_c = \begin{cases} 0: & t < c \\ 1: & t \geq c \end{cases} \qquad c \geq 0$$

Degrau positivo

$$u_c = \begin{cases} 0: & t < c \\ 1: & t \geq c \end{cases}$$

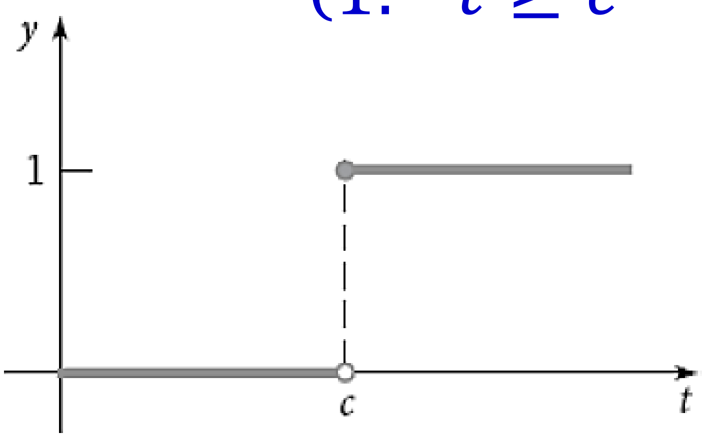
Função degrau ou de Heaviside

A função degrau é denotada por u_c e definida por:

$$u_c = \begin{cases} 0: & t < c \\ 1: & t \geq c \end{cases} \qquad c \geq 0$$

Degrau positivo

$$u_c = \begin{cases} 0: & t < c \\ 1: & t \geq c \end{cases}$$



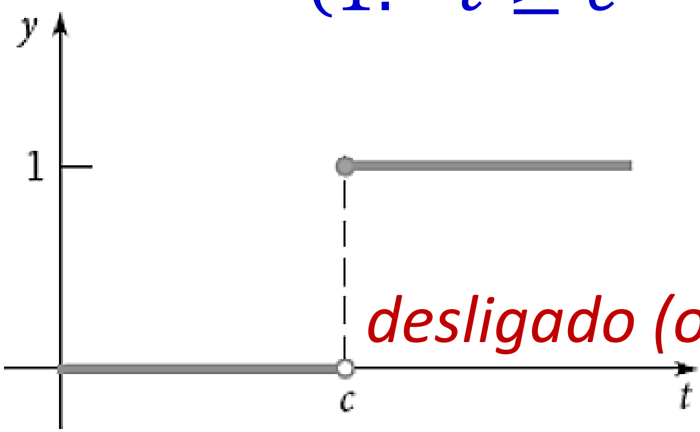
Função degrau ou de Heaviside

A função degrau é denotada por u_c e definida por:

$$u_c = \begin{cases} 0: & t < c \\ 1: & t \geq c \end{cases} \qquad c \geq 0$$

Degrau positivo

$$u_c = \begin{cases} 0: & t < c \\ 1: & t \geq c \end{cases}$$



desligado (off)

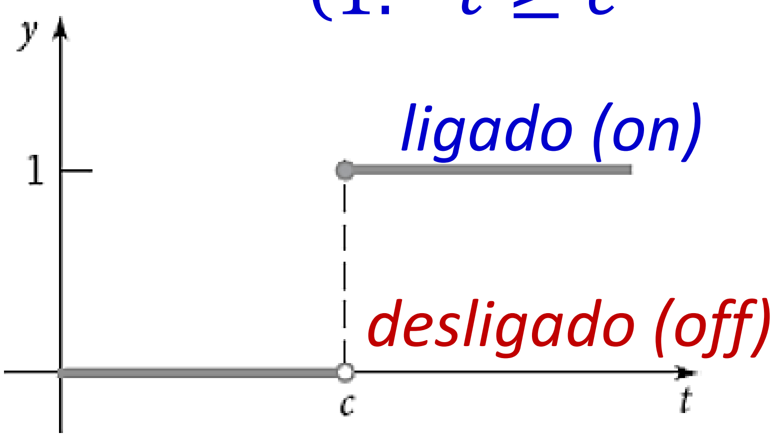
Função degrau ou de Heaviside

A função degrau é denotada por u_c e definida por:

$$u_c = \begin{cases} 0: & t < c \\ 1: & t \geq c \end{cases} \qquad c \geq 0$$

Degrau positivo

$$u_c = \begin{cases} 0: & t < c \\ 1: & t \geq c \end{cases}$$



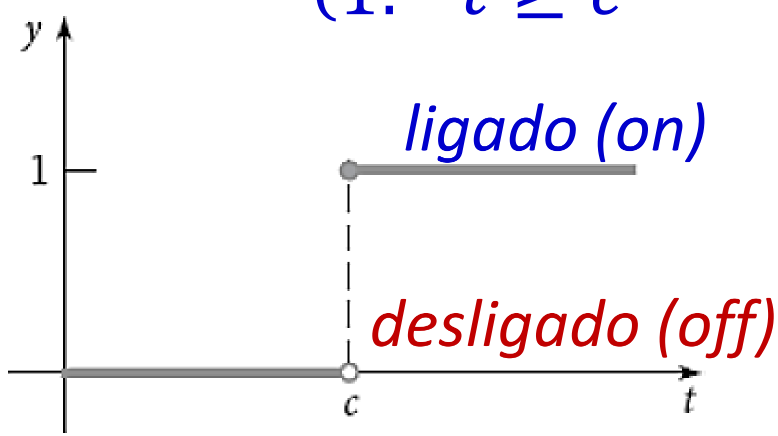
Função degrau ou de Heaviside

A função degrau é denotada por u_c e definida por:

$$u_c = \begin{cases} 0: & t < c \\ 1: & t \geq c \end{cases} \qquad\qquad c \geq 0$$

