

Exercícios – Cálculo Avançado – Bacharelado

Nome 1 : _____ Nota _____

Nome 2 : _____

Com consulta. | Deligue o celular. | Tempo de atividade: 2h.

Estratégia para testes de séries numéricas

- Não há regras certas e rápidas para determinar qual teste funcionará.
- A principal estratégia é classificar a série segundo sua forma e aplicar o teste adequado.
- Algumas dicas podem auxiliar no teste adequado de convergência:
 1. Séries da forma $\sum \frac{1}{n^p}$ (série p). Se $p > 1$ a série converge; se $p \leq 1$ a série diverge.
 2. Séries da forma $\sum ar^n$ (geométrica). Se $|r| < 1$ a série converge; se $|r| \geq 1$ a série diverge.
 3. As séries similares à série p ou a série geométrica podem ser comparadas com estas.
 4. Se o $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n \neq 0$ usar o teste a divergência (Teorema 7).
 5. Para séries da forma $\sum (-1)^n b_n$ usar o teste da série alternada.
 6. Nas séries que contém o fatorial ou a n -ésima potência o teste da razão pode ser útil.
 7. Nas séries da forma $\sum (b_n)^n$ utilizar o teste da raiz.
 8. Se $a_n = f(n)$ onde $\int_1^{\infty} f(x)dx$ é facilmente calculada, então o teste da integral é eficaz.

Resolva detalhadamente os exercícios a seguir

(1) A série $\frac{1}{4} + \frac{1}{16} + \frac{1}{36} + \frac{1}{64} + \dots$ é uma série convergente? É possível calcular a soma dos termos?

Se for qual é o resultado desta soma?

(2) A série $\sum_1^{\infty} \frac{7^n}{n!}$ converge? Demonstre o resultado com o teste adequado.

(3) A série $\sum_1^{\infty} \frac{1}{3^{n+n!}}$ converge? Demonstre o resultado com o teste adequado.

(4) A série $\sum_1^{\infty} \frac{\left(\frac{n+1}{n}\right)^{n^2}}{3^n}$ converge? Demonstre o resultado com o teste adequado.

(5) A série $\sum_1^{\infty} \frac{(-1)^n 7^n}{n!}$ converge? Se for convergente é absoluta ou condicional? Demonstre.

(6) A série $\sum_1^{\infty} \frac{(-1)^n 3n}{4n-1}$ converge? Se for convergente é absoluta ou condicional? Demonstre.

(7) A série $\sum_1^{\infty} \frac{1}{5^{n+1}}$ converge? É possível calcular a soma dos termos? Caso positivo calcule.

(8) A série $\sum_2^{\infty} \left(\frac{n}{n-1} - \frac{n-1}{n}\right)$ converge? Utilize o teste adequado mostrar que sim ou que não.

(9) Qual é a soma dos termos da série $\sum_1^{\infty} \frac{1}{e^{n/2}}$? Sendo $e = 2,7182 \dots$ (número de Euler).

(10) Escreva a fração geratriz (razão de dois números inteiros) da dízima periódica $0,323232 \dots$

(11) Calcule a soma dos termos da série $\sum_2^{\infty} \left(\frac{4}{n+3} - \frac{4}{n+4}\right)$.

(12) A série $\sum_1^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n^2}$ é absolutamente convergente ou condicionalmente convergente? Por quê?