

Cálculo I

Licenciatura

Aplicação de integrais

Prof. Henrique Antonio Mendonça Faria

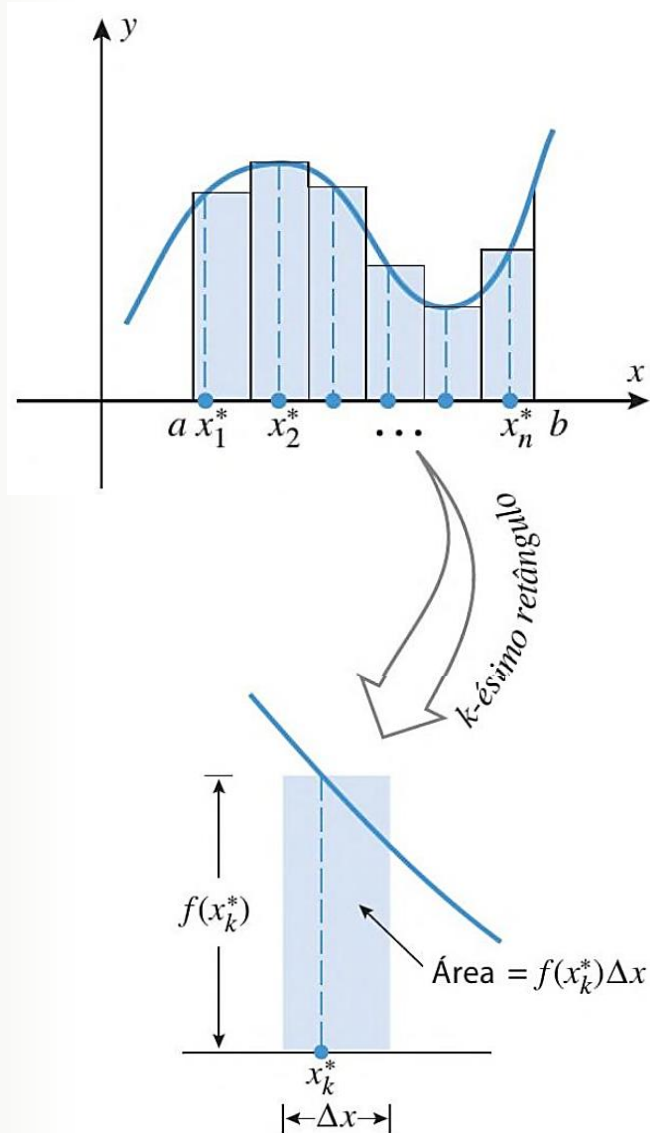
henrique.faria@unesp.br

Área entre curvas

Relembrando a integral definida

- Inicialmente entendemos a integração através do **problema de determinação de áreas**;
- Estudaremos uma extensão do cálculo da área;
- Iremos considerar que a delimitação superior e inferior da área seja feita por duas funções.