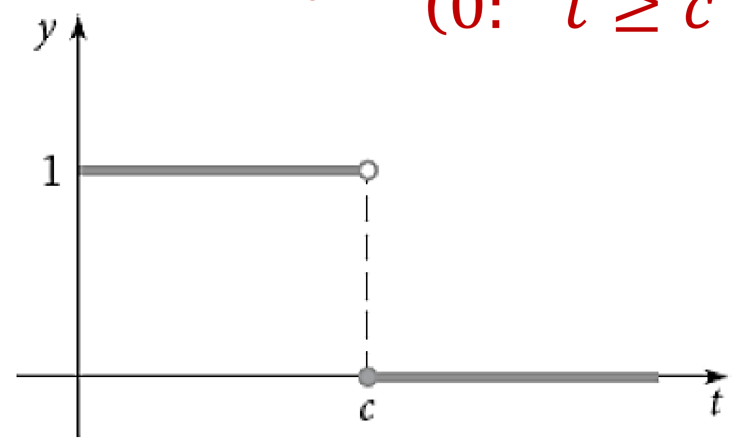
Degrau positivo

$$u_c = \begin{cases} 0: & t < c \\ 1: & t \geq c \end{cases}$$



Degrau negativo

$$1 - u_c = \begin{cases} 1: & t < c \\ 0: & t \geq c \end{cases}$$



Função degrau ou de Heaviside

Exemplo 1: A função degrau (u_c) pode ser somada ou subtraída com ela mesma, resultando em pontos c distintos.

$$h(t) = u_{\pi} - u_{2\pi}$$

Função degrau ou de Heaviside

Exemplo 1: A função degrau (u_c) pode ser somada ou subtraída com ela mesma, resultando em pontos c distintos.

$$h(t) = u_\pi - u_{2\pi} = \begin{cases} 0 - 0 = 0: \quad 0 \leq \ t < \pi \\ \\ \end{cases}$$

Função degrau ou de Heaviside

Exemplo 1: A função degrau (u_c) pode ser somada ou subtraída com ela mesma, resultando em pontos c distintos.

$$h(t) = u_{\pi} - u_{2\pi} = \begin{cases} 0 - 0 = 0: & 0 \leq t < \pi \\ 1 - 0 = 1: & \pi \leq t < 2\pi \\ \end{cases}$$

Função degrau ou de Heaviside

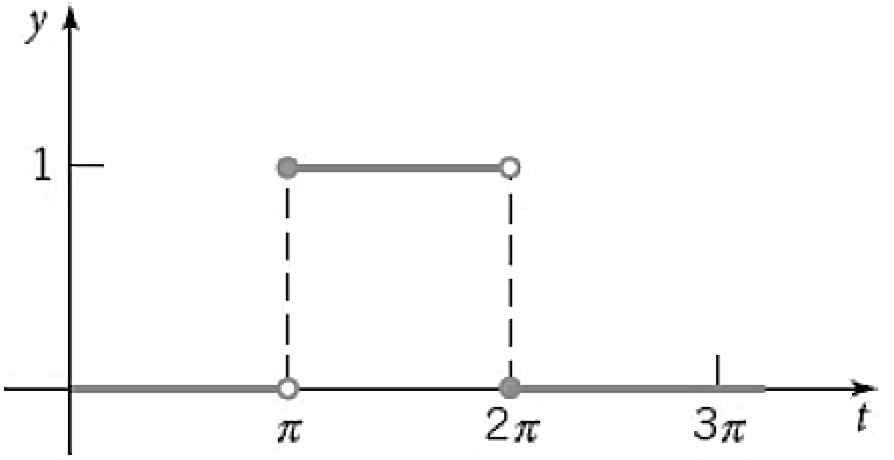
Exemplo 1: A função degrau (u_c) pode ser somada ou subtraída com ela mesma, resultando em pontos c distintos.

$$h(t) = u_{\pi} - u_{2\pi} = \begin{cases} 0 - 0 = 0: & 0 \leq t < \pi \\ 1 - 0 = 1: & \pi \leq t < 2\pi \\ 1 - 1 = 0: & 2\pi \leq t < \infty \end{cases}$$

Função degrau ou de Heaviside

Exemplo 1: A função degrau (u_c) pode ser somada ou subtraída com ela mesma, resultando em pontos c distintos.

$$h(t) = u_\pi - u_{2\pi} = \begin{cases} 0 - 0 = 0: & 0 \leq t < \pi \\ 1 - 0 = 1: & \pi \leq t < 2\pi \\ 1 - 1 = 0: & 2\pi \leq t < \infty \end{cases}$$

