

**PAPPI ALEXANDRINI
COLLECTIO.**

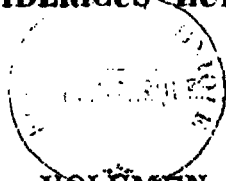
PAPPI ALEXANDRINI
COLLECTIONIS

QUAE SUPERSUNT

E LIBRIS MANU SCRIPTIS EDIDIT
LATINA INTERPRETATIONE ET COMMENTARIIS

INSTRUXIT

FRIDERICUS HULTSCH.



VOLUMEN I.

INSUNT LIBRORUM II III IV V RELIQUIAE.

BEROLINI
APUD WEIDMANNOS
MDCCCLXXVI.

PRAEFATIO.

Pappi Alexandrini collectionem mathematicam, cuius codices manu scripti neque rari erant nec fere ignoti, nonnulli iam viri docti in publicum edere cogitaverunt, pauci etiam incobaverunt; nec tamen ea vel consilia vel operis initia quisquam perduxit ad finem. Ac mihi quidem, cum primum studiorum tirocinio peracto ipse iam, quantum in me esset, operam aliquam Graecis litteris navare institui, Pappi reliquias ex tenebris minime meritis in lucem vindicare animo erat fixum et destinatum; sed anno demum 1864, postquam Heronis geometrica et quaecunque alia id genus elaboranda erant absolvi, viam hanc difficilem et arduam ingredi suscepi, qua tandem tot veterum mathematicorum theoremata ac problemata splendidissima, a Pappo collecta aucta illustrata, communem eruditorum in usum proponerem.

Nec defuerunt fausta statim ab initio auspicia. Nam cum de incepto meo consulissem THEODORUM MOMMSEN, qui insigni sua et humanitate et auctoritate nunquam petenti mihi deesse voluit, ab eoque quaesivissem, an forte in Italia, maximeque in bibliotheca Vaticana Pappi codex antiquior servaretur, quoniam Parisini reliquique tum noti essent recentissimi, ille mihi audivisse se respondit a CURTIO WACHSMUTH cum alios mathematicorum libros tum Pappi codicem Romae inspectos esse. Quem cum ea de re litteris adiissem,

rescripsit mihi meminisse se quidem vetustum ac spectabilem Pappi codicem in Vaticana latere, sed certiorum eius rei nuntium ab ADOLPHO KISSLING me impetraturum esse. Nec spes fefellit; nam egregia comitate hic mihi indicavit Pappi codicem ceteris, ut iam tum videbatur, multo praestantiorum, quam postmodum omnium reliquorum archetypum esse cognovi. Sed priusquam Romam ad excutiendum eum librum me conferrem, continuus Graecus textus ex aliis codicibus describendus et quaedam quasi praevia editio paranda erat. Quam operam aestate anni 1865 exigere licuit, postquam Parisiis et Lugduno Batavorum ii libri manu scripti, quos imprimis adire necesse erat, ad me missi sunt. Iam proximo anno illius quem dixi Vaticani partem priorem Romae cum meis schedis contuli, tum redux in patriam, quidquid praeterea ad odendum scriptorem opus erat, congerere coepi. Sed intercessit Polybii edendi munus non minus gratum mihi ac vix minore temporis spatio praeparatum. Quo absoluto id iam agere instituebam, ut Pappi editio, cum tamdiu in cunabulis quasi iacuisset, suis iam pedibus in publicum prodire valeret. Attamen id fieri non potuit nisi subsidiis quibusdam ministratis, unde honestissimus bibliopola sumptus ac periculum edendi libri paucorum in manus venturi facere auderet.

Itaque feliciter et peroptato contigit, ut ACADEMIA LITTERARUM REGIA BORUSSICA, adsentiente et iubente MINISTERIO SUPREMO REGIO, quod rebus sacris et medicinalibus atque institutioni publicae praeest, tantam pecuniam ad Pappum edendum concederet, quanta pro paucitate eorum qui librum empturi essent contribuenda videretur. Cuius insignis liberalitatis elogium ut nunc ego gratissimo animo refero, ita, si quid opera mea quantulacunque profectum erit, multos harum litterarum studiosos gratiis a me actis spero adstipulatos esse.

DE CODICIBUS MANU SCRIPTIS.

Quoniam de aetate, qua Pappus collectionem suam composuisse videatur, ac de titulo operis in tertio volumine disputandum erit, hoc loco restat ut de apparatu et copiis, unde haec profluxit editio, paucis exponam. Est Romae in bibliotheca Vaticana Graecus liber manu scriptus CCXVIII membranaceus, saeculi XII, ex quo reliqui, quotquot adhuc ita innotuerunt, ut de eorum origine iudicari posset, descripti aut, intermediis aliis, derivati sunt. Cuius priorem partem usque ad V libri finem anno 1866, ut modo dictum est, ipse contuli; tum reliqua rogatu meo sedulo excusserunt AUGUSTUS WILMANNUS et HUGO HINCK; denique libri VII capita 242—290, cum haec quidem schedarum pars non pervenisset ad me in itinere amissa, iterum cum editione Gerhardti a. 1873 contulit AUGUSTUS MAU, qui etiam scholia, quae sunt in margine, describenda, operam magni admodum laboris ac paene tædii, suscepit. Praeterea et HINCKIUS, qui, dum Romae erat, quaecunque ego absens interrogabam de iis summa comitate respondere non cessabat, et AUGUSTUS MAU, denique etiam LUDOVICUS MENDELSSOHN locos nonnullos, si qua in progressu operis dubitatio mihi incidisset, iterum in codice Vaticano inspexerunt.

Prima libri Vaticani folia occupat ἀνθεμίου περί παραδόξων μηχανημάτων fragmentum, recentiore manu scriptum; tum a folio tertio manus saeculi XII Pappi collectionem inde a verbis γὰρ αὐτοὺς ἐλάσσονος μὲν εἶναι ita exarare incipit, ut iam in archetypo, unde librarius haec descripsit, initium Graeci contextus defuisse appareat. Verum propria insuper labes in ipsum Vaticanum invasit, cum ad imos foliorum margines interiores humore ac situ scriptura passim evanuerit. Iam cum iisdem locis codices recentiores omnes lacunarum hiatus ostendant, hos ex ipso Vaticano, non ex ullo

vetustiore codice derivatos esse manifesto constat. Itaque hi libri, nisi forte coniecturas probabiles exhibent, nullo sunt pretio, nulla auctoritate. Quibus emendandi studiis iam in Vaticano plures manus incubuerunt, eaque opera continuata est in Parisino 2440 cum laudabili diligentia, passim etiam prospero eventu. Pauca correctata sunt in Parisino 2368, quo e libro Scaligeranus et, ut videtur, Vossianus originem duxerunt. Hi autem quos postremo dixi codices singulari dignitate excellunt propter recentiorum virorum doctorum emendationes ibi perscriptas. Nam ille quem nota V² significavi vir fuit et in mathematicis satis versatus et dictionis, qua Graeci eius disciplinae auctores uti solent, peritissimus. Scripsit autem notas suas aut antequam Commandinus Pappi interpretationem Latinam in lucem protulit, aut, si forte postea, non inspecto hoc libro, id quod et multis testimoniis, quae in adnotationem meam criticam congeSSI, confirmatur, neque utriusque consensu infringitur; namque in mathematicis rebus duos viros artis ac rationis peritos idem, quod verum est, idque eadem Graeca appellatione expressum, invenire et omnino veri est simile et interdum paene necessarium. Sed eum de quo dicimus ignotum virum doctum non fuisse Raemundum Massacum, a quo codicem Vossianum Petavio a. 1599 dono datum esse subscriptio docet (v. infra p. XIV), efficitur mea quidem sententia ex diversis litterarum ductibus. An forte fuerit Petavius, aliis relinquo diiudicandum. Alter autem codex, quem Scaligeranum vocamus, insigni splendore enitet propter plurimas Scaligeri emendationes (hunc enim auctorem esse constat ex catalogo bibliothecae Lugduno-Batavae p. 339; atque id ipsum confirmatum vidi alio Scaligeri chirographo, quod mihi in manibus fuit). Hae quoque notae, quae nunc demum ex obscuritate diuturna in lucem prodeunt, saepius conveniunt cum Commandini coniecturis; tamen neutrum horum quidquam petivisse ab altero

tam manifestum est, ut singillatim id demonstrare super-
sedeam.

Ex his quos commemoravi codicibus anno 1865 per pau-
cos menses uti mihi licuit Parisino 2440, saeculi XV, et
Lugdunensibus Scaligerano Vossianoque, quos libros summi
illarum bibliothecarum curatores in manus meas tradi bene-
vole concesserunt. Ac Scaligeranum quidem totum partim
descripsi partim cum fragmentis, quae tum iam edita erant,
contuli; Parisini maiorem partem usque ad libri sexti finem
excussi, reliqua quae propter temporis angustias ipse absol-
vere non potuissem, secundum Waitzii apographum, de quo
statim dicturus sum, pertractavi. Vossiani minorem tantum
partem conferre licuit; tamen e toto codice, quaecunque ad
editionem meam utilia esse viderentur, excerpere non omisi.

Et antiquissimo exemplo Vaticano et Parisino libro 2440
simillimi sunt ceteri qui Parisiis publice servantur. E qui-
bus codex 2368 anno 1562 exaratus, de quo supra dictum
est, 2369 (qui partem libri tertii continet), 2370 a. 1646 ex-
aratus, 583 (in quo liber octavus exstat, innotuerunt mihi e
THEODORI WAITZII apographo, quod, quamdiu hac editione
occupatus eram, manibus tenere et inspicere mihi licuit
viduae WAITZIAE beneficio, quae illas schedas GUILIELMO
BORCHARDTO mittendas mihi tradidit. Itaque et matronae
illi spectatissimae et huic viro in omni mathematicae doc-
trinae genere splendidissimo, quod primum de eo appa-
ratu certiore me fecerit et postea saepius in ea re operam
suam comiter praestiterit, singulares hic ago gratias. Ad li-
bri secundi reliquias, quas Waitzius non descripserat, usui
fuerunt notae e codice Parisino 2368 excerptae a G. G. Bre-
dowio in Epistolis Parisiensibus (Lipsiae 1842) p. 180—183.

In edendo fragmento illo, quod in nostra editione inde
a libri VIII capite 49 legitur, Vincentius praeter Parisinum
2368 adhibuit eiusdem bibliothecae codicem 2874 et supple-

menti 15. Hos quoque communem cum ceteris recentioribus originem habere ex notis a Vincentio adscriptis partimque in hac editione repetitis satis apparet.

Liber Graecus, quo Commandinus usus est, proxime accedit ad Parisinum 2440, sed ita quidem, ut non ex hoc ipso, sed ex alio simillimo descriptus esse videatur (v. adnot. ad p. 88, 9. 92, 19 sq. 94, 2. 96, 4—6 et 7. 98, 2 et 6. 118, 8. 132, 18 etc.). Sic hoc quoque apographum redit ad communem fontem qui in bibliotheca Vaticana adhuc latuit.

Non diversus ab his recentioribus codicibus, et qui non minus certa vestigia originis e Vaticano deductae prae se ferret, fuit Argentoratensis ille, cuius aliquam notitiam Camererus de actionibus p. 19—32 patefecit. Quibus in notulis nihil ex eo codice, quod ad contextum emendandum valeret, nihil omnino proprium aut peculiare afferri potuit.

Codicibus Parisinis simillimi sunt duo Oxonienses Savilianiani (citati etiam in Fabricii bibliotheca ed. Harles vol. IX p. 174), e quibus Pappi libri VII propositionem 70 edidit Horsley, Apollonii inclin. p. 18—24. Ac maxime quidem cum Parisino 2368 consentit ille quem "alterum" appellat Horsleius; magis ad Parisinum 2440 accedit prior Savilianus, sed idem multis propriis vitis inquinatus est ac neutiquam "eximii" appellatione, quam Horsleius ei tribuit, dignus. Eodem Savilianae bibliothecae codices Halleus, et alterutrum Wallisius adhibuisse videntur in edendis iis Pappi fragmentis, de quibus infra (p. XIX. XXI) exponetur. Certe nihil e suis codicibus hi duo viri doctissimi protulerunt, quod non communem cum reliquis libris recentioribus originem proderet. Neque aliter iudicandum est de eo codice, qui "noster MS^{us}" a Meibomio in dialogo de proportionibus appellatur, unde hic libri VII propositiones 232—234 edidit.

Ambrosiani codicis 266, praeter Parisinos 2440 et 2368, mentionem facit Gerhardus (infra p. XIX). Ac librum qui-

dem Pappi septimum editor ille, quem minus alto silentio de ea re uti optandum erat, ex alterutro Parisino repetivisse videtur, ex alio autem codice nescio quo Pappi librum octavum. Qua in parte quae sint codicis menda quaeque aliis ex causis orta (omnino sane haud pauca), nostrum non est scrutari; satis videtur hoc unum affirmare, in omni Gerhardtii editione nihil usquam inveniri, quod codicum subsidium indicet diversum ab una illa familia, quae e Vaticano propagata est.

Guelpherbyti cum anno 1864, edendis scriptoribus metrologicis intentus, per paucos dies commorarer, inspexi Gudianum Graec. 7, qui Pappi collectionis libros III—VI ac partem septimi continet, quem in idem genus atque omnem recentiorum gregem referendum esse facile apparuit. Testis est praeterea G. G. Bredow, qui in Epistolis Parisiensibus (Lipsiae 1842) p. 187—200 libri III extremam partem, quae est de duplicatione cubi (cap. 96—104, ex eodem codice edidit.

Praeterea commemoro Urbinatem Graec. 72, saeculi XVI, in quo liber septimus exstat, quem Romae inspexi et eiusdem, quam totiens dixi, familiae esse cognovi, neque tamen conferre potui.

Neapolitani codicis bibliothecae Borbonicae, qui ex Vaticano 218 descriptus esse videatur, brevem mentionem fecit Adolphus Kiessling ea in epistula de qua supra dixi.

De codice Vaticano, quo Torellius se usum esse dicit, infra (p. XX sq.) paucis exponam.

Vindobonensis codex suppl. LXV, saeculi XV, post Heronis pneumatica habet Pappi collectionis libros III—VI et septimi initium usque ad verba cap. 9 *δελναι δὲ ταύτην Ἀπολλώνιος μὲν* * * *. Pauca ex hoc Graeca affert Kollarus in supplem. ad Lambecii commentarios de bibl. Vindob. p. 432—436; sed ea ipsa satis aperte huius libri cum reli-

quis recentioribus cognationem ac similitudinem declarant. Eiusdem bibliothecae codex suppl. LXVII, omnes reliquias quae in hac nostra editione exstant continens, descriptus est ex Parisino 2440 (v. Kollar. p. 440).

Quoniam igitur omnis scripturae antiquitas traditae unus fons atque archetypus est Vaticanus, quem nota A insignimus, reliqui codices propter emendationes tantummodo et coniecturas, si quae in iis occurrunt, respiciendi sunt. Ne multa, praeter Vaticanum, cuius auctoritate haec editio plane innititur, primariam ubique rationem habui codicis B, id est Parisini 2440, et quaecunque in eo a varlis viris doctis correctae vel alioqui mutatae sunt diligenter adnotavi, omisi autem apertos scribae errores. Reliquorum recentiorum instar omnium elegi Scaligeranum, atque una littera S non solum hunc ipsum codicem notavi, sed etiam alios recentiores aut consentire significavi, aut, si forte dissentirent, nihil mentione dignum ex iisdem enotandum fuisse. Tamen, ubicunque opus esse videbatur, Vossianum (V) et Commandini codicem, rarius Parisinos 2368 et 2369 diserte citavi.

Sequitur codicum ac notarum conspectus. Est igitur

A = cod. Vaticanus Graecus 218, cuius in scriptura distinxi

A¹ = ipsius librarii manum antiquam, ubicunque haec praeter continuum textum ad primarios calami ductus, idque in medio describendi negotio, aut addidit aliquid aut correxit,

A² = manum supplettricem, ipsam quoque antiquam et eandem fortasse atque A¹, quae nonnulla in describendo omissa, ex archetypo denuo collato inseruit, plurima praeterea correxit,

A³ = manum scholiastae, qui et scholia quaedam passim margini adscripsit et fere librorum titulos ac subscriptiones addidit, multa etiam emendavit,

A⁴ = recentiore aliquam manum neo crebriam nec satis ad emendandum idoneam, a qua differt alia, ut videtur, manus recentior, quam

A rec. significavi. Vaticanum sequitur

B = Parisinus 2440, in quo similiter distinxi

B² = ipsius librarii manum correctricem,

B³ = manum cuiusdam correctoris mathematicorum non ignari et qui ad aliud exemplum librarii B apographum exigeret ac passim eam scripturam restitueret quae in Vaticano exstat,

B⁴ = aliam eiusmodi, sed nullo codicis subsidio (praeter ipsum B) innitentem.

Has diversas manus separavi in adnotationibus ad eam Pappi collectionis partem, quam ipse cum codice B contuli; sed ad librum septimum et octavum a Waitzio variae eiusdem codicis scripturae rarissime adnotatae sunt, neque quidquam nisi hoc, alteram scripturam primariam esse, alteram secundariam, tradi solet. Ergo in hac operis parte B non tam ipse est Parisinus quam Waitzii apographum, passim, ut cognovi, ab archetypi ductibus paulo aberrans; et praeterea nota tantummodo B^c (qua scilicet correctum esse in codice aliquid significaretur) afferri potuit. Sequitur

S = Lugduno-Batavus Scaligeranus 3 fol., cuius nota, sicut modo (p. XII) demonstratum est, alios quoque recentiores codices comprehendere solet. Quorum e numero compendiis scripturae notati sunt

V = Lugduno-Batavus Vossianus 48 fol., duabus diversis manibus, sed ex uno codice archetypo, qui Parisino 2368 fuit simillimus, descriptus, cuius extremo folio haec leguntur "Amico integerrimo simul et Doctiss. viro D. paulo petavio in suprema curia Senatori Raemundus massacus Dono dedit tertio nonas Novembres 1599", tum

V² = vir doctus qui scholia nonnulla adscripsit et menda permulta correxit, denique

cod. **Co** = codex Commandini ab ipso citatus.

Accedunt hae notae:

| significat versus exitum in codice A,

/ spatia singularum litterarum, quae in eodem libro evanuerunt (supra p. VII),

• spatia singularum litterarum, ubi recentiorum codicum librarii propter evanidam in A scripturam, vacuo spatio relicto, lacunas notaverunt.

* in Graeco contextu lacunam, in adnotatione singulas litteras in A erasas indicat.

• notae codicis adiectum significat dubitationem de scriptura quae silentio tantum, ut aiunt, confirmatur.

() in contextu scriptoris pro vulgari usu parentheses signa sunt. Iidem uncini in adnotatione litterae codicis recentioris circumscripti, velut (B), declarant huius quidem codicis scripturam eandem esse atque eius, cuius nota ante uncinos posita est, sed nullam

fidem praestari de spiritu vel accentibus vel ϵ subscripto vel ν ἐφελκυστικῷ vel exouante vocis οὕτως sigma vel etiam de linea super litteras geometricas ducta. Namque ipsius Vaticani, id est archetypi, scriptura diligenter enotata aliorum codicum in his minutis varietatem adiungere plerumque inutile erat et supervacaneum.

[] interpolatorum additamenta notant, quos inter unicinos, sicubi etiam hi () comparent, interpolatis iam verbis ab altero infelicis istius industriae aemulo aliud insuper interpretamentum insertum esse videtur.

Super litteras geometricas et notas numerorum, ubicunque nihil adnotatum est, in A lineam transversam ductam esse putato. Varietatem autem ubique adscripsi, etiamsi de distinctione tantummodo vel coniunctione litterarum agebatur, velut pro AB , quod expressum sit in contextu, Vaticanum habere AB , atque alia id genus nusquam sciens equidem commemorare omisi.

Quaecunque verba Graeco contextui coniectura sunt inserta, ea diversis litteris exprimenda curavi, item cursivis litteris in Latina interpretatione quidquid perspicuitatis causa ipse addidi.

VIRORUM QUI PAPPI FRAGMENTA EDIDERUNT VEL INTERPRETATI SUNT
CONSPECTUS.

Sequuntur nomina vel nominum notae virorum doctorum, quorum emendationes, coniecturae, interpretationes frequentius laudandae fuerunt.

Breton = Recherches nouvelles sur les Porismes d'Euclide, par M. P. Breton (de Champ), in annalibus qui inscribuntur Journal de mathématiques pures et appliquées publié par

J. Liouville, tome XX, année 1855, p. 209—304. Edita sunt adhibitis codicibus Parisinis 2368 et 2440 Graeca huius editionis libri VII cap. 13—20; eodem in Francogallicum sermonem conversa voluminis citati pag. 244—248. Tum Bretonus Pappi lemmata (libri VII cap. 193—232) liberius in eundem sermonem convertit, quibus inde a pag. 247 varia ad explicandam porismatum rationem addidit. Denique appendicis instar pag. 299—303 propositiones de locis planis, quas Pappus (VII cap. 23—26) breviter affert, adiunctae sunt. Atque iteratis etiam curis omnem quaestionem quae est de porismatis Bretonus tractavit in iisdem annalibus *Deuxième série, tome II, année 1857, p. 185—205, et tome III, année 1858, p. 89—142.* Equidem in hac editione primum Bretoni tractatum secundum singulas paginas citavi, eas autem quae secutae sunt disputationes et controversias hoc loco semel commemoravisse satis fuerit.

Ca = Apollonii de tactionibus quae supersunt, ac maximo lemmata Pappi in hos libros graece nunc primum edita a Ioanne Guilielmo Camerer, Gothae 1795, et Apollonius von Pergen ebene Oerter. Wiederhergestellt von Robert Simson. Aus dem Lateinischen übersezt von Johann Wilhelm Camerer, Lipsiae 1796. Quorum librorum prior continet huius editionis libri VII cap. 11. 12. 158—184, alter libri VII cap. 21—26. 185—192. De ratione critica quam in libro de tactionibus tenuerit sic disserit auctor p. 19 sq.: "In edendis his lemmatibus, quae nunc primum, e duobus codicibus bibliothecae olim Regiae Parisiensis, codice nempe 2368 et 2440 descripta, collato etiam alio codice, qui Argentorati in bibliotheca Academica servatur, Graeco sermone prodeunt, ita versatus sum, ut, si unus saltem codex lectionem commodam haberet, eam amplecterer, neglecta prorsus inepta reliquorum lectione, si vero nullus omnino lectionem haberet, quae intelligi posset, meo sensu plerumque lectionem resti-

tuerem, indicata tamen in margine mssptorum lectione, si dubius essem, dubia pariter in margine notarem". Prorsus iisdem codicum subsidiis eademque ratione critica in altero libro, qui reliquias de locis planis continet, Camererus usus est (vide illio praef. p. VI sq.)

Chasles = *Les trois livres de porismes d'Euclide, rétablis pour la première fois, d'après la notice et les lemmes de Pappus, et conformément au sentiment de R. Simson sur la forme des énoncés de ces propositions; par M. Chasles, Paris 1860.* Francogallico sermone vel liberius expressa vel in brevius contracta sunt quae in hac Pappi editione libri VII cap. 13—20. 193—232 leguntur. Praeterea quaecunque vir acutissimus ad restituendos Euclidis libros porismatum contulit, ex ex Pappi reliquiis se repetivisse ipse commemorat p. 86. Invenit autem suo ingenio porismata CCXXI, id est aliquanto plura quam ipse Euclides, siquidem verba quae VII cap. 20 extr. leguntur: τὰ τέλη βιβλίας τῶν πορισμάτων — θεωρημάτων ἐστὶν ποσά' sine numeri errore tradita et, id quod mihi quidem dubium videtur, ab ipso Pappo scripta sunt.

Co = Pappi Alexandrini mathematicae collectiones a Fed. Commandino Urbinate in Latinum conversae et commentariis illustratae, Venetiis apud Franciscum de Francisols Senensem, 1589 et (quod ad calcein legitur) Pisauri apud Hieronymum Concordiam 1588. Eadem editio nullo nisi primo folio mutato paulo post repetita est sub hoc titulo: Fed. Commandini — commentaria in libros octo mathematicarum collectionum Pappi Alexandrini — ad Soren. Franciscum Mariam II. Urbini Ducem, Pisauri apud Hieron. Concordiam 1602. Itaque cum tres editiones commemoret Fabricius in biblioth. Graeca (vol. IX p. 173 ed. Harles), quae Pisauri 1588, Venetiis 1589, Pisauri 1602 prodierint, pro illis haec una tantum quam statim attulimus numeranda est. Alteram editionem Carolus Manoleusius Bononiae a. 1660 in publicum emisit incredibili

paene cum ignorantia ac temeritate. Qui cum statim in titulo iactaverit Commandini commentarios ab innumeris, quibus scaterent, mendis, et praecipue in Graeco contextu, diligenter vindictos esse, et in praefatione gloriose addiderit emaculatiorem aut diligentiorum editionem nullam hac sua fieri posse, tamen nec quidquam quod dignum mentione esset sua industria addidit et Graecas scripturas a Commandino plerumque recte, interdum mediocri cum errore enotatas ad immanes corruptelas detorsit et hoc re vera assecutus est, ut maculatiores aut indiligentiores editiones vix ulla cogitari possint. Sed redeo ad Commandinum, qui quam egregie de Pappo meritis sit, ut in re manifesta, non opus est demonstrare. Neque solum ad theorematum et problematum, quae in hanc collectionem congesta sunt, interpretanda atque illustranda laudabilissimam operam attulit, sed etiam Graeca verba totiens et tam feliciter emendavit, ut, si pares aemulos habuisset eos qui seculi sunt fragmentorum editores, Pappi contextum qui legi posset iam dudum haberemus. Correxit autem vel ipsa Graeca verba, scriptura codicis sui diserte allata, vel tacite in interpretatione pro Graecis corruptis posuit emendata Latina. Itaque ubicunque postea ab alio editore id Graece expressum est quod Latine significaverat Commandinus, illum quidem, ut par erat, citavimus, sed simul eius emendationis auctorem esse Commandinum adiunximus. Contra si eiusdem coniecturas Latina interpretatione significatas non recepimus, eas tamen verbis "voluit Co" in Graecum sermonem translatae apposuimus in adnotatione.

Ei = Πάππου συγγραφαί. Pappi Alexandrini collectiones mathematicae nunc primum Graece edidit Herm. Jos. Eisenmann. Libri quinti pars altera. Parisiis 1824. Tractatum de solidorum corporum comparationibus, i. e. libri V capita 33—105, omisso accentuum notatione, exhibet editor uno subsidio codicis Parisini 2368 usus, cuius nonnullos er-

rores emendavit, plurimos retinuit, quosdam etiam mirum in modum auxit. Multae deprehenduntur lacunae, quae, si codicem Parisinum 2440 inspicere non libebat, ex Commandini saltem versione expleri poterant, multa libero arbitrio eoque vix unquam felici mutata sunt, omnino, quamvis Graeca edita sint, tamen hic liber multo longius adest a vera Pappi scriptura quam Commandini versio Latina.

Ge = *Die Sammlung des Pappus von Alexandrien. Griechisch und deutsch herausgegeben von C. J. Gerhardt, zweiter Band, Halle 1871*, continet librum septimum et octavum. Quibus libris manu scriptis editor usus sit, incertum est, nisi forte e notula ad pag. 246 codices Parisinos 2368 et 2440 inspectos esse licet concludere. Praeterea pag. 300 Ambrosianus 266 ab editore commemoratur (conf. supra p. X sq.)

Ha = Apollonii Pergaei de sectione rationis libri duo ex Arabico MSto latine versi. Accedunt eiusdem de sectione spatii libri duo restituti. Praemittitur Pappi Alexandrini praefatio ad VII^{am} collectionis mathematicae, nunc primum graece edita: cum lemmatibus eiusdem Pappi ad hos Apollonii libros. Opera et studio Edmundi Halley, Oxonii 1706, et: Apollonii Pergaei conicorum libri IV priores cum Pappi Alexandrini lemmatis ex codd. MSS. Graecis edidit Edmundus Halleus, Oxoniao 1710. Horum Halleii egregiorum operum prius continet huius editionis libri VII cap. 1—67, alterum eiusdem libri cap. 233—314. In praefatione ad libros de sectione rationis, "Pappi", inquit, "praefationem non antehac graeco, immo vix latine editam operibus hisce praemisit; pristinae integritati, quoad eius fieri potuit, restitutam e duobus codd. MSS. bibliothecae Savilianae. Verum, ut ingenue fatear, manum adhuc medicam postulat. Nam ut Graeca Pappi in hisce codicibus saepiuscule luxata sunt et depravata, praecipue in descriptione porismatum Euclidis (ubi nihil fere sani occurrit), ita in plerisque absurda adeo et in-

sulsa erat Commandini versio, ut necesse habuerim aut passim eam emendare aut aliam de novo conficere". Ex iisdem codicibus Pappi ad Apollonii conica lemmata primus edidit.

Huumann = *Versuch einer Wiederherstellung der Bücher des Apollonius von Perga von den Berührungen*, von C. G. Huumann, Breslau 1817. Graeco repetita sunt ea quae Camererus libro de tactionibus (v. supra p. XVI) ediderat.

Horsley = Apollonii Pergaei inclinationum libri duo. Restituebat Samuel Horsley. Oxonii 1770. Graeco edita sunt huius editionis libri VII cap. 27. 28. 126.

Hu = editoris emendationes vel coniecturae.

Scu = notae quas Scaliger inter lineas vel ad marginem sui codicis (v. supra p. VIII, adscripsit.

Simson = Apollonii Pergaei locorum planorum libri duo restituti a Roberto Simson, Glasguae 1749. Ex Hallei libris de sectione rationis ea quae in hac editione libri VII cap. 21—26 leguntur repetita partimque emendata sunt e codicibus Parisinis 2368 et 2440 a Iacobo Moor collatis (v. illic praef. p. X). Praeterea Pappi ad hos Apollonii libros lemmata (in hac editione libri VII cap. 185 sqq.) Latino sermone expressa Simsonus Apollonio suo restituto inseruit ac nonnulla ita correxit, ut ipse Graecus contextus inde emendari posset. Item uberrimi fructus redundarunt ex Apollonii sectionis determinatae et porismatum libris ab eodem viro subtilissimo restitutis in volumine quod inscribitur "Roberti Simson opera quaedam reliqua post auctoris mortem in lucem edita cura Iacobi Clow. Glasguae 1776", quibus libris etsi Graeca non edidit, tamen ad restituenda genuina Pappi verba formulasque plurimum contulit.

To = Iosephi Torelli Veronensis geometrica, Veronae 1769. Editae sunt p. 89—96 Pappi libri IV capita 45—52 ex "Vaticanæ bibliothecae codice mss.," ut ipse ait praef. p. XIII. Qui codex num idem fuerit ac noster A, propterea

difficilius est iudicatu, quia, si forte Torellius aliter quid adnotet ac nos in A invenimus, id vel illius errore vel vitio apographi, quod ille exarandum curaverit, factum esse videatur. Attamen in paucis paginis tot et tantae discrepantiae a Torellio afferuntur, ut codicem Vaticanum, quo ille usus est, alium ac nostrum A fuisse veri sit simillimum. Itaque nos non omnem istam variam scripturam in hanc editionem recepimus; nam quaecunque in illo Vaticano ab A discrepant ex describendi negligentia originem duxerunt ideoque nulla sunt auctoritate.

Vincent = Considérations sur les Porismes en général et sur ceux d'Euclide en particulier. Examen et réfutation de l'interprétation donnée par M. Breton (de Champ) aux textes de Pappus et de Proclus relatifs aux Porismes. Par A. J. H. Vincent. Etenim cum Vincentius in annalibus qui *La Science* inscribuntur contra Bretoni de porismatis commentarium disputare instituisset, plura ab utroque diversis iudiciis in medium prolata sunt; denique Vincentius, quaecunque de hoc argumento prius scripserat, ea subtilissime retractavit eo quem statim attuli commentario, qui prodiit in *Journal de mathématiques pures et appliquées publié par Liouville, deuxième série, tome IV, année 1859*, p. 9—46. Praeterea de Pappo optime meritus est Vincentius edito mechanicorum fragmento, de quo in adnotatione ad libri VIII cap. 49 commemoratum est.

Wa = Iohannis Wallis operum mathematicorum volumen III, Oxoniae 1699. Cuius voluminis pag. 597—640 Wallisius Pappi libri secundi reliquias iteratis curis edidit, postquam primum a. 1688 eas in lucem emiserat. Ibidem p. 570—572 et 578—580 inter Aristarchi Samii de magnitudinibus solis et lunae propositiones insertum est fragmentum Pappi sexti libri cap. 69—79. Quo codice usus sit, sic breviter commemorat editor p. 596: "Cum itaque inter codices manuscriptos ab . . . Henrico Savilio bibliothecae mathematicae in

usum professorum suorum datos incidere iam dudum in Pappi codicem MS. Graecum, qui continet non tantum Pappi librum tertium cum sequentibus, sed secundum etiam, non quidem integrum, sed ipsius partem non contemnendam, ex qua de reliquo iudicium fiat: facturum me putabam opus mathematicis haud ingratum, fragmentum illud ex MS. erutum tunc primum anno 1688 in lucem mittere".

Quaecunque alii viri docti ad Pappi reliquias emendandas passim attulerunt, ea suis quaeque locis in adnotatione citata sunt plenis librorum titulis adscriptis.

DE INTERPRETATIONE LATINA.

Interpretationem Latinam ita conformare studui, ut ab huius aetatis et mathematicis et philologis, etiamsi in Graecae dictionis mathematicae proprietate minus versati essent, commode intellegi posset. Ergo, quantumcunque Graecus scriptor, servato utique vetusti sermonis colore, concessurus esse videbatur, formulas recentioris consuetudinis adhibui vel eas, primum Graecis verbis strictius translatis, postmodum apposui. Praeterea et in indice, qui partem tertii voluminis occupabit, omnia vocabula mathematica illustravi, et statim in ipsa interpretatione vel in adnotationibus, ubi opus erat, explicavi; pauca, quae longiorem disputationem requirerent, ad appendicem item tertio volumini inserendam reieci. Omnino autem nunquam et Graecum et veterem mathematicorum scriptorem a me edi et illustrari oblitus sum, et, quidquid mea conjectura addendum esse videretur, his me continui finibus, ut aut aliorum veterum scriptorum theoremata ad singulos Pappi locos utilia, ubicunque inveniri possent, citarem, aut, si non invenirentur et tamen Pappum eorum rationem habuisse constaret, ex ipsa veterum mathematicorum arte ac disciplina restituere conarer. Plurima etiam illustrare contigit hac ratione, ut demonstrationem a Graeco scrip-

tore in brevius contractam, interpositis eis quae ille tacite suppleri vellet verbis vel sententiis, planam et perspicuam redderem.

DE QUIBUSDAM GRAECORUM MATHEMATICORUM FORMULIS.

Denique ne quis in dicendi genere saepissime apud Pappum obvio atque a nostra dictione alieno haesitet, hic breviter, quas formulas in proportionum latissimo usu Graeci mathematici adhibere soleant, explicare propositum est.

Ex Euclidis praeceptis (elem. 5 def. 13—17) proportio $\alpha : \beta = \gamma : \delta$ has variationes subire potest:

ἐναλλάξ, i. e. *alterna ratione* sive *vicissim* (quod plerique etiam *permutando* dicere consueverunt), $\alpha : \gamma = \beta : \delta$,

ἀνὰ πάλιν, i. e. *inversa ratione* sive *e contrario*, $\beta : \alpha = \delta : \gamma$

συνθέντι sive *κατὰ σύνθεσιν*, i. e. *componendo* sive *per compositionem*, $\alpha + \beta : \beta = \gamma + \delta : \delta$,

διελόντι sive *κατὰ διαίρεσιν*, i. e. *divimendo* sive *per diremptionem* (vulgo *dividendo* et *divisione rationis* dicere solent), $\alpha - \beta : \beta = \gamma - \delta : \delta$,

ἀναστρέφαντι, i. e. *convertendo*, $\alpha : \alpha - \beta = \gamma : \gamma - \delta$.

Similiter quænam fiant, si sit $\alpha : \beta :: \gamma : \delta$, cum Euclides omiserit demonstrare, addit Pappus VII propos. 3 sqq.

Porro secundum elem. 5 propos. 12 et 19, si rursus ponatur $\alpha : \beta = \gamma : \delta$, additione vel subtractione sunt

$$\alpha \pm \gamma : \beta \pm \delta = \alpha : \beta = \gamma : \delta,$$

quae ratio vocabulis *συναμφοτέρος* sive *ὅλος*, et in subtractione adiectivo *λοιπός* significari solet.

Schema δὲ ἴσου sive *ex aequali* secundum elem. 5 defin. 18 et propos. 22 hoc est. Si sit

$$\alpha : \beta = \delta : \epsilon, \text{ et}$$

$$\beta : \gamma = \epsilon : \zeta, \text{ hinc efficitur}$$

$$\alpha : \gamma = \delta : \zeta.$$

Similiter *συνημύκτος* sive *συνκείμενος λόγος*, quam nos *formulam compositae proportionis* diximus, efficitur multiplicatis inter se duabus proportionibus. Velut si sit

$$\alpha : \beta = \delta : \varepsilon, \text{ et}$$

$$\beta : \gamma = \zeta : \eta, \text{ erit}$$

$$\frac{\alpha}{\gamma} = \frac{\delta \cdot \zeta}{\varepsilon \cdot \eta},$$

id quod pro veterum usu ex elem. 6 propos. 23 et 4 geometrica ratione concluditur.

Denique est formula *μέγεθος μέγεθος δοθέντι μείζον ἢ ἐν λόγῳ*, in datorum theorematibus passim obvia, quam ad verbum interpretari Latine, quamvis languida et subobscura haec versio esset, necesse fuit. Hac igitur formula veteres auctore Euclide (dat. defin. 11) significant in proportione

$$\alpha - \gamma : \beta$$

non ipsas quidem magnitudines α et β datas esse, at datam et magnitudinem γ et proportionem $\alpha - \gamma : \beta$. Similiter *ἴσασον ἢ ἐν λόγῳ*, sive $\alpha + \gamma : \beta$, explicandum est. Conf. Chasles *Aperçu historique* p. 8 versionis Germanicae, et Fr. Buchbinder *Euclids Porismen und Data*, program. scholae Portensis a. 1866, p. 44.

Scripsit Dresdae d. XXVI m. Octobris a. MDCCCLXXV.

ΠΑΠΠΟΥ ΑΛΕΞΑΝΔΡΕΩΣ ΣΥΝΑΓΩΓΗ.

PAPPI ALEXANDRINI
COLLECTIONIS RELIQUIAE.

1 γὰρ αὐτοὺς ἐλάσσοντας μὲν εἶναι ἑκατοντάδος μετρεῖσθαι δὲ ἐπὶ δεκάδος, καὶ δεόν ἔστω τὸν ἐξ αὐτῶν στερεὸν εἰπεῖν μὴ πολλαπλασιάσαντα αὐτούς.