Relembrando a integral definida



Relembrando a integral definida

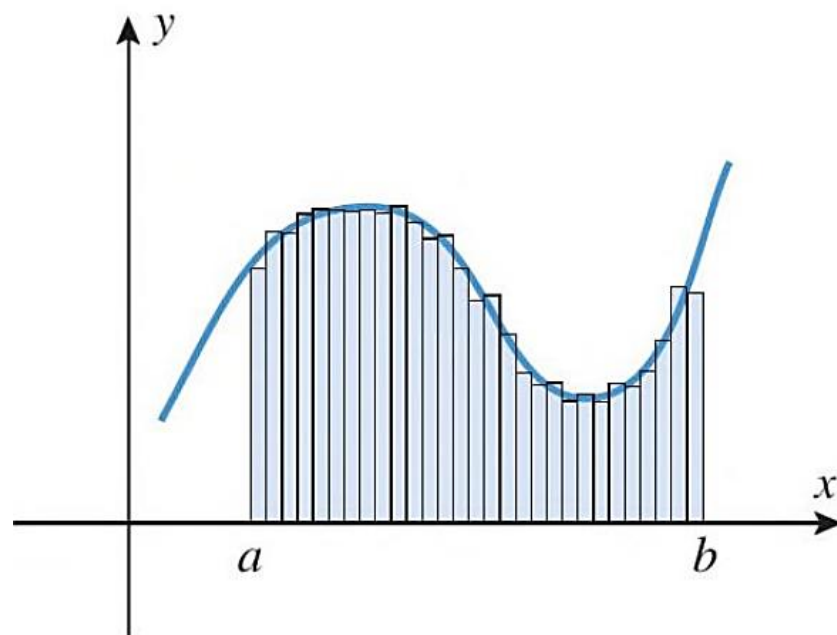
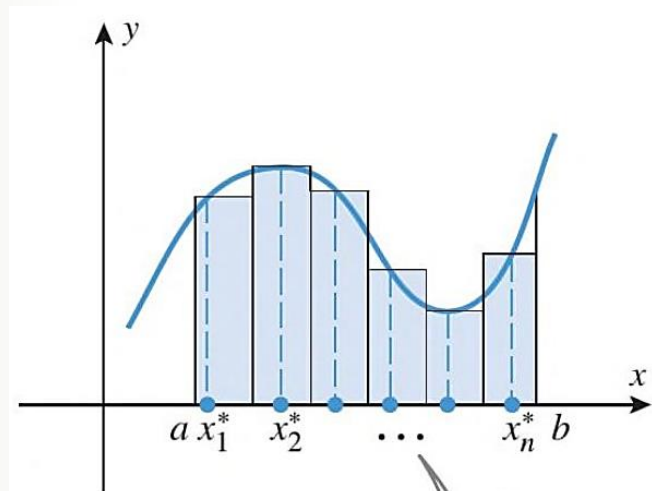
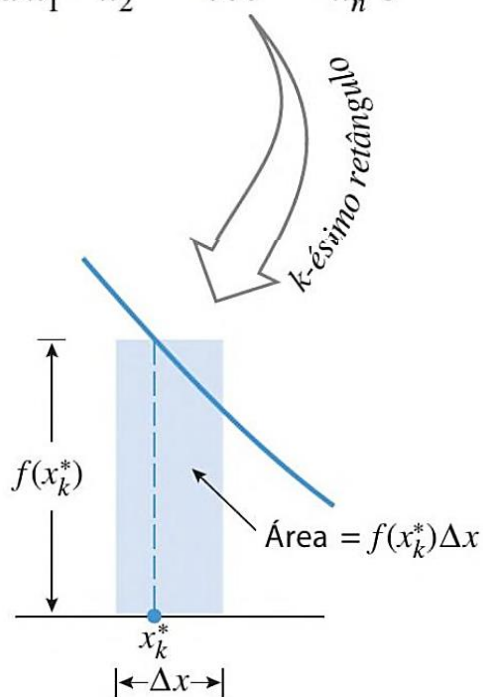


Figura 5.4.5 área (R_n) \approx área (R)