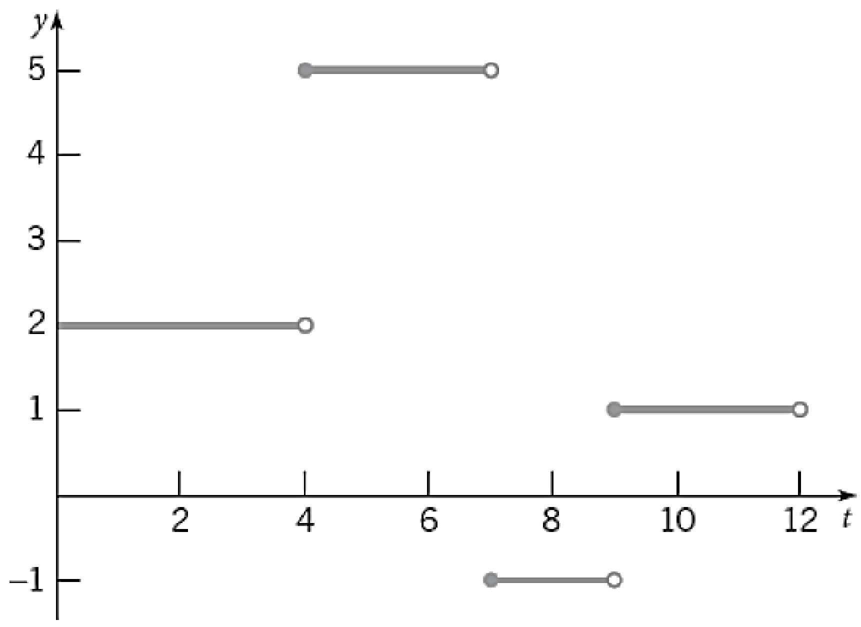


Exercício 1: Considere a função a seguir. Esboce o gráfico de $y = f(t)$ e expresse *f(t) em termos de* $u_c(t)$.

$$f(t) = \begin{cases} 2, & 0 \leq t < 4 \\ 5, & 4 \leq t < 7 \\ -1, & 7 \leq t < 9 \\ 1, & t \geq 9 \end{cases}$$

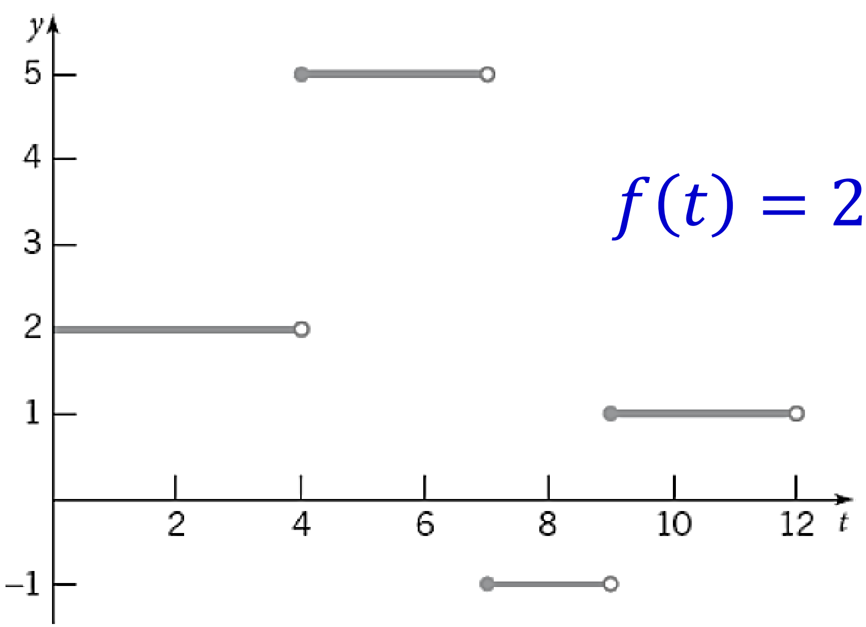
Exercício 1: Considere a função a seguir. Esboce o gráfico de $y = f(t)$ e expresse *f(t) em termos de* $u_c(t)$.

$$f(t) = \begin{cases} 2, & 0 \leq t < 4 \\ 5, & 4 \leq t < 7 \\ -1, & 7 \leq t < 9 \\ 1, & t \geq 9 \end{cases}$$



Exercício 1: Considere a função a seguir. Esboce o gráfico de $y = f(t)$ e expresse *f(t) em termos de* $u_c(t)$.

$$f(t) = \begin{cases} 2, & 0 \leq t < 4 \\ 5, & 4 \leq t < 7 \\ -1, & 7 \leq t < 9 \\ 1, & t \geq 9 \end{cases}$$



$$f(t) = 2 + 3u_4(t) - 6u_7(t) - 2u_9(t)$$

Transformada da função degrau

Transformada de Laplace ($\mathcal{L}$) da função degrau

$$\mathcal{L}\{u_c(t)\} = \int_0^{\infty} e^{-st} u_c(t)dt$$

Transformada de Laplace ($\mathcal{L}$) da função degrau

$$\mathcal{L}\{u_c(t)\} = \int_0^{\infty} e^{-st} u_c(t) dt = \int_c^{\infty} e^{-st} dt$$