Ἔστωσαν οὖν οἱ ἀριθμοὶ ν' ν' ν' μ' μ' λ'. ἔσονται ἄρα οἱ πυθμένες ε' ε' ε' δ' δ' γ'. ὁ ἄρα ἐξ αὐτῶν στερεὸς γι-5 νεται μονάδων ς. καὶ ἐπεὶ τὸ πλήθος τῶν δεκάδων ἐστὶν ς' καὶ μετρούμενον ὑπὸ τετράδος λείπει δύο, ἔσται ὁ ἐξ αὐτῶν στερεὸς [τῶν δεκάδων] μυριάδων ἀπλῶν ἑκατόν. καὶ ἐπεὶ ὁ ἐκ τῶν δεκάδων στερεὸς ἐπὶ τὸν ἐκ τῶν πυθμένων στερεὸν ποιεῖ τὸν ἐκ τῶν ἐξ ἀρχῆς στερεόν, αἱ ἄρα μυριά-10 δες ρ' ἐπὶ τὰς μονάδας ς γενόμεναι ποιοῦσιν μυριάδας ξ' διπλᾶς, ὥστε ὁ ἐκ τῶν ν' ν' ν' μ' μ' λ' στερεὸς ἐστὶν μυριάδων ξ' διπλῶν.

2 ιε'. Ἔστωσαν δὴ πάλιν ὑσοιδηποτοῦν ἀριθμοὶ ἐφ' ὧν τὰ B, ὧν ἕκαστος ἐλάσσων μὲν χιλιάδος μετρεῖσθω δὲ ὑπὸ 15 ἑκατοντάδος, καὶ δεόν ἔστω τὸν ἐξ αὐτῶν στερεὸν εἰπεῖν μὴ πολλαπλασιάσαντα τοὺς ἀριθμούς.

Γεγονέτω, καὶ ὁ διπλάσιος τοῦ πλήθους αὐτῶν μετρεῖσθω πρότερον ἐπὶ τετράδος, καὶ ὑποκείσθω ὑπὸ ἑκαστον τῶν B ἑκατοντάς ἢ α', καὶ καθὼ μετρεῖται ἕκαστος τῶν B 20

4. ἐλάσσονος ASV, corr. BV² 3. αὐτὸν [sine spir.] A, corr. BS
4. of — μ' λ' add. W^a 5. οἱ πυθμένες ante 4. ἔσονται ἄρα ABS, transposuit Hu 6. μονάδων BS, ἢ A 7. ς' W^a pro κς
8. τῶν δεκάδων del. Hu 9. τῶν δεκάτων A, corr. BS 11. μονάδας BS, ἢ A γινόμεναι V¹ W^a 12. ννμ μ λ A S₁, distinxit B
14. ιε' add. Hu, ις' W^a δὲ W^a ὅσοι δήποτε οὖν AB, corr. S
18. Γεγονέτω add. Hu 20. τῶν β' S W^a, τῶν δύο AB utroque loco

Pappi Alexandrini collectionis libri II reliquiae.

Vide commentarios appendicis loco adiunctos.

* nam *supponitur* eos *numeros* minores esse centenario ^{Prop. 44*)} et per denarium divisibiles, et oporteat solidum *numerum* ex *productum* dicere, neque tamen ipsos multiplicare.

Sint igitur numeri 50 50 50 40 40 30: erunt igitur numeri fundamentales 5 5 5 4 4 3, qui inter se multiplicati efficiunt 6000. Et quia decades sunt numero 6, qui numerus si per 4 dividitur, *prodit quotiens 1* et restant 2, solidus *numerus* ex his *decadibus* productus erit 100 myriadum simplicium. Et quoniam productum ex *decadibus* multiplicatum cum producto ex numeris fundamentalibus efficit productum ex numeris qui ab initio *propositi sunt*, myriades igitur 100 cum 6000 multiplicatae efficiunt duplas myriadas 60, *sive* 60.10000².

XV. Sit iterum quocunque numerorum series β , singuli ^{Prop. 45} autem numeri sint minores quam 1000 et divisibiles per 100, et oporteat solidum *numerum* ex his *productum* dicere, neque tamen *singulos* numeros multiplicare¹.

Factum iam sit, et *quaeratur*. quot *sint singuli numeri*; quot autem sunt, hic ipse numerus duplicatus sit primum per 4 divisibilis, et sub quemque seriei β numerum ponatur 100.

*) Hanc propositionem quintam decimam numerat W'a et sic porro reliquis, praeter codicis A auctoritatem.

4) Nonnulla in hac propositione itemque in demonstratione obscuriora videntur, quia et priores Pappi propositiones et Apollonii liber, qui de hac numerorum doctrina scriptus erat, perierunt. Tamen commentarii instar habendae sunt propositio, quae sequitur. decima septima et aliae deinceps. Praeterea conf. append. ad hanc propos.

ὑπὸ τῆς ἑκατοντάδος ἔστισαν οἱ ἐφ' ὧν τὰ Γ· πνυθμένες ἄρα εἰσὶν οἱ ἐφ' ὧν τὰ Γ τῶν ἐφ' ὧν τὰ Β. ὁ δὲ διὰ τῶν πνυθμένων στερεὸς ἔστω ὁ Ε [τοντέστιν μονάδας ρκ]. δεικνύται οὖν διὰ τῶν γραμμῶν ὁ διὰ τῶν ἐφ' ὧν τὰ Β στερεὸς μυριάδων διπλῶν ρκ, ἔπειδὴ καὶ ὁ διὰ τῶν ἐφ' ὧν τὰ Β στερεὸς ἴσος ἐστὶν τῷ διὰ τῶν ἑκατοντάδων στερεῷ ἐπὶ τὸν ἐκ τῶν πνυθμένων στερεόν, τοντέστιν διπλῇ μυριάς α' ἐπὶ τὰς ρκ' μονάδας.

- 3 Ἀλλ' ὁ διπλάσιος τοῦ πλήθους τῶν ἐφ' ὧν τὰ Β μὴ μετρεῖσθω ὑπὸ τετραδος· μετρούμενος ἄρα λείψει δυνάδα ἐξ 10 ἀνάγκης [τοῦτο γὰρ προδεδεικται], ὥστε καὶ ὁ διπλάσιος τοῦ πλήθους τῶν ἑκατοντάδων μετρούμενος ὑπὸ τετραδος· τὸ ἄρα πλήθος τῶν ἑκατοντάδων μετρούμενον ὑπὸ δυνάδος λείψει μίαν ἑκατοντάδα. ὁ τοίνυν διὰ τῶν ἑκατοντάδων στερεὸς ἔσται μυριάδων ρ' ὁμωνύμων τῷ Ζ, τοντέστι διπλῶν, 15 ὥστε δῆλον ὅτι ὁ διὰ τῶν ἐφ' ὧν τὰ Β μυριάδες εἰσὶν ρ' ὁμωνύμοι τῷ Ζ γενόμενοι ἐπὶ τὸν Ε τὰς ρκ' μονάδας]. γίνονται μυριάς μία δ.σχίλια διπλῶν μυριάδων.

- 4 15. Ἔστισαν δύο ἀριθμοὶ οἱ Α Β, καὶ ὁ μὲν Α ὑποκείσθω ἐλάσσων μὲν χιλιάδος μετρούμενος δὲ ὑπὸ ἑκατον- 20 τάδος, οἷον μονάδες φ', ὁ δὲ Β ἐλάσσων μὲν ἑκατοντάδος μετρούμενος δὲ ὑπὸ δεκάδος, οἷον μονάδες μ', καὶ δέον ἔστω τὸν ἐξ αὐτῶν ἀριθμὸν εἰπεῖν μὴ πολλαπλασιάσαντα αὐτούς.

1. οἱ ἐφ' ὧν τὰ Γ· οἱ $\bar{C}$ AB³, οἱ $\bar{\epsilon}$ B¹, οἱ $\bar{\sigma}$ S, Γ (omisso οἱ) W^a, ἐφ' ὧν τὰ add. Hu 2. τὰ Γ W^a, τὰ $\bar{C}$ [$\bar{C}$ super verum] A, τὰ $\bar{\sigma}$ B³, τὰ $\bar{\sigma}$ omisso $\bar{\sigma}$; B¹ 3. πνυθμένες — 5. ὁ διὰ τῶν om. A¹, add. A² in marg. B³ 3. ὁ Ε W^a, ὁ $\bar{\Gamma}$ A²B, ὁ δέκα S τοντέστιν β ρκ A², del. Hu 4. τὰ β S W^a, τὰ δύο AB, Item vs. 6 8. μονάδας B³, β A 9: Ἀλλ' ὁ Hu pro ἄλλα (sine acc.) 10. post ἄρα add. κατὰ τὸν Ζ W^a [conf. adnot. ad Latina] 12. μετρούμενος W^a pro μετρεῖται, qui praeterea post ὑπὸ τετραδος addit κατὰ τὸν Ζ λείπει δυνάδα (sed haec facile intellegi voluit scriptor) 13. δυνάδος W^a pro τετραδος 15. ὁμωνύμων τῷ Ζ W^a, ὁμωνύμοι N A(B), ὁμωνύμων S 16. ρ' W^a pro δύο 17. τῷ Ζ W^a pro τῷ Ν τὸν Ε W^a pro τὸν $\bar{\Gamma}$ τὰς ρκ β A, del. Hu 18. γίνονται δὲ W^a, τοντέστιν conf. Hu 19. 15 A¹ in marg. B³ οἱ Α· Β A (id est οἱ AB correctum in οἱ $\bar{A}$ $\bar{B}$) 34. οἷον μονάδες η' add. B Savillanus οἷον μονάδων η' add. V², in A

et divisione per 400 facta existat series γ : ergo numeri seriei γ fundamentales sunt numerorum seriei β . Sit autem numerus solidus ex fundamentalibus productus ϵ . Jam lineari demonstratione²⁾ ostenditur numeris seriei β inter se multiplicatis effici duplas myriadas 420, quoniam numerus solidus e numeris seriei β productus aequalis est solido ex centenariis numero multiplicato cum numero producto ex fundamentalibus, id est $= 40000^2 \cdot 420$.

Sed, quot sunt singuli numeri in serie β , horum numerus duplicatus ne sit divisibilis per 4: erit igitur $= 4\zeta + 2$: hoc enim antea demonstratum est, ubi ζ significabat, quotuplus essent myriades³⁾. Itaque etiam centenariorum numerus duplicatus erit $= 4\zeta + 2$; ideoque ipse centenariorum numerus $= 2\zeta + 1$. Ergo solidus numerus e centenariis productus erit 400 myriadum potentiae ζ^* , id est duplarum: itaque apparet productum ex numeris seriei β^{**} esse $= 100 \cdot 40000\zeta \cdot \epsilon$, id est $42000 \cdot 40000^2$.

XVI. Sint duo numeri $\alpha \beta$, quorum prior ponatur minor ^{Prop. 46} quam 1000 et divisibilis per 400, velut 500, alter autem minor quam 100 et divisibilis per 40, velut 40, et oporteat solidum numerum ex his productum dicere, neque tamen ipsos multiplicare.

2; Graeca $\delta\epsilon\lambda\epsilon\upsilon\sigma\tau\alpha\iota$ οὐδὲ διὰ τῶν γραμμῶν sine dubio ad Apollonii librum spectant, non ad lineas quasdam cum notis maximam partem corruptis in codice adscriptas, e quibus nulla demonstratio concinnari potest. Quapropter nos, perinde ac Wallisius, eas figuras repetere omisimus; probabilem autem descriptionem restituvimus in appendice.

3) Numerus igitur singulorum numerorum seriei β ponitur $\pi\epsilon\tau\iota\sigma\sigma\acute{o}\varsigma$ sive impar, qui duplicatus si per 4 dividitur, restant 2, quotiens autem ζ significat myriadis potentiam; ergo, si $\zeta = 2$ ponitur, sunt $\mu\upsilon\tau\iota\acute{\alpha}\delta\epsilon\varsigma$ διπλάσι $= 40000^2$.

*; Ergo illa quam ex Graecis effecimus formula $2\zeta + 4$, cum centenarii numeri supponantur, significat $400^2 \cdot 400$; habes igitur in nuce, ut aiunt, ipsam logarithmorum doctrinam.

***) Vide append. ad hanc propositionem.

sex septemve litterae erusae 22. $\delta\epsilon\alpha\tau\omicron\varsigma$ (sine acc. et / super τ A¹ $\mu\omicron\upsilon\acute{\alpha}\delta\epsilon\varsigma$ μ B ($\mu\omicron\upsilon\acute{\alpha}\delta\omicron\upsilon\tau$ μ S, β μ A 23. ἀριθμὸν) στεγερὸν W a (de-
buit τετραγώνον)

Apparet autem, si computatio per numeros fiat. Nam numeri fundamentales 5 & inter se multiplicati efficiunt 20, et centenarius cum denario multiplicatus efficit 1000, et $1000 \cdot 20$ sunt 2 myriades, id est productum e numeris $\alpha \beta$. Linearis autem descriptio manifesta est ex Apollonii demonstratione¹⁾.

XVII. In Apollonii theorema XVIII. Sit series numero-^{Prop. 17}
rum α , quorum singuli minores sint quam 100 et divisibiles per 10, et alia series numerorum β , quorum singuli minores sint quam 1000 et divisibiles per 100, et oporteat solidum numerum ex numeris serierum $\alpha \beta$ productum dicere, neque tamen ipsos multiplicare.

Etenim fundamentales numerorum seriei α comprehenduntur serie η , scilicet 1 2 3 4, et fundamentales numerorum seriei β serie θ , scilicet 2 3 4 5, et sumpto solido numero, qui ex fundamentalibus efficitur, id est $\varepsilon = 2880$, quaeratur, quot sint numeri in serie α quotque in serie β ; quot autem sunt in serie α et his tot quot sunt in serie β , haec summa sit primum per 4 divisibilis, sitque quotiens ζ . Et demonstrat Apollonius solidum numerum ex omnibus numeris serierum $\alpha \beta$ productum myriadas potentiae ζ tot habere, quot sunt unitates in ε , id est $10000^3 \cdot 2880$. (Hic vocetur primus propositionis casus.)

Sed, quot sunt numeri in serie α et his tot quot sunt

1) Vide append. ad hanc propos.

om. B Savilianus $\mu\epsilon\nu$ add. Hu 11. τὰ $\overline{AB}$ A, distinx. BS 13. μ ABS τῶν δὲ — 14. γ' καὶ δ' om. A¹, add. A² in marg. BS; 13. τῶν $\overline{I}$ δὲ A²BS, corr. Wa 14. μ A²BS 15. 16. τῶν $\overline{BF.I}$ $\overline{BF.IE}$ AS, distinx. B, del. Hu 16. μονάδων S, μ A, μονάδες B $\overline{B\omega\overline{\Pi}}$ AB, $\beta\omega\pi$ S 17. προσλαβόντα Wa pro προσλαβόντα διαπλασιασσοῦ (sine acc.) A, alterum $\alpha\sigma$ expunxit prima manus 19. κατὰ τὸν Z — αὐτοὺς interpolatori tribuit Hu 20. τὰ $\overline{AB}$ A, distinx. BS, item post-hac 21. 22. ὁμῶνύμων τῶ Wa pro ὁμῶνύμοι 23. τριπλαῖς μ A, τριπλαῖς μ B (τριπλαῖς μονάδες S), τριπλαῖς μυριάδες Wa, corr. Hu $\overline{B\omega\overline{\Pi}}$ ABS, item vs. 24 23. μὴ γὰρ — 28. ἀριθμῶ interpolatori tribuit Hu 24. τούτέστιν τὰ γενομένη τὰ ABS, τούτέστι (omisso τὰ) Wa 25. τῶν post ἀριθμὸν Wa pro τὸν 27. μ A

τὸν διπλασίονα τοῦ πλήθους τῶν ἐφ' ὧν τὰ Β, μετρούμενον ὑπὸ τετραδὸς καταλείπεται πρότερον ἕνα. καὶ συναγεί ὁ Ἀπολλώνιος ὅτι ὁ ἐκ τῶν ἀριθμῶν ἐφ' ὧν τὰ Α Β στερεὸς μυριάδες εἰσὶν τοσαῦται ὁμώνυμοι τῷ Ζ, ὅσος ἐστὶν ὁ δεκαπλασίων τοῦ Ε, ἐὰν δὲ τὸ προειρημένον πλῆ-⁵θους μετρούμενον ὑπὸ τετραδὸς καταλείπη δύο, ὁ ἐκ τῶν ἀριθμῶν στερεὸς τῶν ἐφ' ὧν τὰ Α Β μυριάδες εἰσὶν τοσαῦται ὁμώνυμοι τῷ Ζ, ὅσος ἐστὶν ὁ ἑκατονταπλάσιος τοῦ Ε ἀριθμοῦ, ὅταν δὲ τρεῖς καταλειφθῶσιν, ἴσος ἐστὶν ὁ ἑξ αὐτῶν στερεὸς μυριάσιν τοσαύταις ὁμώνυμοις τῷ Ζ, ὅσος 10 ἐστὶν ὁ χιλιαπλάσιος τοῦ Ε ἀριθμοῦ.

7 ιγ'. Ἐπὶ δὲ τοῦ ιθ' θεωρήματος. Ἐστω τις ἀριθμὸς ὁ Α ἐλάσσων μὲν ἑκατοντάδος μετρούμενος δὲ ὑπὸ δεκάδος, καὶ ἄλλοι ὁσοιδηποτοῦν ἀριθμοὶ ἐλάσσονες δεκάδος οἷον οἱ Β Γ Δ Ε, καὶ θέον ἔστω τὸν ἐκ τῶν Α Β Γ Δ Ε στερεὸν 15 εἰπεῖν.

Ἐστω γὰρ καθ' ὃν μετρεῖται ὁ Α ὑπὸ τῆς δεκάδος ὁ Ζ, τουτέστιν ὁ πνυμὴν τοῦ Α, καὶ εἰλήφθω ὁ ἐκ τῶν Ζ Β Γ Δ Ε στερεὸς καὶ ἔστω ὁ Η· λέγω ὅτι ὁ διὰ τῶν Α Β Γ Δ Ε στερεὸς δεκάκις εἰσὶν οἱ Η. 20

Καὶ ἔστι φανερόν διὰ τῶν ἀριθμῶν· τοῦ γὰρ Α ὑποκειμένου, φέρ' εἰπεῖν, μονάδων κ' καὶ τοῦ Β μονάδων γ' καὶ τοῦ Γ μονάδων δ' καὶ τοῦ Δ μονάδων ε' καὶ τοῦ Ε μονάδων ς', ὁ ἑξ αὐτῶν στερεὸς γίνεται μονάδες ζς'. ἀλλὰ καὶ τοῦ Ζ ἡντις μονάδων β', ὅς ἐστι πνυμὴν τοῦ Α, ὁ ἐκ 25 τούτου καὶ τῶν Β Γ Δ Ε στερεὸς δεκάκις γενόμενος ἔσται μονάδες ζς', ἴσος τῷ ἐκ τῶν Α Β Γ Δ Ε στερεῷ. τὸ δὲ γραμμικὸν ὑπὸ τοῦ Ἀπολλωνίου δέδεικται.

1. μετρούμενον Wa pro μετρούμενον 2. συναγεί idem, συναγείν (sine acc.) A [BS] 3. ὁ ante ἐκ τῶν add. Hu 4. τῷ add. Hu 5. ὅς Wa pro ὅς 6. πλῆθος S, τὸ πλῆθος AB³, πλῆθος τὸ B¹ Savilianus 7. ὁ add. Wa 8. οἱ ante ὁμώνυμοι add. ABS, del. W'a 9. ἐστὶν W'a pro ἐσται 10. ιη A¹ in marg. [BS] 11. ὅσοις | δηποτοῦν A, ὅσοι-δηποτοῦν B, corr. S 12. ἐλάσσονες S, ἐλάττω AB¹, super quod res voluit res; scripsit B³ oior of add. Hu 13. B Γ Δ Ε add. Wa 14. ἐκ τῶν ABΓΔΕ ABS, distilax. Wa 15. ΖΒΓΔΕ ABS,

in serie β , haec summa si per 4 dividatur, primum in divisione restet 1, quotiens autem rursus sit ζ . Et colligit Apollonius solidum numerum ex numeris serierum $\alpha \beta$ productum myriadas potentiae ζ tot habere, quot sunt unitates in numero ϵ decies ducto — qui est secundus casus —

sin autem eadem summa per 4 dividatur et restent 2, solidum numerum ex numeris serierum $\alpha \beta$ productum myriadas potentiae ζ tot habere, quot sunt unitates in numero ϵ centies ducto — qui est tertius casus —

si denique in divisione restent 3, solidum numerum aequalem esse tot myriadibus potentiae ζ , quot sunt unitates in numero ϵ millies ducto — qui est quartus casus¹.

XVIII. In Apollonii theorema XIX. Sit numerus α minor quam 400 et divisibilis per 10, et alii quocunque numeri minores quam 10, velut $\beta \gamma \delta \epsilon$, et oporteat solidum numerum ex $\alpha \beta \gamma \delta \epsilon$ productum dicere. Prop. 48

Sit enim, si α per 10 dividatur, quotiens ζ , id est fundamentalis numeri α , et sumatur solidus numerus ex $\zeta \beta \gamma \delta \epsilon$ productus. sitque η ; dico esse $\alpha \cdot \beta \cdot \gamma \cdot \delta \cdot \epsilon = 10 \eta$.

Et manifestum hoc est per numeros; nam si verbi causa ponatur $\alpha = 20$, $\beta = 3$, $\gamma = 4$, $\delta = 5$, $\epsilon = 6$, solidus numerus ex his productus fit 7200. Sed cum sit $\zeta = 2$ (qui est fundamentalis numeri α , solidus ex ζ et $\beta \gamma \delta \epsilon$ productus isque decies ductus erit 7200, aequalis solido ex $\alpha \beta \gamma \delta \epsilon$. Linearum autem ratio ab Apollonio demonstrata est².

1. Linearem, quam Pappus solet dicere, descriptionem vide in append., et conf. Nesselmann. *die Algebra der Griechen*. Berolini 1842. p. 428 sq.

2. Vide append.

distinx. W^a 49. δ ante du add. W^a 49. 20. $ABF:FE$ ABS, distinx. Hu , similiter posthac 20. $\delta: \alpha \chi \alpha \iota \varsigma \epsilon \sigma \tau \iota \nu$ δ II coni. Hu 22. $\mu \omega \rho \acute{\alpha} \delta \alpha \nu \chi' S$, βK A, $\mu \omega \nu \acute{\alpha} \delta \epsilon \varsigma \chi$ B W^a $\mu \omega \nu \acute{\alpha} \delta \alpha \nu \gamma' S$, $\beta \Gamma$ AB, $\mu \omega \nu \acute{\alpha} \delta \epsilon \varsigma \gamma' W^a$, et similiter posthac 24. $\mu \omega \nu \acute{\alpha} \delta \epsilon \varsigma \zeta \sigma$ W^a , $\beta \overline{ZC}$ AB¹, $\beta \overline{\zeta \sigma}$ B³. $\mu \omega \nu \acute{\alpha} \delta \alpha \nu \zeta \delta S$ 25. $\nu \upsilon \theta \mu \eta \nu$ τοῦ χ W^a δ ante $\epsilon \chi$ add. Hu , utrumque om. W^a 26. $\delta \epsilon \chi \alpha \iota \varsigma$ add. B³ W^a $\epsilon \sigma \tau \alpha \iota$ in A super verbum add. man. 1 27. $\beta \overline{ZC}$ AB, $\mu \omega \nu \acute{\alpha} \delta \alpha \nu \zeta \sigma S$, corr. W^a

8. Ἰδ. Ἀλλὰ δι' ἑστωσαν δύο ἀγέμαι οἱ Α Β, τῶν ἐκ-
 τρεῶν ἐλάσσων μὲν ἑκατοντάδων μετρούμενος δὲ ὑπὸ δεκά-
 δος, τῶν δὲ Γ Δ Ε ἑκατορτὶ ἐλάσσων δεκάδων ἑστῶ, καὶ
 δεῦν ἑστῶ τῶν ἐκ τῶν Α Β Γ Δ Ε ἀρετῶν εἰρητί.
 "Ἐστῶσαν γὰρ τῶν Α Β πρὸς τῶν Ζ Η. λέγω ὅτι 15
 ὁ ἐκ τῶν Α Β Γ Δ Ε ἀρετῶν τὸν ἐκ τῶν Ζ Η Γ Δ Ε
 ἀρετῶν ἑκατοντάδων ἑστί.
 Πανεστὶν δὲ καὶ τοῦτο διὰ τῶν ἀγέμων, τοῦ Α ὄντος
 μινάδων κ' καὶ τοῦ Β μινάδων λ' καὶ τοῦ Γ μινάδων β'
 καὶ τοῦ Δ μινάδων γ' καὶ τοῦ Ε μινάδων δ' καὶ τοῦ Ζ 10
 μινάδων β' καὶ τοῦ Η μινάδων γ'. ὁ γὰρ ὑπὸ τῶν Α Β
 Γ Δ Ε ἀρετῶν ἑστί μινάδων, ὁ δὲ ὑπὸ τῶν Ζ Η Γ Δ Ε ὑπο-
 νάδων γινώσκων, οὗτος δὲ γενόμενος ἑκατοντάδων ποιεῖ μινάδων.
 τὸ δὲ γεμῆμα ἐκ τῶν ἡτοκλήτων.
 9. γ. Ἀλλὰ δι' ἑστῶσαν τρεῖς ἀγέμαι οἱ Α Β Γ, καὶ 15
 ἑστῶ ἑκατορτὶ ἀγέμων μὲν ἑκατοντάδων μετρούμενος
 δὲ ὑπὸ δεκάδων, ἑκατορτὶ δὲ τῶν Α Β Ζ ἑστῶν ἐλάσσων ὑπο-
 νάδων, καὶ ἑστῶσαν τῶν Α Β Γ πρὸς τῶν Ζ Η Θ Κ, καὶ
 εἰληγῶς ὁ ἐκ τῶν Η Θ Κ Γ Δ Ε Ζ ἀρετῶν καὶ ἑστῶ ὁ Ε.
 ὅτι ὁ ἐκ τῶν Α Β Γ Δ Ε Ζ ἀρετῶν ἑστί μινάδων 20
 τοῖς Ε.
10. κα. Ἀλλὰ δι' ἑστῶσαν πέντε ἀγέμων οἱ Α Β Γ Δ Ε, 30
 γίνεσθαι μινάδων ἀγέμων πέντε καὶ μινάδων γ'.
 ἀνταὶ δὲ γινώσκων, κοττόσθαι ὁ ἐκ πέντε ἀρετῶν ἀρετῶν,
 Η Θ Κ πρὸς τῶν Α Β Ζ ἑστῶν μινάδων ποῖς,
 ἑστῶν μινάδων πέντε ἀγέμων καὶ μινάδων γ', ὁ δὲ ὑπὸ τῶν
 γ' καὶ τοῦ Κ μινάδων δ'. ὁ γὰρ ὑπὸ Α Β Γ Δ Ε Ζ ἀρετῶν
 Ζ μινάδων δ', τοῦ δὲ Η μινάδων β' καὶ τοῦ Θ μινάδων 25
 δ' καὶ τοῦ Δ μινάδων γ' καὶ τοῦ Ε μινάδων γ' καὶ τοῦ
 Ζ ἑστῶν μινάδων κ' καὶ τοῦ Β μινάδων λ' καὶ τοῦ Γ μινά-
 δων μ' καὶ τοῦ Δ μινάδων β' καὶ τοῦ Ε μινάδων γ' καὶ τοῦ
 Ζ ἑστῶν μινάδων δ' διὰ τῶν ἀγέμων, τοῦ Α ὄντος λόγου

1. γ' add. ΒΣ of add. Wα ΑΒ Α, dissim. ΒΣ ἑκατορτὶ Wα
 3. ΓΔΕ ΑΒΣ et similliter posthac, dissim. Hu 6. ὁ add. Wα 9. ὑπο-
 νάδων κ' S, β' K ΑΒ ὑπονάδων λ' β' A AS, β' λ' B 9—11. β' H et
 similliter posthac AB, ὑπο' β' etc. S. 13. β' δ' ὁ δ' etc. id est ὑπονάδων
 ἀγέμων etc. B3 in rasura, β' ὁ δ' A, ὑπονάδων λ' ὁ δ' ὁ δ' S, ὑπο-

XIX. Sed sint duo numeri $\alpha \beta$, quorum uterque minor ^{Prop.} sit quam 100 et divisibilis per 10, et alii numeri $\gamma \delta \epsilon$, quorum quisque minor sit quam 10, et oporteat solidum ¹⁹ numerum ex $\alpha \beta \gamma \delta \epsilon$ productum dicere.

Sint enim numerorum $\alpha \beta$ fundamentales $\zeta \eta$; dico esse $\alpha \cdot \beta \cdot \gamma \cdot \delta \cdot \epsilon = 100 \zeta \cdot \eta \cdot \gamma \cdot \delta \cdot \epsilon$.

Hoc quoque manifestum est per numeros, cum sit $\alpha = 20$, $\beta = 30$, $\gamma = 2$, $\delta = 3$, $\epsilon = 4$, $\zeta = 2$, $\eta = 3$. Est enim $\alpha \cdot \beta \cdot \gamma \cdot \delta \cdot \epsilon = 14400$, et $\zeta \cdot \eta \cdot \gamma \cdot \delta \cdot \epsilon = 144$. Linearum autem descriptio ex Apollonii libro repetenda est.

XX. Sed sint tres numeri $\alpha \beta \gamma$, quorum quisque minor ^{Prop.} sit quam 400 et divisibilis per 10, quisque autem ²⁰ numerorum $\delta \epsilon \zeta$ sit minor quam 10, et sint numerorum $\alpha \beta \gamma$ fundamentales $\eta \vartheta \chi$, et sumatur productum ex $\eta \vartheta \chi \delta \epsilon \zeta$ sitque ξ ; dico esse $\alpha \cdot \beta \cdot \gamma \cdot \delta \cdot \epsilon \cdot \zeta = 1000 \xi$.

Manifestum est per numeros, cum verbi causa sit $\alpha = 20$, $\beta = 30$, $\gamma = 40$, $\delta = 2$, $\epsilon = 3$, $\zeta = 4$, tum $\eta = 2$, $\vartheta = 3$, $\chi = 4$. Nam productum ex $\alpha \beta \gamma \delta \epsilon \zeta$ est 576000, productum autem ex fundamentalibus $\eta \vartheta \chi$ et $\delta \epsilon \zeta$ erit 576.

XXI. Sed sit numerorum plus trium series $\alpha \beta \gamma \delta$ ^{Prop.} ^{21*)}

* Propositio XXI et XXII ab interpolatore quodam, qui numerum huius libri propositionum Apollonianis aequalem esse vellet, interserere esse videntur; nam Pappus, etsi interdum impeditus et languidius, nunquam tamen inepte scribit aut leviter. In his autem, quae interpolata esse dico, nonnulla tam negligenter scripta sunt, ut omnes emendandi conatus eludant.

quās α μονάδες δυν, ὁ δὲ Wα τοῦ ante ἐπὶ add. Wα 12. 13. μ PM A, μονάδες qu B, μονάδων qu S, corr. Wα 13. μ δυν B³ partim in rasura, μ A v A, μύρια δυν S, μυριάδα α μονάδας δυν Wα 45. x A¹ in marg. BS) of om. Wα ABΓ AB, distinx. S, item vs. 18. 17. IEZ ABS, distinx. Hu ἐλάσσων Hu pro ἐλάττω δεικνύς add. Wα 18. HΘK AB, distinx. S. 19. HΘK IEZ et 20. AHΓ IEZ ABS, distinx. Hu 22. λόγον in A add. man. 2 super vs. 23—26. μονάδων nbiq S, μ A, μονάδες vel μ B 24. καὶ τοῦ δ μ β add. B³ Wα; καὶ τοῦ ε BS, καὶ τοῦ Γ A 26. ὑπὸ ἀβγδεζ B, ὑπὸ HΓ A EZ AS 27. μυριάδων S, μ AB μ 5 AB 28. HΘK et IEZ ABS μονάδες γος B, μ ΦΟξ A 29. ὁ ἐκ πάντων vel ὁ ἐκ τῶν ABΓ A E Z add. Hu 30. μυριάδων hoc loco etiam in AB plene scriptum est 31. x A¹ in marg. BS) ABΓ A E AB³ S, αβγδ B¹

καὶ ἑκαστος ἐλάσσωσιν μὲν ἑκατοντάδος μετρούμενος δὲ ὑπὸ δεκάδος, τῶν δὲ Ζ Η Θ ἑκαστος ἔστι ἐλάσσωσιν δεκάδος.

Τὸ πλῆθος τῶν Α Β Γ Δ Ε πρότερον μετρεῖσθω ὑπὸ τετραδὸς κατὰ τὸν (), καὶ ἔστωσαν τῶν Α Β Γ Δ Ε πενθ-
μένης οἱ Κ Α Μ Ν Ξ· διὰ ὅ ἐκ τῶν Α Β Γ Δ Ζ Η Θ σ-
τερεὸς ἴσος ἐστὶν μυριάσιν ὁμωνύμοις τῷ Ο ἴσαι μονάδες
εἰσὶν ἐν τῷ στερεῷ τῷ ἐκ τῶν Κ Α Μ Ν ἐπὶ τὸν ἐκ τῶν
Ζ Η Θ.

Ἔστι δὲ φανερόν διὰ τῶν ἀριθμῶν, τοῦ Α ἑποκει-
μένου λέγον χάριν μονάδων ι' καὶ τοῦ Β μονάδων κ' καὶ 10
τοῦ Γ μονάδων λ' καὶ τοῦ Δ μονάδων μ', καὶ τῶν Κ Α Μ Ν
πενθμέτων ὄντων μονάδων α' καὶ β' καὶ γ' καὶ δ'· ὁ ἄρα
ἐκ τῶν Α Β Γ Δ στερεὸς ἐστὶν ἀπλῶν μυριάδων κδ', ὁ δὲ
ἐκ τῶν Α Β Γ Δ Ζ Η Θ μυριάδων ἀπλῶν ρμδ', ὁ δὲ ἐκ
τῶν Κ Α Μ Ν πενθμέτων μονάδων κδ'· οὗτος δὲ γενόμενος 15
ἐπὶ τὸν ἐκ τῶν Ζ Η Θ, ὄντα μονάδων ζ', ποιεῖ μονάδας
ρμδ', ἴσαι μυριάδες ἀπλᾶι εἰσὶν τοῦ ἐκ τῶν Α Β Γ Δ Ζ
Η Θ στερεοῦ, διὰ τὸ καὶ τετράδα ἀπαξ μετρεῖν τὸ πλῆθος
τῶν Α Β Γ Δ.

- 11 Ἀλλὰ δὴ τὸ πλῆθος τῶν Α Β Γ Δ Ε μὴ μετρεῖσθω 20
ὑπὸ τετραδὸς· μετρούμενον δὴ ἦτοι α' ἢ β' ἢ γ' λείψει.
εἰ μὲν οὖν ἑνα λείψει, ἔσται ὁ ἐκ τῶν Α Β Γ Δ Ε Ζ Η Θ
στερεὸς μυριάδων ὁμωνύμων τῷ Ο, ἴσος ἐστὶν ἱ' ἐκ τῶν
Κ Α Μ Ν Ξ στερεὸς ἐπὶ τὸν ἐκ τῶν Ζ Η Θ γενόμενος δε-
κάκις, εἰ δὲ δύο λείψει, ἑκατοντάκις γενόμενος ὁ εἰρημένος 25
στερεός· εἰ δὲ τρεῖς λείψει, ὅσων ὁ ἐκ τῶν Κ Α Μ Ν Ξ

2. ΖΗΘ ABS 3. ΑΒΓΔΕ Α, ἀργυρε BS, item proximo versu

4. 5. καὶ ἔστωσαν — Κ Α Μ Ν Ξ post δεκάδος vs. 2. transponit
W'a 5. ΚΑΜΝΞ ABS ac similiter posthac ὁ add. W'a 6. τῷ
Ο W'a pro τῷ σ μονάδες (sine acc.) A' BS 7. στερεῷ Hu pro ἐτέ-
ρωι ἐκ τῶν ΚΑΜ ABS, N add. W'a 40—42. μονάδων ubique S,
μ Α, μ' vel μονάδες B 42. ὁ W'a, ὁ ἄρα Hu pro τῶν 43. τῶν
ante ἀπλῶν additum in ABS del. Hu μυριάδων S, μ AB, at proximo
versu idem plene scriptum in AB in A sine acc., item vs. 47 μυριάδες
45. μ AB, item vs. 46 his 48. 49. τὸ καὶ τὸν Θ αὐτῆς μετρεῖ τοὺς ΑΒΓΔ
ABS nisi quod B τοῦ πρό τοὺς, τὸ καὶ τὸν σ αὐτοῦ μετρεῖν τοῦ ἀργυ
B⁴, τετράδα corr. Hu, reliqua W'a 50. κβ hoc loco add. A' BS conf.

$\varepsilon \dots$ ¹⁾, quorum quisque minor sit quam 100 et divisibilis per 10, et *numerorum* $\zeta \eta \vartheta$ quisque minor sit quam 10.

Quot sunt *numeri* in serie $\alpha \beta \gamma \delta \varepsilon \dots$, haec summa primum sit divisibilis per 4 sitque quotiens σ , et sint *numerorum* $\alpha \beta \gamma \delta \varepsilon \dots$ fundamentales $\kappa \lambda \mu \nu \xi \dots$; dico solidum *numerus* ex $\alpha \beta \gamma \delta \dots \zeta \eta \vartheta$ *productum* uequalem esse tot myriadibus potentiae σ , quot unitates sunt in solido ex $\kappa \lambda \mu \nu \dots \zeta \eta \vartheta$ *producto*.

Manifestum hoc est ex numeris, cum verbi gratia sit $\alpha = 10$, $\beta = 20$, $\gamma = 30$, $\delta = 40$, $\zeta = 1$, $\eta = 2$, $\vartheta = 3$, et fundamentales $\kappa = 1$, $\lambda = 2$, $\mu = 3$, $\nu = 4$. Est igitur $\alpha \cdot \beta \cdot \gamma \cdot \delta = 240000$, et $\alpha \cdot \beta \cdot \gamma \cdot \delta \cdot \zeta \cdot \eta \cdot \vartheta = 1440000$, et $\kappa \cdot \lambda \cdot \mu \cdot \nu = 24$; est autem $24 \cdot \zeta \cdot \eta \cdot \vartheta = 24 \cdot 6 = 144$, quot sunt myriades simplices in producto ex $\alpha \beta \gamma \delta \zeta \eta \vartheta$; *simplices autem myriades* [id est potentiae 1] *sunt*, quia $\alpha \beta \gamma \delta$ *quattuor numeri sunt*, cuius summae per 4 divisae quotiens est 1.