Relembrando a integral definida

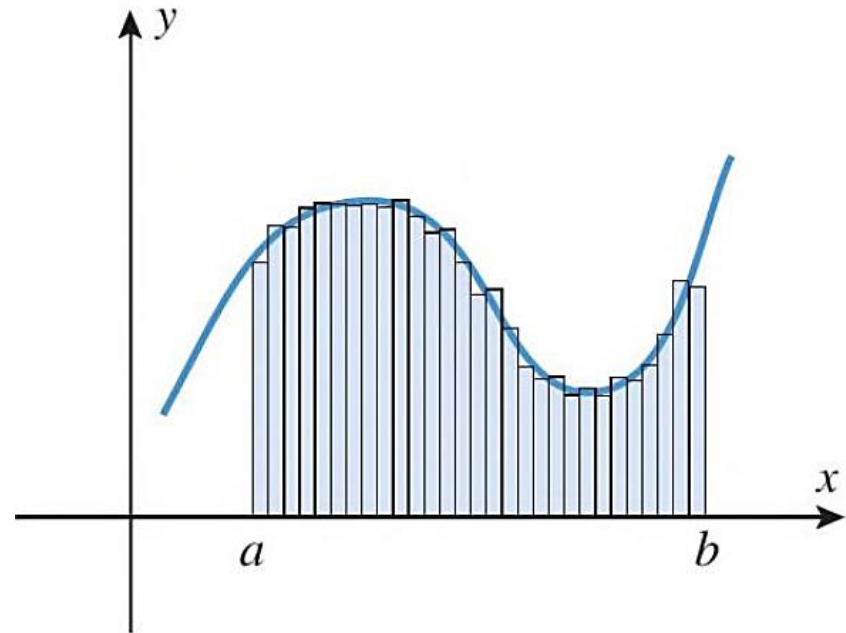
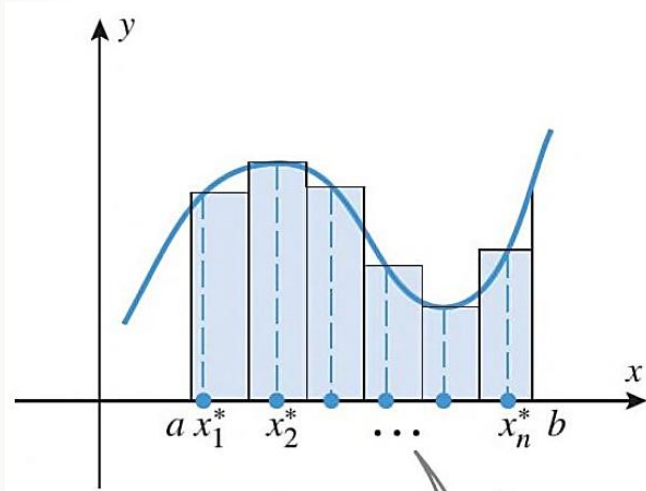
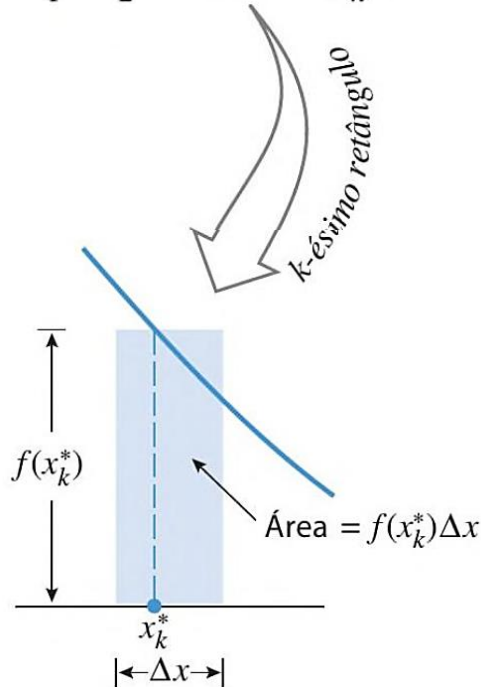


Figura 5.4.5 área (R_n) \approx área (R)



$$A = \lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=1}^n f(x_k) \Delta x$$