Transformada de Laplace ($\mathcal{L}$) da função degrau

$$\mathcal{L}\{u_c(t)\} = \int_0^{\infty} e^{-st} u_c(t)dt = \int_c^{\infty} e^{-st} dt$$

$$= \lim_{A\to\infty} \frac{e^{-st}}{-s}\bigg|_c^A =$$

Transformada de Laplace ($\mathcal{L}$) da função degrau

$$\mathcal{L}\{u_c(t)\} = \int_0^\infty e^{-st} u_c(t) dt = \int_c^\infty e^{-st} dt$$

$$= \lim_{A\to\infty} \frac{e^{-st}}{-s}\bigg|_c^A = \lim_{A\to\infty} \left(\frac{e^{-sA}}{-s} - \frac{e^{-cs}}{-s}\right)$$

Transformada de Laplace ($\mathcal{L}$) da função degrau

$$\mathcal{L}\{u_c(t)\} = \int_0^\infty e^{-st} u_c(t) dt = \int_c^\infty e^{-st} dt$$

$$= \lim_{A\to\infty} \frac{e^{-st}}{-s}\Bigg|_c^A = \lim_{A\to\infty} \Big(\underbrace{\cancel{\frac{e^{-sA}}{-s}}}_{=0} - \frac{e^{-cs}}{-s} \Big)$$

Transformada de Laplace ($\mathcal{L}$) da função degrau

$$\mathcal{L}\{u_c(t)\} = \int_0^{\infty} e^{-st} u_c(t)dt = \int_c^{\infty} e^{-st} dt$$

$$= \lim_{A\to\infty} \frac{e^{-st}}{-s}\bigg|_c^A = \lim_{A\to\infty} \Big(\underbrace{\cancel{\frac{e^{-sA}}{-s}}}^{=\,0} - \frac{e^{-cs}}{-s}\Big)$$

$$\boxed{\mathcal{L}\{u_c(t)\} = \frac{e^{-cs}}{s}}$$

Transformada de Laplace ($\mathcal{L}$) da função degrau

$$\mathcal{L}\{u_c(t)\} = \int_0^\infty e^{-st} u_c(t) dt = \int_c^\infty e^{-st} dt$$

$$= \lim_{A\to\infty} \left. \frac{e^{-st}}{-s} \right|_c^A = \lim_{A\to\infty} \Big(\overbrace{\cancel{\frac{e^{-sA}}{-s}}}^{=\,0} - \frac{e^{-cs}}{-s} \Big)$$

$$\boxed{\mathcal{L}\{u_c(t)\} = \frac{e^{-cs}}{s}}$$

$\mathcal{L}$: símbolo da transformada de Laplace.

$u_c(t)$: função degrau ou de Heaviside.

Transformada de Laplace ($\mathcal{L}$) da função degrau

- A função degrau é útil quando há uma translação de função.

Transformada de Laplace ($\mathcal{L}$) da função degrau

- A função degrau é útil quando há uma translação de função.
- Seja uma função $g(t)$ definida da seguinte forma:

$$g(t) = \begin{cases} 0 & t < c \\ f(t-c) & t \geq c \end{cases}$$

Transformada de Laplace ($\mathcal{L}$) da função degrau

- A função degrau é útil quando há uma translação de função.
- Seja uma função $g(t)$ definida da seguinte forma:

$$g(t) = \begin{cases} 0 & t < c \\ f(t-c) & t \geq c \end{cases}$$

- A função g representa uma translação de f por uma distância c no sentido positivo e é zero para $t < c$.

Transformada de Laplace ($\mathcal{L}$) da função degrau

- A função degrau é útil quando há uma translação de função.
- Seja uma função $g(t)$ definida da seguinte forma:

$$g(t) = \begin{cases} 0 & t < c \\ f(t-c) & t \geq c \end{cases}$$

- A função g representa uma translação de f por uma distância c no sentido positivo e é zero para $t < c$.
- Essa mesma função pode ser escrita utilizando a função degrau unitário.

$$g(t) = u_c(t)f(t-c)$$

Transformada de Laplace ($\mathcal{L}$) da função degrau

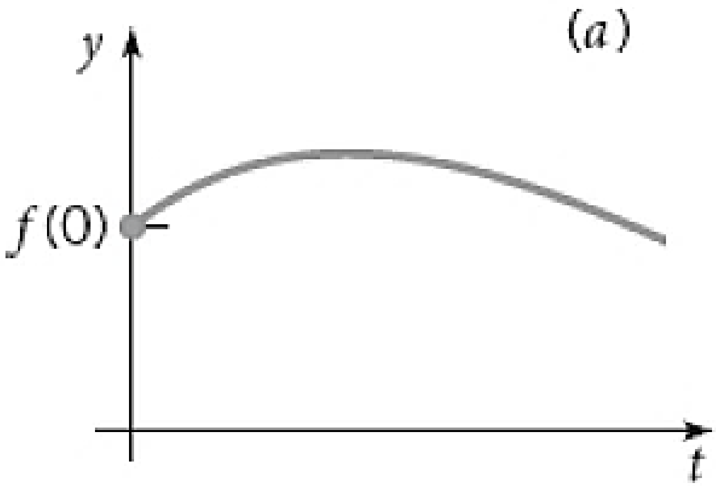


Figura 1: (a) Função $y = f(t)$.