Sed quot sunt *numeri* in serie $\alpha \beta \gamma \delta \varepsilon \dots$, haec summa ne sit divisibilis per 4; ergo in divisione restabit aut 1 aut 2 aut 3. Jam si primum 1 restabit, productum ex $\alpha \beta \gamma \delta \varepsilon \dots \zeta \eta \vartheta$ tot myriadas potentiae σ continebit, quot *unitates* continet productum ex $\kappa \lambda \mu \nu \xi \dots \zeta \eta \vartheta$ decies ductum; sin vero 2 restabunt, centies; si denique 3 restabunt, quot erunt *unitates* in producto ex $\kappa \lambda \mu \nu \xi \dots \zeta \eta \vartheta$

1) Ternis punctis quocunque numerorum seriem esse significavi. Eius modi seriem supra [propos. 15 et 17] $\alpha\iota\ \epsilon\gamma\ \acute{\omega}\nu\ \tau\alpha\ A$ etc. appellari vidimus; sed eadem, quae hoc loco, appellatio reddit etiam in propos. 25, ubi nulla interpolationis suspicio subest. In exemplo autem, quod scriptor huius propositionis 21 fingit, satis habet seriem $\alpha \beta \gamma \delta$ proponere, ceteros casus nihil curans.

propos. 22) $\mu\eta$ add. B⁴ W^a 21. $\bar{\alpha}\ \eta\ \delta\upsilon\sigma\ \eta\ \tau\alpha\epsilon\iota\varsigma$ (η sine acc.) A⁴ S¹, corr. B W^a 22. $\overline{AB\Gamma\Delta E}$ ABS, distinxit et $Z\ H\ \Theta$ add. Hu ($\delta\ \epsilon\kappa\ \tau\omega\upsilon\upsilon\ \overline{AB\Gamma\Delta E}$ $\sigma\tau\epsilon\phi\epsilon\delta\varsigma\ \epsilon\pi\lambda\ \tau\omega\upsilon\upsilon\ \epsilon\kappa\ \tau\omega\upsilon\upsilon\ ZH\Theta$ W^a) 23. post $\tau\omega\ \Theta$ addendum esse videtur $\tau\omicron\sigma\sigma\acute{\upsilon}\tau\omega\upsilon\upsilon$ ($\tau\omicron\sigma\sigma\acute{\upsilon}\tau\omega\upsilon\upsilon$, incredibile visu, ante $\mu\upsilon\pi\tau\acute{\iota}\alpha\delta\omega\upsilon$ add. W^a) 24. $\overline{K\Lambda M N}$ ABS, Ξ add. W^a, item vs. 26 post $Z\ H\ \Theta$ add. $\kappa\alpha\iota\ \delta$ ABS, del. W^a 25. $\lambda\acute{\epsilon}\lambda\upsilon\psi\epsilon\iota$ Hu pro $\lambda\acute{\epsilon}\lambda\epsilon\pi\epsilon\iota$ 25. 26. $\gamma\acute{\iota}\nu\omicron\mu\epsilon\tau\omicron\varsigma$ — $\sigma\tau\epsilon\phi\epsilon\delta\varsigma$ del. Hu 26. $\acute{\omicron}\sigma\omega\upsilon$ add. Hu

ἐπὶ τὸν ἐκ τῶν $Z H \Theta$ χιλιάδης γινόμενος ἔσται μονάδων, τοσοῦτων μυριάδων ὁμωνύμιον τῷ O . τὸ δὲ γραμμικὸν ἐκ τοῦ στοιχείου δῆλον.

- 12 $\kappa\beta'$. Ἐστω ὁ μὲν A ἐλάσσων μὲν χιλιάδος μετρούμενος δὲ ὑπὸ ἑκατοντάδος, ἑκαστος δὲ τῶν $B \Gamma \Delta$ ἐλάσσων δεκάδος, καὶ δεόν ἔστιν τὸν ἐκ τῶν $A B \Gamma \Delta$ στερεὸν εἰπεῖν.

Κεῖσθω γὰρ τοῦ μὲν A πυθμὴν ὁ E , ὁ δὲ ἐκ τῶν $E B \Gamma \Delta$ ὁ Z . ὅτι ὁ ἐκ τῶν $A B \Gamma \Delta$ στερεὸς ἑκατοντάδης ἐστὶν ὁ Z .

Φανερόν δὲ καὶ τοῦτο διὰ τῶν ἀριθμῶν, τοῦ A ὑπο-10
κειμένου, φέρ' εἰπεῖν, μονάδων τ' καὶ τοῦ B μονάδων γ'
καὶ τοῦ Γ μονάδων δ' καὶ τοῦ Δ μονάδων ϵ' . ὁ μὲν γὰρ
ἐπὶ τῶν $A B \Gamma \Delta$ ἐστὶν μ'' , η , ὁ δὲ ἐπὶ τῶν $E B \Gamma \Delta$
ἐστὶν μονάδων $\rho\eta'$. οὗτος δὲ γινόμενος ἑκατοντάδης ἔσται
 μ'' , η . τὸ δὲ γραμμικὸν ἐκ τοῦ στοιχείου δῆλον. 15

- 13 $\kappa\gamma'$. Ἐπὶ δὲ τοῦ $\kappa\delta'$ θεωρήματος. Τοῦ A ὑποκειμένου
λόγον χάριν μονάδων σ' καὶ τοῦ B μονάδων τ' καὶ τοῦ Γ
μονάδων β' τοῦ δὲ Δ μονάδων γ' καὶ τοῦ E μονάδων δ' ,
ὁ στερεὸς ἐξ αὐτῶν ἔσται μυριάδων ἀπλῶν $\rho\mu\delta'$, ἐπεὶ τὸ
διπλάσιον τοῦ πλήθους τῶν $A B$ μετρεῖται ἐπὶ τετραδάδος 20
ἅπαξ [κατὰ τὸν K], ὁ δὲ ἐπὶ τῶν $Z H$ πυθμένων καὶ τῶν
 $\Gamma \Delta E$ ἐστὶν μονάδων $\rho\mu\delta'$ [ὁ Θ στερεὸς· ἀπλῶν οὖν μυ-
ριάδων $\rho\mu\delta'$ ἐστὶν ὁ ἐκ τῶν $A B \Gamma \Delta E$ στερεὸς].

Ἐὰν δὲ τὸ διπλάσιον τοῦ πλήθους τῶν $A B$ μὴ με-
τρῇται ἐπὶ τετραδάδος, δῆλον ὅτι μετρούμενον κατὰ τὸν K 25
λείψει δύο· τοῦτο γὰρ ἀνώτερον ἐδείχθη. διὰ δὲ τοῦτο
[ἐκ τοῦ λείπεσθαι δύο] μυριάδες εἰσὶν ἑκατὸν ὁμώνυμοι τῷ
 K , καὶ ἐστὶν ὁ ἐκ τῶν $A B \Gamma \Delta E$ στερεὸς ὁ Θ ἴσος τῷ

4. μονάδων pro μυριάδων restituit et vs. 2 μυριάδων add. Hu
2. τὸ $\bar{O} A$, corr. BS 4. $\kappa\beta'$ ex p. 12. 20 huc transponit Hu, $\kappa\gamma'$ add.
B 5. δὲ [ante ὑπὸ] $W a$ pro μὲν $B \Gamma \Gamma E$ et 6. $A B \Gamma \Gamma E$ $A B \Gamma S$, E
del. B³ $W a$ 7. ὁ δὲ $W a$ pro τῷ δὲ 8. $\Gamma B \Gamma \Gamma$ ABS ac similiter
posthac 9. ὁ ζ B, $\bar{O} Z A$, $\epsilon \zeta S$ ὅτι add. Hu 10. καὶ om. $W a$
11. 12. μονάδων ubique S, βA , β' vel μονάδης B 13. ἐπὶ τῶν ante A ,
om. $W a$ $A B \Gamma \Gamma E$ ABS, E del. B³ $W a$ β, η [id est μυριάδος ἀπλῆς etc.]
B³, β , $\bar{H}$ AB¹, μονάδων ηS , μυριάδες sic α μονάδες $\eta W a$, Item

millies ducto, tot myriades potentiae α erunt in producto ex $\alpha \beta \gamma \delta \epsilon \dots \zeta \eta \theta$. Linearis autem descriptio ex libro elementari manifesta est.

XXII. Sit α minor quam 4000 et divisibilis per 100, et ^{Prop. 22} numerorum $\beta \gamma \delta$ quisque minor quam 10, et oporteat solidum numerum ex $\alpha \beta \gamma \delta$ productum dicere.

Ponatur enim numeri α fundamentalis ϵ , et $\epsilon \cdot \beta \cdot \gamma \cdot \delta = \zeta$; dico esse $\alpha \cdot \beta \cdot \gamma \cdot \delta = 100 \zeta$.

Hoc quoque per numeros manifestum est, cum verbi causa sit $\alpha = 300$, $\beta = 3$, $\gamma = 4$, $\delta = 5$. Est enim $\alpha \cdot \beta \cdot \gamma \cdot \delta = 18000$, et $\epsilon \cdot \beta \cdot \gamma \cdot \delta = 180$. Linearis autem descriptio ex libro elementari patet.

XXIII. In Apollonii theorema XXIV. Si verbi causa sit ^{Prop. 23} $\alpha = 200$, $\beta = 300$, $\gamma = 2$, $\delta = 3$, $\epsilon = 4$, productum ex his erit 40000.444, quoniam $\alpha \beta$ duo sunt numeri centarii, et duo duplicati ac per 4 divisi habent quotientem 1, et productum ex fundamentalibus $\zeta = 2$. $\eta = 3$, ac $\gamma \delta \epsilon$ est unitatum 444.

Sed quot sunt numeri in serie $\alpha \beta \dots$, si haec summa duplicata non divisibilis sit per 4, ultra quotientem α manifesto restabunt 2; id enim supra demonstratum est¹⁾. Quapropter sunt 100 myriades potentiae α ; et θ , id est pro-

*. Haec quoque propositio est saltem, quae nunc exstat, compositione iustae suspicioni obnoxia est.

1) Conf. supra propos. 15 cum adnot. 3.

vs. 45 44. $\mu \overline{PII}$ AB 45. γραμμῶν- $\chi\acute{o}\nu$ A $\delta\eta\lambda\acute{o}\nu$ add. W'a 46. $\pi\gamma$ A¹ in marg. S, $\chi\delta$ B 47. 48. $\mu\omicron\rho\acute{\alpha}\delta\omega\nu$ ubique S, μ AB 49. $\epsilon\pi\epsilon\iota$ Hu pro $\epsilon\lambda\acute{\alpha}\nu$ 50. $\mu\epsilon\tau\epsilon\gamma\eta\tau\alpha\iota$ S 51. $\kappa\alpha\tau\grave{\alpha}$ $\tau\omicron\nu$ K del. Hu $\acute{o}$ $\delta\epsilon$ Hu pro $\acute{o}$ $\gamma\acute{\alpha}\rho$ 52. 22. $\overline{ZH} - \overline{F:IE}$ et similiter posthac ABS 22. $\epsilon\lambda\tau\iota\nu$ Hu pro $\epsilon\lambda\tau\alpha\iota$ μ AB $\acute{o}$ Θ — 23. $\sigma\tau\epsilon\gamma\epsilon\acute{o}\varsigma$ interpolatori tribuit Hu 22. $\mu\upsilon\pi\tau\acute{\alpha}\delta\omega\nu$ add. W'a 24. $\mu\epsilon\tau\epsilon\gamma\eta\tau\alpha\iota$ AB, corr. S 25. $\delta\eta\lambda\omicron\sigma\acute{\iota}$ (sic) A 26. $\delta\eta$ om. W'a 27. $\epsilon\kappa$ $\tau\omicron\upsilon$ $\lambda\epsilon\iota\pi\epsilon\sigma\theta\alpha\iota$ $\delta\upsilon\omicron$ conl. et interpolatori tribuit Hu, $\epsilon\kappa$ $\tau\omicron\upsilon$ $\overline{AM}$ $\delta\upsilon\omicron$ $\epsilon\kappa\alpha\tau\omicron\rho\tau\acute{\alpha}\delta\omega\nu$ A (BS), $\epsilon\kappa$ $\tau\omicron\upsilon$ $\lambda\epsilon\iota\mu\alpha\tau\omicron\varsigma$ $\delta\upsilon\omicron$ $\eta\tau\omicron\iota$ $\epsilon\kappa\alpha\tau\omicron\rho\tau\acute{\alpha}\delta\omega\varsigma$ W'a, $\epsilon\kappa$ $\tau\omicron\upsilon$ $\lambda\epsilon\iota\mu\omega\mu\epsilon\tau\acute{\omega}\nu$ $\delta\upsilon\omicron$ $\epsilon\kappa\alpha\tau\omicron\rho\tau\acute{\alpha}\delta\omega\nu$ Bredow epist. Paris. p. 182 $\epsilon\kappa\alpha\tau\omicron\rho\nu$ W'a pro $\chi\eta\lambda\alpha\iota$ 28. $\iota\sigma\omicron\varsigma$ — p. 46, 1. $\sigma\tau\epsilon\gamma\epsilon\theta$ add. Hu

ἐκ τῶν $Z H Γ Δ E$ περιεῖν ἐπὶ τὰς ἑκατὸν μυριάδας ὁμωνύμους τῷ K . τὸ γραμμικὸν ὡς *Απολλώνιος*.

- 14 κδ'. Ἐπὶ δὲ τοῦ κε' θεωρήματος. Ἐστω τῶν μὲν $A B$ ἑκάτερος ἐλάσσων μὲν ἑκατοντάδος μετρούμενος δὲ ὑπὸ δεκάδος, ἕκαστος δὲ τῶν $Γ Δ E$ [ἔστω] ἐλάσσων δεκάδος, καὶ δέον ἔστω τὸν ἐξ αὐτῶν στερεὸν εἰπεῖν.

Ἐστῶσαν γὰρ τῶν $A B$ πνυθμένες οἱ $Θ K$, καὶ τῇ ἐκ τῶν $Θ K Γ Δ E$ στερεῇ ἴσος ἔστω ὁ A . ὅτι ὁ ἐκ τῶν $A B Γ Δ E$ στερεὸς ἴσος ἐστὶν ἑκατὸν τοῖς A .

Ἐστὶ δὲ φανερόν διὰ τῶν ἀριθμῶν, τοῦ A ὄντος μο- 10 νάδων κ' καὶ τοῦ B μονάδων κ', καὶ τοῦ $Γ$ μονάδων ε' καὶ τοῦ $Δ$ μονάδων ζ' καὶ τοῦ E μονάδων ζ', καὶ τῶν $Θ K$ πνυθμένων ὄντων μονάδων β'. ὁ γὰρ ὑπὸ τῶν $Θ K Γ Δ E$ γίνεταί στερεὸς μονάδων ωμ', οὗτος δὲ ἑκατοντάκις γενόμενος ἔσται μυριάδων ἢ μονάδων δ, ἴσος τῇ ἐκ τῶν 15 $A B Γ Δ E$ στερεῇ ἀριθμῷ.

- 15 κε'. Τὸ δ' ἐπὶ πᾶσι θεωρήμα κς' πρότασιν ἔχει καὶ ἀπόδειξιν τοιαύτην. Ἐστῶσαν δύο ἀριθμοὶ ἢ πλείους οἱ $A B$, ὧν ἕκαστος ἐλάσσων μὲν χιλιάδος μετρούμενος δὲ ὑπὸ ἑκατοντάδος, καὶ ἄλλοι ἀριθμοὶ ὅσοιδήποτε οἱ $Γ Δ E$, 20 ὧν ἕκαστος ἐλάσσων μὲν ἑκατοντάδος μετρούμενος δὲ ὑπὸ δεκάδος, καὶ ἄλλοι πάλιν ὅσοιδηποτοῦν ἀριθμοὶ οἱ $Z H Θ$, ὧν ἕκαστος ἐλάσσων δεκάδος, καὶ δέον ἔστω τὸν ἐκ τῶν $A B Γ Δ E Z H Θ$ στερεὸν εἰπεῖν.

Ἐστῶσαν γὰρ τῶν $A B Γ Δ E$ πνυθμένες οἱ $A M N$ 25 $Ξ O$. ὁ δὲ διπλάσιος τοῦ πλῆθους τῶν $A B$ μετὰ τοῦ τῶν $Γ Δ E$ ἀπλοῦ ἀριθμοῦ ἦτοι μετρεῖται ὑπὸ τετραδός ἢ οὐ.

1. ἐπὶ $B Wa$, ἐπεὶ AS τὰς ἑκατὸν Hu (ἑκατὸν Wa) pro χιλίας (sine acc. A) 3. $\kappa\delta'$ A^1 in marg. (S), $\kappa\epsilon'$ B 3. 4. τῶν μὲν $A B$ ἑκάτερος Hu , ὁ μὲν πρῶτος $AB'S$, ὁ μὲν β' B^1 , ὁ μὲν πρῶτος καὶ ὁ δευτέρος $AB Wa$, ὁ μὲν πρῶτος A ἐλάσσων μὲν χιλιάδος μετρούμενος δὲ ὑπὸ ἑκατοντάδος, ὁ δὲ δευτέρος B ἐλάσσων μὲν ἑκατοντάδος μετρούμενος δὲ ὑπὸ δεκάδος, ἕκαστος cet. Nesselmann *Algebra der Griechen* p. 429 5. $\overline{\Gamma} \overline{\Delta} \overline{E}$ sic hoc loco recte distincta sunt in AS 6. ἔστω del. Hu 7—9. $\overline{AB} - \overline{\Theta K} - \overline{\Theta K \Gamma} \overline{\Delta E} - \overline{AB \Gamma \Delta E}$ et similiter posthac ABS 8. ἔστω Wa pro ἔσται 9. στερεὸς om. Wa ἑκατὸν Wa pro χιλίους 10—14. μονάδων ubique S , β' A , β' vel μο-

ductum ex $\alpha\beta \dots \gamma\delta\epsilon$, nequale est producto ex $\xi\eta \dots \gamma\delta\epsilon$ multiplicato cum 400 myriadibus potentiae z .

XXIV. In Apollonii theorema XXV. Sit numerorum $\alpha\beta$ ^{Prop. 24} uterque minor quam 400 et per 40 divisibilis, et numerorum $\gamma\delta\epsilon$ quisque minor quam 10, et oporteat solidum numerum ex his productum dicere.

Sint enim numerorum $\alpha\beta$ fundamentales ϑz , et $\lambda = \vartheta \cdot x \cdot \gamma \cdot \delta \cdot \epsilon$; dico esse $\alpha \cdot \beta \cdot \gamma \cdot \delta \cdot \epsilon = 400 \lambda$.

Manifestum autem est per numeros, cum sit $\alpha = \beta = 20$, et $\gamma = 5$, $\delta = 6$, $\epsilon = 7$, et fundamentales $\vartheta = z = 2$. Est enim $\vartheta \cdot x \cdot \gamma \cdot \delta \cdot \epsilon = 840$, qui numerus centies ductus erit $84000 = \alpha \cdot \beta \cdot \gamma \cdot \delta \cdot \epsilon$.

XXV. Omnium autem ultimum Apollonii theorema habet ^{Prop. 25} hanc propositionem et demonstrationem ¹⁾. Sint duo pluresve numeri $\alpha\beta \dots$, quorum quisque minor sit quam 4000 et divisibilis per 400, et alii quocunque numeri $\gamma\delta\epsilon \dots$ quorum quisque minor sit quam 100 et divisibilis per 40, denique alii quocunque numeri $\xi\eta\vartheta \dots$, quorum quisque minor sit quam 10, et oporteat solidum numerum ex $\alpha\beta \dots \gamma\delta\epsilon \dots \xi\eta\vartheta \dots$ productum dicere.

Sint enim numerorum $\alpha\beta \dots \gamma\delta\epsilon \dots$ fundamentales $\lambda\mu \dots \nu\xi\omicron \dots$, et quaeratur quot sint numeri in serie $\alpha\beta \dots$, quotque in serie $\gamma\delta\epsilon \dots$. Quot igitur sunt in serie $\alpha\beta \dots$, haec summa duplicata unâ cum tot quot sunt in serie $\gamma\delta\epsilon \dots$ aut divisibilis est per 4, aut non.

4) Vide append.

ράδες B 44. α' (αὐτοὶ καὶ τοῦ B, Wα pro T 44. ἀπὸς Wα pro ἀριθμὸς μονάδων ωμ') β β β ωμ' A, β ωμ' B, μονάδων μωρων ωμ' S, μονάδων ωμ' Wα εξατορίσας Wα pro χιλιάδας 45. μονάδες η̄ μονάδες δ Wα, β ωμ' A, β ωμ' B, μονάδων ωμ' S 47. κε' add. S 48. η Wα pro α 48. 49. α AB ABS 20. ὅσοι δι- ποτε AB, ὅσοι διποτε S, ὅσοι διποτοὺν com. Hu α 117 ABS, corr. B 21. μὲν add. Hu 22. ὅσοι διποτοὶ οὐν AB, corr. S α 2114 et similiter posthac ABS 25. ἔστωσαν Hu pro ἐκάστον 26. τοῦ πλῆθους add. Hu μετὰ τοῦ Hu pro καὶ 27. ἀπλῶς ἀριθμοῦ Hu. ἀπλῶς ἀριθμῶν ABS. ἀπλῶς ἀριθμῶν πλῆθους Wα

Μετρεῖσθω πρότερον ὑπὸ τετραδὸς κατὰ τὸν Κ, καὶ ὑποτετάχθωσαν τοῖς μὲν Α Β ἑκατοντάδες αἱ Η Ρ, τοῖς δὲ Γ Δ Ε δεκάδες αἱ Σ Τ Υ [καὶ ὁ διπλάσιος ἄρα τοῦ πλήθους τῶν Η Ρ μετὰ τοῦ πλήθους τῶν Σ Τ Υ μετρεῖται ὑπὸ τετραδὸς κατὰ τὸν Κ]. καὶ φανερόν ἐστι ὅ ἐκ τῶν Η Ρ Σ Τ Υ ἐπὶ τὸν ἐκ τῶν Α Μ Ν Ξ Ο ἴσος ἐστὶ τῷ ἐκ τῶν Α Β Γ Δ Ε περὶ. εἰλήφθω δὴ ὁ ἐκ τῶν Α Μ Ν Ξ Ο Ζ Η Θ στερεὸς καὶ ἔστω ὁ Φ· ἐστι ὁ ἐκ τῶν Α Β Γ Δ Ε Ζ Η Θ στερεὸς μυριάδες εἰσὶν τοσαῦται ὁμώνυμοι τῷ Κ ὅσαι μονάδες εἰσὶν ἐν τῷ Φ. τοῦτο δὲ γραμμικῶς Ἀπολ-
10 λώνιος ἀπέδειξεν.

- 16 Ἐὰν δὲ ὁ διπλάσιος τοῦ πλήθους τῶν Α Β μετὰ τοῦ πλήθους τῶν Γ Δ Ε μὴ μετρηῖται ὑπὸ τετραδὸς, μετρούμενος ἄρα κατὰ τὸν Κ λείπει ἢ ἓνα ἢ δύο ἢ τρεῖς. εἰ μὲν οὖν ἓνα λείπει, ὁ ἐκ τῶν Η Ρ Σ Τ Υ στερεὸς μυριάδες 15 εἰσὶν δέκα ὁμώνυμοι τῷ Κ, εἰ δὲ δύο, μυριάδες ἑκατὸν ὁμώνυμοι τῷ Κ, εἰ δὲ τρεῖς, μυριάδες χίλια ὁμώνυμοι τῷ Κ. καὶ ὁῦλον ἐκ τῶν γεγραμμένων ὅτι ὁ ἐκ τῶν Α Β Γ Δ Ε Ζ Η Θ στερεὸς μυριάδες εἰσὶν τοσαῦται, ὅσος ὁ δεκαπλάσιος τοῦ Φ, ὁμώνυμοι τῷ Κ ἀριθμῷ, ἢ ὅσος ὁ 20 ἑκατονταπλάσιος τοῦ Φ, ὁμώνυμοι τῷ Κ, ἢ ὅσος ὁ χιλιαπλάσιος τοῦ Φ, ὁμώνυμοι τῷ Κ.

- 17 Τοῦτον δὴ [τοῦ θεωρήματος] προτεθεωρημένου πρόδηλον, πῶς ἔστιν τὸν δοθέντα στίχον πολλαπλασιάσαι καὶ εἰπεῖν τὸν γενόμενον ἀριθμὸν ἐκ τοῦ τὸν πρῶτον ἀριθμὸν 25 ὃν εἴληφε τὸ πρῶτον τῶν γραμμάτων ἐπὶ τὸν δεύτερον ἀριθμὸν ὃν εἴληφε τὸ δεύτερον τῶν γραμμάτων πολλαπλασιασθῆναι καὶ τὸν γενόμενον ἐπὶ τὸν τρίτον ἀριθμὸν ὃν εἴληφε τὸ τρίτον γράμμα καὶ κατὰ τὸ ἐξῆς περαινέσθαι μέχρι τοῦ διεξοδεύεσθαι τὸν στίχον, ὃν εἶπεν Ἀπολλώνιος 30 ἐν ἀρχῇ [κατὰ τὸν στίχον] οὕτως.

1. μετρεῖσθω Α² ex μετρεῖσθαι 3. αἱ Η Ρ Hu pro αἱ ΗΡ
3. αἱ Σ Τ Υ Hu pro αἱ ΣΤΥ 3. καὶ ὁ — 5. κατὰ τὸν Κ interpolatori tribuit Hu 3. 4. τοῦ πλήθους add. W'a 5. 6. ἐκ τῶν C H P
C T Y ABS, prius C del. W'a 6. ἴσος — 7. στερεῷ add. W'a 40. μονάδες plene scriptum in AS. B 43 μετρεῖται Hu pro μετρεῖται

Sit primum divisibilis per 4 et quotiens α , et substituantur numeris $\alpha \beta \dots$ centenarii $\pi \varrho \dots$, et numeris $\gamma \delta \epsilon \dots$ denarii $\sigma \tau \upsilon \dots$. Et apparet productum ex $\pi \varrho \dots \sigma \tau \upsilon \dots$ multiplicatum cum producto ex $\lambda \mu \dots \nu \xi \omicron \dots$ aequale esse producto ex $\alpha \beta \dots \gamma \delta \epsilon \dots$. Iam sumatur productum ex $\lambda \mu \dots \nu \xi \omicron \dots \zeta \eta \vartheta \dots$ sitque φ ; dico productum ex $\alpha \beta \dots \gamma \delta \epsilon \dots \zeta \eta \vartheta \dots$ tot myriadas potentiae α habere, quot sunt unitates in φ . Hoc autem per lineas demonstravit Apollonius.

Sed quot sunt numeri in serie $\alpha \beta \dots$, si haec summa duplicata unâ cum tot quot sunt in serie $\gamma \delta \epsilon \dots$ non sit divisibilis per 4. in divisione igitur ultra quotientem α restabunt aut 1 aut 2 aut 3. Si igitur primum 1 restabit, productum ex $\pi \varrho \dots \sigma \tau \upsilon \dots$ continebit 40 myriadas potentiae α , sin vero 2 restabunt, 400 myriadas potentiae α , denique si 3 restabunt, 4000 myriadas potentiae α . Et apparet ex iis, quae lineis descripta ac demonstrata sunt ab Apollonio, productum ex $\alpha \beta \dots \gamma \delta \epsilon \dots \zeta \eta \vartheta \dots$ in primo casu esse = 40000 α . 40 φ , in secundo casu = 40000 α . 400 φ , in tertio casu = 40000 α . 4000 φ .

Hoc autem theoremate demonstrato apparet, quomodo Prop. 26
 26
 datus versiculus multiplicari et numerus dici possit, qui efficitur numero, quem prima littera designat, multiplicato cum numero secundae litterae eoque producto cum numero tertiae litterae multiplicato et sic deinceps usque ad finem versiculi, quem exempli causa Apollonius initio sic proposuit

44. $\xi\alpha\alpha$ S, α A, α' B (sed paulo post $\xi\alpha\alpha$ etiam AB) 46. $\xi\alpha\alpha\tau\omicron\nu$ B.
 $\xi\alpha\alpha\tau$ A, ϱ S 48. $\gamma\epsilon\gamma\gamma\alpha\mu\mu\epsilon\nu\omega\nu$ Hu pro $\gamma\epsilon\gamma\gamma\mu\epsilon\nu\omega\nu$ δ add. W'a
 20. $\delta\epsilon\kappa\alpha\pi\lambda\acute{\alpha}\sigma\iota\omicron\varsigma$ $\tau\omega\iota$ ψ ABS, corr. W'a $\delta\mu\acute{\omega}\nu\iota\mu\omicron\varsigma$ cod. Savilianus
 δ (ante $\xi\alpha\alpha\tau\omicron\nu$. B, δ' AS 21. $\tau\alpha\upsilon$ ψ AB, $\tau\tilde{\omega}$ η S 22. $\delta\mu\acute{\omega}\nu\iota\mu\omicron\varsigma$
 B Savil. (non AS) 23. $\delta\epsilon$ W'a $\tau\omicron\upsilon$ $\theta\iota\omega\rho\eta\mu\alpha\tau\omicron\varsigma$ del. Hu $\pi\rho\omicron\tau\epsilon\tau\tau\epsilon\theta\iota\mu\epsilon\tau\omicron\nu$ B Savil.
 24. $\pi\acute{\omega}\varsigma$ om. W'a $\epsilon\sigma\tau\iota\nu$ sine spir. et acc. A. $\epsilon\sigma\tau\iota$ sine acc. S, $\epsilon\sigma\tau\iota$ B 25. $\acute{\alpha}\rho\iota\theta\mu\acute{\omicron}\nu$ (alterum) Hu pro $\tau\omega\nu$ $\acute{\alpha}\rho\iota\theta\mu\acute{\omicron}\nu$
 26. $\delta\epsilon$ add. W'a $\epsilon\tau\epsilon$ B $\gamma\epsilon\gamma\gamma\alpha\mu\mu\acute{\alpha}\tau\omega\nu$ W'a pro $\gamma\epsilon\gamma\gamma\mu\acute{\omega}\nu$ 27. $\pi\omicron\lambda\lambda\alpha\pi\lambda\alpha\sigma\iota\omega\sigma\theta\eta\nu\alpha\iota$ W'a pro $\pi\omicron\lambda\upsilon\pi\lambda\alpha\sigma\iota\omega\sigma\theta\eta\nu\alpha\iota$ 30. $\delta\epsilon$ Hu pro $\acute{\omega}\varsigma$
 31. $\kappa\alpha\tau\grave{\alpha}$ $\tau\omicron\nu$ $\sigma\tau\acute{\iota}\chi\omicron\nu$ del. Hu (nam vix probabile videtur $\kappa\alpha\tau\grave{\alpha}$ $\tau\omicron$ $\sigma\tau\omicron\iota\chi\omicron\nu$ conlicere) $\alpha\iota\tau\omicron\varsigma$ (sine spir. et acc. A, corr. BS

Ἀρτέμιδος κλείτε κράτος ἔξοχον ἐντέα κοῦραι

(τὸ δὲ κλείτε φησιν ἀντὶ τοῦ ὑπομνήσατε).

- 18 Ἐπεὶ οὖν γράμματά ἐστιν λη' τοῦ στίχου, ταῦτα δὲ περιέχει ἀριθμοὺς δέκα τοὺς ρ' τ' σ' τ' ρ' τ' σ' χ' ν' ρ', ὧν ἕκαστος ἐλάσσων μὲν ἐστὶν χιλιάδος μετρεῖται δὲ ἐπὶ τὴν ἑκατοντάδος, καὶ ἀριθμοὺς ιζ' τοὺς μ' ι' σ' κ' λ' ι' κ' σ' ξ' ο' ο' ν' ν' ν' κ' ο' ι', ὧν ἕκαστος ἐλάσσων μὲν ἐστὶν ἑκατοντάδος μετρεῖται δὲ ἐπὶ δεκάδος, καὶ τοὺς λοιποὺς [σὲν ταῖς μονάσιν] ιά' τοὺς α' ε' θ' ε' ε' α' ε' ε' ε' α' α', ὧν ἕκαστος ἐλάσσων δεκάδος, ἔαν ἄρα (τοὺς δέκα ἀριθμοὺς διπλασιάσωμεν καὶ τοὺς γενομένους κ' προσθῶμεν τοῖς εἰρημένοις ἀπλῶς ἀριθμοῖς ἐπιτακαίδεκα, τὰ γενόμενα ὁμοῦ λζ' ἔξομεν τῶν ὑπ' αὐτοῦ γενομένων ἀναλόγων, κἂν] τοῖς μὲν δέκα ἀριθμοῖς ὑποτάξωμεν ἰσαριθμούς δέκα κατὰ τάξιν ἑκατοντάδος, τοῖς δὲ ιζ' ὁμοίως ὑποτάξωμεν δεκάδας ιζ', φανερόν ἐκ τοῦ ἀνώτερον λογιστικῷ θεωρήματος ιβ' ὅτι δέκα ἑκατοντάδες μετὰ τῶν ιζ' δεκάδων ποιοῦσι μυριάδας ἑναπλᾶς δέκα. [αἱ γὰρ δέκα ἑκατοντάδες δις γενόμεναι, τουτέστιν ζ', καὶ προσλαβοῦσαι τὰς ιζ' δεκάδας γίνονται λζ' ἀναλόγων ὅντα· μερισθέντα δὲ τὰ λζ' εἰς τὸν θ' ποιεῖ τὸν ἐκ τοῦ μερισμοῦ θ' καὶ καταλείπεται α', ὥς εἶναι μυριάδας ἑναπλᾶς δέκα τὰ ἐκ τῶν ἑκατοντάδων δέκα καὶ δεκάδων ιζ'.]

- 19 Ἐπεὶ δὲ καὶ πενθήμενες ὁμοῦ τῶν μετρομένων ἀριθμῶν ὑπὸ ἑκατοντάδος καὶ τῶν μετρομένων ὑπὸ δεκάδος εἰσὶν οἱ ὑποκείμενοι χ"

25

α' γ' β' γ' α' γ' β' ς' θ' α'

θ' α' ζ' β' γ' α' β' ζ' ζ' ζ' ζ' ε' ε' ε' β' ζ' α',

1. κλείτε A¹B Savil., α expunct A², unde κλείτε S 2. κλείτε ηρησιν A²S, κλείτε ηρησιν A¹B 3. λη W^a, MM et eodem manu superscriptum MH A, δμ λη BS (sed in B uterque numerus expunctus) 4. τοὺς ΑΠΤΟΤΡΟΧΥΡΑ Paris. 2368 S (magis etiam corrupti B Savilianus, corr. W^a) 6. 7. τοῦ CMHΘK.IIKOΞONNNAOI A, τοὺς et reliqua perinde B (magis etiam corrupti Paris. 2368 S Savil., corr. W^a) 8. 9. συνταῖς μ A (B), del. Hu 9. τοὺς etc. add. Hu 10. τοὺς δέκα — 11. κἂν interpolatori tribuit Hu 11. προσθῶμεν om. W^a τοῖς γενομένοις W^a 12. ἀπλῶν S. 13. ἐπ' αὐτοῖς] Ἀπολ-

Ἀρετίμυθος κλεῖτε κράτος ἔξοχον ἐννέα κοῦραι
 κλεῖτε autem dicit pro ἐπομνήσατε, i. e. in memoriam re-
 vocate sive celebrate¹.

Quoniam versiculus litteras continet 38, in iisque decem, scilicet ρ τ σ τ ρ τ σ χ υ ρ, quae significant numeros singulos minores millenario et per centenarium divisibiles, scilicet 100, 300, 200, 300, 100, 300, 200, 600, 400, 100, porro septendecim, scilicet μ ι ο χ λ ι ζ ο ξ ο ο ν ν ν ζ ο ι, quae numeros significant singulos minores centenario et per denarium divisibiles, scilicet 40, 10, 70, 20, 30, 10, 20, 70, 60, 70, 70, 30, 30, 20, 70, 10, denique undecim, scilicet α ε δ ε ε α ε ε ε α α, quae numeros significant singulos minores centenario, scilicet 1, 5, 4, 5, 5, 1, 5, 5, 5, 1, 1, si igitur decem illis numeris substituamus totidem in ordine centenariorum, et alteris illis septendecim totidem denarios, ex superiore logistico theoremate XII apparet decem centenarios unā cum septendecim denariis efficere decem myriadas noneuplas. [Nam 10 centenarii multiplicati cum 2 sunt 20, his additi 47 denarii faciunt 37, quae est summa analogorum¹, id est singulorum denariorum, unde myriades computantur: etenim $37 : 4 = 9$, restatque 1; sunt igitur 10 · 10000⁹.]

Sed quoniam numerorum et per centenarium et per denarium divisibilium fundamentales sunt hi qui sequuntur viginti septem

1, 3, 2, 3, 1, 3, 2, 6, 4, 1

4, 1, 7, 2, 3, 1, 2, 7, 6, 7, 7, 5, 5, 5, 2, 7, 1,

1) Vide append. ad hunc librum.

λαρβου intellexisse videtur interpolator γερομέτων A¹ ex γερόμενοι post ἀναλόγων add. πλήθος Wa 44. ὑποτάξομαι A, ωi superscr. 1 man. δέξα Wa pro δὲ καὶ, item vs. 17 16. ἀντίφωρ Wa inivitis ABS. 18. αὐ γάρ — 22. δεκάδων αζ interpolatori tribuit Hu 20. ἀναλόγων — τὰ AZ add. A² in marg. (BS) ἀνάλογον coni. Hu. τὸν ἀναλόγων B, τὸν ἀναλόγων Wa μετρηθέντα Wa (voluit μετρηθέντα) 22. δέξα καὶ Wa pro δὲ καὶ 24. καὶ τῶν Wa pro καὶ τοῦ τῶν 25. αζ add. Hu 26. 27. ΑΒΓ·ΑΓΒζ.Ι·Ι·Ι·ΑΖΗΓ·ΑΒΞζΖ·ΖΕΕΒΖ·Α ABS, corr. Wa

et undecim numeri minores denario

1, 3, 4, 5, 5, 4, 5, 5, 5, 4, 4,

si productum ex his undecim cum producto ex illis viginti septem multiplicaverimus, efficietur solidus numerus

$$19 \cdot 10000^4 + 6036 \cdot 10000^3 + 8480 \cdot 10000^2.$$

[Aequale productum efficitur, si et fundamentales numeros et unitates ex ordine versiculi

Ἀρτέμιδος κλέϊτε κράτος ἔξοχα ἐντα κοῦραι

inter se multiplicamus, qui numeri sunt 1, 1, 3, 5, 4, 1, 1, 7, 2, 2, 3, 5, 4, 3, 5, 2, 4, 4, 3, 7, 2, 5, 6, 7, 6, 7, 5, 5, 5, 5, 5, 1, 2, 7, 4, 4, 4, 4 *)

	$\mu^0 = \text{μονάδες}$ ἑντά	$\mu^1 = \text{μικροὶς}$ δία	$\mu^2 = \text{μικροὶς}$ δία	$\mu^3 = \text{μικροὶς}$ δία	$\mu^4 = \text{μικροὶς}$ δία	$\mu^5 = \text{μικροὶς}$ δία
3 X 5 =	15					
X 4 =	60					
X 4 =	240					
X 7 =	1680					
X 2 =	3360					
X 2 =	6720					
X 3 =	20160					
X 5 =	100800					
X 3 =	302400					
X 5 =	1512000					
X 2 =	3024000					
X 3 =	9072000					

*) In scheme, quod sequitur, rationem multiplicandi, quam Græcus scriptor adhibuit, quantum fieri potuit, retinimus; expulimus autem supervacaneas istas multiplicationes quæ per 4 sunt, cæque ab ipso scriptore, non a librario, in fine capituli omissæ esse videntur.

