

# Cálculo I

## Licenciatura

### Integração por partes

**Prof. Henrique Antonio Mendonça Faria**

**henrique.faria@unesp.br**



# Relembrando conceitos

# Técnicas de integração

## Derivação

- ✓ Constante vezes função
- ✓ Soma de funções
- ✓ Regra da cadeia
- ✓ Regra do produto
- ✓ Regra do quociente.

## Integração

- Constante vezes função
- Soma de integrais,
- Por substituição
- Por partes;
- Por frações parciais.

# Integração por partes

# C - Integração por partes

- A integração por partes corresponde a regra do produto para as derivadas;
- O objetivo é resolver integrais do tipo:

$$\int f(x) g(x) dx$$

# C - Integração por partes

Sejam duas funções:  $u = f(x)$  e  $v = g(x)$

# C - Integração por partes

Sejam duas funções:  $u = f(x)$  e  $v = g(x)$

$$\frac{d}{dx}[f(x)g(x)] = f'(x)g(x) + f(x)g'(x) \quad \text{Integrando:}$$

# C - Integração por partes

Sejam duas funções:  $u = f(x)$  e  $v = g(x)$

$$\frac{d}{dx}[f(x)g(x)] = f'(x)g(x) + f(x)g'(x) \quad \text{Integrando:}$$

$$\int \frac{d}{dx}[f(x)g(x)] dx = \int f'(x)g(x) dx + \int f(x)g'(x) dx$$

# C - Integração por partes

Sejam duas funções:  $u = f(x)$  e  $v = g(x)$

$$\frac{d}{dx}[f(x)g(x)] = f'(x)g(x) + f(x)g'(x) \quad \text{Integrando:}$$

$$\int \frac{d}{dx}[f(x)g(x)] dx = \int f'(x)g(x) dx + \int f(x)g'(x) dx$$

Teorema Fundamental

$$f(x)g(x) + C = \int f'(x)g(x) dx + \int f(x)g'(x) dx$$

# C - Integração por partes

Sejam duas funções:  $u = f(x)$  e  $v = g(x)$

$$\frac{d}{dx}[f(x)g(x)] = f'(x)g(x) + f(x)g'(x) \quad \text{Integrando:}$$

$$\int \frac{d}{dx}[f(x)g(x)] dx = \int f'(x)g(x) dx + \int f(x)g'(x) dx$$

$$f(x)g(x) + C = \int f'(x)g(x) dx + \int f(x)g'(x) dx$$

Rearranjando

$$\Rightarrow \int f(x)g'(x) dx = f(x)g(x) - \int f'(x)g(x) dx + C$$

# C - Integração por partes

A fórmula conhecida como integral por partes é:

$$\int f(x)g'(x) dx = f(x)g(x) - \int f'(x)g(x) dx + C$$

Mais facilmente lembrada fazendo:  $u = f(x)$  e  $v = g(x)$

$$\int u dv = uv - \int v du + C$$

# Guia para integração por partes

- Escolher  $u$  e  $dv$  para obter uma nova integral mais fácil de ser calculada;
- Escolher como função  $u$  a que formais fácil derivar;
- Escolher  $dv$  a mais fácil de integrar;

# Guia para integração por partes

- Escolher  $u$  e  $dv$  para obter uma nova integral mais fácil de ser calculada;
- Escolher como função  $u$  a que formais fácil derivar;
- Escolher  $dv$  a mais fácil de integrar;
- Técnica (LIATE)

Quando o produto de funções for distinto, tomar  $u$  como função mais a esquerda da lista:

Logarítmica-**Trigon.** **Inversa**-Algébrica-**Trigon.**-Exponencial

## Exemplo 1 - Resolver por partes

$$\int x \cos x \, dx$$

## Exemplo 2 - Resolver por partes

$$\int x e^x dx$$

## Exemplo 3 - Resolver por partes

$$\int \ln x \, dx$$

# Integração definida por partes

As variáveis são funções de  $x$ , então:

$u = u(x)$  e  $v = v(x)$ , a forma se mantém:

$$\int_a^b u dv = uv \Big|_a^b - \int_a^b v du$$

## Exemplo 4 - Resolver por partes

$$\int_1^e x^2 \ln x$$

# Para depois desta aula:

- Rerler o tópicu da aula no livro texto;
- Resolver os exemplos dados em aula;
- Acessar a lista de exercícios no link: [site lista](#).

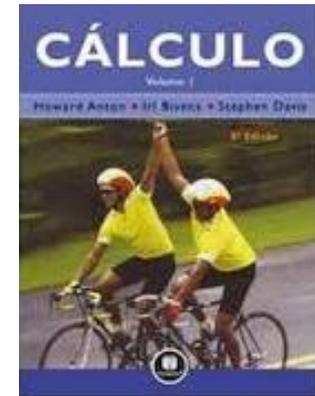
# Próxima aula:

- Integração por frações parciais.

# Bibliografia

1. ANTON, Howard; BIVENS, Irl C.; DAVIS, Stephen L. Cálculo - volume 1. 8. ed. São Paulo: Bookman, 2007.

**Figuras.** ANTON, Howard; BIVENS, Irl C.; DAVIS, Stephen L. Cálculo - v.1. 10. ed. São Paulo: Bookman, 2014.



# Contatos e material de apoio

[profhenriquefaria.com](http://profhenriquefaria.com)



[henrique.faria@unesp.br](mailto:henrique.faria@unesp.br)