Transformada de Laplace ($\mathcal{L}$) da função degrau

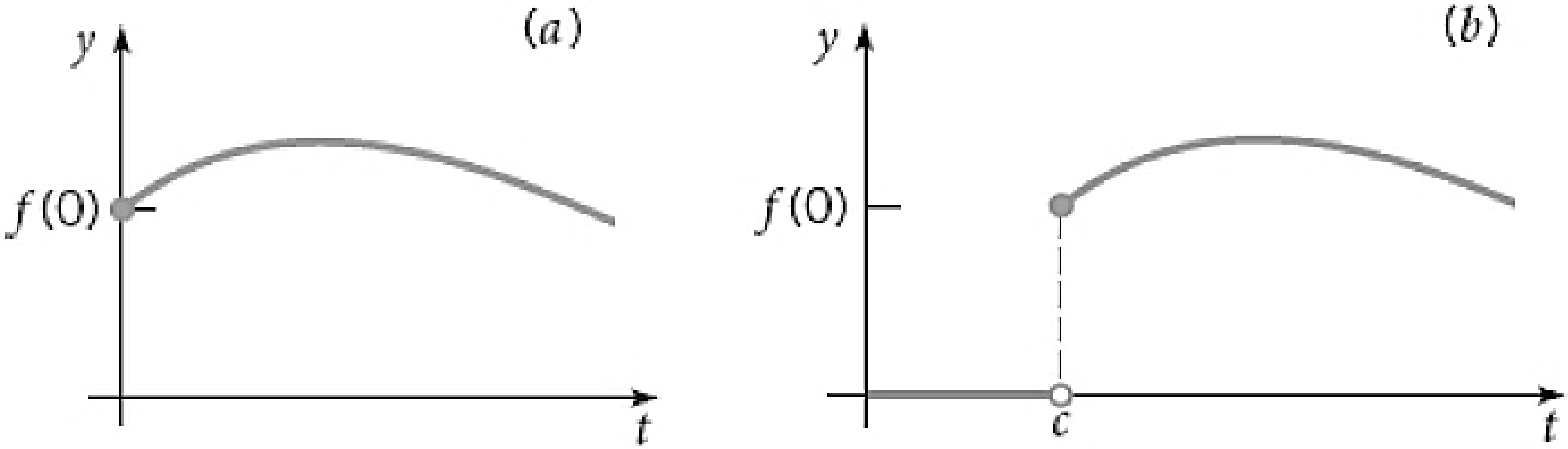


Figura 1: (a) Função $y = f(t)$. (b) Função $y = u_c(t)f(t-c)$.

Transformada de Laplace ($\mathcal{L}$) da função degrau

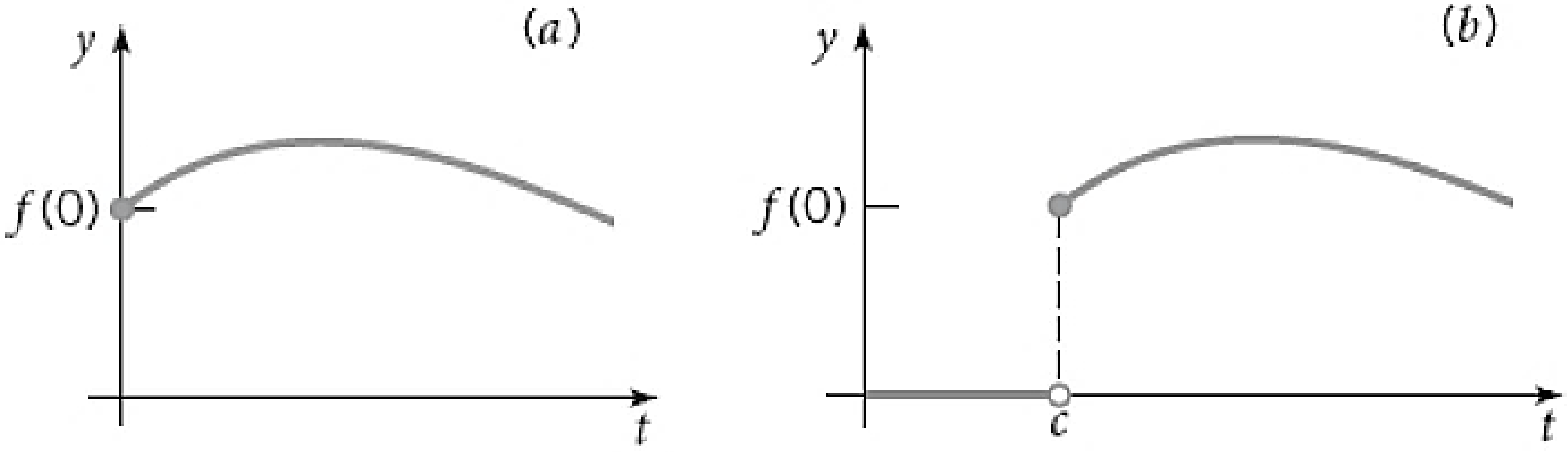


Figura 1: (a) Função $y = f(t)$. (b) Função $y = u_c(t)f(t-c)$.

- A função degrau unitário é particularmente importante para o uso da transformada de Laplace em uma translação.

Teorema 6.3.1

Se $F(s) = \mathcal{L}\{f(t)\}$ existe para $s > a \geq 0$ e c constante.

Teorema 6.3.1

Se $F(s) = \mathcal{L}\{f(t)\}$ existe para $s > a \geq 0$ e c constante.

