unesp

UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA "JÚLIO DE MESQUITA FILHO"
Campus de Araraquara

RESULTADOS DOS EXERCÍCIOS

Resolva detalhadamente os exercícios a seguir

(1) A série $\frac{1}{4}+\frac{1}{16}+\frac{1}{36}+\frac{1}{64}+$ ... é uma série convergente? É possível calcular a soma dos termos. Se for qual é o resultado desta soma?

↳ $a_n = \frac{1}{4n^2}$

série $p > 1$ converge. Soma aproximada a integral imprópria

(2) A série $\sum_1^\infty \frac{7^n}{n!}$ converge? Demonstre o resultado com o teste adequado.

↳ teste da razão: $\lim_{n\to\infty}\left|\frac{7^{n+1}}{(n+1)n!}\cdot\frac{n!}{7^n}\right| = \lim_{n\to\infty}\frac{7}{n+1} = 0 < 1$ Converge!

(3) A série $\sum_1^\infty \frac{1}{3^n+n!}$ converge? Demonstre o resultado com o teste adequado.

↳ comparação c/ s. geom. $\sum \frac{1}{3^n+n!} < \underbrace{\sum \frac{1}{3^n}}_{\text{converge}} \Rightarrow \sum \frac{1}{3^n+n!}$ converge!

(4) A série $\sum_1^\infty \frac{\left(\frac{n+1}{n}\right)^{n^2}}{3^n}$ converge? Demonstre o resultado com o teste adequado.

↳ teste da raiz $\lim_{n\to\infty} \sqrt[n]{\left[\frac{\left(\frac{n+1}{n}\right)^2}{3}\right]^n} = \lim_{n\to\infty} \frac{1}{3}\left(\frac{n+1}{n}\right)^2 = \frac{1}{3} < 1$ converge!

(5) A série $\sum_1^\infty \frac{(-1)^n 7^n}{n!}$ converge? Se for convergente é absoluta ou condicional? Demonstre.

↳ Teste da razão: $\lim_{n\to\infty}\left|\frac{7^{n+1}}{(n+1)n!}\cdot\frac{n!}{7^n}\right| = \lim_{n\to\infty}\frac{7}{n+1} = 0 < 1$ converge absolutamente se verif. ex (2)

(6) A série $\sum_1^\infty \frac{(-1)^n 3n}{4n-1}$ converge? Se for convergente é absoluta ou condicional? Demonstre.

↳ $b_n = \frac{3n}{4n-1}$ teste da divergência $\lim_{n\to 0} \frac{3n}{4n-1} = \frac{3}{4} \neq 0$ Divergente!

(7) A série $\sum_1^\infty \frac{1}{5^{n+1}}$ converge? É possível calcular a soma dos termos? Caso positivo calcule.

↳ S. geom. $q = \frac{1}{5} < 1$, $a_1 = 1/25$ convergente! $S_n = \frac{a_1}{1-q} = \frac{1/25}{1-1/5} = \frac{1}{20}$

(8) A série $\sum_1^\infty \left(\frac{n}{n-1} - \frac{n-1}{n}\right)$ converge? Utilize o teste adequado mostrar que sim ou que não.

↳ $a_n = \frac{n}{n-1} - \frac{n-1}{n} = \frac{2n-1}{n^2(1-1/n)} \Rightarrow \lim_{n\to\infty} a_n = 0$ e $a_{n+1} < a_n$ converge!
(converg. monótona)

(9) Qual é a soma dos termos da série $\sum_1^\infty \frac{1}{e^{n/2}}$? Sendo $e = 2{,}7182\ldots$ (número de Euler).

↳ S. geom $a_1 = 1/e^{1/2}$ $q = 1/e \Rightarrow S_n = \frac{a_1}{1-q} = \frac{1/e^{1/2}}{1-1/e} = \frac{e^{1/2}}{e-1}$

(10) Escreva a fração geratriz (razão de dois números inteiros) da dízima periódica 0,323232 ...

↳ $0{,}3232 = 0{,}32 + 0{,}0032 + 0{,}000032 \ldots = 32/10^2 + 32/10^4 + 32/10^6 + \ldots$

$a_1 = 32/10^2$ e $q = 1/10^2 \Rightarrow 0{,}3232 = \frac{a_1}{1-q} = \frac{32}{100}\cdot\frac{100}{99} = \frac{32}{99}$

(11) Calcule a soma dos termos da série $\sum_2^\infty \left(\frac{4}{n+3} - \frac{4}{n+4}\right)$.

↳ telescópica $\sum\left(\frac{4}{n+3} - \frac{4}{n+4}\right) = \left(\frac{4}{5} - \cancel{\frac{4}{6}}\right) + \left(\cancel{\frac{4}{6}} - \cancel{\frac{4}{7}}\right) + \left(\cancel{\frac{4}{7}} - \frac{4}{n+4}\right) + \left(\cancel{\frac{4}{8}} - \ldots\right) = \frac{4}{5}$

(12) A série $\sum_1^\infty \frac{(-1)^{n+1}}{n^2}$ é absolutamente convergente ou condicionalmente convergente? Por quê?

↳ $b_n = \frac{1}{n^2}$ série $p > 1$ convergente

(i) $\lim_{n\to\infty} b_n = 0$

(ii) $a_{n+1} < a_n$ convergente

série absolutamente convergente!