Integral definida

5.5.1 DEFINIÇÃO Dizemos que uma função f é *integrável* em um intervalo fechado finito $[a, b]$ se o limite

$$\lim_{\max \Delta x_k \rightarrow 0} \sum_{k=1}^n f(x_k^*) \Delta x_k$$

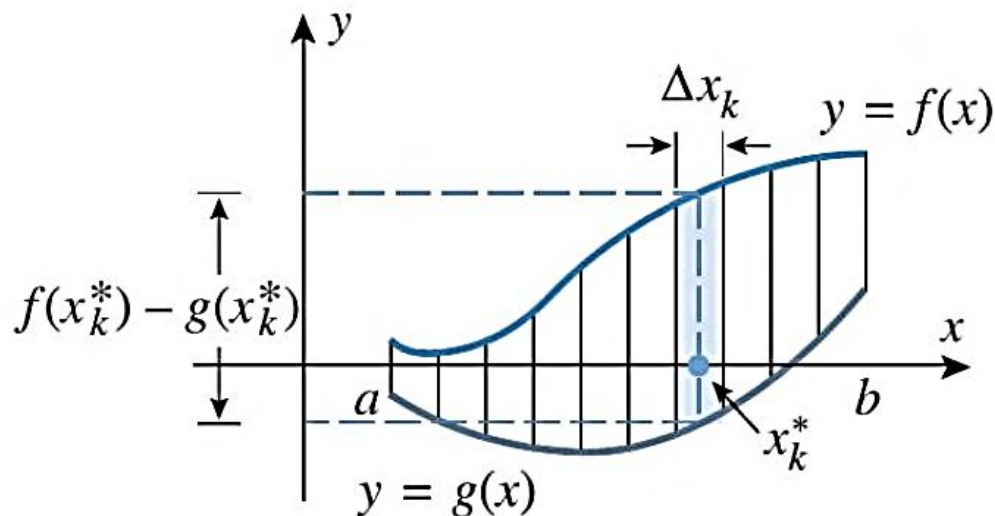
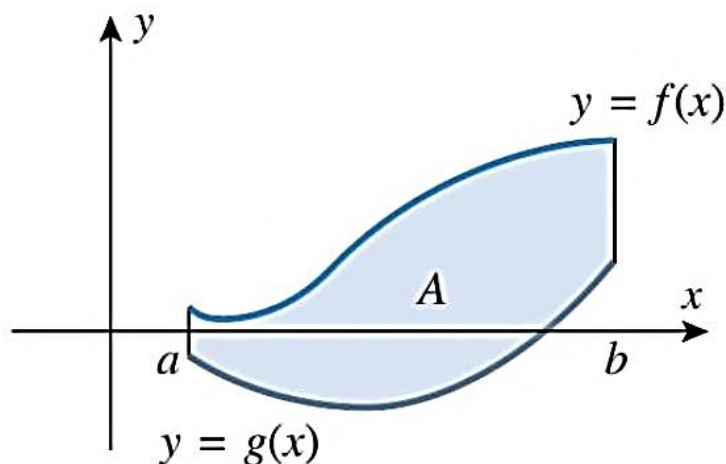
existir e não depender da escolha das partições ou da escolha dos pontos x_k^* nos subintervalos. Nesse caso, denotamos o limite pelo símbolo

$$\int_a^b f(x) dx = \lim_{\max \Delta x_k \rightarrow 0} \sum_{k=1}^n f(x_k^*) \Delta x_k$$

que é denominado *integral definida* de f de a até b . Os números a e b são denominados *limite de integração inferior* e *limite de integração superior*, respectivamente, e $f(x)$ é denominado *integrand*.

Área entre curvas

- Vamos considerar duas funções $y = f(x)$ e $y = g(x)$ contínuas no intervalo $[a, b]$ e que $f(x)$ assume valores sempre maiores que $g(x)$;
- O objetivo é encontrar a área delimitada pelas retas $x = a$, $x = b$ e pelas funções $f(x)$ e $g(x)$;



Área entre curvas

- O mesmo método utilizado para cálculo da área abaixo da curva de uma função é empregado;
- A diferença reside na altura do retângulo de aproximação que será $f(x_k) - g(x_k)$;
- A área aproximada da região será então:

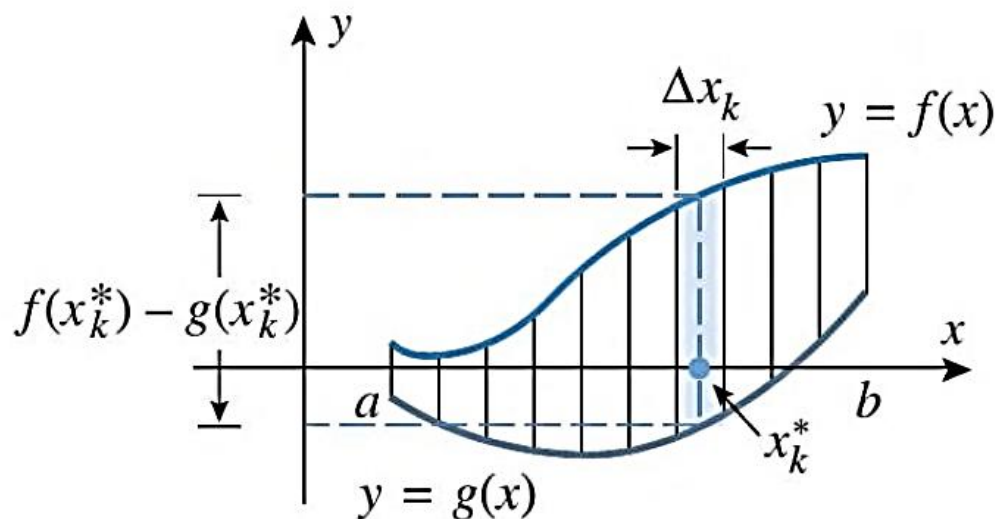
$$A = \lim_{\text{Max } \Delta x_k \rightarrow 0} \sum_{k=1}^n [f(x_k) - g(x_k)] \Delta x_k$$

- Como o limite é a integral definida, temos...

Integral definida

6.1.2 FÓRMULA PARA A ÁREA Se f e g forem funções contínuas no intervalo $[a, b]$ e se $f(x) \geq g(x)$ em cada x de $[a, b]$, então a área da região limitada acima por $y = f(x)$, abaixo por $y = g(x)$, à esquerda pela reta $x = a$ e à direita pela reta $x = b$ é

$$A = \int_a^b [f(x) - g(x)] dx \quad (1)$$

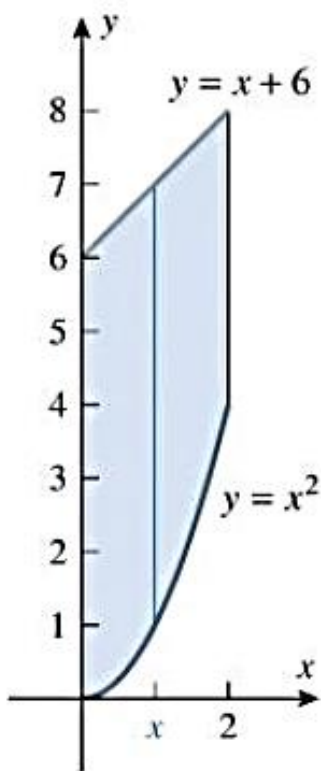


Exemplo 1

Encontre a área delimitada acima por $y = x + 6$,
abaixo por $y = x^2$ e nas laterais por $x = 0$ e $x = 2$

Exemplo 1

Encontre a área delimitada acima por $y = x + 6$, abaixo por $y = x^2$ e nas laterais por $x = 0$ e $x = 2$