Então,

$$\mathcal{L}\{u_c(t)f(t-c)\} = e^{-cs}\mathcal{L}\{f(t)\} = e^{-cs}F(s)$$

Teorema 6.3.1

Se $F(s) = \mathcal{L}\{f(t)\}$ existe para $s > a \geq 0$ e c constante.

Então,

$$\mathcal{L}\{u_c(t)f(t-c)\} = e^{-cs}\mathcal{L}\{f(t)\} = e^{-cs}F(s)$$

Reciprocamente,

$$u_c(t)f(t-c) = \mathcal{L}^{-1}\{e^{-cs}F(s)\}$$

Exemplo 2: Encontrar a transformada inversa de F.

$$F(s) = \frac{1 - e^{-2s}}{s^2}$$

Exemplo 2: Encontrar a transformada inversa de F.

$$F(s) = \frac{1 - e^{-2s}}{s^2}$$

$$F(s) = \frac{1}{s^2} - \frac{e^{-2s}}{s^2}$$

Exemplo 2: Encontrar a transformada inversa de F.

$$F(s) = \frac{1 - e^{-2s}}{s^2}$$

$$F(s) = \frac{1}{s^2} - \frac{e^{-2s}}{s^2}$$

$$f(t) = \mathcal{L}^{-1}\{F(s)\}$$

Exemplo 2: Encontrar a transformada inversa de F.

$$F(s) = \frac{1 - e^{-2s}}{s^2}$$

$$F(s) = \frac{1}{s^2} - \frac{e^{-2s}}{s^2}$$

$$f(t) = \mathcal{L}^{-1}\{F(s)\} = \mathcal{L}^{-1}\{\frac{1}{s^2}\} - \mathcal{L}^{-1}\{\frac{e^{-2s}}{s^2}\}$$

Exemplo 2: Encontrar a transformada inversa de F.

$$F(s) = \frac{1 - e^{-2s}}{s^2}$$

$f(t)$	$\mathcal{L}\{f(t)\}$
t^n	$\dfrac{n!}{s^{n+1}}$

$$F(s) = \frac{1}{s^2} - \frac{e^{-2s}}{s^2}$$

$$f(t) = \mathcal{L}^{-1}\{F(s)\} = \mathcal{L}^{-1}\{\frac{1}{s^2}\} - \mathcal{L}^{-1}\{\frac{e^{-2s}}{s^2}\}$$

Exemplo 2: Encontrar a transformada inversa de F.

$$F(s) = \frac{1 - e^{-2s}}{s^2}$$

$f(t)$	$\mathcal{L}\{f(t)\}$
t^n	$\dfrac{n!}{s^{n+1}}$

$$F(s) = \frac{1}{s^2} - \frac{e^{-2s}}{s^2}$$

$$f(t) = \mathcal{L}^{-1}\{F(s)\} = \mathcal{L}^{-1}\{\frac{1}{s^2}\} - \mathcal{L}^{-1}\{\frac{e^{-2s}}{s^2}\}$$

$$f(t) = t - u_2(t-2)$$

Exemplo 2: Encontrar a transformada inversa de F.

$$F(s) = \frac{1 - e^{-2s}}{s^2}$$

- ✓ O resultado pode ser escrito em um função de t por partes.

$$f(t) = t - u_2(t-2)$$

Exemplo 2: Encontrar a transformada inversa de F.

$$F(s) = \frac{1 - e^{-2s}}{s^2}$$

✓ O resultado pode ser escrito em um função de t por partes.

$$f(t) = t - u_2(t-2)$$

Se $0 \leq t < 2$: $u_2 = 0$

Exemplo 2: Encontrar a transformada inversa de F.

$$F(s) = \frac{1 - e^{-2s}}{s^2}$$

- ✓ O resultado pode ser escrito em um função de t por partes.

$$f(t) = t - u_2(t-2)$$

Se $0 \leq t < 2$: $u_2 = 0 \quad \Rightarrow \quad f(t) = t$

Exemplo 2: Encontrar a transformada inversa de F.

$$F(s) = \frac{1 - e^{-2s}}{s^2}$$

- ✓ O resultado pode ser escrito em um função de t por partes.

$$f(t) = t - u_2(t-2)$$

Se $0 \leq t < 2$: $u_2 = 0 \quad \Rightarrow \quad f(t) = t$

Se $t \geq 2$: $u_2 = 1$

Exemplo 2: Encontrar a transformada inversa de F.

$$F(s) = \frac{1 - e^{-2s}}{s^2}$$

- ✓ O resultado pode ser escrito em um função de t por partes.

$$f(t) = t - u_2(t-2)$$

Se $0 \leq t < 2$: $u_2 = 0 \quad \Rightarrow \quad f(t) = t$

Se $t \geq 2$: $u_2 = 1 \quad \Rightarrow \quad f(t) = t - (t-2) = 2$

Exemplo 2: Encontrar a transformada inversa de F.

$$F(s) = \frac{1 - e^{-2s}}{s^2}$$

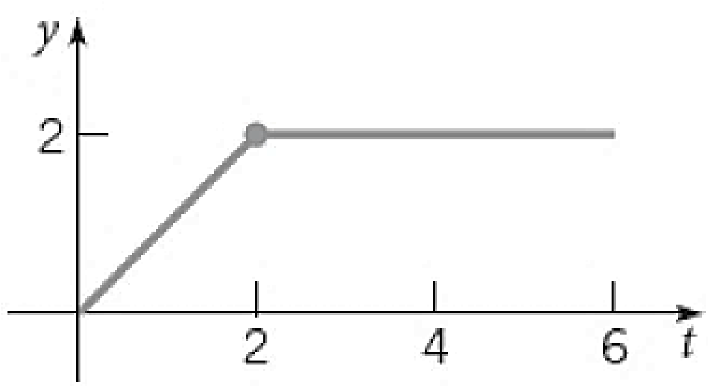
✓ O resultado pode ser escrito em um função de t por partes.