Γ ἐπὶ $\bar{E}$ γίνεται $\overline{FE}$ ἐπὶ $\bar{A}$ γίνεται $\bar{E}$ ἐπὶ $\bar{A}$ γίνεται $\bar{E}$ ἐπὶ $\bar{A}$ γίνεται $\overline{CM}$ ἐπὶ $\bar{Z}$ γίνεται $\overline{AXII}$ ἐπὶ $\bar{B}$ γίνεται $\overline{ATZ}$ ἐπὶ $\bar{B}$ γίνεται $\overline{EJK}$ ἐπὶ $\bar{F}$ γίνεται $\parallel \bar{B}$ καὶ $\parallel \bar{PZ}$ ἐπὶ $\bar{E}$ γίνεται $\parallel$ (μικροὶς 8) $\bar{I}$ καὶ $\parallel \bar{\omega}$ ἐπὶ $\bar{A}$ γίνεται $\parallel \bar{i}$ καὶ $\parallel \bar{\omega}$ ἐπὶ $\bar{F}$ γίνεται $\parallel \bar{A}$ καὶ $\parallel \bar{BK}$ ἐπὶ $\bar{E}$ γίνεται $\parallel \bar{PN.A}$ καὶ $\parallel \bar{B}$ ἐπὶ $\bar{B}$ γίνεται $\parallel \bar{TB}$ καὶ $\parallel \bar{A}$ ἐπὶ $\bar{A}$ γίνεται $\parallel \bar{TB}$ καὶ $\parallel \bar{A}$ ἐπὶ $\bar{A}$ γίνεται $\parallel \bar{TB}$ καὶ $\parallel \bar{A}$ ἐπὶ $\bar{F}$ γίνεται $\parallel$ (μικροὶς 8) $\bar{\omega Z}$ καὶ $\parallel \bar{z}$

ἐπὶ ζ' γίνεται μ^α στν' καὶ μ^α δ
 ἐπὶ ς' γίνεται μ^α α' καὶ μ^α βη' καὶ μ^α η
 ἐπὶ ε' γίνεται μ^α ε' καὶ μ^α ζγδ'
 ἐπὶ δ' γίνεται μ^α λη' καὶ μ^α ακδ'
 ἐπὶ γ' γίνεται μ^α σξς' καὶ μ^α ζρξη'
 ἐπὶ β' γίνεται μ^α αχ' καὶ μ^α γη'
 ἐπὶ ζ' γίνεται μ^α α' καὶ μ^α ασβ' καὶ μ^α αις'
 ἐπὶ ε' γίνεται μ^α ε' καὶ μ^α ζι' καὶ μ^α εση'
 ἐπὶ δ' γίνεται μ^α κη' καὶ μ^α νβ' καὶ μ^α ζυ'
 ἐπὶ γ' γίνεται μ^α ρμ' καὶ μ^α σξγ' καὶ μ^α ρ
 ἐπὶ β' γίνεται μ^α υ' καὶ μ^α αις'
 ἐπὶ ε' γίνεται μ^α γη' καὶ μ^α ζηπ'
 ἐπὶ δ' γίνεται μ^α γη' καὶ μ^α ζηη'
 ἐπὶ ς' γίνεται μ^α ζα' καὶ μ^α γρξ'
 ἐπὶ ζ' γίνεται μ^α δ' καὶ μ^α θβ' καὶ μ^α ρηκ'
 ἐπὶ θ' γίνεται μ^α ιθ' καὶ μ^α ζλς' καὶ μ^α ηοπ'.}

- 21 Αὐταὶ δὲ συμπολλαπλασιαζόμεναι ἐπὶ τὸν ἐκ τῶν ἑκατοντάδων καὶ δεκάδων στερεόν, τοιτέστι τὰς προχειμένας μυριάδας ἑνναπλᾶς δέκα, ποιοῦσιν μυριάδας τρισκαίδεκαπλᾶς ρCζ', δωδεκαπλᾶς τξη', ἑνδεκαπλᾶς θω'. [ἑνναπλαῖ γὰρ 20 μυριάδες ἐπὶ μὲν τετραπλᾶς ποιοῦσι τρισκαίδεκαπλᾶς, ἐπὶ δὲ τριπλᾶς γενόμεναι ποιοῦσιν δωδεκαπλᾶς, καὶ ἡμοίως ἐπὶ διπλᾶς πολλαπλασιασθεῖσαι γίνονται ἑνδεκαπλαῖ ...] ταῦτα γὰρ πάντα προδέδαικται.

- 22 Φατέον ὅν τὸν ἐξ ἀρχῆς στίχον 25

Ἀρτέμιδος κλείτε κράτος ἔξοχον ἑννέα κοῦραι
 πολλαπλασιασθέντα δι' ἀλλήλων δύνασθαι μυριάδων πληθους τρισκαίδεκαπλῶν ρCζ', δωδεκαπλῶν τξη', ἑνδεκαπλῶν θω', συμφώνως τοῖς ὑπὸ Ἀπολλωνίου κατὰ τὴν μέθοδον ἐν ἀρχῇ τοῦ βιβλίου προγεγραμμένοις. 30

ἐπὶ Z γίνεται μ̄ ε' TN καὶ μ̄ A ἐπὶ B γίνεται μ̄ A καὶ μ̄ CΥ καὶ μ̄ II ἐπὶ E γίνεται μ̄ ε' καὶ μ̄ ΓΦA ἐπὶ ζ' γίνεται μ̄ AII καὶ μ̄ ZPΞII ἐπὶ ε' γίνεται μ̄ α' μ̄ ΓII ἐπὶ Z γίνεται μ̄ α' καὶ μ̄ ACH καὶ μ̄ ANε ἐπὶ E γίνεται μ̄ E καὶ μ̄ εI καὶ μ̄ ECH ἐπὶ E γίνεται μ̄ KII καὶ μ̄ NH καὶ μ̄ εY ἐπὶ E γίνεται μ̄ PM καὶ μ̄ CΞΓ καὶ μ̄ Z ἐπὶ E γίνεται μ̄ ψ' καὶ μ̄ α' TIε ἐπὶ E γίνεται μ̄ ΓΦ καὶ μ̄ εΦII ἐπὶ A γίνεται μ̄ ΓΦ καὶ μ̄ εΦII ἐπὶ B γίνεται μ̄ ZA καὶ μ̄ PK ἐπὶ A

$\times 7 =$	63504000
$\times 2 =$	127008000
$\times 5 =$	635040000
$\times 6 =$	3810240000
$\times 7 =$	26671680000
$\times 6 =$	160030080000
$\times 7 =$	1120210560000
$\times 5 =$	5601052800000
$\times 5 =$	28005264000000
$\times 5 =$	1400263200000000
$\times 5 =$	7001316000000000
$\times 5 =$	35006580000000000
$\times 2 =$	70013160000000000
$\times 7 =$	49009212000000000
$\times 4 =$	196036848000000000

Hoc igitur productum multiplicatum cum producto ex centenariis et denariis, id est, ut supra computatum est, cum $10 \cdot 10000^9$, efficit $196 \cdot 10000^{13} + 368 \cdot 10000^{12} + 4800 \cdot 10000^{11}$. Est enim

$$\begin{aligned} & (19 \cdot 10000^4 + 6036 \cdot 10000^3 + 8480 \cdot 10000^2) \cdot 10000^9 \\ &= 19 \cdot 10000^{13} + 6036 \cdot 10000^{12} + 8480 \cdot 10000^{11}, \\ & \text{et id productum multiplicatum cum } 10 \\ &= 196 \cdot 10000^{13} + 368 \cdot 10000^{12} + 4800 \cdot 10000^{11}. \end{aligned}$$

Haec enim omnia supra demonstrata sunt.

Jam dicendum est versiculum qui ab initio propositus erat

Ἀρτέμιδος κλείτε κράτος ἔξοχον ἐννέα χούραι,
singulis litteris inter se multiplicatis, officere $196 \cdot 10000^{13} + 368 \cdot 10000^{12} + 4800 \cdot 10000^{11}$, congruenter cum iis quae Apollonius ea quam invenit ratione initio libri demonstravit.

γίνεται μ 16 καὶ μ 7, 17 καὶ μ 11. 47. δι' add. Hu, οὖν W'a
συμπλοκασαῖς δέτω ABS, corr. W'a 19. ἐνναπλῆς add. W'a τρεῖς
καὶ δεκαπλῆς ABS, corr. W'a, item vs. 21 20. ἥω A, δ'ω BS
ἐνναπλῆ — 23. ἐνδεκαπλῆ interpolatori tribuit Hu; omisit autem inter-
polator multiplicationem per decem (conf. infra cap. 26) 22. δωδε-
καπλῆς W'a pro ἡβ 23. διπλῆς W'a pro διπλῶν 26. post κλείτε
(sic) add. A ligaturam et, sed cum expunctam 27. πολλὰ καὶ δι' ἄλλ'
om. W'a 28. τρεῖς καὶ δεκαπλῶν AB, corr. W'a 29. ἥω AB ἥω
S; 30. προσηγορευμένη W'a

23 Πάλιν δεδόσθω στίχος ὁ ὑποκείμενος

Ἥλην ἄειδε θεὰ Διμήτερος ἀγλαοκάρπου,
καὶ εἰλήφθω τὰ τε ἀνάλογα καὶ οἱ πενθόμενες ἅμα ταῖς μο-
νάσιν ὅσπερ ὑπὸκεινται

δ ι' ε' α' ε' α' ε' α' δ ε' θ' ε' α' δ ι' δ ι' γ' ε' α' 5

ζ β' α' γ' γ' α' ζ β' α' α' η' ζ' δ',

καὶ πεπολλαπλασιάσθωσαν δι' ἀλλήλων οἱ ἀριθμοί· γίνον-
ται τετραπλαῖ μυριάδες δύο, τριπλαῖ, αὐμθ', διπλαῖ, διτ',
ἀπλαῖ, εχ'.

24 Τέσσαρες γὰρ μ^ο ἐπὶ ι' γίνονται λβ'

10

ἐπὶ ε' γίνονται ρξ'

ἐπὶ μίαν γίνονται ρξ'

ἐπὶ ε' γίνεται ω'

ἐπὶ α' γίνεται ω'

ἐπὶ ε' γίνεται δ

15

ἐπὶ μίαν γίνεται δ

ἐπὶ δ' γίνεται μ^α α' καὶ μ^α ζ'

ἐπὶ ε' γίνεται μ^α ι'

ἐπὶ θ' γίνεται μ^α οβ'

ἐπὶ ε' γίνεται μ^α τξ'

20

ἐπὶ α' γίνεται μ^α τξ'

ἐπὶ δ' γίνεται μ^α αὐμ'

ἐπὶ η' γίνεται μ^β α' καὶ μ^α αφκ'

ἐπὶ θ' γίνεται μ^β δ' καὶ μ^α επ'

ἐπὶ ι' γίνεται μ^β λς' καὶ μ^α ηχμ'

25

ἐπὶ γ' γίνεται μ^β ρί καὶ μ^α εϞδ'

ἐπὶ ε' γίνεται μ^β φηβ' καὶ μ^α θχ'

ἐπὶ α' γίνεται μ^β φηβ' καὶ μ^α θχ'

ἐπὶ ζ' γίνεται μ^β γωσ' καὶ μ^α ιζδ'

ἐπὶ β' γίνεται μ^β ζιμα' καὶ μ^α δε'

30

4. Πάλιν etc.] haec usque ad finem libri non a Pappo, sed ab alio posteriore scriptore, eodem fortasse qui cap. 20 composuit, addita esse videntur 3. μοιᾶσιν S, μ AB 5. 6. pro omnibus his numeris, quos restituit Wa, hos tantummodo habet A: 1 Π 2 E 3 E 4 Π 5 Z 1 et superscr. 1 man. E 4 E 4 Θ E (magis etiam corrupti BS; 8. τε-

Kursus datus sit versiculus qui sequitur

Μῆνιν ἄειδε θεὰ Διὸς Αἰγιόχεος ἀγλαοκάρπου,

ac sumantur et analogi *supra p. 21)* et fundamentales unā cum unitatibus hoc ordine

1, 8, 5, 1, 5, 4, 5, 1, 4, 5, 9, 5, 1, 4, 8, 4, 8, 3, 5, 1, 7, 2,
1, 3, 3, 4, 7, 2, 4, 4, 8, 7, 4,

et hi ipsi numeri (*i. e. fundamentales unā cum unitatibus*) inter se multiplicentur: sunt $2 \cdot 10000^4 + 1849 \cdot 10000^3 + 1102 \cdot 10000^2 + 5600 \cdot 10000$.

Fiunt enim

	μονάδες	μυριάδες	καὶ	μυριάδες	διπλαῖ	μυριάδες	τετραπλαῖ
1	X 8 =						32
	X 5 =						160
	X 5 =						800
	X 5 =						4000
	X 4 =						16000
	X 5 =						80000
	X 9 =						720000
	X 5 =						3600000
	X 4 =						14400000
	X 8 =						115200000
	X 4 =						460800000
	X 8 =						3686400000
	X 3 =						11059200000
	X 5 =						55296000000
	X 7 =						387072000000
	X 2 =						774144000000

τετραπλαῖ μυριάδες *Il*, δὲ *Il'* *μυριάδες* *ABS* ubi δὲ *Il'* corruptum ex *Il*λαῖ, δὲ *μυριάδες* *τετραπλαῖ* *W'a* 45. 46. *A'* utroque loco *A* (B) 17—22. *μ'* *Il*, *μ'* ubique *ABS*. *Mv. W'a* 23 sqq. *ἐπὶ ἡ'* etc.: haec cursus usque ad finem capitis continuā scripturā ex *A* repetuntur (conf. *supra* ad p. 23, 10 sqq.): *ἐπὶ II* γίνεται μὲν (*Mp. W'a*, corr. *Il*, et similiter posthac) *A* καὶ β *AΦK* ἐπὶ *A* γίνεται μὲν *A* καὶ μ *εIl* ἐπὶ *II* γίνεται *Aε* καὶ μ *II* καὶ *AλM* ἐπὶ *Γ* γίνεται β *PI* καὶ μὲν *ΕΓK* ἐπὶ *Γ* γίνεται μὲν *ΦNB* καὶ μὲν *ΘX* ἐπὶ *Z* γίνεται μὲν *ΓΩO* καὶ β *ZC* ἐπὶ *B* γίνεται β *ZΦM.A* καὶ μὲν *IX*

ἐπὶ α' γίνεται μ' ζ' ψι καὶ μ' δν'
 ἐπὶ γ' γίνεται μ' β' καὶ μ' γσκαδ' καὶ μ' γσ'
 ἐπὶ γ' γίνεται μ' ε' καὶ μ' θχοβ' καὶ μ' θχ'
 ἐπὶ α' γίνεται μ' ε' καὶ μ' θχουβ' καὶ μ' θχ'
 ἐπὶ ζ' γίνεται μ' μὴ' καὶ μ' ζ' ψι καὶ μ' ζ' σ' 5
 ἐπὶ β' γίνεται μ' Qζ' καὶ μ' ενκα' καὶ μ' δν'
 ἐπὶ α' καὶ πάλιν ἐπὶ α' γίνονται μ' Qζ' καὶ μ' ενκα'
 καὶ μ' δν'
 ἐπὶ η' γίνεται μ' ψπ' καὶ μ' γτοα' καὶ μ' εσ'
 ἐπὶ ζ' γίνεται μ' εεξβ' καὶ μ' γχ' καὶ μ' ες' 10
 ἐπὶ δ' γίνονται μ' β', τριπλαῖ, αωμθ', διπλαῖ, δεβ',
 ἀπλαῖ, εχ'.

- 25 Τῶν δὴ ἀναλόγων κβ' καὶ μετρουμένων ἐπὶ τετραδὸς
 [καὶ δυάδος ὑπολειπομένης] ὅσαι μονάδες γεγόνασιν [μέτρον
 εἰς ε'], τοσαυτάκις αὐξήσομεν τὸν ἐκβάττα διὰ τε τῶν μο- 15
 νάδων καὶ [διὰ τῶν πεπολλαπλασιασμένων] πεθμένων ἀριθ-
 μῶν [λέγω δὲ τοσαυτάκις κατὰ μυριάδων αὐξήσιν], ὥστε
 γίνεσθαι τὸν πρότερον ὑπάρχοντα μυριάδων τετραπλῶν δύο,
 τριπλῶν αωμθ', διπλῶν δεβ' καὶ ἀπλῶν εχ', τὸν ἐνταπλῶν
 β', ὀκταπλῶν, αωμθ', ἐνταπλῶν δεβ', ἑξαπλῶν εχ'. 20
 26 Ὅτι δὲ περιλέλειπται τῶν ἀναλόγων δύο, ἅπερ ἐστὶ
 τῆς ἑκατοντάδος, τοσαυτάκις αὐξήσομεν τὸν ἐξημέρον ἀριθ-
 μῶν, ὥστε εἶναι μυριάδων ἐνταπλῶν σι', ὀκταπλῶν, δ'Θμθ',
 ἐνταπλῶν σς'.

- 27 Ῥητέον οὖν τὸν ἐξ ἀρχῆς στίχον 25

Μῆριν ἄειδε θεὰ Διμήτερος ἀγλαοκάρπου
 πολλαπλασιασθέντα δύνασθαι μυριάδων πληθος ἐνταπλῶν
 σι', ὀκταπλῶν, δ'Θμθ', ἐνταπλῶν σς'.

ἐπὶ Α γίνεταί μ' ΖΨΜΑ καὶ μ' Υ' ἐπὶ Γ γίνεταί μὲν Β καὶ μ' ΓΟΚΑ
 καὶ μ' ΓΟ ἐπὶ Γ γίνεταί μ' ε' καὶ μ' ΘΧΟΒ καὶ μὲν ΘΧ ἐπὶ Α
 γίνεταί μ' ε' καὶ μ' ΘΧΟΒ καὶ μ' ΘΧ ἐπὶ Ζ γίνεταί μ' Μ Η καὶ μ'
 ΖΨΙ καὶ μὲν ΖΩ ἐπὶ Β γίνεταί μ' QZ μ' ΕΥΚΑ καὶ μ' ΙΥ (post
 haec ἐπὶ α γίνεταί Μγ. Qζ' καὶ Μβ. ενκα καὶ Μα δν add. Wα. ἐπὶ
 α' tantummodo add. Ηα) καὶ πάλιν ἐπὶ Α γίνονται μ' QZ ΕΥΚΑ καὶ
 μ' ΙΥ ἐπὶ Η γίνεταί μ' ΨΗ καὶ μὲν ΓΤΘΑ καὶ μ' ΕΟ ἐπὶ Ζ
 γίνεταί μ' ΕΥΞΒ καὶ μ' ΓΧ καὶ μ' εςΥ ἐπὶ Α γίνονται μ' Β τριπλαῖ

X 3 =		23224	3200 0000
X 3 =		69672	9600 0000
X 7 =		487710	7200 0000
X 2 =		973421	4400 0000
X 8 =		7803371	5200 0000
X 7 =		54623600	6400 0000
X 4 =		248494402	5600 0000

Quot autem sunt analogi, hunc numerum per 4 dividamus, et quot sunt in quotiente unitates, toties multiplicabimus illud productum, quod ex multiplicatione unitatum et fundamentalium prodiit (dico autem "toties" de peculiari myriadum multiplicatione), ita ut fiant

$$2 \cdot 10000^4 + 1849 \cdot 10000^3 + 4402 \cdot 10000^2 + 5600 \cdot 10000^1 \cdot 10000^0 = 2 \cdot 10000^9 + 1849 \cdot 10000^8 + 4402 \cdot 10000^7 + 5600 \cdot 10000^6.$$

Quoniam autem in analogorum divisione relictus est 2, id est 100, toties multiplicabimus hunc quem modo dixi numerum, ita ut sint $248 \cdot 10000^9 + 4944 \cdot 10000^8 + 256 \cdot 10000^7$.

Dicendum igitur est versiculum, qui ab initio *propositus erat*.

Μῆνιν ἄειδε θεὰ Διμήτερος ἄγλαοκάρπου,
singulis litteris inter se multiplicatis efficere $248 \cdot 10000^9 + 4944 \cdot 10000^8 + 256 \cdot 10000^7$.

ΛωΜω διπλαῖ, ΑΥΒ ἀπλαῖ, ΒΧ ὁ Ν 43. δὴ] δὲ W'a. δὴ τῶν ABS 44. καὶ — ὑπολειπομένης del. Hu καὶ ante ὑπολειπομένης repetunt ABS, cuius loco τῆς conl. Bredow epist. Paris. p. 183 ὅσαι μοιᾶδες Hu pro ὅτι μὲν 44. 45. μετρω εἰς (sine acc. et spir.) E A (BS), del. Hu [μετρούμεται εἰς ε' voluisse videtur interpolator, 46. διὰ τῶν πεπολλαπλασιασμένων W'a, τῶν διαπεπλασμένων ABS, del. Hu 47. λέγω — αἰξήσῃ] haec utrum ab ipso huius loci scriptore, an ab alieno interprete interserta sint, ambiguum videtur 48. μυριάδων add. Hu 49. r̄v̄r — 20. ἔξαπλῶν, εἰχ' om. et post ὥστε γίνεσθαι interponit μυριάδων ἑξαπλῶν etc. W'a 20. ἔξαπλῶν S (ἔξαπλῶν B), ἔχαπλῶν A 23. μυριάδων W'a pro μοιᾶδων ΑΤΜ. I AB, item vs. 28 25. οὐρ add. W'a 28. in fine add. S Βιβ. β τέλος

ΠΑΠΠΟΥ ΑΛΕΞΑΝΔΡΕΩΣ ΣΥΝΑΓΩΓΗΣ Γ'.

Περιέχει δὲ προβλήματα γεωμετρικὰ ἐπιπέδῳ τε καὶ στερεῷ.

- 1 Οἱ τὰ ἐν γεωμετρικῇ ζητούμενα βουλόμενοι τεχνικώτερον διακρίνειν, ὧς κράτιστε Πανδρόσιον, πρόβλημα μὲν ἀξιόισι καλεῖν ἐφ' οὗ προβάλλεται τι ποιῆσαι καὶ κατασκευάσαι, ὁ θεώρημα δὲ ἐν ᾧ τινῶν ὑποκειμένων τὸ ἐπόμενον αὐτοῖς καὶ πάντως ἐπισυμβαῖνον θεωρεῖται, τῶν παλαιῶν τῶν μὲν προβλήματα πάντα, τῶν δὲ θεωρήματα εἶναι φασκόντων. ὁ μὲν οὖν τὸ θεώρημα προτείνων σνιδὼν ὀντινοῦν τρόπον τὸ ἀκόλουθον τοῦτω ἀξιοῖ ζητεῖν καὶ οὐκ ἂν ἄλλως ἔγιως¹⁰ προτεῖνοι, ὁ δὲ τὸ πρόβλημα προτείνων (ἂν μὲν ἀμαθὴς ἢ καὶ παντάπασιν ἰδιώτης), κἂν ἀδύνατόν πως κατασκευασθῆναι προστάξῃ, σύγγνωστός ἐστιν καὶ ἀντιθέδνους. τοῦ γὰρ ζητοῦντος ἔργον καὶ τοῦτο διορίσαι, τό τε δυνατόν καὶ τὸ ἀδύνατον, κἂν ἢ δυνατόν, πότε καὶ πῶς καὶ ποσαχῶς δυνά-¹⁵ νατόν. ἐὰν δὲ προσποιούμενος ἢ τὰ μαθήματά πως ἀπειρώς προβάλλων, οὐκ ἔστιν αἰτίας ἔξω. πρῶτον γοῦν τινες τῶν τὰ μαθήματα προσποιουμένων εἰδέναι διὰ σοῦ τὰς τῶν προβλημάτων προτάσεις ἀμαθῶς ἡμῖν ὥρισαν. περὶ ὧν ἔδει καὶ τῶν παραπλησίων αὐτοῖς ἀποδείξεις τινὰς ἡμῶς²⁰ εἰπεῖν εἰς ὠφέλειαν σὶν τε καὶ τῶν φιλομαθούντων ἐν τῷ τρίτῳ τοῦτω τῆς συναγωγῆς βιβλίῳ. τὸ μὲν οὖν πρῶτον τῶν προβλημάτων μέγας τις γεωμέτρης εἶναι δοκῶν ὥρισεν ἀμαθῶς· τὸ γὰρ δύο δοθειῶν εἰς θειῶν δύο μέσας ἀνάλογον ἐν συνεχεῖ ἀναλογίᾳ λαβεῖν ἔφασκεν εἰδέναι δι' ἐπιπέδου²⁵

1. 2. πάππου ἀλεξανδρέως. συναγωγῶν Γ'· περιέχει — στερεῷ om. A¹, add. A² 'B, nisi quod hic συναγωγῶν τρίτον'. Πάππου ἀλεξανδρέως μαθηματικῶν συναγωγῶν βιβ. Γ' S, ΣΥΝΑΓΩΓΗΣ corr. Hu 4. χρη-
τίστη πανδρόσιον ABS, Cratiste Co, corr. Hu (conf. indicem) 10. τὸν
ἀκόλουθον τοῦτον ABS, consequens eius Co, corr. Hu ὀντινός AB, corr.
S 11. ἂν μὲν — 12. ἰδιώτης interpolatori tribuit Hu 16. 17. προσ-
ποιούμενος ἡσυχάζειν τὰ μαθήματά πως ἀπειρώς προβάλλῃ con. Hu
προβάλλων S, προβάλλων A, προβαλὼν B 18. τὰς add. Hu 20. ἀπο-
δείξεις 'sine acc.' A, corr. BS 21. ὡς ἄλλων A, corr. BS φιλομα-

Pappi Alexandrini collectionis liber III').

Continet problemata geometrica plana ac solida.

Quicumque ena quae in geometria quaeruntur ex artis praeceptis accuratius discernere volunt, clarissime Pandrosio, problema appellari existimant in quo aliquid efficiendum et construendum proponitur, theorema vero in quo quaedam ita ponuntur, ut id quod consequitur atque omnino inde contingit perspiciatur. Quamquam veterum alii problemata omnia, alii *omnia* theoremata esse dicunt. Qui igitur theorema proponit, postquam aliqua ratione id quod inde consequitur mente praecepit, id ipsum quaerendum esse putat neque alio modo recte proponere videtur; qui vero problema proponit, etiamsi forte id praecepiat quod construi vix ulla ratione possit, venia tamen est dignus et culpa vacat; quaerentis enim est hoc etiam determinare, quid fieri possit, quid non, et, si fieri possit, quando et quomodo et quotupliciter fieri possit. At si quis mathematica se doctum esse profiteatur et tamen temere proponat, non est extra culpam. Ut nuper quidam eorum, qui mathematicis a te institutos se esse profitentur, problematum propositiones imperitiis nobis determinaverunt. Quibus de rebus aliisque eius generis oportebat nos, ut et tibi et *omnibus* quicumque doctrinae student consuleremus, hoc tertio collectionis libro demonstrationes quasdam afferre. Primum igitur problema homo quidam, qui magnus esse geometra videbatur, imperite determinavit. Nam quomodo datis duabus rectis lineis duae mediae proportionales in continua analogia invenirentur,

4) Hic liber quattuor partibus constat, quas ipse scriptor satis aperte distinguit. Primum enim problema, quod ab alio viro mathematico propositum esse dicitur, explicatur cap. 2—27, secundum cap. 28—37, tertium cap. 38—73, quibus succedit quartum inde a cap. 75.

δοῦνται *Hu* pro γελομαθῶν τῶν 22. τοῦται *A*, corr. *HS* 24. δύο *Hu* pro δύο τῶν 25. ἀναλογίαι *B³S*, ἀναλογίαι *AB¹*

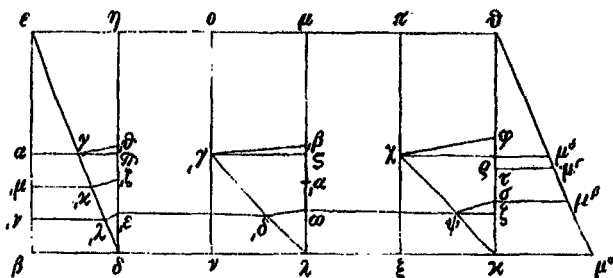
θεωρίας, ἤξιον δὲ καὶ ἡμᾶς ὁ ἀνὴρ ἐπισκεψαμένους ἀποκρίνασθαι περὶ τῆς ὑπ' αὐτοῦ γενηθείσης κατασκευῆς. ἦτις ἔχει τὸν τρόπον τοῦτον.

- 2 α'. Ἐστώσαν δύο εὐθεῖαι αἱ AB $ΑΓ$ πρὸς ὁρθὰς ἀλλήλαις, καὶ ἤχθω ἀπὸ τοῦ B τῇ $ΑΓ$ παράλληλος ἡ BA , καὶ 5 κείσθω τῇ AB ἴση ἡ BA , καὶ ἐπεξεύχθω ἡ $ΑΓ$, καὶ συμπιπτέτω τῇ BA κατὰ τὸ E , καὶ ἀπὸ τοῦ E τῇ $ΑΓ$ παράλληλος ἡ EO , καὶ ἐκβεβλήσθω ἡ BA , καὶ ἤχθω ἀπὸ τοῦ A τῇ BE παράλληλος ἡ $ΔH$, καὶ κείσθωσαν τῇ BA ἴσαι αἱ AN NA $ΛΞ$ $ΞK$, καὶ διὰ τῶν N A $Ξ$ K σημείων τῇ BE 10 παράλληλοι αἱ NO AM $ΞΠ$ $KΘ$, καὶ κείσθω τῇ BA ἴση ἡ KP , καὶ τετμήσθω δίχα ἡ KP κατὰ τὸ $Σ$, καὶ ὥς ἡ $KΘ$ πρὸς $ΘΣ$, οὕτως ἡ $ΣΘ$ πρὸς $ΘΓ$. ὥς δὲ ἡ $ΣΘ$ πρὸς $ΘΓ$, οὕτως ἡ $ΘΓ$ πρὸς $ΘΦ$, καὶ ἀγερῆσθω ἀπὸ τῆς $ΞΠ$ τῇ AB ἴση ἡ $XΞ$, καὶ ἐπεξεύχθω ἡ XK καὶ ἡ $XΦ$, καὶ ἀπὸ τοῦ 15 $Σ$ τῇ $XΦ$ παράλληλος ἡ $ΣΨ$, ἀπὸ δὲ τοῦ $Ψ$ τῇ $KΞ$ παράλληλος ἡ $ΨΩ$, καὶ ἔστω ὥς AM πρὸς $MΩ$, οὕτως ἡ $ΩM$ πρὸς MA . ὥς δὲ ἡ $ΩM$ πρὸς MA , οὕτως ἡ AM πρὸς HB , καὶ ἀγερῆσθω ἀπὸ τῆς ON τῇ AB ἴση ἡ NJ , καὶ ἐπεξεύχθω ἡ $I'A$ καὶ ἡ $I'B$, καὶ ἤχθω ἀπὸ τοῦ $Ω$ τῇ BI 20 παράλληλος ἡ $ΩA$, ἀπὸ δὲ τοῦ A τῇ AN παράλληλος ἡ $ΔE$, καὶ ἔστω ὥς ἡ $ΔH$ πρὸς HE , οὕτως HE πρὸς HZ , ὥς δὲ ἡ EH πρὸς HZ , οὕτως ἡ ZH πρὸς $HΘ$, καὶ ἐπεξεύχθω ἡ $ΘΓ$, καὶ ἤλθωσαν τῇ $ΘI$ παράλληλοι αἱ ZK $E'A$, καὶ ἀπὸ τῶν K A ταῖς AI BA παράλληλοι αἱ KM AN 25 δεῖξαι ὅτι τῶν AI BA μέσαι ἀνάλογόν εἰσιν αἱ MK NA .

1. ἤξιον δὲ *Hu*, ἡξιούτε (*sine spir.*) *A* BS; 4. α' om. *AB*, add. *S* 6. ἐπιζεύχθω *sine spir.*) *A*(*B*, corr. *S* 7. αὐτὸ ἀπὸ τοῦ *Γ* cogitatione addendum est ἤχθω, quod saepius scriptor omisit 10. ἤχθωσαν ante διὰ τῶν add. *B*⁴ διὰ τῶν *NA* $ΞK$ *A*, distinct. *BS* 13. πρὸς $ΘA$ V^2 pro πρὸς $ΘE$ πρὸς $ΘT$, ὥς *Hu*, πρὸς τὸ $ΘT$ ὥς *AB* *S*, πρὸς τὴν $ΘT$ ὥς *B*³ 13. 14. πρὸς $Θ$ οὕτως (*omisso T*) *A*, corr. *BS* 15. ἐπιζεύχθω *AB*, corr. *S* (nisi quod lapsu calami ἐπιζεύχθω habet) 17. 18. ἡ $ΩM$ πρὸς $MΩ$ πρὸς MB *ABS*, pro MA corr. $μσ$ *B*⁴ (ο, tum ὥς $δτ$ $ωμ$ πρὸς $μα$ οὕτω $μσ$ add. et pro MB corr. $μδ$ *B*⁴, reliqua corr. *Hu* 19. ἀγερῆσθω add. *B*⁴ ἐπιζεύχθω *AB*, corr. *S* 23. οὕτως ἡ ZH (*Z* in rasura) *A*, lineolam ad Z add. *B*⁴ 24. ἡ $ΘΓ$ *AB* *S*, lineolam

scire se dixit per planae figure rationem, atque etiam a nobis petivit, ut re considerata responderemus de constructione quam ipse fecisset, quam quidem hoc modo se habet.

I. Sint duae rectae $\alpha\beta$ $\alpha\gamma$ ad rectos inter se angulos, et ducatur a puncto β rectae $\alpha\gamma$ parallela $\beta\delta$ et ponatur $\beta\delta = \alpha\beta$, et iungatur $\delta\gamma$ concurratque cum $\beta\alpha$ producta in puncto ϵ , et ducatur ab ϵ rectae $\alpha\gamma$ parallela $\epsilon\vartheta$, et produ-



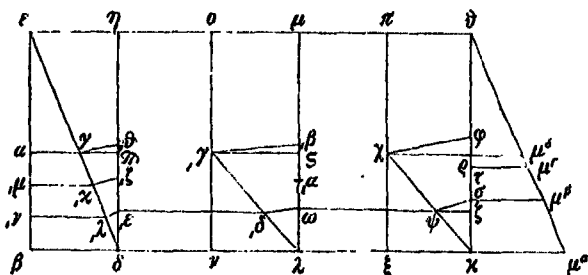
catur $\beta\delta$, et ducatur a puncto δ rectae $\beta\epsilon$ parallela $\delta\eta$, et in producta $\beta\delta$ ponatur $\delta\nu = \nu\lambda = \lambda\xi = \xi\kappa = \beta\delta$, et per puncta ν λ ξ κ ducantur ipsi $\beta\epsilon$ parallelae $\nu\sigma$ $\lambda\mu$ $\xi\pi$ $\kappa\vartheta$, et ponatur $\kappa\sigma = \beta\alpha$ seceturque bifariam in puncto σ , et sit $\kappa\vartheta : \vartheta\sigma = \sigma\vartheta : \vartheta\tau = \vartheta\tau : \vartheta\phi$, et a recta $\xi\tau$ abscindatur rectae $\alpha\beta$ aequalis $\chi\xi$, iunganturque $\chi\kappa$ $\chi\phi$, et ducatur a puncto σ rectae $\chi\phi$ parallela $\sigma\psi$, et a puncto ψ rectae $\xi\kappa$ parallela $\psi\omega$, et sit $\lambda\mu : \mu\omega = \omega\mu : \mu\alpha = \mu\alpha : \mu\beta$, et a recta $\sigma\nu$ abscindatur rectae $\alpha\beta$ aequalis $\nu\gamma$, et iungantur $\gamma\lambda$ $\gamma\beta$ et ducatur a puncto ω rectae $\beta\gamma$ parallela $\omega\delta$, et a puncto δ rectae $\lambda\nu$ parallela $\delta\epsilon$, et sit $\delta\eta : \eta\epsilon = \eta\epsilon : \eta\zeta = \zeta\eta : \eta\vartheta$, et iungatur $\vartheta\gamma$, et ipsi $\vartheta\gamma$ parallelae ducantur $\zeta\kappa$ $\epsilon\lambda$, et a punctis κ λ rectis $\alpha\gamma$ $\beta\delta$ parallelae $\kappa\mu$ $\lambda\nu$; demonstratur rectarum $\alpha\gamma$ $\beta\delta$ medias proportionales esse $\mu\kappa$ $\nu\lambda$.

sub Γ erasit B^3 καὶ ἡχθωσαν τῇ ϑ add. B^4 Co ad ZK AB^1 , lineolam ad K add. B^3S $\xi\tau$ B^3 pro BA 25. ἀπὸ τῶν $K\lambda$ AB^1 , corr. B^3 Co ad KM AN AS , lineolam ad K add. B , tum pro A corr. λ B^3 , denique lineolam ad A add. Hu 26. $\tau\lambda$ B^3 et Co pro $N\lambda$

- 3 Ταῦτα μὲν οὖν ἐκεῖνος γράψας ἐξέδωκεν ἡμῖν μὴ περι-
έχοντα καὶ τὴν ἀπόδειξιν τοῦ προκειμένου προβλήματος.
Ἐπειδὴ δὲ καὶ Ἰέριος ὁ φιλόσοφος καὶ ἄλλοι πολλοὶ τῶν
αὐτοῦ μὲν ἐταίρων ἐμοὶ δὲ γνωρίμων ἠξίωσαν ἀποκρίνα-
σθαι με τέως περὶ τῆς προκειμένης κατασκευῆς, ἐκείνου δὲ
τὴν ἀπόδειξιν ἐπαγγελαμένον ποιήσασθαι, τοσοῦτον ἔχω
τὸ νῦν εἰπεῖν, ὡς οὐ δεόντως, ἀλλ' ἀπειρώς ἐχρήσατο τῇ
κατασκευῇ. διχοτομήσας γὰρ τὴν PK εὐθείαν ἐν Σ καὶ
ποιήσας ὡς μὲν τὴν ΚΘ εὐθείαν πρὸς τὴν ΟΣ, οὕτως τὴν
ΟΣ πρὸς τὴν ΟΤ, ἐποίησεν ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ καὶ τὴν ΤΘ¹⁰
πρὸς τὴν ΟΦ. πᾶσα δὲ ἀνάγκη μὴτ' ἐκείνον εὗρίσκειν τὸ
σημεῖον τῆς τομῆς τοῦ τρίτου λόγου, ὡς τὸ Φ, μὴθ' ἡμᾶς.
τῆς δὲ τοιαύτης ἀπρησίας παρὰ τὴν αὐτοῦ αἰτίαν ἐπακολου-
θούσης ἐνεφάνισεν ἑαυτὸν μηδὲ τοῦτο συνιδόντα τὸ ἀκόλου-
4 θον. ἀδυνάτου γὰρ ὄντος ὁρισθῆναι τὸ τῆς τομῆς σημεῖον, ¹⁵
ὡς τὸ Φ τοῦ τρίτου λόγου, μὴ πρότερον ὑποτεθέντος τοῦ
λόγου ὃν ἔχει ἡ ΚΘ πρὸς τὴν ΟΡ, τουτέστιν τοῦ ὃν ἔχει
ἡ ΒΕ πρὸς τὴν ΕΑ, οὐ μόνον αὐτὸς πειράται ζητεῖν τὸ
ἀδύνατον, ἀλλὰ καὶ ἡμᾶς ἀξιολ. ὑποτεθέντος μέντοι τοῦ
λόγου τοῦ ὃν ἔχει ἡ ΚΘ πρὸς τὴν ΟΡ, τουτέστιν ἡ ΒΕ²⁰
πρὸς τὴν ΕΑ, καὶ δοθείσης τῆς ΚΘ, δέδοται ἡ ἐλάσσων
εὐθεῖα τοῦ τρίτου λόγου. καὶ δοθέν ἐστιν τὸ Θ σημεῖον·
δοθέν ἄρα καὶ τὸ ἕτερον πέρας τῆς ἐλαχίστης. καὶ ὅτι
ἵτοι μετὰ τὴν πίντε τῶν Θ Ρ ἢ μετὰ τὴν Ρ Τ δῆλόν
ἐστιν. ὅτι γὰρ καὶ τὸ Τ μετὰ τὴν πίντε τῶν Ρ Σ δείξομεν, ²⁵

3. post πολλοὶ add. μὲν A¹, sed id expunctum 7. δεύτως A²
ex διεν ὄντως 9. οὕτω A²BS 11. πᾶση δὲ ἀνάγκη AB, πᾶση δὲ
ἀνάγκη S^a, corr. Hu 14. τοῦτο accipiendum est pro τόδε; minime
igitur τοῦτω scribendum 16. ὑπερεχθέντος B 17. ΘΡ A¹, K
superscr. A², unde κῶ S, ΘΡ B τοῦ om. BS 18. ἡ Η πρὸς τὴν
ΒΑ AB¹S, corr. B¹ C^u 20. τουτέστιν add. B¹V², τουτέστιν τοῦ ὃν
ἔχει mavuli Hu 21. δέδοται AS, corr. B 23. ὅτι add. V²
24. ΘΡ — ΡΤ AS, distinx. B 24. 25. δῆλον ἵσται AHS, corr. Hu
auctore C^u 25. ὅτι γὰρ — p. 36, 3. πρὸς τὴν ΘΡ interpolatori tri-
buit Hu 25. τὴν ΡΣ A, distinx. BS

Haec igitur ille scripta nobis tradidit omitta demonstratione propositi problematis. Sed quoniam et Hierius philosophus et alii permulti ex eius amicis, qui mihi noti sunt, voluerunt de proposita constructione interim me respondere, cum ille quidem demonstrationem promisisset, neque tamen fecisset, hoc mihi in praesentia dicendum esse videtur, illum non ita, ut oportebat, sed imperite in demonstratione versatum esse.