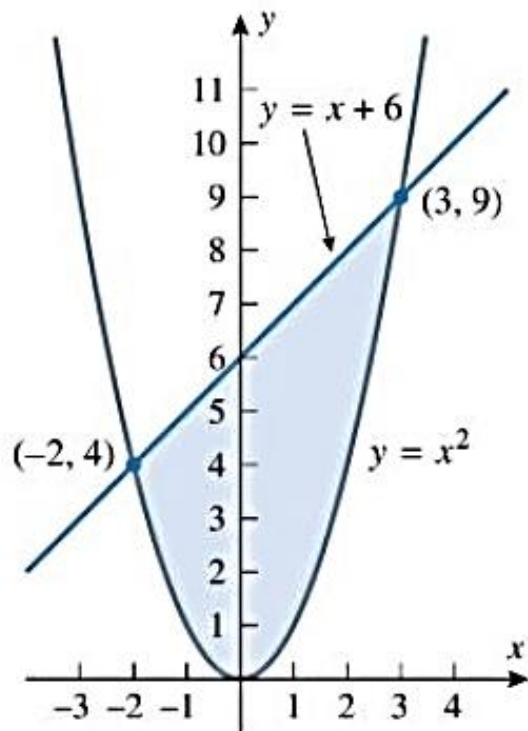


Exemplo 2

Encontre a área delimitada acima por $y = x + 6$, abaixo por $y = x^2$ e nos extremos da região.

Exemplo 2

Encontre a área delimitada acima por $y = x + 6$, abaixo por $y = x^2$ e nos extremos da região.

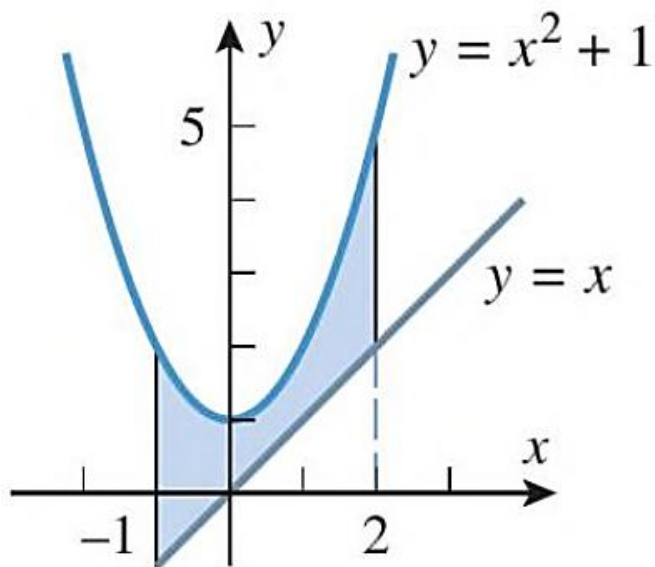


Exercício

Encontre a área delimitada acima por $y = x^2 + 1$, abaixo por $y = x$ no intervalo $[-1, 2]$.

Exercício

Encontre a área delimitada acima por $y = x^2 + 1$, abaixo por $y = x$ no intervalo $[-1, 2]$.



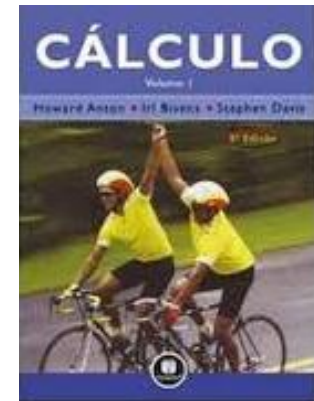
Para depois desta aula:

- Rerler o tópicu da aula no livro texto;
- Resolver os exemplos dados em aula;
- Acessar a lista de exercícios no link: [site lista](#).

Bibliografia

1. ANTON, Howard; BIVENS, Irl C.; DAVIS, Stephen L. Cálculo - volume 1. 8. ed. São Paulo: Bookman, 2007.

Figuras. ANTON, Howard; BIVENS, Irl C.; DAVIS, Stephen L. Cálculo – v.1. 10. ed. São Paulo: Bookman, 2014.



Contatos e material de apoio

profhenriquefaria.com



henrique.faria@unesp.br

Parabéns pela dedicação!

**Chegamos ao final da última
aula do curso de Cálculo I.**