$$f(t) = t - u_2(t-2)$$

Se $0 \leq t < 2$: $u_2 = 0 \quad \Rightarrow \quad f(t) = t$

Se $t \geq 2$: $u_2 = 1 \quad \Rightarrow \quad f(t) = t - (t-2) = 2$

$$f(t) = \begin{cases} t, 0 \leq t < 2 \\ 2, t \geq 2 \end{cases}$$



Teorema 6.3.2

Se $F(s) = \mathcal{L}\{f(t)\}$ existe para $s > a \geq 0$ e c constante.

Então, $\mathcal{L}\{e^{ct} f(t)\} = F(s-c)$ $\quad s > (a+c)$

Teorema 6.3.2

Se $F(s) = \mathcal{L}\{f(t)\}$ existe para $s > a \geq 0$ e c constante.

Então, $\mathcal{L}\{e^{ct} f(t)\} = F(s-c)$ $s > (a+c)$

Reciprocamente, $\mathcal{L}^{-1}\{F(s-c)\} = e^{ct} f(t)$

Teorema 6.3.2

Se $F(s) = \mathcal{L}\{f(t)\}$ existe para $s > a \geq 0$ e c constante.

Então, $\boxed{\mathcal{L}\{e^{ct} f(t)\} = F(s-c)}$ $s > (a+c)$

Reciprocamente, $\boxed{\mathcal{L}^{-1}\{F(s-c)\} = e^{ct} f(t)}$

- A multiplicação de $f\ (t)$ por e^{ct} resulta na translação da transformada $F(s)$ de uma distância *c* no sentido dos *s* positivos e reciprocamente, pois:

$$\mathcal{L}\{e^{ct} f(t)\}$$

Teorema 6.3.2

Se $F(s) = \mathcal{L}\{f(t)\}$ existe para $s > a \geq 0$ e c constante.

Então, $\mathcal{L}\{e^{ct}f(t)\} = F(s-c)$ $\quad s > (a+c)$

Reciprocamente, $\mathcal{L}^{-1}\{F(s-c)\} = e^{ct}f(t)$

- A multiplicação de $f\ (t)$ por e^{ct} resulta na translação da transformada $F(s)$ de uma distância *c* no sentido dos *s* positivos e reciprocamente, pois:

$$\mathcal{L}\{e^{ct}f(t)\} = \int_0^{\infty} e^{-st}e^{ct}f(t)dt$$

Teorema 6.3.2

Se $F(s) = \mathcal{L}\{f(t)\}$ existe para $s > a \geq 0$ e c constante.

Então, $\mathcal{L}\{e^{ct}f(t)\} = F(s-c)$ $\quad s > (a+c)$

Reciprocamente, $\mathcal{L}^{-1}\{F(s-c)\} = e^{ct}f(t)$

- A multiplicação de $f\ (t)$ por e^{ct} resulta na translação da transformada $F(s)$ de uma distância c no sentido dos s positivos e reciprocamente, pois:

$$\mathcal{L}\{e^{ct}f(t)\} = \int_0^\infty e^{-st}e^{ct}f(t)dt = \int_0^\infty e^{-(s-c)t}f(t)dt$$

Teorema 6.3.2

Se $F(s) = \mathcal{L}\{f(t)\}$ existe para $s > a \geq 0$ e c constante.

Então, $\boxed{\mathcal{L}\{e^{ct} f(t)\} = F(s-c)}$ $s > (a+c)$

Reciprocamente, $\boxed{\mathcal{L}^{-1}\{F(s-c)\} = e^{ct} f(t)}$

- A multiplicação de $f\ (t)$ por e^{ct} resulta na translação da transformada $F(s)$ de uma distância c no sentido dos s positivos e reciprocamente, pois:

$$\mathcal{L}\{e^{ct} f(t)\} = \int_0^{\infty} e^{-st} e^{ct} f(t) dt = \int_0^{\infty} e^{-(s-c)t} f(t) dt = F(s-c)$$

Exemplo 3: Encontrar $\mathcal{L}^{-1}\{G(s)\}$.

$$G(s) = \frac{1}{s^2 - 4s + 5}$$

Exemplo 3: Encontrar $\mathcal{L}^{-1}\{G(s)\}$. $G(s) = \dfrac{1}{s^2 - 4s + 5}$

- ✓ Completando quadrados no denominador:

$$s^2 - 4s + 5$$

Exemplo 3: Encontrar $\mathcal{L}^{-1}\{G(s)\}$. $G(s) = \dfrac{1}{s^2 - 4s + 5}$

- ✓ Completando quadrados no denominador:

$$s^2 - 4s + 5 = s^2 - 4s + 4 - 4 + 5$$

Exemplo 3: Encontrar $\mathcal{L}^{-1}\{G(s)\}$. $G(s) = \dfrac{1}{s^2 - 4s + 5}$