Nam postquam rectam $\epsilon\delta$ in puncto θ mediam divisit et fecit $\theta\epsilon : \theta\delta = \alpha\delta : \theta\alpha$, in eadem proportionem etiam $\pi\delta : \theta\delta$ constituit. At necessario sequitur punctum sectionis in tertia proportionem, velut φ , neque ab illo neque a nobis inveniri posse. Cuius haesitationis cum ipse culpam contraxerit, ne hoc quidem quod sequitur sese perspexisse ostendit. Nam quoniam fieri non potest, ut sectionis punctum, velut φ in tertia proportionem, definiatur, nisi prius supposita sit proportio $\alpha\delta : \theta\delta$, id est $\beta\epsilon : \epsilon\alpha$, non solum ipse id quod inveniri non potest quaerere conatur, sed etiam a nobis idem postulat. Si tamen proportionem $\beta\epsilon : \epsilon\alpha$ datum supposuerimus et data sit $\alpha\delta$, data est etiam minor recta in tertia proportionem, id est $\theta\delta$. Et datum est punctum θ ; ergo etiam alter terminus rectae minoris, id est φ , datus est (dat. 27. Atque id punctum aut inter θ et ϵ aut inter ϵ et δ cadere appa-

*. Hoc demonstrat Euclides in datarum propos. 2. Albinus autem usque Euclidis et elementa et data omisso auctoris nomine citabimus.

ret. (Nam etiam punctum τ inter ϱ σ cadere demonstrabimus, et antea, punctum φ tum inter ϑ ϱ , tum inter ϱ τ cadere, prout proportio $x\vartheta : \vartheta\varrho$ supposita sit.)

Primum enim supponatur datam proportionem esse duplam; ergo est $x\vartheta : \vartheta\varrho = 2 : 1 = 4 : 2$; itaque etiam $x\vartheta : \vartheta\sigma = 4 : 3$ nam ex constructione est $\varrho\sigma = \frac{1}{2} \varrho x$. Et ex hypothesi est $\vartheta\sigma : \vartheta\tau = x\vartheta : \vartheta\sigma$, id est $= 4 : 3 = 3 : 2\frac{1}{2}$. Sed ut recta quae 3 unitatum est se habet ad eam quae est $2\frac{1}{2}$, ita haec ipsa, quae est $2\frac{1}{2}$, ad aliam quandam¹⁾ minorem duabus unitatibus², quas ex hypothesi recta $\vartheta\varrho$ continet, ita ut minor recta tertiae proportionis, scilicet $\vartheta\varphi$, minor sit quam $\vartheta\varrho$, et sectionis punctum φ cadat inter puncta ϑ ϱ .

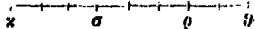
Sed sit data proportio quadrupla; est igitur $x\vartheta : \vartheta\varrho = 8 : 2$, ideoque $x\vartheta : \vartheta\sigma = 8 : 5$ ³⁾. Et est $8 : 5 = 5 : 3\frac{1}{5}$; sed ut recta quae 5 unitatum est, se habet ad eam quae est $3\frac{1}{5}$, ita haec ipsa, quae est $3\frac{1}{5}$, ad aliam quandam minorem duabus unitatibus, ita ut rursus sectionis punctum φ , quod est in tertia proportionem, inter puncta ϑ ϱ cadat.

Rursus supponatur proportio $x\vartheta : \vartheta\varrho$ quintupla; ergo est $x\vartheta : \vartheta\varrho = 10 : 2$, ideoque $x\vartheta : \vartheta\sigma = 10 : 6$. Et est $10 : 6$

1) Instituit hoc loco scriptor id definire, quod nos brevius designemus per proportionem $a : b = b : x$, scilicet quibus terminis in hoc, de quo agitur, problemate existat $x \geq 2$. Generalis autem conclusio infra legitur cap. 6.

2) Sic brevius scriptor pro "minorem recta quae 2 unitatum est" et similiter paulo post.

3) Si enim tota $x\vartheta$ est 8 unitatum et $\vartheta\varrho$ 2, reliqua ϱx habet 6 unitates, et dimidia $\varrho\sigma$ 3; ergo $\vartheta\varrho + \varrho\sigma = \vartheta\sigma$ habet 5 unitates, sicut etiam haec figura ostendit



πρὸς ἄλλα V² Sca, corr. Co, qui simul addit τινὰ, quod quidem in proximo ἐὰν latere coni. Hu 42. ἐὰν γίνηται, ἔσται πρὸς del. Hu 13. 14. καὶ πασῶν ἐλαχίστην del. Hu 45. ἘP ABS, distinxit B³ ἂν B⁴?) 47. ἵχει add. S, τὰ add. Hu προσδύο A (BS, 49. Ἰ καὶ H' AB, τρεῖς καὶ ἡ S ὡς add. B⁴ V² Sca 20. Ἐ A² BS, P A¹ Ἰ καὶ τὸ H' οὐτως τὰ Ἰ καὶ τὸ H' A (B), τρεῖς καὶ τὸ ὀγδοὺν οὐτω τὰ τρεῖς καὶ τὸ ἡ S 24. ὅν τ' πρὸς β' Hu 26. Ἰ B³ Co. δεῦα V² Sca, Ἐ AB¹ S 27. Ἰ Ἰ' i AB utroque loco, γ' S' τ' S et hic et posthac

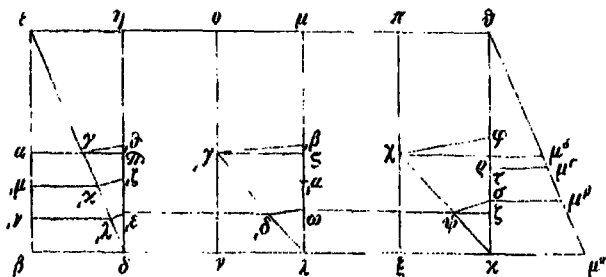
αὐτὰ καὶ γ' S ε' πρὸς μεζονά τινα τῶν δύο. καὶ ἔστιν ἡ ΘΡ αὐτῶν τῶν δύο· μεταξὺ ἄρα τῶν Ρ Τ τὸ σημεῖον πίπτει τῆς τομῆς τοῦ τρίτου λόγου.

Καὶ δὴλον ὡς πάντες μὲν οἱ ἐλάσσονες τοῦ τετραπλασίου λόγου ποιοῦσιν τὴν τοιαύτην τομὴν μεταξὺ τῶν 5 Ρ Ω, πάντες δὲ οἱ μεζῶνους τοῦ πενταπλασίου ποιοῦσι, τὸ σημεῖον τῆς τομῆς μεταξὺ τῶν Ρ Τ, ὡς καὶ λήμμα περὶ τῆς τοιαύτης ἀναλογίας χρήσιμον ἐπέταξα.

Ἐπεὶ οὖν ἐδείξαμεν τὸ τῆς τομῆς σημεῖον, ὡς τὸ Φ, 7 ποτὲ μὲν μεταξὺ πίπτον τῶν Θ Ρ ποτὲ δὲ μεταξὺ τῶν Ρ Τ, 10 τοῦ τοιοῦτου μηδαμῶς ὑπ' αὐτοῦ θεωρηθέντος δι' ἣν ἐλομεν αἰτίαν [αὐτὸς δὲ λέγει δεικνύναι τὸ προκείμενον, εἰάν τε μεταξὺ τῶν Θ Ρ ἢ τὸ Φ σημεῖον εἴαν τε μεταξὺ τῶν Ρ Τ], ἐκεῖνο χρὴ πρὸ πάντων σκοπεῖν εἶτι, ὅπου ἂν λάβῃ τὸ Φ, ἥτοι κάτω τοῦ Ρ ἢ ἄνω, οὐκ ἔσται ὡς ἡ ΣΘ πρὸς 15 ΘΤ, τουτέστιν ὡς ἡ ΚΘ πρὸς ΘΣ, οὔτως καὶ ἡ ΤΘ πρὸς ΘΡ. εἰάν οὖν λέγῃ "γεγενήσθω ὡς μὲν ἡ ΚΘ πρὸς τὴν ΘΣ, οὕτως ἡ ΘΣ πρὸς τὴν ΘΤ, καὶ ἡ ΤΘ πρὸς τὴν ΘΡ," αὐτόθεν ἐλέγχεται τὸ ζητούμενον ὁμολογούμενον λαβὼν. ἐκ- 20 βληθείσης γὰρ τῆς ΞΚ καὶ ἱσῆς τεθείσης τῇ ΞΚ τῆς ΚΜ^α, καὶ ἐπιτευχθείσης τῆς Μ^αΘ καὶ παραλλήλων ἀχθεισῶν τῇ ΚΜ^α διὰ τῶν Σ καὶ Τ καὶ Ρ σημείων, γεγονὸς ἔσται τὸ ζητούμενον καὶ δὴλόν πως. ἔσται γὰρ καὶ ὡς ἡ ΚΜ^α πρὸς ΣΜ^β, οὔτως ἡ ΣΜ^β πρὸς ΤΜ^γ καὶ ἡ ΤΜ^γ πρὸς τὴν ΡΜ^δ.

1. αὐτὰ καὶ Hu pro τὰ αὐτὰ Γ Γ' Γ' Α (B ut supra) 2. αὐ-
τῶν τῶν Hu pro τῶν αὐτῶν 5. 6. τῶν ΡΘ ei 7. τῶν ΡΤ Α
10. τῶν ΘΡ — τῶν ΡΤ Α itemque posthac, distinx. BS 12. αὐτὸς —
14. τῶν Ρ Τ interpolatori tribuit Hu 15. ἢ ἢ Α·Β·S 19. ὡς
ante ὁμολ. add. Co 20. τῆς ΞΚ τῆς Κ Μ̄ AB¹, corr. B³ 21. τῆς
Μ^αΘ] minuta littera α atque item posthac β γ δ in ABS ubique super
M posita sunt 22. τῆς Κ Μ̄ διὰ τὴν C καὶ Τ καὶ Ρ σημείον
AB¹, corr. B³ minus feliciter διὰ τὰ — σημεία V² 23. δὴλον πως
Λ; vix tamen probabile videtur δὴλον πῶς ἡ ΚΜ AB¹S, corr. B³
24. ἡ ΣΜ^β Hu. EM, omisso η, AB¹S, σ pro E corr. B³ πρὸς τὴν
ΡΜ AB¹S, corr. B³V²

$= 6 : 3\frac{1}{2}$ *); sed ut recta quae 6 unitatum est se habet ad eam quae est $3\frac{1}{2}$, ita haec ipsa, quae est $3\frac{1}{2}$, ad aliam quandam maiorem duabus unitatibus. Et ex hypothesi ϑq est duarum unitatum: ergo sectionis punctum q , quod est in tertia proportione, inter puncta ϱ et τ cadit!).



Et apparet omnes proportionales, quae minores sunt quam quadrupla, efficere eiusmodi punctum sectionis inter ϑq , omnes autem, quae maiores sunt quam quintupla, efficere sectionis punctum inter ϱ et τ . Atque etiam lemma ad eiusmodi proportionales discernendus utile infra (propos. 4) subiunxi.

Quoniam igitur demonstravimus sectionis punctum, velut q , modo inter ϑq modo inter ϱ et τ cadere, id quod ab illo propter eam quam diximus causam minime perspectum est, illud ante omnia considerandum est, ubicunque ille punctum q sumit, sive infra ϱ sive supra, non esse $\sigma\vartheta : \vartheta\tau$ (id est $\kappa\vartheta : \vartheta\sigma; = \tau\vartheta : \vartheta q$ **). Quod igitur dicit: "fiat ut $\kappa\vartheta$ ad $\vartheta\sigma$, ita $\vartheta\sigma$ ad $\vartheta\tau$, et $\tau\vartheta$ ad ϑq " extemplo erroris convincitur, ut qui quaesitum pro concessio sumat. Producta enim recta $\xi\kappa$ eique facta aequali $\kappa\mu$ et iuncta $\mu\vartheta$ et rectae $\kappa\mu$ parallelis per puncta σ et ϱ ductis, factum erit id quod quae-

*; Pro $3\frac{1}{2}$ Graecus scriptor ex suae gentis usu dicit $3 + \frac{1}{2} + \frac{1}{10}$.

4. In brevius scriptor conclusionem contraxit; demonstrat enim in hoc casu rectam ϑq maiorem esse quam ϑq ; at vero eandem ϑq minor est quam $\vartheta\tau$, quoniam ex hypothesi est $\kappa\vartheta : \vartheta\sigma = \tau\vartheta : \vartheta q$; ergo punctum q inter ϱ et τ cadit.

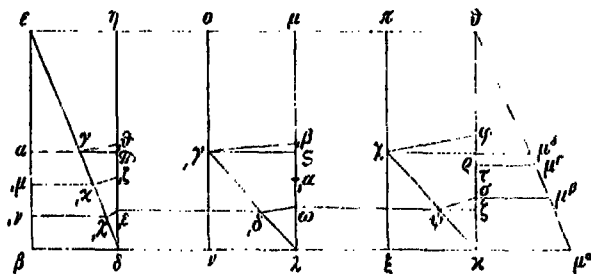
** In promptu erat et hic et statim posthac pro ϑq conivere ϑq ; at ex proximis: "erit enim $\kappa\mu : \mu\vartheta$ " etc. apparet ϑq utroque loco recte se habere. Manet ulique quaedam obscuritas, quia plena expositio scriptoris, cui Pappus adversatur, perit.

καὶ ἴση ἐπὶ τὴν ἢ μὲν KM^a τῇ BL , ἢ δὲ KP τῇ AB , ἢ δὲ BE τῇ $KΘ$, ὥστε καὶ τὴν $ΑΓ$ ἴσην εἶναι τῇ PM^d καὶ ἡδω-
σθαι δύο τῶν $ΑΓ BL$, τούτεστιν δύο τῶν $KM^a PM^d$, δύο
μέσας ἀνάλογον τὰς $ΣΜ^b TM^c$, ὑπερ ἐστὶν ἀδύνατον. εὐ-
θείας γὰρ οὐσίς τις $ΘΚ$ καὶ σημείου ἐκ' αὐτῆς τοῦ P ,
ἀδύνατον ἐστὶ δι' ἐπιπέδου θεωρίας λαβεῖν μεταξὺ τῶν
 $P K$ δύο σημεία ὡς τὰ $Τ Σ$, ὥστε εἶναι ὡς τὴν $KΘ$ πρὸς
τὴν $ΘΣ$, οὕτως τὴν $ΘΣ$ πρὸς τὴν $ΘΤ$, καὶ τὴν $ΤΘ$ πρὸς
τὴν $ΘΡ$. ὥστε, καὶ τὸ Z λάβη ἀντὶ τοῦ $Σ$, καὶ οὕτως
ἀδύνατον ἔσται τὸ πρόβλημα· στερεὸν γάρ ἐστιν τῇ φύσει. 10
διὰ τοῦτο δέ, οἶμαι, καὶ αὐτὸς εἰδὼς ὅτι τὸ ζητούμενον
ὁμολογούμενον λαμβάνεται, οὐκ ἐτόλμησεν εἰπεῖν "τὸ ἔσθαι
πέρας τῆς ἐλαχίστης εὐθείας ἔστω τὸ P ," ἀνωτέρω δέ,
τούτεστι μεταξὺ τῶν $P Θ$, λαβὼν αὐτὸ κατὰ τὸ $Φ$, ἀπο-
πληροῦ τὰ λοιπὰ τῆς κατασκευῆς ὡς βούλεται καὶ οὐδὲν 15
ἦσαν εἰς τὸ ἐξ ἀρχῆς ἄπυρον ἐμπίπτει λανθανόμενος. οὐ
γὰρ ἔκων ψευδογραφεῖ διὰ πλείονων εἰς ἀπάτην τῶν ἐν-
τυγχανόντων, ἀλλ' ἑαυτὸν παραλογίζόμενος, ὡς δειξω πρό-
τερον κατὰ τὸν ἐγὶν τρόπον ἐφοδύσας τὸ προκείμενον
[καὶ ὕστερον ἐλέγχων αὐτοῦ τὴν ὑπόθεσιν μὴ ἐγὼς εἰλημ- 20
μένην].

- 9) Ἐπεὶ τοίνυν δοθεῖς ἐστὶν ὁ τῆς $KΘ$ πρὸς $ΘΡ$ λόγος
καὶ δοθεῖσά ἐστιν ἡ $ΘΚ$ (τοῦτο γὰρ ὑποκείσθαι δεῖ), δο-
θεῖσα ἄρα καὶ ἡ $ΘΡ$ καὶ λοιπὴ ἡ PK . ἀλλὰ καὶ ἡ $ΣΡ$
ἡμίσεια οὖσα τῆς PK . ἦν δὲ καὶ ἡ $PΘ$ δοθεῖσα· καὶ ὅλη 25

1. 2. expectaveris ἢ δὲ KP τῇ BL , ἢ δὲ $KΘ$ τῇ BE ; sed in
progressu demonstrationis scriptor ordinem inverit, ut ex proximis
apparet ἢ δὲ BE τῇ $KΘ$ Hu auctore Co, ἢ δὲ $ΑΕ$ τῇ $ΚΘ$ AB^1S ,
ἢ δὲ $αε$ τῇ $ρθ$ B^3V^2 2. PM^d AB^1S , corr. B^3V^2 , item vs. 3 ἡρ-
σθαι (sine acc.) $A(B^1)$, ἡρησθαι B^4 , corr. S 4. τὰς $σμ$ B^3V^2 , τοὺς | M
 AB^1 , τὰς $μ$ S 6. 7. τῶν PK — τὰ $TΣ$ A 8. καὶ τὴν $TΘ$ AB^3 ,
καὶ τὴν $ΘT$ B^1S 11. δὲ οἶμαι V^2 pro δέομαι 12. ὡς ante ὁμολ. add.
Hu 13. ἔστω] esse Co; voluit igitur εἶναι 14. τῶν PK A 16. ἡρ-
τον V^2 pro πλέον 17. ἔκων ψευδογραφεῖ Hu pro ἐκ τῶν ψευδο-
γραφεῖν 20. καὶ ὕστερον — εἰλημμένην, manifestum interpretamen-
tum, del. Hu $μη$ A 22. επιτοινυν δοθείσης ἐστὶν AB , corr. S

ritur, idque manifesta ratione. Erit enim $x\mu^a : \sigma\mu^j = \sigma\mu^j : \tau\mu^r = \tau\mu^r : \varrho\mu^d$ (elem. 6. 4). Et est $x\mu^a = \beta\delta$, et $x\varrho = \beta\alpha$, et $x\vartheta = \beta\epsilon$, ita ut etiam sit $\alpha\gamma = \varrho\mu^d$ et inventae sint duarum $\alpha\gamma \beta\delta$, sive $x\mu^a \varrho\mu^d$, duae mediae proportionales $\sigma\mu^d \tau\mu^r$, id quod fieri nequit. Nam cum recta sit ϑx in eaque punctum ϱ , nequaquam per planae figurae rationem inter ϱx duo puncta, velut $\tau \sigma$, ita sumi possunt, ut sit $x\vartheta : \vartheta\sigma = \vartheta\sigma : \vartheta\tau = \tau\vartheta : \vartheta\varrho$. Quodsi forte ζ sumpserit ille pro σ , non magis poterit solvi problema, quippe quod natura solidum sit. Quapropter, opinor, ipse quoque sciens quaesitum se sumere pro concesso, dicere non ausus est alterum minimae rectae terminum esse ϱ , sed postquam supra ϱ , id est inter $\varrho \vartheta$, eum terminum sumpsit in puncto φ , reliquam constructionem arbitrio suo complet; nihilo tamen minus in priorem difficultatem sensim relabitur. Neque enim sponte neque, ut legentes decipiat, falsa tradit longiore expositione, sed ipse se in errorem inducit, id quod equidem demonstro, postquam sana ratione propositum persecutus ero.



Quoniam igitur data est et proportio $x\vartheta : \vartheta\varrho$ et recta ϑx (utrumque enim supponatur necesse est — *conf. supra p. 35*), data est etiam recta $\vartheta\varrho$ (*dat. 2*), itemque reliqua $x\varrho$ (*dat. 4*). Sed etiam $\sigma\varrho$ data, quia est dimidia ϱx (*dat. 7*); atque etiam $\vartheta\varrho$ data erat; ergo tota $\vartheta\sigma$ data est (*dat. 3*); itaque etiam

ἄρα ἡ $\Theta\Sigma$ δοθεῖσα ἐστίν, ὥστε καὶ ὁ λόγος τῆς $K\Theta$ πρὸς
 $\Theta\Delta$ δοθεὶς ἐστίν. καὶ ἐστίν ὡς ἡ $K\Theta$ πρὸς τὴν $\Theta\Delta$, ἡ
 $\Theta\Delta$ πρὸς τὴν $\Theta\Gamma$, καὶ δοθεῖσα δέδεικται ἡ $\Theta\Delta$, δοθεῖσα
ἄρα ἐστὶ καὶ ἡ $\Gamma\Theta$. διὰ τὰ αὐτὰ δὲ καὶ ἡ $\Theta\Phi$ δοθεῖσα
ἐστὶ, ὥστε καὶ ἡ διαφορὰ τῶν $\Theta\Phi$ $\Theta\Phi$ εὐθειῶν δοθεῖσα
ἐστίν. εὐρήσθω οὖν τὸ Φ μεταξὺ τῶν Θ P , ὡς καὶ διὰ
τῶν ἀριθμῶν ἐδείχθη. καὶ ἐπεὶ δέδοται ἡ ΦP διαφορὰ καὶ ἡ
ἐὰν $P X$ ἐπιξενγένοισα εὐθεῖα ἴση οὖσα τῇ ΞK , δοθέν ἄρα τὸ
 $\Phi X P$ τρίγωνον ὀρθογώνιον τῷ εἶδει καὶ τῷ μεγέθει. δοθεῖσα
ἄρα ἡ ὑπὸ $P\Phi X$ γωνία, καὶ ἴση ἐστὶν τῇ ὑπὸ $K\Sigma\Psi$ ἐκτὸς
γωνία· ἐκβληθείσης ἄρα καὶ τῆς $\Omega\Psi$ ἐπὶ τὸ Z , δοθέν ἐστὶ
τὸ $\Sigma Z\Psi$ τρίγωνον ὀρθογώνιον τῷ εἶδει. ἀλλὰ καὶ τῷ μεγέ-
θει [οὕτως· ἐπεὶ γὰρ δοθεῖσα ἐστὶν ἑκατέρα τῶν $P K$ $P X$,
δοθεῖσα ἐστὶ καὶ ἡ $X K$. καὶ λόγος ἐστὶν δοθεὶς τῆς $X K$
πρὸς τὴν $K\Psi$ (ἐκ αὐτὸς γάρ ἐστιν τῷ τῆς ΦK πρὸς τὴν $K\Sigma$
λόγῳ δοθέντι)· δοθεῖσα ἄρα καὶ ἡ ΨK . ἀλλὰ καὶ ἡ $\Psi\Sigma$
δοθεῖσα ἐστίν, ἐπεὶ καὶ ὡς ἡ ΦK πρὸς τὴν $K\Sigma$, οὕτως ἡ
 ΦX πρὸς τὴν $\Psi\Sigma$ · καὶ δοθεῖσα δέδεικται ἡ ΦX · δοθεῖσα
οὖν ἐστὶν καὶ ἡ $\Psi\Sigma$. ἦν δὲ καὶ ἡ ὑπὸ $\Psi\Sigma K$ γωνία δοθεῖσα,
ὥστε καὶ τὸ $\Psi\Sigma Z$ τρίγωνον ὀρθογώνιον τῷ εἶδει καὶ τῷ
μεγέθει δεδομένον ἐστὶ. δοθεῖσα ἄρα καὶ ἡ ΨZ , παρὰ-
λίλως οὖσα τῇ ΞK καὶ ἐπ' εὐθείας τῇ $\Psi\Omega$ · δοθεῖσα ἄρα
καὶ ἡ ΩA ἴση οὖσα τῇ $Z K$. καὶ ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ ΘK τῇ
 $H A$, ἐλάσσων δὲ ἡ ΩA τῆς ΣK (ἴση γὰρ ἡ ΩA τῇ $K Z$),
καὶ ἐστὶν ὡς μὲν ἡ $K\Theta$ πρὸς $\Theta\Delta$, οὕτως ἡ $\Sigma\Theta$ πρὸς τὴν
 $\Theta\Gamma$ καὶ ἡ $\Gamma\Theta$ πρὸς τὴν $\Theta\Phi$, ὡς δὲ ἡ $A M$ πρὸς $M\Omega$,

1. 2. πρὸς $\Theta\Delta$ δοθεῖσα AB^1 , corr. $B^3 S$ 3. ἄρα add. *Hu* auctore *Co*
6. τῶν ΘP A , distinx. BS 7. καὶ ἐπιδέδοται A , corr. BS ἡ τε ΦP
coni. *Hu* 8. τὰ $P X$ *Hu* pro $T A P X$; errorem iam indicaverat B^4
lineola ducta sub τὰ 10. $P\Phi$ γωνία AB^1 , corr. $B^3 S$ $K\Theta\Phi$ ἐκτὸς
 AB^1 , corr. $B^4 Co$, η et ψ per ditlographiam habet S 12. ἀλλὰ καὶ
τῷ μεγέθει add. *Hu* (καὶ μεγέθει pro οὕτως coni. *Co*, 13. οὕτως —
21. δεδομένον ἐστὶν interpolatori tribuit *Hu*: vide adnot. ad Latina
15. αὐτὸς γάρ ἐστιν add. A^2 in rasura (BS) 21. post μεγέθει add. η
(sic) A , ἡ $B^1 S$, del. $B^3 V^2$ 22. ξx B^4 , HK $B^1 S$, βx V^2

proportio $\alpha\theta : \theta\sigma$ (dat. 1). Et ex hypothesi est $\alpha\theta : \theta\sigma = \theta\sigma : \theta\tau$; et demonstravimus datam esse $\theta\sigma$; ergo etiam $\theta\tau$ data erit. Eadem ratione etiam $\theta\rho$ data erit, ita ut etiam differentia $\theta\rho - \theta\varphi$ data sit. Iam invenitur punctum φ inter θ et ρ , sicut iam per numeros demonstratum est. Et quoniam data est differentia $\theta\rho - \theta\varphi = \varphi\rho$, itemque recta puncta ρ et χ iungens, quae aequalis est rectae $\xi\chi$, triangulum igitur orthogonium $\varphi\rho\chi$ specie et magnitudine datum est (dat. 41. 52). Datus igitur est angulus $\varphi\rho\chi$, isque propter parallelas $\chi\rho$ et $\psi\sigma$ aequalis exteriori angulo $\alpha\psi$; producta igitur recta $\omega\psi$ ad ξ , triangulum $\sigma\xi\psi$ specie datum erit (dat. 40). Sed idem etiam magnitudine¹⁾. Ergo etiam recta $\psi\xi$ data est, quae rectae $\xi\chi$ parallela est et cum $\omega\psi$ unam rectam efficit; data est igitur etiam recta $\omega\lambda$, quae rectae $\xi\chi$ aequalis est²⁾. Et quia est $\theta\chi = \mu\lambda$, et $\sigma\chi > \omega\lambda$ (erat enim $\omega\lambda = \xi\chi$) ideoque $\theta\sigma < \mu\omega$, et $\alpha\theta : \theta\sigma = \sigma\theta : \theta\tau = \tau\theta : \theta\varphi$, et $\lambda\mu : \mu\omega = \omega\mu : \mu\alpha = \alpha\mu : \mu\beta$, erit igitur

1) Graeca verba οὕτως usque ad τῷ μεγέθει δεδομένην ἔσται ab interpolatore addita esse facile inde apparet, quod illud quod Pappus modo demonstravit, triangulum $\sigma\xi\psi$ specie datum esse, in his, quae spuria esse dicimus, plane negligitur. Ac praeterea alia occurrunt, in quibus iure offendas, velut languida illa repetitio δοθέντα οὐν ἔστιν καὶ ἡ $\psi\sigma$, et lacuna in demonstratione, cum primum triangulum $\psi\sigma\chi$, tum denique triangulum $\psi\sigma\xi$ specie et magnitudine datum esse demonstrandum fuerit. Ne multa, equidem existimo huius interpolatoris culpa genuina Pappi verba, quae olim fuerunt, ἀλλὰ καὶ τῷ μεγέθει ἐξείδω. id ipsum autem, triangulum $\sigma\xi\psi$ etiam magnitudine datum esse, tanquam facile intellectu non disertis verbis a Pappo demonstratum esse (scilicet eadem ratione plurimas alias demonstrationes a scriptore omissas esse singulae paene huius editionis paginae docent). Iam vero id quod velus scriptor praetermisit, sine negotio a nobis suppletur. Cum enim constet triangulum $\sigma\xi\psi$ specie datum esse, restat ut demonstretur unum eius latus magnitudine datum esse (dat. 52). Et est data recta $\psi\sigma$, quoniam (id quod etiam interpolator vidit, est $\varphi\chi : \chi\sigma = \chi\varphi : \varphi\sigma$, dataque est proportio $\varphi\chi : \chi\sigma$ ac data recta $\chi\varphi$ (triangulum enim $\varphi\rho\chi$ specie et magnitudine datum)).

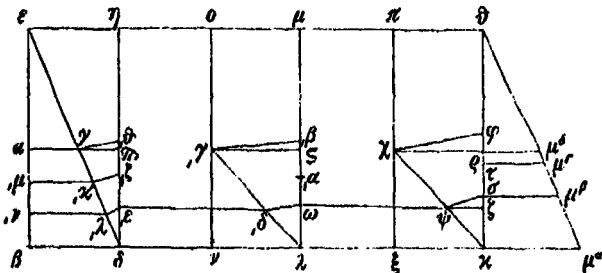
2) His verbis scriptor primum significat figuram $\omega\xi\lambda$ esse parallelogrammum orthogonium, ideoque specie datum; sed idem etiam magnitudine, quia ex data recta $\alpha\xi$ descriptum sit (dat. 52); ergo rectam $\omega\lambda$ magnitudine datam esse.

*) Haec "ideoque $\theta\sigma < \mu\omega$ " in interpretatione addidi neque tamen propterea in Graecis τοῦτέστιν ἡ $\lambda\mu$ μέγιστον τῆς $\theta\sigma$ ἐξείδω existimo; nam talia tacite suppleri voluit scriptor. Sed his saltem additis vide-

ἡ $ΜΩ$ πρὸς τὴν $ΜΑ$ καὶ ἡ $ΑΜ$ πρὸς τὴν $ΜΒ$, ἔσται ἄρα
 μείζων ἡ $ΜΒ$ τῆς $ΘΩ$ (καὶ τοῦτο γὰρ ἐξῆς δειχθήσεται)·
 καὶ λοιπὴ ἄρα ἡ $ΒΑ$ τῆς $ΦΚ$ ἐλάσσων. ἐπεὶ οὖν πάλιν
 δοθείσα ἔστιν ἡ $ΩΑ$ [ἐδείχθη ἴση γὰρ τῇ $ΖΚ$ δοθείση],
 δοθείσα δὲ καὶ ἡ $ΙΜ$ (ὅτι καὶ ἡ $ΚΘ$), καὶ λόγος ἄρα τῆς
 $ΙΜ$ πρὸς $ΜΩ$ δοθείς. καὶ ἔστιν ὡς ἡ $ΙΜ$ πρὸς τὴν $ΜΩ$,
 καὶ ἡ $ΩΜ$ πρὸς τὴν $ΜΑ$, καὶ δοθείσα ἡ $ΩΜ$ · δοθείσα
 10 ἄρα καὶ ἡ $ΜΑ$. διὰ τὰ αὐτὰ δὲ καὶ ἡ $ΜΒ$ δοθείσα ἔστιν,
 ὥστε καὶ τὸ $Β$ σημείον δοθέν ἔστιν, ὅπερ ἔστω ὑποκει-
 μενον, ὅπου βούλεται, ἦτοι μεταξὺ τῶν $Σ Μ$, ὡς νῦν ἔστιν, 10
 ἢ μεταξὺ τῶν $Σ Α$, τῆς $Σ Ι$ ἴσης ὑποκειμένης ἐκατέρω τῶν
 $ΚΡ ΑΒ$... εἰ γὰρ λέγει τὸ $Β$ πλείτεον κατὰ τὸ $Σ$, τὸ
 ζητούμενον οὐδὲν ἦτον ὡς ὁμολογούμενον λαμβάνει. φαί-
 νεται γὰρ πάλιν ἐπὶ θέσει δεδομένης εὐθείας τῆς $ΜΑ$,
 καὶ σημείου τινὸς ἐν αὐτῇ δοθέντος τοῦ $Σ$, λαβὼν μεταξὺ 15
 δύο σημεία τὰ $Ω Α$ καὶ ποιήσας ὡς τὴν $ΑΜ$ πρὸς $ΜΩ$,
 τὴν $ΩΜ$ πρὸς τὴν $ΜΑ$ καὶ τὴν $ΜΑ$ πρὸς τὴν $ΜΣ$, ὅπερ
 οὐδεὶς αὐτῷ συγχωρεῖ. τοῦτο γὰρ καὶ οἱ παλαιοὶ ζητοῦντες
 ἠπόρησαν διὰ τῶν ἐπιπέδων εὐρεῖν, ὡς καὶ αὐτὸς δεῖξω
 παραθέμενος τὰς ἐκείνων φωνάς. καὶ αὐτὸς δὲ οὐδὲν ἔχει 20
 λέγειν ἀνασκευαστικόν, ἐὰν λέγωμεν αὐτῷ "εἰ τὸ $Σ$ ἐξ

1. ἡ $ΜΩ$ πρὸς τὴν $ΩΑ$ AB^1S , corr. B^3V^2 ἡ $ΑΜ$ πρὸς τὴν $ΜΒ$
 ABS , lineola sub A addita erat in B , sed nunc crasa est 2. ἡ $ΜΒ$ ABS
 3. ἡ $ΒΑ$ ABS , lineolam add. Hu 4. $ἐδείχθη$ — $δοθείση$ del. Hu
 $ἐδείχθη ἴση$ γὰρ AB^1S , $ἐδείχθη$ γὰρ $ἴση$ B^3 , $ἴση$ γὰρ, delete $ἐδείχθη$,
 V^2 5. post καὶ ἡ $ΚΘ$ add. $δοθείσα$ ἔσται καὶ ἡ $μω$ V^2 8. ἡ $ΜΒ$
 ABS 9. $Β$ σημείον ABS ὅπερ ἔστω cel. non vacant corruptelae
 suspicione; corte ὅπου ἂν βούληται legenda esse videntur 10. τῶν
 $ΣΜ$ AS , distinx. B 11. ἡ Hu auctore Co pro ἡ τῶν $ΣΑ$ A , τῶν $ΣΗ$
 BS , corr. V^2 ἐκατέρας AS , corr. B secundum Waitzii collationem
 11. 12. τῶν $ΚΡ ΑΒ$ 13. Hu , τῶν $ΚΡ ΑΒ ΧΞ ΤΝ$ AB^1 , τῶν $κρὰ$ $χξ$ $ιν$
 S , τῶν $κρ$ $αβ$ $χξ$ $γν$ B^3V^2 Co , τῶν $κρ$ $αβ$ καὶ $χξ$ $γν$ B^4 , in lacuna
 excidisse verba ἀδύνατόν ἐστιν τὸ πρόβλημα conieciat collata pag. 40, 10,
 vel εἰς ἄπορον δηλονότι ἐμπίπτει coll. p. 40, 16 12. τὸ $Β$ ABS
 16. τὰ $Ω Α$ 17. τὴν $ΜΑ$ καὶ τὴν $ΜΑ$ A 19. αὐτοδείξω A ,
 αὐτὸ δείξω B , corr. S 21. τὸ $Σ$ fallitur Co pro $Σ$ conieciens B

$\vartheta\varphi < \mu\beta$ (nam hoc quoque infra *propos. 2* demonstrabitur):
ergo etiam $\alpha\vartheta - \vartheta\varphi > \lambda\mu - \mu\beta$, id est $\beta\lambda < \varphi\alpha$. Rur-
sus quia data est $\omega\lambda$ (sicut statim demonstravimus) dataque



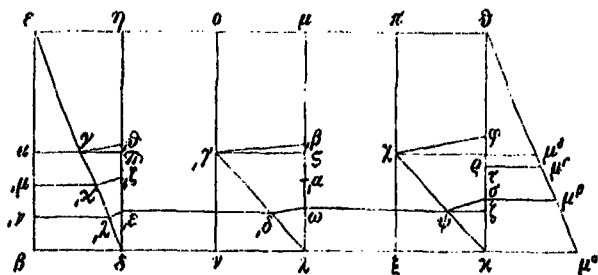
$\lambda\mu$ (quoniam aequalis est datae $\alpha\vartheta$), ergo etiam *recta* $\mu\omega$ (*dat. 4*), ideoque proportio $\lambda\mu : \mu\omega$ data est. Et ex hypo-
thesi est $\lambda\mu : \mu\omega = \omega\mu : \mu\alpha$, et data est $\omega\mu$; ergo etiam
 $\mu\alpha$ data est. Eadem ratione etiam *rectam* $\mu\beta$ datam esse
demonstratur (erat enim ex hypothesi $\omega\mu : \mu\alpha = \mu\alpha : \mu\beta$),
ideoque etiam punctum β datum est (*dat. 27*), quod quidem,
ubique ille vult, supponatur, sive inter puncta ς μ , ut
nunc est, sive inter ς α (siquidem supponatur $\varsigma\lambda = \alpha\varrho =$
 $\alpha\beta$), manifestus est error. Quodsi, id quod unum praeterea
relinquitur, punctum β in ipsum ς cadere dicit, nihilo secius
quaesitum sumit pro concessio. Nam rursus in *recta* $\mu\lambda$ po-
sitione data, in qua punctum ς datum sit, apparet eum inter
 ς λ duo puncta sumere et facere $\lambda\mu : \mu\omega = \omega\mu : \mu\alpha =$
 $\mu\alpha : \mu\varsigma$, quod quidem nemo ei concedit. Hoc enim iam
veteres per plana inveniri posse desperaverunt, sicut ipse
appositis illorum sententiis demonstrabo (*infra propos. 5*).
Neque ille quidquam, quo nos refellat, afferre potest, si ei
dicamus "si ς necessario est sectionis punctum tertiae pro-

mus propositionem huius libri secundam, quam verbis καὶ τοῦτο γὰρ
ἐξῆς διευθύνεται scriptor significant, recte citari; quem ad finem etiam
ordinem membrorum supra in Graecis paulo turbatum restitui.