- ✓ Completando quadrados no denominador:

$$s^2 - 4s + 5 = s^2 - 4s + 4 - 4 + 5 = (s-2)^2 + 1$$

Exemplo 3: Encontrar $\mathcal{L}^{-1}\{G(s)\}$. $G(s) = \dfrac{1}{s^2 - 4s + 5}$

- ✓ Completando quadrados no denominador:

$$s^2 - 4s + 5 = s^2 - 4s + 4 - 4 + 5 = (s-2)^2 + 1$$

$$G(s) = \frac{1}{(s-2)^2 + 1}$$

Exemplo 3: Encontrar $\mathcal{L}^{-1}\{G(s)\}$. $G(s) = \dfrac{1}{s^2 - 4s + 5}$

- ✓ Completando quadrados no denominador:

$$s^2 - 4s + 5 = s^2 - 4s + 4 - 4 + 5 = (s-2)^2 + 1$$

$$G(s) = \frac{1}{(s-2)^2 + 1}$$

Se $F(s) = \dfrac{1}{s^2 + 1}$

Exemplo 3: Encontrar $\mathcal{L}^{-1}\{G(s)\}$. $G(s) = \dfrac{1}{s^2 - 4s + 5}$

- ✓ Completando quadrados no denominador:

$$s^2 - 4s + 5 = s^2 - 4s + 4 - 4 + 5 = (s-2)^2 + 1$$

$$G(s) = \frac{1}{(s-2)^2+1}$$

Se $F(s) = \dfrac{1}{s^2+1}$ Então, $F(s-2) = \dfrac{1}{(s-2)^2+1}$

Exemplo 3: Encontrar $\mathcal{L}^{-1}\{G(s)\}$. $G(s) = \dfrac{1}{s^2 - 4s + 5}$

- ✓ Completando quadrados no denominador:

$$s^2 - 4s + 5 = s^2 - 4s + 4 - 4 + 5 = (s-2)^2 + 1$$

$$G(s) = \frac{1}{(s-2)^2 + 1}$$

Se $F(s) = \dfrac{1}{s^2 + 1}$ Então, $F(s-2) = \dfrac{1}{(s-2)^2 + 1}$

Assim,

$$\mathcal{L}^{-1}\{F(s-2)\}$$

Exemplo 3: Encontrar $\mathcal{L}^{-1}\{G(s)\}$. $G(s) = \dfrac{1}{s^2 - 4s + 5}$

- ✓ Completando quadrados no denominador:

$$s^2 - 4s + 5 = s^2 - 4s + 4 - 4 + 5 = (s-2)^2 + 1$$

$$G(s) = \frac{1}{(s-2)^2+1}$$

Se $F(s) = \dfrac{1}{s^2+1}$ Então, $F(s-2) = \dfrac{1}{(s-2)^2+1}$

Assim,

$$\mathcal{L}^{-1}\{F(s-2)\} = \mathcal{L}^{-1}\left\{\frac{1}{(s-2)^2+1}\right\}$$

Exemplo 3: Encontrar $\mathcal{L}^{-1}\{G(s)\}$. $G(s) = \dfrac{1}{s^2 - 4s + 5}$

- ✓ Completando quadrados no denominador:

$$s^2 - 4s + 5 = s^2 - 4s + 4 - 4 + 5 = (s-2)^2 + 1$$

$$G(s) = \frac{1}{(s-2)^2+1}$$

Se $F(s) = \dfrac{1}{s^2+1}$ Então, $F(s-2) = \dfrac{1}{(s-2)^2+1}$

Assim,

$$\mathcal{L}^{-1}\{F(s-2)\} = \mathcal{L}^{-1}\left\{\frac{1}{(s-2)^2+1}\right\} = e^{2t} sent$$

Para depois desta aula:

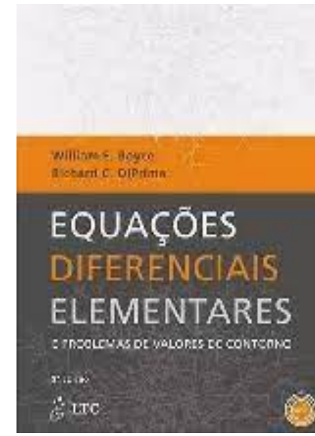
- Estudar seção 6.3 do livro texto (Boyce).
- Resolver os exemplos da aula.
- Praticar: exercícios da seção 6.3 do Boyce.

Próxima aula:

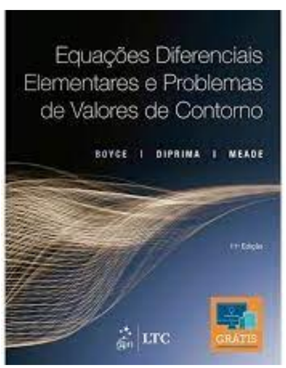
- Função impulso.

Bibliografia

1. BOYCE, W.E.; DIPRIMA, R.C. Equações Diferenciais Elementares e Problemas de Valores de Contorno. **9. ed**. Rio de Janeiro: LTC, 2010.



Numeração dos exercícios com base na 9ª ed.



BOYCE, W.E.; DIPRIMA, R.C. Equações Diferenciais Elementares e Problemas de Valores de Contorno. **11. ed**. Rio de Janeiro: LTC, 2020.