ἀνάγκης τὸ τῆς τομῆς σημεῖον τοῦ τρίτου λόγον, δεῖξον
 ὅτι οὔτε μεταξὺ τῶν Σ Δ δύναται πίπτειν οὔτε μεταξὺ
 τῶν M Σ ." ἡμεῖς γὰρ ἀπεδείξαμεν ἐν ἀρχῇ καὶ ἄνω τοῦ P
 καὶ κάτω τὸ σημεῖον [πίπτει γὰρ παρὰ τὴν ὑπόθεσιν τοῦ
 11 λόγον]. ὁμοίως οὖν τῆς ἀναλύσεως προχωρούσης ἐκ τοῦ δ
 δεδῶσθαι τὸ $\Sigma\beta\gamma$ τριγωνον τῷ εἶδει καὶ τῷ μεγέθει, καὶ
 τὸ β τῆς τομῆς σημεῖον μεταξὺ ἢ τῶν Σ Δ , δεδομένου δὲ
 καὶ τοῦ $\Delta\Omega$ Δ τριγώνου, ὁμοίως δὲ τοῖς πρότερον καὶ τῆς
 $\Delta\beta$ δεδομένης, ἔσται δοθεὶς καὶ ὁ τῆς ΔH πρὸς τὴν $H\beta$
 λόγος, τουτέστιν ὁ τῆς βH πρὸς τὴν $H\gamma$, τουτέστιν ὁ τῆς 11
 γH πρὸς τὴν $H\theta$. καὶ οὐδαμῶς πάλιν ὁ τῆς ΔH πρὸς
 τὴν $H\theta$, ἵσης ὑποκειμένης καὶ νῦν τῇ KP , τουτέστιν τῇ
 AB , τῆς $\Delta\theta$, καὶ τὸ θ μεταξὺ βούληται πίπτειν τῶν γ θ .
 οὐδὲν γὰρ ἔξει καὶ ὧδε λέγειν ἀνασκευαστικόν, ἀκούων παρ'
 ἡμῶν "δεῖξον ὅτι μήτε μεταξὺ τῶν θ H μήτε μεταξὺ τῶν 15
 12 θ γ πίπτει." εἰ δὲ κατὰ συγχώρησιν ἀπλῶς τὸ τῆς τοι-
 αύτης τομῆς σημεῖον εἶναι κατὰ τὸ θ βούλεται, τὸ ζητού-
 μενον καὶ νῦν ὡς ὁμολογούμενον ἔλαβεν. μὴ δεδομένου δ'
 αὐτῷ τὴν τομὴν εἶναι κατὰ τὸ θ σημεῖον [ἐπεὶ μηδὲ κατὰ
 τὸ P συνεχωροῦμεν ἐπὶ τῆς $K\theta$ ποιούμενοι τὴν δεῖξιν], εἰ 20
 καὶ ἄλλο τι μεταξὺ τῶν β H λαβεῖν ἐβούλετο, ὡς τὸ γ ,
 αὐτὸς οὐκ οἶδά πως ἀπατηθεὶς τὸ θ ἔλαβεν. ὡς βούλεται

4. δεῖξαν B^3 (voluit δεῖξαι) 2. τῶν Σ Δ 3. τῶν M Σ AB^3S ,
 distinx. Hu 4. πίπτει — 5. λόγον del. Hu 6. δεδῶσθαι Hu pro
 δῶσθαι τὸ $\Sigma\beta\gamma$ B^3V^2 , τὸ $\Sigma\beta\gamma$ i^1A , τὸ $\Sigma\beta\gamma$ B^3S 6. 7. καὶ τὸ
 β A , καὶ τὸ β BS 7. ἢ (sic) τῶν $\Sigma\beta$ A (BS) 8. δὲ add. Hu
 9. $\Delta\beta$ Hu pro $\Delta\beta$ 10. τουτέστιν ὁ τῆς βH πρὸς τὴν $H\gamma$ om. S ,
 unde λόγος, τουτέστιν ὁ τῆς $\eta\theta$ πρὸς $\gamma\theta$ καὶ τῆς $\gamma\theta$ πρὸς τὴν $\eta\theta$ conl.
 V^2 11. καὶ αὐτο οὐδαμῶς] ἀλλ' conl. Hu 11. 12. πρὸς τὴν 11θ
 Hu pro ὁ πρὸς τὴν $H\theta$ 12. 13. τῆς KP — τῆς $\Delta\theta$ τῇ $\Delta\theta$ ABS , corr.
 Hu 13. τῆς $\Delta\theta$ pro θ nota numerali A et hic et infra formam θ
 habet, quae in codicibus recentioribus aut in ipsum τ aut in formam
 simillimam abiit (etiam θ τ legit, Wultzius autem recte θ descripsit)
 τῶν $\gamma\theta$ AB , τῶν $\gamma\theta$ S 15. δεῖξον A^1 ex δεῖξω, ut videtur, δεῖξαν
 B τῶν θH AB , τῶν θH S 15. 16. τῶν $\theta\gamma$ A , distinx. BS 16. θ
 δὲ S , ἢ δὲ (sine spir. et acc. A , ἢ δὲ B 18. καὶ ante νῦν add. B

portionis, demonstra id neque inter ξ, α neque inter μ, ς cadere posse." Nos enim initio (*cap. 5 sq.*) demonstravimus illud et supra ϱ et infra cadere posse. Similiter igitur resolutione procedente ex eo quod triangulum ξ, β, γ specie et



magnitudine datum est (etiāsi β sectionis punctum inter ξ, α sit), datoque etiā triangulo $\delta\omega\lambda$, denique, similiter ac supra demonstravimus, rectā quoque δ, ε datā, erit etiā data proportio $\delta\eta : \eta, \varepsilon$, id est $\varepsilon\eta : \eta, \zeta$, id est $\zeta\eta : \eta, \theta$, minime autem proportio $\delta\eta : \eta, \mathbb{D}$ (hic quoque suppositā $\delta\mathbb{D} = \chi\rho = \beta\alpha$), etiāsi θ inter $\mathbb{D}, \zeta$ cadere velit. Etenim ne sic quidem habebit quod contra dicat, si a nobis audiat "demonstra punctum θ neque inter $\eta, \mathbb{D}$ neque inter $\mathbb{D}, \zeta$ cadere." At si simpliciter ex concessione illud sectionis punctum in $\mathbb{D}$ esse velit, sic quoque quaesitum pro concessio sumpserit. Sin vero ei non concedatur sectionem esse in puncto $\mathbb{D}$ (scilicet ne in ϱ quidem esse concedebamus, demonstrationem in recta $\chi\theta$ facientes, etsi aliud quod punctum inter ε, η , velut ζ , sumere poterat, ipse quidem nescio quo pacto deceptus, θ sumpsit. Sed, quemadmodum

δεδομένου S 19. κατὰ aliorum add. Hu 20. ποιοῦμενοι A' ex ποιοῦμένου (ποιῆσαι voluit Cb) 20. 21. εἰ καὶ cel. aut lacunosa aut alioquin corrupta esse videntur; forsitan pro ἐποιήσετο legendum sit ἐδόξατο 24. τῶν B H Hu auctores Co. τῶν CA AB, τῶν σ x S τὰ Z ABS, lineolam add. Hu 22. ἐλαττω Hu. ἐλαττω ABS, sumit Co

vult, positum sit punctum extra $\mathbb{P}$. Tum ille iuncta $\theta\gamma$, eique parallelis ductis $\xi\alpha$, $\varepsilon\lambda$, ac per puncta α , λ rectae $\alpha\gamma$ parallelis ductis $\alpha\mu$, $\lambda\nu$, manifesto ostendit problema se non intellexisse. Nam cum $\theta\gamma$ rectae $\varepsilon\eta$ non parallela sit, angulus $\gamma\theta\eta$, si θ inter η $\mathbb{P}$ cedit, obtusus est, sin autem inter $\mathbb{P}$ ξ , acutus. Angulus enim ad $\mathbb{P}$ rectus est, secundum quem problema hac una ratione efficitur, si quis, ut saepius iam diximus, concesserit in recta $\delta\eta$ positione data, datoque puncto $\mathbb{P}$, duo puncta velut ε , ξ ita sumi posse, ut sit $\delta\eta : \eta\varepsilon = \varepsilon\eta : \eta\xi = \xi\eta : \eta\mathbb{P}$. Verum si hoc non concedatur, fieri non poterit ut id quod ab illo propositum est per plana inveniat, idque etiam per ipsos numeros, convenienter cum hac quam nos instituimus resolutione, omnibus persuasum erit, si Ptolemaei tabulam de rectis in circulo lineis¹⁾ adhibebunt. At vero istum perinde ac reliquos de resolutione dubitare satius erat, quam ista ratione invenire. Nos autem ea quae supra cap. 6. 9. 10. dilata sunt iam ostendamus.

II. Sit quaedam recta $\alpha\zeta$, in partes aequales divisa in ^{Prop.} punctis β γ δ ε ζ ; dico esse $\alpha\gamma : \gamma\beta = \gamma\beta : \frac{1}{2}\gamma\beta$, et $\alpha\delta : \delta\beta = \delta\beta : (\delta\gamma + \frac{1}{2}\gamma\beta)$, et $\alpha\varepsilon : \varepsilon\beta = \varepsilon\beta : \varepsilon\gamma + \frac{1}{2}\gamma\beta$, et $\alpha\zeta : \zeta\beta = \zeta\beta : (\zeta\gamma + \frac{1}{2}\gamma\beta)$, et $\alpha\eta : \eta\beta = \eta\beta : \eta\gamma + \frac{1}{2}\gamma\beta$.

α Numeris 1, 2, 3 et sic porro adsumptis apparet,
 β ut datum aequalium rectarum numerum inde a puncto α
 γ ad numerum unitate minorem, ita esse numerum unitate minorem ad proximum numerum unitate minorem
 δ unâ cum ea particula rectae $\gamma\beta$, quae datae multitudini
 ε aequalium rectarum respondeat *vel, si una aequalis pars dicatur a, datus autem partium numerus sit x.*

ζ esse $\frac{ax}{a(x-1)} = \frac{a(x-1)}{a(x-2) + \frac{1}{x}a}$.
 η

1) *Almageste ou astronomie de Ptolémée par Halma*, vol. I p. 38 — 43.

N simillimum sit, in S immigravit τὼν ἢ τὸ πλῆθος B⁴ pro πλῆθος
 7. τὼν τὸ Ζ Α, distinx. BS ὄντος vel γινόμενον add. Hu 40. III
 Hu auctore Co pro ΑΚ 41. ὡς ΕΖ Α, distinx. BS 49. β add. S
 ἢ ΑΝ Α, corr. BS 20. τὰ ΑΒΓ ΔΕΖ Α, distinx. BS, et ἄ εἰς in B
 22. τὸ τριτὸν τῆς βγ S 23. τῆς ΓΒ Hu pro τῆς ΒΓ 23. 24. ἢ αὖ πρὸς
 τὴν βζ S 25. τῆς ΓΒ Hu pro τῆς ΒΓ 27. παραλειψέτωσαν S
 post παραλειψέτωσαν lacunam indicavit et οἷον τὼν α' β' γ' coni. Hu
 28. ὅτι ὡς Hu, ὡς AS, om. B 29. οὕτως V² Sca pro οὕτως 30. τῆς βγ S
 Pappus I.

- 15 γ. Ἐκτῶσαν ἴσαι εὐθεῖαι αἱ $A B$, μεῖζων δὲ ἡ ΓA τῆς N [ἐλάσσων οὖσα ἐκατέρως τῶν $A B$], καὶ πεποιήσθω ὡς μὲν ἡ A πρὸς τὴν ΓA , ἡ ΓA πρὸς τὴν $E Z$, καὶ ἡ $E Z$ πρὸς τὴν $H \Theta$, ὡς δὲ ἡ B πρὸς τὴν N , ἡ N πρὸς τὴν Π καὶ ἡ Π πρὸς τὴν P . λέγω ὅτι ἡ P ἐλάσσων ἐστὶν τῆς $H \Theta$.⁵

Ἐπεὶ γὰρ μεῖζων ἐστὶν ἡ ΓA τῆς N , καίσθω τῇ N ἴση ἡ ΓK . ἔστιν ἄρα ὡς ἡ A πρὸς τὴν ΓK , ἡ B πρὸς τὴν N . καὶ ἐπεὶ ὡς ἡ A πρὸς τὴν ΓA , ἡ ΓA πρὸς $E Z$, γεγενησθῶ ὡς ἡ A πρὸς τὴν ΓK , οὕτως ἡ ΓK πρὸς $E A$. ἔστι δὲ καὶ ὡς ἡ B πρὸς N , ἡ N πρὸς Π , καὶ ἴση ἐστὶν ἡ μὲν A 10 τῇ B , ἡ δὲ ΓK τῇ N . δι' ἴσου ἄρα καὶ ὡς ἡ A πρὸς τὴν $E A$, ἡ B πρὸς τὴν Π . ἴση ἄρα ἡ $E A$ τῇ Π . διὰ τὰ αὐτὰ δὴ, ἐπεὶ ἐστὶν ὡς ἡ A πρὸς τὴν ΓA , οὕτως ἡ $E Z$ πρὸς $H \Theta$, ἔσται ἄρα καὶ ὡς ἡ A πρὸς τὴν ΓK , ἡ ΓK πρὸς τὴν $E A$, καὶ ἡ $E A$ πρὸς ἐλάσσονα τῆς $H \Theta$. ἔστω πρὸς τὴν 15 $H M$. ἐπεὶ οὖν ἐστὶν ὡς μὲν ἡ ΓK πρὸς τὴν $E A$, ἡ $E A$ πρὸς τὴν $H M$, ὡς δὲ ἡ N πρὸς τὴν Π , οὕτως ἡ Π πρὸς τὴν P , καὶ ἴση ἐστὶν ἡ ΓK τῇ N , ἡ δὲ $E A$ τῇ Π , ἴση ἄρα καὶ ἡ P τῇ $H M$. ἐλάσσων ἄρα ἡ P τῆς $H \Theta$.

Ἄλλως τὸ αὐτό.

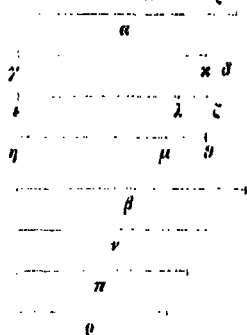
20

- 16 δ. Ἐστω ἴση ἡ A τῇ E , μεῖζων δὲ ἡ B τῆς Z , καὶ πεποιήσθω ὡς μὲν ἡ A πρὸς B , οὕτως ἡ B πρὸς Γ καὶ ἡ Γ πρὸς A , ὡς δὲ ἡ E πρὸς τὴν Z , ἡ Z πρὸς τὴν H , καὶ ἡ H πρὸς τὴν Θ . ὅτι μεῖζων ἐστὶν ἡ A τῆς Θ .

Ἐπεὶ μεῖζων ἐστὶν ἡ B τῆς Z , ἴση δὲ ἡ A τῇ E , ἡ B 25 ἄρα πρὸς τὴν A μεῖζονα λόγον ἔχει ἥπερ ἡ Z πρὸς τὴν E . ἀνάπαλιν ἡ A πρὸς B ἐλάσσονα λόγον ἔχει ἥπερ ἡ E πρὸς Z . ὡς δὲ ἡ A πρὸς B , οὕτως ἡ B πρὸς Γ . καὶ ἡ B ἄρα πρὸς Γ ἐλάσσονα λόγον ἔχει ἥπερ ἡ E πρὸς Z . ὡς δὲ

1. γ' add. S. ad $\overline{AB}$ et 2. τῶν $\overline{AB}$ A, distinx. BS. 2. ἐλάσσων — τῶν $A B$ interpolatori tribuit Hu. 9. ὡς ἡ α B³S, ὡς $\overline{A} AB^1$. 10. 11. ἐστὶν ἡ μὲν A τῇ B , ἡ δὲ ἐστὶν $\overline{H} \overline{\Theta} \overline{\Pi} \overline{P}$ δὲ A, om. B¹, ἐστὶν ἡ μὲν. τῇ. ἡ δὲ S, corr. B³ Sea. 11. $\overline{\Gamma K}$ τῆς $\overline{N}$ A, corr. BS. 12. ἡ β πρὸς τὴν π B Sea, $\overline{H} \overline{\Theta} \overline{\Pi} \overline{P}$ A, ἡ S. 13. οὕτως ἡ $E Z$ οὕτως ἡ ΓA πρὸς τὴν $E Z$ καὶ ἡ $E Z$ voluit Co. 21. $\overline{A} A^1$ in marg. (S., om. B. 25. ἡ B ἄρα — p. 52, 2. ὡς δὲ ἡ B) pro his nihil nisi

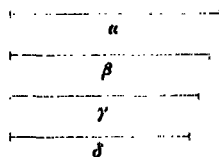
III. Sint aequales rectae $\alpha \beta$, et recta $\gamma\delta$ maior quam ν Prop. 2
[eandemque minor quam α sive β], et fiat $\frac{\alpha}{\gamma\delta} = \frac{\gamma\delta}{\varepsilon\zeta} = \frac{\varepsilon\zeta}{\eta\vartheta}$,
atque $\frac{\beta}{\nu} = \frac{\nu}{\pi} = \frac{\pi}{\varrho}$; dico esse $\varrho < \eta\vartheta$.



Quoniam enim est $\gamma\delta > \nu$,
ponatur $\gamma\kappa = \nu$; est igitur $\alpha : \gamma\kappa$
 $= \beta : \nu$. Et quia est $\alpha : \gamma\delta =$
 $\gamma\delta : \varepsilon\zeta$, fiat $\alpha : \gamma\kappa = \gamma\kappa : \varepsilon\lambda$. Sed
est etiam $\beta : \nu = \nu : \pi$, et $\alpha = \beta$;
ex aequali igitur est $\alpha : \varepsilon\lambda = \beta : \pi$
(elem. 5. 22); ergo $\varepsilon\lambda = \pi$. Ea-
dem ratione, quia est $\alpha : \gamma\delta =$
 $\varepsilon\zeta : \eta\vartheta$, erit igitur ut $\alpha : \gamma\kappa$, sive
 $\gamma\kappa : \varepsilon\lambda$, ita $\varepsilon\lambda$ ad aliam quandam
minorem quam $\eta\vartheta$. Sit ad $\eta\mu$; ac
quoniam est $\gamma\kappa : \varepsilon\lambda = \varepsilon\lambda : \eta\mu$, et $\nu : \pi = \pi : \varrho$, et $\gamma\kappa = \nu$,
et $\varepsilon\lambda = \pi$, est igitur etiam $\eta\mu = \varrho$; ergo $\varrho < \eta\vartheta$.

ALITER IDEM¹⁾.

IV. Sit recta $\alpha = \varepsilon$, et $\beta > \zeta$, et fiat $\frac{\alpha}{\beta} = \frac{\beta}{\gamma} = \frac{\gamma}{\delta}$,
atque $\frac{\varepsilon}{\zeta} = \frac{\zeta}{\eta} = \frac{\eta}{\vartheta}$; dico esse $\delta > \vartheta$.



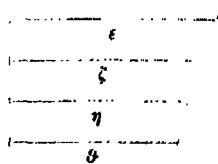
Quoniam est $\beta > \zeta$ et $\alpha = \varepsilon$,
est igitur $\frac{\beta}{\alpha} > \frac{\zeta}{\varepsilon}$, et e contrario
 $\frac{\alpha}{\beta} < \frac{\varepsilon}{\zeta}$. Sed est $\frac{\alpha}{\beta} = \frac{\beta}{\gamma}$; ergo
etiam $\frac{\beta}{\gamma} < \frac{\varepsilon}{\zeta}$. Sed $\frac{\varepsilon}{\zeta} = \frac{\zeta}{\eta}$;

1) Ubicunque in hac mathematica collectione unam demonstrationem
sequitur altera sub *Ἀλλως*, in medio relinquitur, utrum hanc ipse Pappus
ex amplissimo suo operum mathematicorum apparatu, an alius quidam
scriptor posterioris aetatis adiecerit. Omnino modo hoc, modo illud
factum esse videtur; et hoc quidem loco prior demonstrationis forma
sine dubio est antiquior; altera multo tersior et expeditior, sed duobus
aliis lemmatis (propos. 3 et 4) innititur, cum prior demonstratio per se stet.

haec habet S: ἡ β ἄρα πρὸς τὴν α μέγιστα λόγον ἔχει ἡπερ ἡ ζ
πρὸς η . ὥς δὲ ἡ β ; quae sic emendare conatus est Scd. η α ἄρα
πρὸς τὴν β ἐλάσσονα λόγον ἔχει ἡπερ ἡ ε πρὸς ζ . καὶ ἡ β πρὸς γ
ἐλάσσονα λόγον ἔχει ἡπερ ἡ ζ πρὸς η . ὥς δὲ ἡ β cet. 27. ἡπερ ἡ E]
ἡπερ ἡ H E A, ἡπερ ἡ ε B 28. ὥς δὲ ἡ A — 29. ἡπερ ἡ E πρὸς Z add. Hu

- ἡ *E* πρὸς *Z*, οὕτως ἡ *Z* πρὸς *H*· καὶ ἡ *B* ἄρα πρὸς *Γ* ἐλάσσονα λόγον ἔχει ἥπερ ἡ *Z* πρὸς *H*. ὡς δὲ ἡ *B* πρὸς *Γ*, οὕτως ἡ *Γ* πρὸς *Δ*· καὶ ἡ *Γ* ἄρα πρὸς *Δ* ἐλάσσονα λόγον ἔχει ἥπερ ἡ *Z* πρὸς *H*. ὡς δὲ ἡ *Z* πρὸς *H*, οὕτως ἡ *H* πρὸς *Θ*· καὶ ἡ *Γ* ἄρα πρὸς *Δ* ἐλάσσονα λόγον ἔχει ἥπερ ἡ *H* πρὸς *Θ*. ἐπεὶ οὖν ἡ μὲν *A* πρὸς *B* ἐλάσσονα λόγον ἔχει ἥπερ ἡ *E* πρὸς *Z*, ἡ δὲ *B* πρὸς *Γ* ἐλάσσονα λόγον ἔχει ἥπερ ἡ *Z* πρὸς *H*, ἡ δὲ *Γ* πρὸς *Δ* ἐλάσσονα λόγον ἔχει ἥπερ ἡ *H* πρὸς *Θ*, δι' ἴσου ἄρα ἡ *A* πρὸς *Δ* ἐλάσσονα λόγον ἔχει ἥπερ ἡ *E* πρὸς *Θ* διὰ τὸ ἐξῆς. καὶ ἔστιν ἴση ἡ *A* 10 τῇ *E*· μείζων ἄρα ἡ *Δ* τῆς *Θ*, διπερ: ~
- 17 ε'. Ἡ *A* πρὸς *B* ἐλάσσονα λόγον ἐχέτω ἥπερ ἡ *Γ* πρὸς *Δ*· ὅτι καὶ ἐναλλάξ ἡ *A* πρὸς *Γ* ἐλάσσονα λόγον ἔχει ἥπερ ἡ *B* πρὸς τὴν *Δ*.
- Πεποιήσθω ὡς ἡ *A* πρὸς *B*, οὕτως ἡ *Γ* πρὸς *E*· 15 μείζων ἄρα ἔστιν ἡ *E* τῆς *Δ*. ἐπεὶ οὖν ἔστιν ὡς ἡ *A* πρὸς *B*, οὕτως ἡ *Γ* πρὸς *E*, ἐναλλάξ ἄρα ὡς ἡ *A* πρὸς *Γ*, οὕτως ἡ *B* πρὸς *E*. ἡ δὲ *B* πρὸς *E* ἐλάσσονα λόγον ἔχει ἥπερ ἡ *B* πρὸς *Δ*· καὶ ἡ *A* ἄρα πρὸς *Γ* ἐλάσσονα λόγον ἔχει ἥπερ ἡ *B* πρὸς *Δ*. 20
- 18 ζ'. Τοῦτον δειχθέντος ἡ *A* πρὸς *B* ἐλάσσονα λόγον ἐχέτω ἥπερ ἡ *Δ* πρὸς *E*, ἐχέτω δὲ καὶ ἡ *B* πρὸς *Γ* ἐλάσσονα λόγον ἥπερ ἡ *E* πρὸς *Z*· ὅτι καὶ δι' ἴσου ἡ *A* πρὸς *Γ* ἐλάσσονα λόγον ἔχει ἥπερ ἡ *Δ* πρὸς *Z*.
- Ἐπεὶ γὰρ ἡ *A* πρὸς *B* ἐλάσσονα λόγον ἔχει ἥπερ ἡ *Δ* 25 πρὸς *E*, ἐναλλάξ ἡ *A* πρὸς *Δ* ἐλάσσονα λόγον ἔχει ἥπερ ἡ *B* πρὸς *E*. διὰ τὰ αὐτὰ καὶ ἡ *B* πρὸς *E* ἐλάσσονα λόγον ἔχει ἥπερ ἡ *Γ* πρὸς *Z*. ἐπεὶ οὖν ἡ *A* πρὸς *Δ* πολλῶν ἐλάσσονα λόγον ἔχει ἥπερ ἡ *Γ* πρὸς *Z*, ἐναλλάξ ἡ *A* πρὸς *Γ* ἐλάσσονα λόγον ἔχει ἥπερ ἡ *Δ* πρὸς *Z*, ὕπερ: ~ 30
- 19 ζ'. Ἡ μὲν οὖν ἔδει με προειπεῖν ἔστιν ταῦτα, παρεῖς

5. ἡ *Γ* *A* ἄρα *AS*, ἡ *γ* + ἄρα *B*, corr. etiam *Scu* 6. ἡ αὐτὴ *II*
om. *AB³S* (plura om. *B*), add. *Scu* 10. ἴση ἡ *α* *B³* (*α* in rasura
Scu, ἡ *Δ* *AS* 11. ὅπερ nulla sequente nota compendii *A*, ὅπερ: ~ *B*,
ὅπερ ἔδει ~ *S* 12. *E A* in marg. (*S*), om. *B* 47. ἄρα add. *Hu*,
item vs. 49 24. *ε* *A* in marg., om. *BS* 28. ἐπεὶ οὖν — 29 ἡ *Γ*



ergo etiam $\frac{\beta}{\gamma} < \frac{\zeta}{\eta}$. Sed $\frac{\beta}{\gamma} = \frac{\gamma}{\delta}$;

ergo etiam $\frac{\gamma}{\delta} < \frac{\zeta}{\eta}$. Sed $\frac{\zeta}{\eta} = \frac{\eta}{\theta}$;

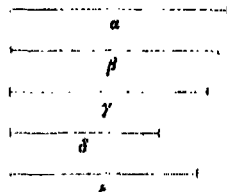
ergo etiam $\frac{\gamma}{\delta} < \frac{\eta}{\theta}$. Iam quia est

$\frac{\alpha}{\beta} < \frac{\epsilon}{\zeta}$, et $\frac{\beta}{\gamma} < \frac{\zeta}{\eta}$, et $\frac{\gamma}{\delta} < \frac{\eta}{\theta}$,

ex aequali igitur est $\frac{\alpha}{\delta} < \frac{\epsilon}{\theta}$ propter id quod deinceps demonstrabitur. Et est $\alpha = \epsilon$; ergo $\delta > \theta$ (elem. 5, 10, q. e. d.

V. Sit $\frac{\alpha}{\beta} < \frac{\gamma}{\delta}$; dico etiam vicissim esse $\frac{\alpha}{\gamma} < \frac{\beta}{\delta}$ ^{Prop. 3}.

Fiat $\frac{\alpha}{\beta} = \frac{\gamma}{\epsilon}$; est igitur



$\frac{\gamma}{\epsilon} < \frac{\gamma}{\delta}$ itaque (elem. 5, 10)

$\epsilon > \delta$. Iam quia est $\frac{\alpha}{\beta} = \frac{\gamma}{\epsilon}$,

vicissim igitur est $\frac{\alpha}{\gamma} = \frac{\beta}{\epsilon}$. Sed

est $\frac{\beta}{\epsilon} < \frac{\beta}{\delta}$ (elem. 5, 8); ergo

etiam $\frac{\alpha}{\gamma} < \frac{\beta}{\delta}$.

VI. Hoc demonstrato sit $\frac{\alpha}{\beta} < \frac{\delta}{\epsilon}$, et $\frac{\beta}{\gamma} < \frac{\epsilon}{\zeta}$; dico ex Prop. ⁴ aequali esse $\frac{\alpha}{\gamma} < \frac{\delta}{\zeta}$.



Quoniam enim est $\frac{\alpha}{\beta} < \frac{\delta}{\epsilon}$,

propter superius lemma vicissim

est $\frac{\alpha}{\delta} < \frac{\beta}{\epsilon}$. Eadem ratione est

etiam $\frac{\beta}{\epsilon} < \frac{\gamma}{\zeta}$. Iam quia est

$\frac{\alpha}{\delta} < \frac{\beta}{\epsilon} < \frac{\gamma}{\zeta}$, vicissim igitur est

$\frac{\alpha}{\gamma} < \frac{\delta}{\zeta}$, q. e. d.

VII. Haec igitur sunt, quae me praefari necesse erat;

*) Idem paulo aliter demonstratur infra VII propos. 5.

πρὸς Z add. Hu partim auctore Sca. qui πολλὰ ἄρα μᾶλλον ἢ ᾱ πρὸς δ̄ ἐλάσσονα λόγον ἔχει ἢ γ̄ πρὸς ζ̄ conceperat 31. Z A¹ in marg. (S., om. B)

δὲ χρύνειν σοὶ τε καὶ τοῖς ἐν γεωμετρικῇ γεγυμνασμένοις τὰ
 ὑπ' ἐκείνου προγραφέντα περὶ τῆς κατασκευῆς καὶ τὰ ὑφ'
 ἡμῶν ἐπανεχθέντα, καλῶς ἔχειν ἡγοῦμαι καὶ τὰ δόξαντα
 τοῖς ἀρχαίοις περὶ τοῦ προειρημένου προβλήματος ἐκθέσθαι
 καὶ πρῶτον εἰπεῖν ὀλίγα περὶ τῶν ἐν γεωμετρικῇ προβλη- 5
 μάτων, ἀρχὴν λαβὼν ἐντεῦθεν.

- 20 Τῶν ἐν γεωμετρικῇ προβλημάτων οἱ παλαιοὶ τρία γένη
 φασὶν εἶναι, καὶ τὰ μὲν αὐτῶν ἐπίπεδα καλεῖσθαι, τὰ δὲ
 στερεά, τὰ δὲ γραμμικά. τὰ μὲν οὖν δι' εὐθείας καὶ κύκλου
 περιφερείας δυνάμενα λύεσθαι λέγοιτο ἂν εἰκότως ἐπίπεδα · 10
 καὶ γὰρ αἱ γραμμαὶ δι' ὧν λύεται τὰ τοιαῦτα προβλήματα
 τὴν γένεσιν ἔχουσιν ἐν ἐπιπέδῳ. ὅσα δὲ προβλήματα λύεται
 παραλαμβανομένης εἰς τὴν εὐρεσιν μιᾶς τῶν τοῦ κώνου
 τομῶν ἢ πλειόνων, ταῦτα στερεὰ κέκληται · πρὸς γὰρ τὴν
 κατασκευὴν ἀναγκαῖόν ἐστι χρῆσασθαι στερεῶν σχημάτων 15
 ἐπιφανείαις, λέγω δὲ ταῖς κωνικαῖς. τρίτον δ' ἐστὶ κατα-
 λείπεται γένος ὃ καλεῖται γραμμικόν · γραμμαὶ γὰρ ἔσονται
 παρὰ τὰς εἰρημένας εἰς τὴν κατασκευὴν λαμβάνονται ποι-
 κιωτέραν καὶ βεβιασμένην ἔχουσαι τὴν γένεσιν, ὅποῃαι
 τυγχάνουσιν αἱ ἑλικεῖς καὶ τετραγωνίζουσαι καὶ κοχλοειδεῖς 20
 καὶ κισσοειδεῖς, πολλὰ καὶ παράδοξα περὶ αὐτὰς ἔχουσαι
 21 συμπτώματα. τοιαύτης δὲ τῆς διαφορᾶς τῶν προβλημάτων
 οὕσης οἱ παλαιοὶ γεωμέτραι τὸ προειρημένον ἐπὶ τῶν δι' οὐ
 εὐθειῶν πρόβλημα τῇ φύσει στερεὸν ὑπάρχον οὐχ οἷοί τ'
 ἦσαν κατασκευάζειν τῷ γεωμετρικῷ λόγῳ κατακολουθοῦντες, 25
 ἐπεὶ μηδὲ τὰς τοῦ κώνου τομὰς ῥάδιον ἐν ἐπιπέδῳ γράφειν
 ἦν [ὥς δεῖ δι' οὐ δοθειῶν εὐθειῶν ἀνίσων δι' οὐ μέσας ἀνά-
 λογον λαβεῖν ἐν συνεχεῖ ἀναλογίᾳ], τοῖς δὲ ὄργανοις μεταλα-
 βόντες αὐτὸ θαυμασίως εἰς χειρουργίαν καὶ κατασκευὴν
 ἐπιτίθουσι. ἥγαγον, ὥς ἔστιν ἰδεῖν [ἀπὸ τῶν φερομένων 30
 αὐτοῖς συνταγμάτων, λέγω δ'] ἐν τῇ Ἐρατοσθένους μεσο-

1. τὰ] τὰ τε conl. Hu 43. εἰς τὴν γένεσιν ABS, εἰς τὴν κατασκευὴν
 Co, corr. Hu 19. βεβιασμένην AS, sed litterne βεβι via perspicuae
 in A, μεταπλασμένην B, κατασκευασμένην cod. Paris. 2369, transmutabi-
 lem Co 30. τυγχά [|||||] καὶ A τυγ..... καὶ B¹, τυγχάνου-
 σιν al καὶ B³, τυγχάνονται καὶ S, ἑλικεῖς add. Co κοχλοει-

sed tibi aliisque qui in geometria versati sunt et ea quae ille de constructione in medium protulit, et quae a nobis obiecta sunt, diiudicanda permitto, ac satius duco et veterum de hoc problemate sententias explicare et pauca de geometricis problematis in universum praemittere, cuius disputationis hinc iam initium faciam.

Geometricorum problematum veteres tria genera esse statuerunt, eorumque alia vocari plana, alia solida, alia linearia¹⁾. Quae igitur per rectas lineas et circuli circumferentias solvi possunt, ea merito plana dicantur, quoniam lineae, per quas eiusmodi problemata solvuntur, in plano originem habent. Quorum autem problematum resolutio adsumptis una pluribusve coni sectionibus invenitur, haec solida appellata sunt; nam ad eorum constructionem solidarum figurarum superficiebus, nimirum conicis, uti necesse est. Tertium autem relinquitur genus quod lineare vocatur; nam praeter eas quas statim descripsi lineas aliae variae et contortiores originem habentes ad constructionem adhibentur, quales sunt helices sive spirales, tetragonizusae sive quadratrices, conchoides sive conchiformes, cissoïdes sive hederæ similes, quae omnes multas et insignes proprietates (symptomata Graeci vocant) in se habent. Sic igitur cum problemata inter se differant, veteres geometrae illud quod supra positum est problema de duabus rectis mediis proportionalibus, quippe quod natura solidum esset, secundum geometricam rationem construere non potuerunt, (quoniam coni sectiones in plano describere non facile erat; instrumentis autem adhibitis mirifice ad manuum operationem aptamque constructionem id perduxerunt²⁾, sicut ex Eratosthenis mesolabo et Philonis

1) Eadem latius tractantur infra IV cap. 57 sq.

2) Conf. infra VIII cap. 25.

δεῖς A¹, γ superscr. A², unde κογχοειδεις B¹, κογχοειδεις B⁴S 21. αὐτάς AB¹S, corr. B³ 27. ὡς δεῖ — 28. ἀναλογία del. Co 30. ἀπὸ τῶν — 31. λέγω δ' et p. 56, 1. ἡ κατασκευαστικὸς interpolatori tribuit Ilu; ceterum pro αὐτοῖς συντάγμασιν ille ἐν τοῖς αὐτῶν συντάγμασι voluisse videtur

- λάβῃ καὶ τοῖς Φίλωνος καὶ Ἡρωνος μηχανικοῖς ἢ κατα-
παλαιοῖς]. οὗτοι γὰρ ὁμολογοῦντες στερεὸν εἶναι τὸ πρό-
βλημα τὴν κατασκευὴν αὐτοῦ μόνον ὁργανικῶς πεποιήνται
[συμφώνως Ἀπολλωνίῳ τῷ Περγαίῳ, ὅς καὶ τὴν ἀνάλυσιν
αὐτοῦ πεποιήται διὰ τῶν τοῦ κώνου τομῶν, καὶ ἄλλοι διὰ
τῶν Ἀρισταίου τύπων στερεῶν, οὐδεὶς δὲ διὰ τῶν ἰδίων
ἐπιπέδων καλουμένων], Νικομήδης δὲ λέλυκε διὰ κοχλοει-
22 δοῦς γραμμῆς, δι' ἧς καὶ τὴν γωνίαν ἐτριχοτόμησεν. ἐκ-
θησόμεθα οὖν τέσσαρας αὐτοῦ κατασκευὰς μετὰ τινος ἐμῆς
ἐπεξεργασίας, ὧν πρώτην μὲν τὴν Ἐρατοσθένειον, δευτέραν 10
δὲ τὴν τῶν περὶ Νικομήδην, τρίτην δὲ τὴν τῶν περὶ Ἡρώνα
μάλιστα πρὸς τὰς χειρουργίας ἀρμόζουσαν τοῖς ἀρχιτεκτο-
νεῖν βουλομένοις, καὶ τελευταίαν τὴν ὑφ' ἡμῶν ἀνευρημένην.
[στερεοῦ γὰρ παντὸς ἕτερον στερεόν, ὅμοιον τῷ δοθέντι,
κατασκευάζεται πρὸς τὸν δοθέντα λόγον, ἐὰν δύο τῶν 15
δοθεῖσων εὐθειῶν δύο μέσαι κατὰ τὸ συνεχές ἀνάλογον
ληφθῶσιν, ὥς Ἡρῶν ἐν μηχανικοῖς καὶ καταπαλαιοῖς.]
- 23 Ἔστω οὖν πλινθίων πεπηγὸς τὸ $AB\Gamma A$, καὶ ἐν αὐτῇ
τρίγωνα ὀρθογώνια ἴσα τὰ $AE\Theta$ MZK $NH A$, ὁρθὰς ἔχοντα
τὰς πρὸς τοῖς E Z H γωνίας, καὶ τὸ μὲν $AE\Theta$ προσπε- 20
πηγὸς μετέτω, τὸ δὲ MZK τὴν κίνησιν ἔχέτω ἐπὶ τῶν AB
 ΓA κανόνων οὕτως ὥστε τὴν μὲν MZ ἐπὶ τοῦ AB κανόνος
φέρεσθαι ἔχοντος σιολῆνα δι' ὅλον, τὴν δὲ κορυφὴν τὴν K

4. συμφώνως — 7. καλουμένων interpolatori tribuit *Hu* 7. λέ-
λυκε *Hu* pro καὶ λόγον κοχλοειδοῦς A^1 ante rasuram, κοχχλοειδοῦς
 B^1 , κοχχοειδοῦς $A^2 B^3 S$ 8. γραμμῆς B et S correctus (incertum an a
Scaligero), γραμμικῆς AS^1 10. τὴν ante Ἐρατ. om. AB , add. S
11. τὴν περὶ τὸν νικομήδην S 14. στερεοῦ — 17. καταπαλαιοῖς] nec
falsum est hoc theorema nec suspecta Heronis, qui citatur, auctoritas;
tamen haec interpretamenti loco ab aliena manu addita esse apparet
14. στερεοῦ παντὸς interpolator ex ἕτερον suspensa esse voluit (στε-
ρεοῦ γὰρ δοθέντος coniecerat *Hu*, στερεοῦ γὰρ παντὸς δεδομένου *Cu*)
15. τῶν del. *Hu* 18. τὸ $AB\Gamma A$, coniunx. BS 19. ἴσα A^2 ex
ἴσα $\mu\epsilon\alpha$ $\eta\eta\lambda$ $B^3 V^2$, MZ $K\alpha M\lambda$ A , $\mu\epsilon\alpha$ $\mu\eta\delta$ S , $\mu\epsilon\alpha$ $\mu\eta\lambda$ B^1 20. τὴ
πρὸς AB^1 , corr. $B^3 S$ 24. ἐπὶ om. $AB^1 S$, add. $B^4 V^2$ *Co* 23. σι-
ολῆνα *Sca*, σιοληναζον *Hu*, octo fere litterae evanidae in A , lacuna
in BS

διὰ τοῦ Γ'Α κανόνος καὶ αὐτοῦ δι' ὅλον τοῦ μήκους σε-
σωληρισμένου, παραπλησίως δὲ καὶ τὸ ΝΗΛ τρίγωνον ἐχέτω
τὴν κίνησιν ἐπὶ τῶν ΑΒ Γ'Α κανόνων κατὰ τοὺς προειρη-
μένους ὁχετούς. ταύτων δὴ οὕτως ὑποκειμένων, ὅτε βού-
λοιτό τις κύβον κύβου διπλασίονα ποιῆσαι, διπλασίαν ἀπο-
λαμβάνων τὴν ΑΓ' τῆς ΑΞ καὶ δυστάς τὰ ΜΖΚ ΝΗΛ τρί-
γωνα, μέχρις ἂν κατ' εὐθείαν γένηται τὰ Α Ξ σημεῖα ταῖς
τῶν τριγώνων τομαῖς ταῖς Π Ο, ἐπιζεύξει τὴν ΑΠΟΞ
συμπλέπουσαν τῇ Γ'Α κατὰ τὸ Ρ (τοῦτο γὰρ κατ' ἀνάγκην
ὀφείλει ἐπακολουθεῖν), καὶ οὕτως τὸ προκείμενον ἀντὶ 10
συμβαίνει.

Ἐπεὶ γάρ ἐστιν ὡς ἡ ΑΓ πρὸς ΠΘ, οὕτως ἡ ΑΡ
πρὸς ΗΡ, καὶ ἡ ΑΘ πρὸς ΠΚ, καὶ ἡ ΘΡ πρὸς ΡΚ, καὶ
ἡ ΠΘ πρὸς ΟΚ, καὶ ἡ ΠΡ πρὸς ΡΟ, καὶ ἡ ΠΚ πρὸς ΟΛ,
καὶ ἡ ΚΡ πρὸς ΡΑ, καὶ ἡ ΟΚ πρὸς ΑΞ, τῶν ΑΓ ΑΞ 15
ἄρα δύο μέσαι εἰσὶν αἱ ΠΘ ΟΚ κατὰ συνεχῇ ἀναλογίαν.
καὶ ἔστι διπλασία ἡ ΑΓ τῆς ΑΞ· διπλασίους ἄρα καὶ ὁ
ἀπὸ τῆς ΑΓ κύβος τοῦ ἀπὸ τῆς ΠΘ κύβον. εἰ δ' ἄλλον
ἵνα λόγον ἔχει ὁ κύβος πρὸς τὸν κύβον, ἐκείνον τὸν λόγον
ἔδει ἔχειν καὶ τὴν ΑΓ πρὸς ΑΞ, καὶ τὰ λοιπὰ ὁμοίως 20
κατασκευάζειν. [καὶ ἐκ τούτου φανερόν ἐστι ἀδύνατόν ἐστι
τὸ προκείμενον διὰ τῶν ἐπιπέδων λίσσθαι.]

- 21 ἡ. Κατὰ δὲ Νικομήδῃ δύο δοθεισῶν εὐθειῶν τῶν
Γ'Α ΑΑ δύο μέσαι κατὰ τὸ συνεχές λαμβάνονται τριῶν
τοιούδε. 25

Συμπληρωσθῶ τὸ ΑΒΓ'Α παραλληλόγραμμον, καὶ
τετμήσθω διχα ἑκατέρω τῶν ΑΒ ΒΓ' τοῖς Α Ε σημείοις,
καὶ ἐπιζευχθεῖσα ἡ ΑΑ ἐκβεβλήσθω καὶ συμπιπτετω τῇ ΓΒ

1. γὰρ κανόνος Sea et καὶ αὐτοῦ Hu, | του Α, post lacunam
του Β, τοῦ S 2. τῇλ B³ in rasura, NAM AS, τῇλ V² Sea 3. κατὰ
Sea. per C^o, καὶ ABS 4. ὅταν βούληται — 5. ποιῆσαι, ἡμίσειαν
ἀπολαμβάνων τῆς ΑΓ' τῆς ΑΞ coni. Hu 6. ΜΖ ΚΝΗΛ Α, corr.
BS 7. τὰ ΑΞ et 8. ταῖς ΠΟ Α, distinx. BS 13. πρὸς ΗΚ] πρὸς ΚΗ
AS, πρὸς κη Β, corr. V² Sea 14. πρὸς ΟΚ] πρὸς ΘΚ AB¹S, corr.
B³V² Sea πρὸς ΡΟ] πρὸς ΡC ABS, corr. B³V² Sea 16. αἱ ΗΘ ΟΚ]
αἱ ΗΘ ΕΑ AS, αἱ ηθ εα B¹, corr. B³V² Sea 19. ἔχει ὁ κύβος Hu

autem x in regula $\gamma\delta$ ipsa quoque per totam longitudinem canalis instar excavata, ac similiter triangulum $\nu\eta\lambda$ in regulis $\alpha\beta$ $\gamma\delta$ per eosdem canales moveatur. Quae cum ita praeparata sint, si quis cubum cubi duplum facere velit, rectam $\lambda\xi$ dimidiam rectae $\lambda\eta$, id est $\gamma\alpha$, abscindat, tum triangula $\mu\xi\kappa$ $\nu\eta\lambda$ distrahat, donec puncta α ξ in eadem recta, in qua triangulorum sectiones π σ , posita sint, denique rectam $\alpha\pi\sigma\xi$ iungat, quae rectae $\gamma\delta$ in puncto ϱ occurrat (hoc enim fieri necesse est), et sic illud quod ei propositum est contingit.

Nam cum sit

$$\frac{\alpha\gamma}{\pi\delta} = \frac{\alpha\varrho}{\pi\varrho} = \frac{\alpha\theta}{\pi\kappa} = \frac{\delta\varrho}{\kappa\varrho} = \frac{\pi\delta}{\sigma\kappa} = \frac{\pi\varrho}{\sigma\varrho} = \frac{\pi\kappa}{\sigma\lambda} = \frac{\kappa\varrho}{\lambda\varrho} = \frac{\sigma\kappa}{\xi\lambda},$$

rectarum igitur $\alpha\gamma$ $\xi\lambda$ duae mediae in continua proportionem sunt $\pi\delta$ $\sigma\kappa$. Et est $\alpha\gamma$ duplo maior¹⁾ quam $\xi\lambda$; ergo etiam cubus ex $\alpha\gamma$ duplo maior est quam cubus ex $\pi\delta$ ²⁾. Si autem aliam quandam proportionem alter cubus ad alterum habeat, eandem quoque recta $\alpha\gamma$ ad $\xi\lambda$ habeat necesse est, quo facto reliqua eodem modo construuntur. [Atque ex his apparet propositum per plana solvi non posse.]

VIII. Nicomede autem auctore, datis duabus rectis $\gamma\delta$ $\delta\alpha$, duae mediae continuo *proportionales* sumuntur hoc modo³⁾.

Compleatur $\alpha\beta\gamma\delta$ parallelogrammum, et rectae $\alpha\beta$ $\beta\gamma$ in punctis λ ε bifariam secentur, et iuncta $\delta\lambda$ producat rectae-

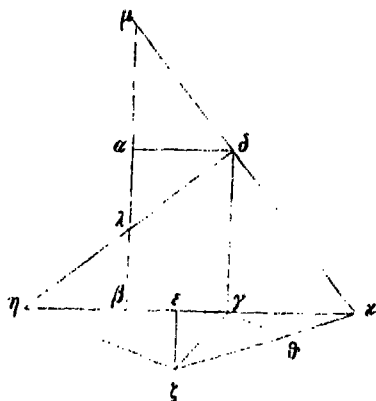
1) Duplo maior cum latine pro Graeco *διπλάσιος* sive *διπλασίων* dicimus, ac similiter triplo maior pro *τριπλάσιος* etc., ablativi *duplo*, *triplo* non differentiam, sed proportionem significant, velut si dixeris *dupla proportionem maior* etc.

*1) Conf. elem. 5 def. 44; 8, 12; 11, 33; Bretschneider, *die Geometrie und die Geometer vor Euklides*, Lipsiae 1870, p. 98 sq. 141 sq. Copiosius de eo argumento expositum est a nobis in *Fleckeiseni annalibus* *Neue Jahrbücher für Philologie und Pädagogik*, vol. 107, Lipsiae a. 1873 p. 493—504.

2) Eadem demonstratio, paucis admodum mutatis, infra redit IV propos. 14, congruens illi quidem cum Eulocii commentariis in Archimedeum.

21. καὶ ἐκ — 22. λίσσεται interpolatori tribuit Hu 23. ἢ A¹ in marg. (S), om. B 27. τοὺς FE A, distinx. BS 28. ἢ [A] η [A] Hu

ἐκπληθείσῃ κατὰ τὸ H , καὶ τῇ $BΓ$ πρὸς ὁρθὰς ἐκ $EΖ$, καὶ ἐπιτείνωσθαι τὴν $ΓΖ$ ἴσην οὖσα τῇ $ΑΑ$, καὶ ἐπιτείνωσθαι τὴν $ΖΗ$, καὶ αὐτῇ παράλληλος ἡ $ΓΘ$, καὶ γωνίας οὐσας τῆς



ὑπὸ τῶν $ΚΓΘ$ ἀπὸ δοθέντος τοῦ Z δι-5
ήχθω ἡ $ΖΘΚ$ ποι-
οῦσα ἴσην τὴν $ΘΚ$
τῇ $ΑΑ$ ἢ τῇ $ΓΖ$
τοῦτο γὰρ ὡς δυνα-
τὸν ἐδείχθη διὰ τῆς 10
κοχλοειδοῦς γραμ-
μῆς), καὶ ἐπιτείνω-
σθαι τὴν $ΚΑ$ ἐκτε-
βλήσθω καὶ συμ-
μιπτέτω τῇ $ΒΑ$ ἐκ- 15
βληθείσῃ κατὰ τὸ
 M · λέγω ὅτι ἐστὶν
ὡς ἡ $ΑΓ$ πρὸς $ΓΚ$,

ἢ $ΓΚ$ πρὸς $ΜΑ$ καὶ ἡ $ΜΑ$ πρὸς τὴν $ΑΑ$.

Ἐπεὶ γὰρ ἡ $ΒΓ$ τέμνεται διὰ τῇ E καὶ πρόσκειται 20
αὐτῇ ἡ $ΓΚ$, τὸ ἄρα ὑπὸ $ΒΚΓ$ μετὰ τοῦ ἀπὸ $ΓΕ$ ἴσον ἐστὶν
τῷ ἀπὸ $ΕΚ$. κοινὸν προσκείσθω τὸ ἀπὸ $ΕΖ$ · τὸ ἄρα ὑπὸ
 $ΒΚΓ$ μετὰ τῶν ἀπὸ $ΓΕΖ$, τοιούτεστιν τοῦ ἀπὸ $ΓΖ$, ἴσον
ἐστὶν τοῖς ἀπὸ $ΚΕΖ$, τοιούτεστιν τῷ ἀπὸ $ΚΖ$. καὶ ἐπεὶ
ὡς ἡ $ΜΑ$ πρὸς $ΑΒ$, ἡ $ΜΑ$ πρὸς $ΑΚ$, ὡς δὲ ἡ $ΜΑ$ πρὸς 25
 $ΑΚ$, οὕτως ἡ $ΒΓ$ πρὸς $ΓΚ$, καὶ ὡς ἄρα ἡ $ΜΑ$ πρὸς $ΑΒ$,
οὕτως ἡ $ΒΓ$ πρὸς $ΓΚ$. καὶ ἐστὶν τῆς μὲν $ΑΒ$ ἡμίσεια
ἡ $ΑΑ$, τῆς δὲ $ΒΓ$ διπλὴ ἡ $ΓΗ$ · ἐστὶν ἄρα καὶ ὡς ἡ $ΜΑ$
πρὸς τὴν $ΑΑ$, οὕτως ἡ $ΗΓ$ πρὸς $ΓΚ$. ἀλλ' ὡς ἡ $ΓΗ$
πρὸς $ΓΚ$, οὕτως ἡ $ΖΘ$ πρὸς $ΘΚ$ διὰ τὰς παραλλήλους 30

1. ante τῇ $ΒΓ$, ut plurimis aliis locis, cogitatione addendum est ἤχθω, quod ne forte in contextum inserendum esse putes, conf. etiam infra IV propos. 24. 3. ἢ ante $ΓΚ$ om. $Α$, add. $ΑΒ$ 8. τῇ $ΑΑ$ ἢ τῇ $ΓΖ$ pro ἡ κοιν. τοιούτεστιν $Η$ 10. $ἐδείχθη$: demonstratum hoc esse a Nicomede, non a se ipso, Pappus dicere voluit; aliter autem idem $ἐδείχθη$ infra sonat IV cap. 43. 11. $κοχλοειδοῦς$ $Α$, $κοχλο-$

τὰς ΗΖ Γ'Θ· καὶ συνθέντι ἄρα ὡς ἡ ΜΑ πρὸς ΑΑ, ἡ ΖΚ πρὸς ΚΘ. ἴση δὲ ὑπόκειται καὶ ἡ ΑΑ τῇ ΘΚ [ἐπεὶ καὶ τῇ Γ'Ζ ἴση ἐστὶν ἡ ΑΑ]· ἴση ἄρα καὶ ἡ ΜΑ τῇ ΖΚ. ἴσον ἄρα καὶ τὸ ἀπὸ ΜΑ τῷ ἀπὸ ΖΚ, καὶ ἔστι τῷ μὲν ἀπὸ ΜΑ ἴσον τὸ ὑπὸ ΒΜΑ μετὰ τοῦ ἀπὸ ΑΑ, τῷ δὲ ἀπὸ ΖΚ ἴσον ἐδείχθη τὸ ὑπὸ ΒΚΓ' μετὰ τοῦ ἀπὸ Γ'Ζ, ἄν τὸ ἀπὸ ΑΑ ἴσον τῷ ἀπὸ Γ'Ζ ἴση γὰρ ὑπόκειται ἡ ΑΑ τῇ Γ'Ζ· ἴσον ἄρα καὶ λοιπὸν τὸ ὑπὸ ΒΜΑ λοιπῷ τῷ ὑπὸ ΒΚΓ'· ὡς ἄρα ἡ ΜΒ πρὸς ΒΚ, οὕτως ἡ Γ'Κ πρὸς ΜΑ. ἀλλ' ὡς ἡ ΜΒ πρὸς ΒΚ, ἡ ΑΓ' πρὸς Γ'Κ· καὶ ὡς ἄρα ἡ ΑΓ' πρὸς Γ'Κ, ἡ Γ'Κ πρὸς ΑΜ. ἔστι δὲ καὶ ὡς ἡ ΜΒ πρὸς ΒΚ, ἡ ΜΑ πρὸς ΑΑ· καὶ ὡς ἄρα ἡ ΑΓ' πρὸς Γ'Κ, ἡ ΚΓ' πρὸς ΑΜ καὶ ἡ ΜΑ πρὸς ΑΑ.

- 25 Γ'. Κατὰ δὲ τοὺς περὶ τὸν Ἡρώνα, πῶς ἐστὶν δυνατόν δι' οὐ δοθεῖσιν εἰθεῖσιν δύο μέσας ἀνάλογον λαβεῖν ὄργανον· 15
ὡς, δείξομεν, ἐπειδήπερ ἐστὶν τὸ πρόβλημα τοῦτο, καθά φησιν καὶ ὁ Ἡρών, στερεόν. "ἐκθυσόμεθα δὲ" φησιν "τῶν δειξέων τὴν μάλιστα πρὸς τὴν χειρονομίαν εὐθετον."

- 26 "Ἐστῶσαν γὰρ αἱ δοθεῖσαι εὐθεῖαι αἱ ΑΒ ΒΓ πρὸς ὁρθὰς ἀλλήλαις κείμεναι, ὧν δεῖ δύο μέσας ἀνάλογον εὑρεῖν. 20
Συμπληρώσω τὸ ΑΒΓΔ παραλληλόγραμμον, καὶ ἐκβεβλήσθωσαν αἱ ΑΓ' ΑΑ, καὶ ἐπεξεύχθωσαν αἱ ΑΒ ΓΑ, καὶ παραλείθω κατόνιον πρὸς τῷ Β σημείῳ καὶ κινείθω

2. ἐπεὶ καὶ — 3. ἡ ΑΑ interpolata esse putat Hu, quamvis eadem infra IV cap. 43 et apud Eutocium redeant 3. ἡ ΑΑ] ἡ ΑΑ AS, corr. B Sea 7. 8. τὸ ἀπὸ ΑΑ Α', tum post exitum versus C; ii. e. ἴσον; τῷ et ante initium proximi versus ἀπὸ Γ'Ζ. ἴση γὰρ ὑπόκειται ἡ ΑΑ adscriptis Α', porro τῇ Γ'Ζ ἴσον ἄρα καὶ cel. Α' 14. Θ Α' in marg. (S), om. B 17. ὁ ante ἐκθυσόμεθα add. ABS, del. Hu 20. ἀλλήλαις BS, ἀλλήλας A, om. B' 21. τὸ ΑΒ ΓΑ A, coniunx. BS 22. ἐπεξεύχθωσαν BS, in A manus secunda (an alia recentior? in particula membranarum antiquae scripturae superducta scripsit ἐπεξεύχθω, tum initio proximi versus sequitur san pr. m. exaratum 22. ad ΑΒ ΓΑ A, corr. BS 23. Β σημείῳ octo decemve litterarum spatium inductum in A, β B Sea, β σημείω B, om. S

$\mu\lambda : \alpha\lambda = \zeta\alpha : \vartheta\alpha$. Sed ex hypothesi est $\alpha\lambda = \vartheta\alpha$;
ergo etiam $\mu\lambda = \zeta\alpha$, et

$\mu\lambda^2 = \alpha\lambda^2$. Et propter elem. 2. 6 est

$\mu\lambda^2 = \beta\mu \cdot \mu\alpha + \alpha\lambda^2$, et supra demonstratum est

$\alpha\lambda^2 = \beta\alpha \cdot \alpha\gamma + \gamma\zeta^2$. Iam in his est $\alpha\lambda^2 = \gamma\zeta^2$ (nam
ex hypothesi est $\alpha\lambda = \gamma\zeta$; ergo
etiam subtrahendo

$\beta\mu \cdot \mu\alpha = \beta\alpha \cdot \alpha\gamma$, id est proportionem factu (elem. 6. 16)

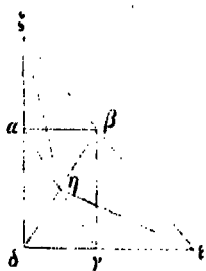
$\mu\beta : \beta\alpha = \gamma\alpha : \mu\alpha$. Sed propter parallelas $\mu\beta \delta\gamma$ est
 $\mu\beta : \beta\alpha = \delta\gamma : \gamma\alpha$; ergo etiam

$\delta\gamma : \gamma\alpha = \gamma\alpha : \mu\alpha$. Sed propter parallelas $\beta\alpha \alpha\delta$ est
 $\mu\beta : \beta\alpha = \mu\alpha : \alpha\delta$, idcirco

$\gamma\alpha : \mu\alpha = \mu\alpha : \alpha\delta$; ergo etiam

$\delta\gamma : \gamma\alpha = \gamma\alpha : \mu\alpha = \mu\alpha : \alpha\delta$.

IX. Quomodo autem secundum Heronem¹⁾ eiusque
sectatores duabus datis rectis duae mediae proportionales in-
veniri possint instrumento adhibito, iam demonstraturi sumus,
quoniam hoc problema, sicut etiam ipse Hero dicit, solidum
est. "Exponemus autem" inquit "demonstrationem omnium
maxime ad manuum operam accomodatam"²⁾.



Sint enim datae rectae $\alpha\beta \gamma\delta$ ad
rectos angulos inter se positaе, qua-
rum duae mediae proportionales in-
veniendae sunt.

Compleatur $\alpha\beta\gamma\delta$ parallelogram-
mum, et producantur $\delta\gamma \delta\alpha$ ad puncta
(nondum definita) $\epsilon \zeta$ ³⁾, iunganturque
 $\delta\beta \gamma\alpha$ secantes sese in puncto η , et
apponatur regula versatilis in puncto β

¹⁾ Conf. supra cap. 21, infra VIII cap. 25.

²⁾ Similis demonstratio exstat in Heronis quae feruntur belopoeicis (veterum mathem. op. ed. Thevenot p. 143 sq.), quam passim mutata sub titulo *ὡς Ἡρόων ἐν μηχανικαῖς εἰσαγωγαῖς καὶ ἐν τοῖς βελονοποιαῖς* repetiuit Eutocius in commentariis ad Archim. de sphaera et cylindro p. 438. Sed in utroque libro ipsa Heronis scriptura minus accurate servata esse videtur quam in hac Pappi collectione.

³⁾ Neque hoc loco in Graecis *ἐπὶ τὰ Ε Ζ* nec paulo post *τελευτῶσαι ἀλλήλας κατὰ τὸ Η* addenda esse existinem; namque haec ipse Pappus brevitatis causa omisisse videtur.

τέμνον τὰς ΓΕ ΑΖ, ἄχρῃς οὖν ἡ ἀπὸ τοῦ Η ἀχθεῖσα ἐπὶ τὴν τῆς ΓΕ τομὴν ἴση γέννται τῇ ἀπὸ τοῦ Η ἐπὶ τὴν τῆς ΑΖ τομὴν. γεγενέτω, καὶ ἔστω ἡ μὲν τοῦ κανορίου θέσις ἡ ΒΒΖ, ἴσαι δὲ αἱ ΕΗ ΗΖ· λέγω οὖν ὅτι αἱ ΑΖ ΓΕ μέσαι ἀνάλογόν εἰσιν τῶν ΑΒ ΗΓ. 5

Ἐπεὶ γὰρ ὀρθογωνιόν ἐστιν τὸ ΑΒΓΔ παραλληλό-
γραμμον, αἱ τέσσαρες εὐθεῖαι αἱ ΔΗ ΗΑ ΗΒ ΗΓ ἴσαι
ἀλλήλαις εἰσιν. ἐπεὶ οὖν ἴση ἡ ΔΗ τῇ ΑΗ, καὶ διῆκται
ἡ ΗΖ, τὸ ἄρα ὑπὸ ΔΖΑ μετὰ τοῦ ἀπὸ ΑΗ ἴσον ἐστὶν
τῷ ἀπὸ ΗΖ. διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ τὸ ὑπὸ ΔΕΓ μετὰ τοῦ 10
ἀπὸ ΓΗ ἴσον ἐστὶν τῷ ἀπὸ ΗΕ. καὶ εἰσιν ἴσαι αἱ ΗΕ ΗΖ·
ἴσον ἄρα καὶ τὸ ὑπὸ ΔΖΑ μετὰ τοῦ ἀπὸ ΑΗ τῷ ὑπὸ ΔΕΓ
μετὰ τοῦ ἀπὸ ΓΗ. ὣν τὸ ἀπὸ ΓΗ ἴσον ἐστὶν τῷ ἀπὸ ΗΑ·
λοιπὸν ἄρα τὸ ἐπὶ ΔΕΓ ἴσον ἐστὶν τῷ ἐπὶ ΔΖΑ· ὥς
ἄρα ἡ ΕΑ πρὸς ΑΖ, ἡ ΖΑ πρὸς ΓΕ. ὥς δὲ ἡ ΕΑ πρὸς 15
ΑΖ, ἥ τε ΒΑ πρὸς ΑΖ καὶ ἡ ΕΓ πρὸς ΓΒ, ὥστε ἔσται
καὶ ὥς ἡ ΑΒ πρὸς ΑΖ, ἡ τε ΖΑ πρὸς ΓΕ καὶ ἡ ΓΕ
πρὸς ΓΒ· τῶν ἄρα ΑΒ ΒΓ μέσαι ἀνάλογόν εἰσιν αἱ ΑΖ ΓΕ.
27 ε'. Κύβος δὲ κύβου διπλάσιος οὐ μόνον εὐρίσκεται διὰ
τοῦ ὑποκειμένου ὀργάνου καὶ καθ' ἡμᾶς, ἀλλὰ καὶ καθόλου 20
λόγον ἔχων τὸν ἐπιταχθέντα.

4. Η ἀχθεῖσα ἐπὶ τὴν] tot fere litterae induclae in A, η ἐπὶ τὴν B
Sca, om. S, ἀχθεῖσαι add. Hu 4. ἴσαι δὲ αἱ ΕΗ ΗΖ abundant, ideo-
que suspecta videantur: sed similis pleonasmus infra cap. 97 redit
6. τὸ ΑΒ ΓΔ A, coniunx. BS 8. τῇ αἷ B, τῇ ΑΝ A 10. δὴ BS
ΑΗ A 12. τοῦ ἀπὸ αἷ B³ V² Sca, τοῦ ἀπὸ ΓΗ AB¹ S 13. τοῦ ἀπὸ
γῇ B³ V² Sca, τοῦ ἀπὸ ΓΕ AB¹ S τῷ ἀπὸ ἡα B³ Sca, τῷ ἀπὸ ΗΕ
AB¹ S 16—18. ἥτε ΗΑ πρὸς ΑΖ | πρὸς ΓΕ καὶ ἡ ΓΕ
πρὸς ΓΒ. ὥστε ἔσται καὶ ὥς ἡ ΑΒ πρὸς ΑΖ ἡ τε ΖΑ πρὸς ΓΕ καὶ
ἡ ΓΕ πρὸς ΓΒ A¹ crasis novem fere litteris ab A²; post ἥτε ΗΑ πρὸς
ΑΖ add. A²; καὶ ἡ ΕΓ πρὸς ΓΒ· ὥστε ἔσται καὶ ὥς ἡ ΑΒ πρὸς ΑΖ
ἡ τε ΖΑ; tum sequuntur, ut modo significatum est, pr. m. scripta πρὸς
ΓΕ καὶ ἡ ΓΕ πρὸς ΓΒ; denique ea quae porro A¹ habet, ὥστε usque
ad πρὸς ΓΒ, del. A² 19. ε' om. ABS 19—21. aut negligentissime
haec scripta sunt a Pappo aut corrupta a librarili et hunc fere in mo-
dum restituenda: καθ' ἡμᾶς δὲ διὰ τοῦ ὑποκειμένου ὀργάνου οὐ μόνον
εὐρίσκεται κύβος κύβου διπλάσιος, ἀλλὰ καὶ καθόλου λόγον ἔχων τὸν
ἐπιταχθέντα

Κατεσκευάσθω γὰρ ἡμικύκλιον τὸ $ABΓ$, καὶ ἀπὸ τοῦ A κέντρον πρὸς ὀρθὰς ἀνήχθω ἡ $ΔB$, καὶ κινείσθω κανόνιον τι περὶ τὸ A σημεῖον οὕτως ὥστε τὸ μὲν ἐν πέρασ αὐτοῦ περιεῖσθαι τυλίῳ τινὶ κατὰ τὸ A σημεῖον ἱστῶται, τὸ δὲ λοιπὸν μέρος ὡς περὶ κέντρον τὸ τυλάριον κινεῖσθαι μεταξὺ τῶν $B Γ$. τούτων δὴ κατεσκευασμένον ἐπιτεταχθῶ δύο κύβους εἶρεῖν λόγον ἔχοντας πρὸς ἀλλήλους δοθέντα. καὶ τῷ λόγῳ ὁ αὐτὸς πεποιήσθω ὁ τῆς $ΒΔ$ πρὸς $ΔΕ$, καὶ ἐπιτετεχθεῖσα ἡ $ΓΕ$ ἐκβεβλήσθω ἐπὶ τὸ $Ζ$. παραγέσθω δὲ τὸ κανόνιον μεταξὺ τῶν $B Γ$, ἕως οἷ τὸ ἀπολαμβάνον 10 αὐτοῦ μέρος μεταξὺ τῶν $ΖΕ ΕΒ$ εὐθειῶν ἴσον γένηται τῷ μεταξὺ τῆς $ΒΕ$ εὐθείας καὶ τῆς $BKΓ$ περιφερείας· τοῦτο γὰρ πειράζοντες αἰεὶ καὶ μετάγοντες τὸ κανόνιον ἑρδῶως ποιήσομεν. γερονέντω δὴ, καὶ ἐχέντω θέσιν τὴν $AHΘK$, ὥστε ἴσας εἶναι τὰς $HΘ ΘK$. λέγω ὅτι ὁ ἀπὸ τῆς $ΒΔ$ 15 κύβος πρὸς τὸν ἀπὸ τῆς $ΔΘ$ κύβον λόγον ἔχει τὸν ἐπιτετεχθέντα, ταυτέστιν τὸν τῆς $ΔB$ πρὸς $ΔΕ$.

Νοείσθω γὰρ ὁ κύκλος προσαναπεπληρωμένος καὶ ἐπιτετεχθεῖσα ἡ $ΚΔ$ ἐκβεβλήσθω ἐπὶ τὸ A , καὶ ἐπιτετεχθῶ ἡ AH · παραλληλὸς ἄρα ἐστὶν τῇ $ΒΔ$ διὰ τὸ ἴσην εἶναι 20 τὴν μὲν $KΘ$ τῇ $ΘH$, τὴν δὲ $ΚΔ$ τῇ $ΑΔ$. ἐπιτετεχθῶσαν δὴ καὶ ἡ τε $ΑΔ$ καὶ ἡ $ΑΓ$. ἐπεὶ οὖν ὀρθὴ ἐστὶν ἡ ὑπὸ $ΗΑΔ$ ἐν ἡμικυκλίῳ καὶ κάθετος ἡ $ΑΜ$, ἐστὶν ἄρα ὡς τὸ ἀπὸ $ΑΜ$ πρὸς τὸ ἀπὸ $ΜΑ$, ταυτέστιν ὡς ἡ $ΓΜ$ πρὸς $ΜΑ$, οὕτως τὸ ἀπὸ $ΑΜ$ πρὸς τὸ ἀπὸ $ΜΗ$ (καὶ γὰρ ὡς ἡ $ΑΜ$ 25 πρὸς τὴν $ΜΑ$, οὕτως ἡ $ΜΑ$ πρὸς τὴν $ΜΗ$, ὥστε καὶ ὡς τὸ ἀπὸ $ΑΜ$ πρὸς τὸ ἀπὸ $ΜΑ$, οὕτως τὸ ἀπὸ $ΑΜ$ πρὸς τὸ ἀπὸ $ΜΗ$, καὶ ἡ $ΓΜ$ πρὸς $ΜΑ$). κοινὸς προσκείσθω λόγος ὁ τῆς $ΑΜ$ πρὸς $ΜΗ$. ὁ ἄρα συγχείμενος ἔκ τε τοῦ

2. ἡ AB Hu pro ἡ $BΓ$ collato VIII, 26 et Eutocio 6. τῶν $HΓ$ A, distinx. BS, Item vs. 40 40. ἕως οὗ τὸ in A paene evanuerunt 44. 42. τὸ μεταξὺ A, corr. BSV² 49. ἐπιτετεχθῶ A, corr. BS 24. 22. ἐπιτετεχθῶ δὴ Pappus infra VIII cap. 26 et Eutocius 23. post ἐν ἡμικυκλίῳ add. γὰρ B³, οὕσα Hu 25. καὶ γὰρ ὡς — 28. ἡ $ΓΜ$ πρὸς $ΜΑ$ om. Pappus VIII cap. 26 et Eutocius 29. ὁ ante λόγος additum in ABS del. Hu τοῦ add. B³

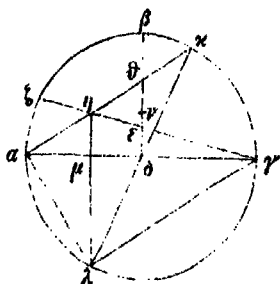
τῆς ΓΜ πρὸς ΜΑ καὶ τοῦ τῆς ΑΜ πρὸς ΜΗ, τοντέστιν ὁ τῆς ΓΜ πρὸς ΜΗ, λόγος ὁ αὐτὸς ἐστὶν τῷ συγκειμένῳ ἔκ τε τοῦ τοῦ ἀπὸ τῆς ΑΜ πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς ΜΗ καὶ ἔκ τοῦ τῆς ΑΜ πρὸς ΜΗ. ὁ δὲ συγκείμενος ἔκ τε τοῦ τοῦ ἀπὸ ΑΜ πρὸς τὸ ἀπὸ ΜΗ καὶ τοῦ τῆς ΑΜ πρὸς ΜΗ⁵ ὁ αὐτὸς ἐστὶν τῷ λόγῳ ὃν ἔχει ὁ ἀπὸ τῆς ΑΜ κύβος πρὸς τὸν ἀπὸ τῆς ΜΗ κύβον· καὶ ὁ τῆς ΓΜ ἄρα πρὸς τὴν ΜΗ λόγος ὁ αὐτὸς ἐστὶν τῷ λόγῳ τοῦ ἀπὸ τῆς ΑΜ κύβου πρὸς τὸν ἀπὸ τῆς ΜΗ κύβον. ἀλλ' ὥς μὲν ἡ ΓΜ πρὸς ΜΗ, οὕτως ἡ ΓΔ πρὸς ΔΕ, τοντέστιν ἡ ΒΔ πρὸς ΔΕ, ὥς δὲ¹⁰ ἡ ΑΜ πρὸς ΜΗ, οὕτως ἡ ΑΔ πρὸς ΔΘ, τοντέστιν ἡ ΔΒ πρὸς ΔΘ· καὶ ὥς ἄρα ἡ ΒΔ πρὸς ΔΕ, τοντέστιν ὥς ὁ δοθεὶς λόγος, οὕτως ὁ ἀπὸ τῆς ΒΔ κύβος πρὸς τὸν ἀπὸ τῆς ΔΘ κύβον. εἰς οὖν ποιήσωμεν καὶ ὥς τὴν ΒΔ πρὸς τὴν ΔΘ, οὕτως τὴν ΔΘ πρὸς ἄλλην τινά, ὅλον τὴν ΔΝ,¹⁵ ἔσονται τῶν ΒΔ ΔΕ δύο μέσαι ἀνάλογον αἱ ΔΘ ΔΝ.

28 ια'. Τὸ δὲ δεύτερον τῶν προβλημάτων ἦν τόδε.

Ἐν ἡμικυκλίῳ τὰς τρεῖς μεσότητας λαβεῖν ἄλλος τις ἔπραξεν, καὶ ἡμικύκλιον τὸ ΑΒΓ ἐκθέμενος, οὗ κέντρον τὸ Ε, καὶ τυχὸν σημεῖον ἐπὶ τῆς ΑΓ λαβὼν τὸ Δ, καὶ ἀπ' αὐτοῦ πρὸς ὀρθὰς ἀγαγὼν τῇ ΕΓ τὴν ΔΒ, καὶ ἐπιζεύξας τὴν ΕΒ, καὶ αὐτῇ κάθετον ἀγαγὼν ἀπὸ τοῦ Δ τὴν ΔΖ, τὰς τρεῖς μεσότητας ἔλεγεν ἀπλῶς ἐν τῷ ἡμικυκλίῳ ἐκτεθεῖσθαι, τὴν μὲν ΕΓ μέσην ἀριθμητικὴν, τὴν δὲ ΑΒ μέσην γεωμετρικὴν, τὴν δὲ ΒΖ ἀρμονικὴν.²⁵

Ὅτι μὲν οὖν ἡ ΒΔ μέση ἐστὶ τῶν ΑΔ ΑΓ ἐν τῇ γεωμετρικῇ ἀναλογίᾳ, ἡ δὲ ΕΓ τῶν ΑΔ ΑΓ ἐν τῇ ἀριθμητικῇ μεσότητι, φανερόν. ἔστι γὰρ ὥς μὲν ἡ ΑΔ πρὸς ΑΒ, ἡ ΑΒ πρὸς ΑΓ, ὥς δὲ ἡ ΑΔ πρὸς ἑαυτήν, οὕτως ἡ τῶν ΑΔ ΑΕ ὑπεροχή, τοντέστιν ἡ τῶν ΑΔ ΕΓ, πρὸς τὴν τῶν³⁰ ΕΓ ΓΑ. πῶς δὲ καὶ ἡ ΖΒ μέση ἐστὶν τῆς ἀρμονικῆς

1. τοῦ ante τῆς ΑΜ et 3. ante ἀπὸ τῆς ΑΜ add. Ilu 4. τοῦ ante τοῦ ἀπὸ add. B³ 7. ἄρα πρὸς τὴν B³ Scu, ἄρα πρὸς τῇ Α(S), omisit et haec et alla B¹ 14. ἐὰν οὖν et cetera om. Pappus l. c. et Eutocius 15. τὴν δν B³ V² pro τὴν ΑΜ (ad DX Co) 16. τῶν B. l. ΑΜ AB'S, corr. B³ Scu l'o et ΑΘ ΑΗ AB'S, corr. B³ 17. ΓΑ



$$\frac{\gamma\mu}{\mu\alpha} \cdot \frac{\alpha\mu}{\mu\eta} = \frac{\alpha\mu^2}{\mu\eta^2} \cdot \frac{\alpha\mu}{\mu\eta}, \text{ id est}$$

$$\frac{\gamma\mu}{\mu\eta} = \frac{\alpha\mu^3}{\mu\eta^3}. \text{ Sed est } \frac{\gamma\mu}{\mu\eta} = \frac{\gamma\delta}{\delta\epsilon} =$$

$$\frac{\beta\delta}{\delta\epsilon}, \text{ et } \frac{\alpha\mu}{\mu\eta} = \frac{\alpha\delta}{\delta\theta} =$$

$$\frac{\beta\delta}{\delta\theta}; \text{ ergo etiam}$$

$\frac{\beta\delta}{\delta\epsilon} = \frac{\beta\delta^3}{\delta\theta^3}$; est autem $\beta\delta : \delta\epsilon$
data proportio. Si igitur fece-
rimus ut $\beta\delta$ ad $\delta\theta$, ita $\delta\theta$ ad

aliam quandam velut $\delta\nu$, erunt rectarum $\beta\delta$ $\delta\epsilon$ duae mediae proportionales $\delta\theta$ $\delta\nu$).

XI. Secundum problema¹⁾ hoc erat.

In semicirculo tres medietates sumendas esse alius quidam proposuit, ac postquam semicirculum $\alpha\beta\gamma$, cuius centrum erat ϵ , descripsit, et in recta $\alpha\gamma$ quodvis punctum δ sumpsit, et inde rectae $\epsilon\gamma$ perpendiculararem erexit $\delta\beta$, et rectam $\epsilon\beta$ iunxit, eique perpendiculararem a puncto δ rectam $\delta\zeta$ duxit,

tres medietates in semicirculo simpliciter expositas esse contendebat; nam $\epsilon\gamma$ esse mediam arithmetica, tum $\delta\beta$ mediam geometricam, denique $\beta\zeta$ harmonicam.

Iam vero $\beta\delta$ mediam esse rectarum $\alpha\delta$ $\delta\gamma$ in geometrica analogia, et $\epsilon\gamma$ rectarum $\alpha\delta$ $\delta\gamma$ in arithmetica medietate manifestum est. Namque est $\alpha\delta : \delta\beta = \delta\beta : \delta\gamma$, et (quo arithmetica medietas demonstretur) $\frac{\alpha\delta}{\alpha\delta} = \frac{\alpha\delta - \alpha\delta}{\epsilon\gamma - \gamma\delta} = \frac{\alpha\delta - \epsilon\gamma}{\epsilon\gamma - \gamma\delta}$. Sed quomodo etiam $\beta\zeta$ media in harmonica medietate, vel qualium

^{*)} Nam quia est $\beta\delta^3 : \delta\theta^3 = \beta\delta : \delta\epsilon$, propter elem. 11, 33 cum coroll. est $\beta\delta : \delta\theta = \delta\theta : x = x : \delta\epsilon$, et est x , sive ut Pappus ait, $\delta\nu$ data, quoniam data est et proportio $\beta\delta : \delta\theta$ et ipsa $\delta\theta$ (dat. 2).

¹⁾ Conf. supra p. 34 adnot. 1.

A¹ in marg. (S), om. B 49. 20. $\alpha\epsilon\gamma\epsilon\alpha\gamma$ τὸ β AB¹S, corr. B³
24. $\tau\eta\eta\ \mu\epsilon\tau\ \epsilon\alpha$ ABS, corr. Co 27. $\eta\ \delta\epsilon\ \alpha\epsilon$ ABS, corr. Co 28. η
ante 1.1 add. S

μεσότητος, ἢ ποίων εὐθειῶν, οὐκ εἶπεν, μόνον δὲ ὅτι τρίτη ἀνάλογόν ἐστιν τῶν EB BA , ἀγνοῶν ὅτι ἀπὸ τῶν EB BA BZ ἐν τῇ γεωμετρικῇ ἀναλογίᾳ οὐσῶν πλάσσεται ἡ ἀρμονικὴ μεσότης. δεικνύσεται γὰρ ὑφ' ἡμῶν ὕστερον ὅτι δύο αἱ EB καὶ τρεῖς αἱ AB καὶ μία ἡ BZ ὥς μία συντεθεῖσαι ⁵ ποιοῦσι τὴν μείζονα ἄκρην τῆς ἀρμονικῆς μεσότητος, δύο δὲ αἱ BA καὶ μία ἡ BZ τὴν μέσην, μία δὲ ἡ BA καὶ μία ἡ BZ τὴν ἐλαχίστην.

- 29 Πρότερον δὲ διαληπτέον περὶ τῶν τριῶν μεσοτήτων [καὶ μετὰ ταῦτα περὶ τῶν ἐν ἡμικυκλίῳ], εἴτα περὶ τῶν ¹⁰ ἀντικειμένων αὐταῖς ἄλλων τριῶν κατὰ τοὺς παλαιούς, καὶ ὕστερον περὶ τῶν παρὰ τοῖς νεωτέροις τεσσάρων ἀκολουθῶς ταῖς γνώμαις αὐτῶν, καὶ ὥς δυνατόν ἐστιν ἐκάστην τῶν δέκα μεσοτήτων διὰ τῆς γεωμετρικῆς ἀναλογίας εὐρίσκειν, ἵνα καὶ τὸν προκείμενον ἔλεγχον διὰ πλειόνων συστησώμεθα. ¹⁵

Περὶ τῶν τριῶν μεσοτήτων.

- 30 ιβ'. Διαφέρει τοίνυν μεσότης ἀναλογίας τῷδε ὅτι εἰ μὲν τί ἐστιν ἀναλογία, τοῦτο καὶ μεσότης, οὐ μὴν καὶ ἀνάπαλιν. μεσότητες γάρ εἰσι τρεῖς, ὧν ἡ μὲν ἀριθμητικὴ, ἡ δὲ γεωμετρικὴ, ἡ δὲ ἀρμονικὴ. ²⁰

Αριθμητικὴ μὲν οὖν λέγεται μεσότης, ὅταν τριῶν ὄντων ὅρων ὁ μέσος τῷ ἴσῳ ἐνὸς μὲν τῶν ἄκρων ὑπερέχῃ, ὑπερέχῃται δὲ ὑπὸ τοῦ λοιποῦ (ὥς ἔχει ὁ ζ' πρὸς τὸν θ' καὶ τὸν γ' ἀριθμόν), ἢ ὅταν ἢ ὥς ὁ πρῶτος ὅρος πρὸς αὐτὸν, ἢ πρώτη ὑπεροχὴ πρὸς τὴν δευτέραν. [πρῶτα δὲ ἀκούειν ²⁵ δεῖ τὰ ὑπερέχοντα.]

Γεωμετρικὴ δὲ λέγεται μεσότης, τουτέστιν ἀναλογία κυρίως, ὅταν ἢ ὥς ὁ μέσος ὅρος πρὸς ἕνα τῶν ἄκρων, οὕτως ὁ λοιπὸς πρὸς τὸν μέσον (ὥς ἔχει ὁ ζ' ἀριθμὸς πρὸς τε τὸν ιβ' καὶ τὸν γ'), καὶ ἄλλως· ὅταν ἢ ὥς ὁ πρῶτος ὅρος πρὸς τὸν δευτέρον, ἢ πρώτη ὑπεροχὴ πρὸς τὴν δευτέραν.

1. δὲ ὅτι Hu pro διότι 2. τῶν EB BA ABS, corr. Hu auctore Co
3. καὶ τρεῖς Hu pro καὶ αἱ τρεῖς 7. μία δὲ Hu auctore Co pro μέαν
δὲ 40. καὶ μετὰ — ἡμικυκλίῳ del. Hu 17. IB A^1 in marg. (S),

rectarum media esset, non dixit; sed tantummodo hanc esse tertiam proportionalem rectarum $\epsilon\beta$ $\beta\delta$ significavit, ab ipsis $\epsilon\beta$ $\beta\delta$ $\beta\zeta$, quae in geometrica sunt proportione, harmonicam medietatem formari nesciens. Infra enim (*propos. 20*) a nobis demonstrabitur in harmonica medietate esse

$$\text{maiores extrematē} = 2\epsilon\beta + 3\delta\beta + \beta\zeta$$

$$\text{medium terminum} = 2\delta\beta + \beta\zeta$$

$$\text{minimum terminum} = \delta\beta + \beta\zeta.$$

Primum autem de *his ipsis* tribus medietatibus, tum de aliis tribus, quae apud veteres his opponuntur, disserendum est; denique de quattuor illis, quae sunt apud recentiores, secundum ipsorum sententias *dicemus*, et, quomodo unaquaeque e decem medietatibus per geometricam analogiam inveniri possit, *exponemus*, quo copiosius hanc quam ingressi sumus demonstrationem persequamur.

DE TRIBUS MEDIETATIBUS.

XII. Differt igitur medietas ab analogia eo, quod quidem omnis analogia in medietas est, minime autem contra. Etenim medietates tres sunt: arithmetica, geometrica, harmonica.

Arithmetica medietas dicitur, si, tribus positis terminis, aequalis differentia est inter medium terminum unumque extremum atque inter alterum extremum mediumque (velut 6 eodem differt a 9 et a 3), vel si primus terminus ad se ipsum eadem proportione est ac prima differentia ad secundam.

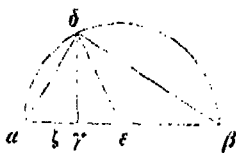
Geometrica medietas dicitur, si medius terminus ad unum extremum eadem proportione est atque alter ad medium (velut $6 : 12 = 3 : 6$), et aliter: si primus terminus ad secundum eadem proportione est ac prima differentia ad secundam.

om. B et A^2 in rasura 24. γ S, $\tau\epsilon\lambda\alpha$ AB η $\acute{\omega}\varsigma$ $\acute{o}$ B (η $\acute{\omega}\varsigma$ B³ in rasura), $////$ A, η $\acute{\omega}\varsigma$ (sine $\acute{o}$, S $\alpha\upsilon\tau\acute{o}\nu$ ABS, corr. Hu auctore Co
25. 26. $\pi\acute{\rho}\omega\tau\alpha$ — $\epsilon\pi\iota\tau\epsilon\lambda\epsilon\gamma\omicron\upsilon\tau\alpha$ interpolatori tribuit Hu (vide p. 87 adnot. 4) 28. $\acute{o}$ ante $\mu\acute{\epsilon}\sigma\sigma\acute{o}\varsigma$ om. S 30. $\tau\acute{o}\nu$ $\delta\omega\delta\epsilon\kappa\alpha$ (sine acc.)
 $\kappa\alpha\iota$ $\tau\acute{o}\nu$ $\tau\epsilon\lambda\alpha$ A(B), numerales notas restituit S

Ἰσχυρίζηται δὲ ἔσται μεσότης, ὅταν ὁ μέσος ὕψος τῇ αὐτῇ μέρει ὑπερέχη μὲν ἐνὸς τῶν ἄκρων, ὑπερέχηται δὲ ὑπὸ τοῦ λοιποῦ ὡς ἔχει ὁ γ' ἀριθμὸς πρὸς τοὺς β' καὶ τὸν δ', ἢ ὅταν ἢ ὡς ὁ πρῶτος ὕψος πρὸς τὸν τρίτον, ἢ πρώτη ὑπεροχὴ πρὸς τὴν δευτέραν. 5

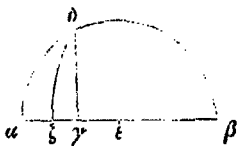
Τοιούτων ὑποκειμένων εἰρήσομεν ὁμοῦ τὰς τρεῖς μεσότητας ἐν ἐλαχίσταις ἐξοθέαις πέντε τὸν ἀριθμὸν προγραφήτων τῶνδε.

- 31 Ἐστω δὲ πρῶτον δοθεισῶν τῶν AB $BΓ$ μέσην εὑρεῖν κατὰ τὴν γεωμετρικὴν ἀναιολογίαν. 10



Ἐχθῶ πρὸς ὀρθὰς ἡ $ΓΔ$, καὶ δίχα τετμήσθω ἡ AB τῇ E , καὶ περὶ κέντρον τὸ E διὰ τοῦ B περιφέρεια γραφεῖσα τεμνέτω τὴν πρὸς ὀρθὰς κατὰ τὸ $Δ$, καὶ τῇ τὰ B $Δ$ ἐπιζευγνύουσα ἴση ἀφηρέσθω ἡ BZ , καὶ γίνεται ἡ ζητούμενη μέση ἡ BZ . ἐπιζευχθεῖσα γὰρ ἡ $ΔΔ$ ὀρθὴν περιέχει γωνίαν μετὰ τῆς $BΔ$ διὰ τὸ ἴσην εἶναι ἑκατέραν τῶν BE EA τῇ ἐπιζευγνύουσῃ τὰ $ΔB$. ἔστιν δὲ καὶ ἡ πρὸς τῇ $Γ$ ὀρθή. καὶ ἰσογώνιον ἄρα τὸ $ABΔ$ τρίγωνον 20 τῷ $BΓΔ$, καὶ διὰ τοῦτο αἱ περὶ τὴν κοινὴν αὐτῶν γωνίαν τὴν πρὸς τῷ B πλευραὶ ἀνάλογόν εἰσιν· ὡς ἄρα ἡ AB πρὸς AB , ἡ $BΔ$ πρὸς $BΓ$, καὶ μέση τῶν AB $BΓ$ ἡ $BΔ$ ἴση τῇ BZ .

- 32 γ'. Ἐστω δὲ δοθεισῶν τῶν AB BZ τὴν ἐλάσσονα ἄκρον λαβεῖν. 25



Τετμήσθω·δίχα ἡ AB τῇ E , καὶ περὶ κέντρον τὸ E διὰ τοῦ B περιφέρεια γεγράφθω, καὶ αὕτη τετμήσθω ὑπὸ τῆς διὰ τοῦ Z περὶ κέντρον τὸ B γραφομένης περιφερείας κατὰ τὸ $Δ$, καὶ κάθετος ἔχθῃ

3. $\bar{\epsilon}$ B^3 pro $\bar{\Delta}$ (idem tacite corr. Co) 19. τὰ AE ABS , distinx. Hu 23. πλευραὶ B^3 pro πλευρὰν (idem tacite corr. Co) 24. γ' add. Hu ἐλάττωμα AB , corr. S 28. αὕτη B , αὕτη sine spir. et acc. A, αὐτὴ S 29. διὰ B^3 Scn , α A , α S , δ + B^1

Harmonica est medietas, si medius terminus eadem parte superat unum extremum ac superatur ab altero extremo (velut 3 superat 2 dimidiâ huius parte et superatur a 6 dimidiâ numeri 6 parte), vel si primus terminus ad tertium eadem proportionem est ac prima differentia ad secundam¹⁾.

His definitis tres simul medietates inveniemus in minimis quinque rectis lineis (*propos. 15*), postquam haec praemiserimus.

Primum igitur propositum sit, datis rectis $\alpha\beta$ $\beta\gamma$, me- Prop. 6
diam in geometrica analogia invenire.

Ducatur perpendicularis $\gamma\delta$, et bifariam secetur $\alpha\beta$ in puncto ϵ , et circa centrum ϵ circumferentia per β descripta secet perpendicularem in δ , et rectae puncta β δ iungenti aequalis abscindatur $\beta\zeta$; iam fit media quam quaerimus $\beta\zeta$. Nam iunctâ $\delta\alpha$ angulus $\alpha\delta\beta$ rectus est, quoniam est $\beta\epsilon = \epsilon\alpha = \delta\epsilon^*)$. Sed etiam angulus $\beta\gamma\delta$ rectus est; ergo triangulum $\alpha\beta\delta$ simile triangulo $\delta\beta\gamma$, ideoque latera circa communem eorum angulum β proportionalia sunt, id est $\alpha\beta : \delta\beta = \delta\beta : \beta\gamma$, sive rectarum $\alpha\beta$ $\beta\gamma$ media proportionalis est $\beta\delta$, quae aequalis est ipsi $\beta\zeta$.

XIII. Propositum autem sit datis rectis $\alpha\beta$ $\beta\zeta$ minorem Prop. 7
extremam in geometrica analogia sumere.

Bifariam secetur $\alpha\beta$ in puncto ϵ , et circa centrum ϵ per punctum β circumferentia describatur, et hanc circumferentia per punctum ζ circa centrum β descripta secet in puncto δ , et ducatur $\delta\gamma$ perpendicularis ad $\alpha\beta$; iam rectarum

1) Formulas igitur hasce proponit Pappus: primum in progressionem quae descendere sive ad minus vergere dicitur, positis ternis membris a b c , notationes esse

$$\left. \begin{array}{l} \text{arithmeticae medietatis } a : a \\ \text{geometricae} \quad \quad \quad a : b \\ \text{harmonice} \quad \quad \quad a : c \end{array} \right\} = \frac{a-b}{b-c};$$

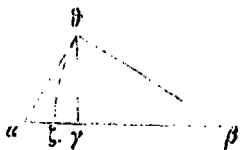
at in crescente progressionem similes esse formulas membrorum differentiarum vicissim positâ.

*) Hoc voluit dicere: quoniam ex constructione punctum δ est in circumferentia semicirculi, cuius diametrus est $\alpha\beta$ et centrum ϵ .

ἡ $ΑΓ$, καὶ γίνεται τῶν $ΑΒ ΒΖ$ τρίτη ἀνάλογον ἡ $ΒΓ$. δεί-
κνται γὰρ ὁμοίως [κατὰ τὰ αὐτὰ] τοῖς προειρημένοις ἐπὶ
τῆς μέσης.

[Καὶ φανερὸν ὅτι, ἐὰν μὲν ὁ δοθεὶς τῆς ἀναλογίας λόγος
ἢ διπλάσιος, ὥστε τὴν $ΑΒ$ τῆς $ΒΓ$ τετραπλασίαν εἶναι, ἢ ὅ-
ῤῃ τῇ $ΙΒ$ τιθεμένη διχοτομία ἐστὶν τῆς $ΑΒ$, τυντέστιν
ἡ $ΕΒ$ ἐστὶν, ἐὰν δὲ μείζων ἢ διπλάσιος ὁ λόγος ἢ, ἐλάσσων
ἐστὶ τῆς ἡμισείας, ἐὰν δὲ ἐλάσσων ἢ τοῦ διπλασίου, μείζων
ἐστὶν τῆς $ΕΒ$ ἡμισείας.]

33 "Ἐστω δὲ νῦν δοθεισῶν τῶν $ΖΒ ΒΓ$ τὴν μείζονα ἄκραν¹⁰
εἰρεῖν.



"Ἐχθω δὲ πρὸς ὀρθὰς ἡ $ΓΘ$,
καὶ περὶ κέντρον τὸ $Β$ διὰ τοῦ $Ζ$
γραφομένη περιφέρεια τιμνέτω αὐ-
τὴν κατὰ τὸ $Θ$, καὶ τῇ $ΒΘ$ ἐπι-
15 ζευθείσῃ πρὸς ὀρθὰς ἤχθω ἡ $ΑΘ$.
γίνεται δὲ ἡ $ΑΒ$ τρίτη ἀνάλογον
τῶν $ΓΒ ΒΖ$. καὶ γὰρ τοῦτο φανερὸν ἐκ τῶν προδεδειγ-
μένων.

34 ιδ'. Πάλιν ἔστωσαν δύο εἰθεῖαι αἱ $ΑΒ ΒΓ$, καὶ πρὸς²⁰
ὀρθὰς τῇ $ΑΒ$ ἡ $ΑΔΕ$, ὥστε ἴσην εἶναι τὴν $ΑΔ$ τῇ $ΑΕ$,
καὶ ἐπιζεύχθωσαν αἱ $ΒΔ ΕΓΖ$, καὶ ἀπὸ τοῦ $Ζ$ κάθετος
ἐπὶ τὴν $ΓΒ$ ἡ $ΖΗ$. ὅτι ἐστὶν ὡς ἡ $ΑΒ$ πρὸς $ΒΗ$, οὔτως
ἡ τῶν $ΑΒ ΒΓ$ ὑπεροχὴ πρὸς τὴν τῶν $ΓΒ ΒΗ$ ὑπεροχὴν.

Ἐπεὶ γάρ ἐστὶν ὡς ἡ $ΑΒ$ πρὸς $ΒΗ$, ἡ $ΑΔ$ πρὸς $ΖΗ$,²⁵
τουτέστιν ἡ $ΑΕ$ πρὸς $ΖΗ$ ἴση γάρ ἐστὶν ἡ $ΑΕ$ τῇ $ΑΔ$,
καὶ ὡς ἄρα ἡ $ΑΒ$ πρὸς $ΒΗ$, οὔτως ἡ $ΑΕ$ πρὸς $ΖΗ$. ἀλλ'
ὡς ἡ $ΑΕ$ πρὸς $ΖΗ$, οὔτως ἡ $ΑΓ$ πρὸς $ΓΗ$ διὰ τὸ ἴσο-

1. ἡ $βγ$ B^3 Sea C^o , ἡ $B.I$ AB^1S 2. κατὰ τὰ αὐτὰ del. Hu
4—9. haec alienum a Pappo stilum productum 4. initio notam $γ'$
add. S 6. ἴση A , corr. BS τῇ om. AB^1S , add. B^1 Sea πρὸς
διχοτομίας B^4 7. ἡ ante διπλ.] ἡ A^1 , ἡ A^2 12. ἡ $γδ$ B^3 14. αὐ-
τῆς A , corr. BS 15. κατὰ τὸ $δ$ καὶ τῇ $βδ$ B^3 16. ἡ $αδ$ B^3
20. $I.I$ A^1 in marg., om. BS 22. $γζ$ B^3 pro $ΓΖ$ (idem tacite corr.
 Co) 23. $λέγω$ ante ὅτι add. B^1 27. 28. ἀλλ' ὡς ἡ $ΑΕ$ πρὸς $ΖΗ$
 A^2 in marg. BS , om. A^1

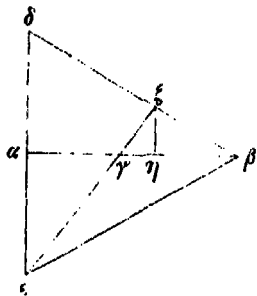
$\alpha\beta$ $\beta\zeta$ tertia proportionalis fit $\beta\gamma$. Demonstratio enim similis est superiori de media *proportionali*.

[Et manifestum est, si data analogiae proportio dupla sit, ita ut $\alpha\beta$ sit quadrupla $\beta\gamma$, rectam quae aequalis rectae $\beta\delta$ ponitur dimidiam esse $\alpha\beta$, videlicet ipsam $\alpha\beta$; si autem maior quam dupla proportio sit, eandem esse minorem quam dimidiam; denique, si proportio minor quam dupla sit, eandem maiorem esse quam dimidiam.]

Iam propositum sit datis rectis $\beta\zeta$ $\beta\gamma$ maiorem extre- Prop. 8
mam in *geometrica analogia* invenire.

Ducatur perpendicularis $\gamma\theta$, et hanc circumferentia circa centrum β per ζ descripta secet in puncto θ , et iunctae $\beta\theta$ perpendicularis ducatur $\alpha\theta$; fit igitur $\alpha\beta$ tertia proportionalis rectarum $\beta\gamma$ $\beta\zeta$. Nam hoc quoque manifestum est ex iis quae supra demonstravimus.

XIV. *Datis rectis $\alpha\beta$ $\beta\gamma$ minor extrema in harmonica* Prop. 9
medietate inveniantur γ .



Rursus sint *datae* duae rectae $\alpha\beta$ $\beta\gamma$, et ipsi $\alpha\beta$ perpendicularis ducatur recta $\delta\alpha\epsilon$, ita ut sit $\delta\alpha = \alpha\epsilon$, et iungantur rectae $\beta\delta$ $\epsilon\gamma\zeta$, et a puncto ζ perpendicularis ad $\gamma\beta$ ducatur $\zeta\eta$; dico esse $\frac{\alpha\beta}{\beta\eta} = \frac{\alpha\beta - \beta\gamma}{\gamma\delta - \beta\eta}$.

Quoniam enim *propter parallelas* $\delta\alpha$ $\zeta\eta$ est

$\alpha\beta : \beta\eta = \delta\alpha : \zeta\eta = \alpha\epsilon : \zeta\eta$ (est enim $\delta\alpha = \alpha\epsilon$), et propter similitudinem triangulorum $\alpha\gamma\epsilon$ $\gamma\eta\zeta$

$\alpha\epsilon : \zeta\eta = \alpha\gamma : \gamma\eta$, est igitur etiam

†; Hinc usque ad propositionem 15, quid quoque loco propositum sit, in Graecis non legitur; addidit Commandinus, cuius verba nos paucis mutatis repetivimus.

γώνια εἶναι τὰ τρίγωνα $\triangle AΓE$ $\triangle ΓZH$. ἔστιν ἄρα καὶ ὡς AB πρὸς BH , οὕτως ἢ $AΓ$ πρὸς $ΓH$. καὶ ἔστιν ἡ μὲν $AΓ$ ὑπεροχὴ τῶν AB BF , ἡ δὲ $ΓH$ ὑπεροχὴ τῶν $ΓB$ BH . ἔστιν ἄρα ὡς ἰ AB πρὸς BH , οὕτως ἢ τῶν AB BF ὑπεροχὴ πρὸς τὴν τῶν $ΓB$ BH ὑπεροχὴν. [τοῦτο δὲ τὸ θεώ-5 ρημα χρησίμὸν ἐστὶν εἰς τὴν ἀρμονικὴν μεσότητα· πρώτη γὰρ ἐστὶν ἡ AB , δευτέρα ἡ BF , τρίτη ἡ BH .]

- 35 Ἐὰν δὲ αἱ AB BH δοθῶσιν ἄκραι, ζητῶμεν δὲ τὴν μέσην, ἐπιζεύξαντες τὴν BA , καὶ πρὸς ὁρθὰς ἄξαντες ἀπὸ τοῦ H τὴν ZH , καὶ ἀπὸ τοῦ Z ἐπὶ τὸ E ἐπιζεύξαντες 10 τὴν $ZΓE$, ἔξωμεν τὴν $ΓB$ μέσην τῶν AB BH . καὶ ἡ ἀπό-δειξις φανερά.

- 36 ιε'. Δοθεισῶν δὲ τῶν EB BI τὴν μείζονα ἄκραν εὐ-
ρήσομεν ἀπὸ τοῦ E πρὸς ὁρθὰς ἄξαντες τὴν AEZ καὶ ἴσας
θέντες τὰς AE EZ , καὶ τὰς BZ BI ἐπιζεύξαντες καὶ ἐκ-15
βαλόντες ἐπὶ τὸ H . ἡ γὰρ ἀπὸ τοῦ H ἐπὶ τὴν BF ἐκ-
βληθεῖσαν κάθετος ἀγόμενη $HΘ$ ἴσην ἀποτεμένει τῇ ζητου-
μένῃ τὴν OB . [συμπεσπύνται γὰρ αἱ $ΓA$ BZ ὡς ἐπὶ τὸ H
ἡγμέναι· δεῖ γὰρ ἐκτιθέσθαι τὴν BE μείζονα τῆς BF .]

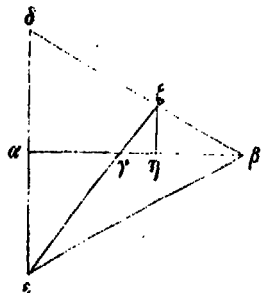
- 37 ις'. Ὑποὶ πάλιν δοθεισῶν εὐθειῶν τῶν AB $Γ$, ὧν μεί-20
ζων ἡ AB , μέσην ἐν ἴσῃ ὑπεροχῇ εὐρήσομεν οὕτως. κείσθω
τῇ $Γ$ ἴση ἡ AB , καὶ ἡ AA δίχα τετμήσθω κατὰ τὸ E , καὶ
τῇ EB ἴση κείσθω ἡ Z . καὶ φανερὸν ὅτι ἡ Z ἐστὶν ἡ
ζητούμενη εὐθεῖα.

3. τοῦτο — 7. ἡ BH interpolatori tribuit Hu 7. ἡ AB B HBF
 $Γ$ ἡ BH A (item B , nisi quod hic distinxit ἡ $\beta\gamma$). δευτέρα et τρίτη
restituit S 43. IE A^1 in marg., om. BS τῶν EB BF Hu pro
τῶν $ΓB$ BE 44. AEZ Hu pro EIZ 47. $\eta\theta$ B^4 pro ἡ θ
18. 19. συμπεσπύνται γὰρ col. scholii instar ab aliquo Pappi interprete
addita idem diserte monent quod tacite Pappus supposuit 18. συμ-
πεσπύνται B , convenient Co ; octo fero litterae obductae in A , quas ex-
cipit αὐται non satis perspicue scriptum; eandem scripturam post la-
cunam significat S 48. 49. ἐπὶ τὸ H ἡγμέναι Hu pro ἐπὶ τὰ H μέση
49. ὑποτίθεσθαι τὴν B et codex Commandini, ὑπὸ τί ac deinde initio
versus decem fere litteras obductas habet A , ὑπο τί S
 BE seorsim agnoscitur in A , om. B^1S , $\beta\gamma$ add. B^4 et codex Commandini
τῆς $\epsilon\gamma$ Co , τῆς $\theta\Gamma$ AB^1S cod. Comm., τῆς $\beta\epsilon$ B^4 20. $I\varsigma$ A^1 in marg.

$\alpha\beta : \beta\eta = \alpha\gamma : \gamma\eta$. Et est $\alpha\gamma = \alpha\beta - \beta\gamma$, et $\gamma\eta = \gamma\beta - \beta\eta$; ergo etiam

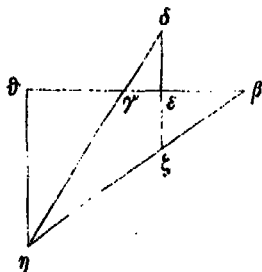
$$\alpha\beta : \beta\eta = \frac{\alpha\beta - \beta\gamma}{\gamma\beta - \beta\eta}.$$

Datis rectis $\alpha\beta$ $\beta\eta$ media in Prop. harmonica medietate inveniuntur. 10



Si autem $\alpha\beta$ $\beta\eta$ extremae datae erunt et mediam nos quaerimus, iuncta $\beta\delta$ a puncto η rectae $\alpha\beta$ perpendiculararem ducemus $\eta\zeta$, et a ζ ad ϵ iungemus rectam $\zeta\epsilon$; sic habebimus ipsam $\gamma\beta$ mediam rectarum $\alpha\beta$ $\beta\eta$. Et manifesta est demonstratio.

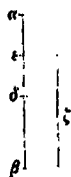
XV. Datis rectis $\epsilon\beta$ $\beta\gamma$ maior extrema in harmonica medietate inveniuntur. Prop. 11



Datis autem $\epsilon\beta$ $\beta\gamma$ maiorem extremam inveniemus, si a puncto ϵ rectae $\beta\gamma$ perpendiculararem ducemus rectam $\delta\epsilon\zeta$, ita ut sit $\delta\epsilon = \epsilon\zeta$, et iunctas $\beta\zeta$ $\delta\gamma$ producemus ad η . Nam perpendicularis $\eta\delta$, ab η ad $\beta\gamma$ protractam ducta, abscondit rectam $\delta\beta$ aequalem ei quam quaerimus. [Concurrent enim $\delta\gamma$ $\beta\zeta$ versus punctum η

ductae; scilicet $\beta\epsilon$ maior quam $\epsilon\gamma$ supponenda est.]

XVI. Datis rectis $\alpha\beta$ γ media in arithmetica medietate inveniuntur. Prop. 12



Rursus datis duabus $\alpha\beta$ γ , quarum maior $\alpha\beta$, mediam in aequali differentia sic inveniemus. Ponatur rectae γ aequalis $\beta\delta$, et $\delta\alpha$ bifariam secetur in ϵ , et rectae $\epsilon\beta$ aequalis ponatur ζ . Et apparet ζ esse eam rectam quam quaerimus.

(S), om. B τὼν ABΓ A, distinx. BS 22. ἡ δὲ Bβ, ἡ δὲ ABΓS, ἡ βδ C'ο xαρά add. C'ο τὸ ε C'ο, τὼν EA ABΓS, τῶν ε Bβ

- 38 Ὅμοίως δὲ καὶ αἱ ZI δοθῶσιν, τὴν ὑπεροχὴν αὐτῶν προσθέντες τῇ Z τὴν γενομένην ἔξομεν ἴσιν τῇ AB .
- 39 Ἡ πάλιν ἐὰν αἱ ABZ δοθῶσιν, ἡ ὑπεροχὴ αὐτῶν ἀπὸ τῆς Z ἀφαιρεθεῖσα ποιεῖ τὴν I τρίτην.
- 40 Ἐστω οὖν ἡ Z μέση τῶν AB Γ ἐν ἴσῃ ὑπεροχῇ· καὶ ὅτι ἔσται ἀριθμητικὴ μεσότης τῶν ABZ Γ εὐθειῶν. γεγενησθω δὲ καὶ ὥς ἡ Z πρὸς τὴν Γ , ἡ Γ πρὸς H · καὶ ἔσται τῶν ZI H εὐθειῶν γεωμετρικὴ μεσότης, τουτέστιν ἀναλογία κυρίως. καὶ διὰ τὸ προδειχθὲν δύο εὐθειῶν τῶν ΓH , ὧν μείζων ἡ Γ , τὴν Θ ποιησώμεθα, ὥστ' εἶναι ὡς 10 τὴν Γ πρὸς τὴν Θ , οὕτως τὴν τῶν ΓH ὑπεροχὴν πρὸς τὴν τῶν $H \Theta$ ὑπεροχὴν, ἔσται ἄρα καὶ τῶν $\Gamma H \Theta$ εὐθειῶν ἀρμονικὴ μεσότης. ὁ αὐτὸς δὲ λόγος τῆς AB πρὸς τὴν Γ , καὶ τῆς Γ πρὸς τὴν Θ , τῶν ἄκρων ἤρων ἐστὶ τε τῆς ἀριθμητικῆς μεσότητος καὶ τῆς ἀρμονικῆς· ἔσονται οὖν πέντε 15 τὸν ἀριθμὸν ἐλάχιστοι εὐθεῖαι περιέχονσαι τὰς τρεῖς μεσότητας δυνάμεναι καὶ ἀσύμμετροι εἶναι πρὸς ἀλλήλους].
- 41 Ἀμα καὶ δι' ἀριθμῶν ἐλαχίστων πέντε συνίστασθαι κατὰ τε τοὺς πολλαπλασίους λεγομένους λόγους καὶ ἐπιμορίους καὶ τοὺς λειπούς, ἀδιαιρέτου γοῦν τῆς μονάδος 20 ὑποκειμένης. ἐπὶ μὲν γὰρ τοῦ διπλασίου λόγου τῆς AB πρὸς τὴν Γ [ἐν διπλασίῳ λόγῳ δοθείσης] ὑποδείγματος

1. αἱ ZI A , distinx. BS 3. αἱ add. Hu ABZ A , $\alpha \beta \zeta$ BS, corr. Co 5. τῶν AB I A , τῶν $\alpha \beta \gamma$ BS, corr. Co 6. τῶν AB ZI ABS , distinx. Co 8. τῶν ZI H A , distinx. BS 9. 10. τῶν ΓH ὧν μείζων HI A , distinx. BS 10. ποιησώμεθα Hu pro πορισώμεθα ὥστ' A , ὥστε B, ὡς S 11. τὴν τῶν γ η B^4 , τὴν ΓH AS , τὴν γ η B^1 12. ante τῶν $H\Theta$ add. Θ οὕτως ὁ (ὁ del. A^2 , ἡ add. S) τὴν ΓH ὑπεροχὴν πρὸς τὴν AS , Θ οὕτως τὴν add. B^1 , del. B^4 [erratum igitur partim correxit B^1 , partim B^4] 13. τῶν $H\Theta$ A , distinx. BS ἄρα Hu pro μὲν τῶν $\Gamma H\Theta$ A , distinx. BS 17. δυνάμεναι — ἀλλήλους] vera haec sunt; nec tamen ab ipso Pappo scripta, sed ab interprete addita esse videntur 18. Ἀμα καὶ etc.] haec usque ad cap. 42 extremum Pappi collectioni ab alio scriptore interserta esse videntur Ἀμα] Ἐστω δὲ conl. Hu πέντε S, $\bar{E}$ AB 20. γοῦν Hu, nimirum Co, οὖν ABS 22. ἐν — δοθείσης del. Hu auctore Co (alia est ratio loci qui sequitur p. 80, 12)

Datis rectis ζ γ maior extrema in arithmetica medietate Prop. 13
inveniatur.

Similiter autem, si ζ γ datae sint, differentia earum addita rectae ζ habebimus rectam aequalem ipsi $\alpha\beta$ (quae in superiore problemate maior extrema posita est).

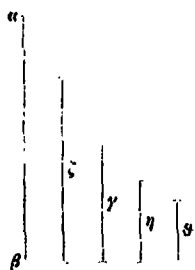


Datis rectis $\alpha\beta$ ζ minor extrema in arith- Prop. 14
metica medietate inveniatur.

Rursus si $\alpha\beta$ ζ datae sint, differentia earum a ζ subtracta efficit γ tertiam.

Tres simul medietates in quinque minimis rectis inve- Prop. 15
niantur.

Sit igitur ζ media rectarum $\alpha\beta$ γ in aequali differentia; ergo erunt $\alpha\beta$ ζ γ in arithmetica medietate sive progressionē.



Sed fiat etiam $\zeta : \gamma = \gamma : \eta$; erunt igitur ζ γ η in geometrica medietate sive progressionē, quae proprie analogia appellatur. Denique si secundum ea quae supra [propos. 9] demonstrata sunt duabus rectis γ η , quarum maior est γ , tertiam ϑ talem addiderimus, ut sit $\gamma : \vartheta = \gamma - \eta : \eta - \vartheta$, erunt igitur rectae γ η ϑ in harmonica medietate sive progressionē. Est autem $\alpha\beta : \gamma = \gamma : \vartheta^*)$, et sunt $\alpha\beta$ γ extremi termini in arithmetica, γ ϑ in harmonica me-

dietate; erunt igitur quinque minimae rectae, quae tres medietates continent [caequae etiam inter se incommensurabiles esse possunt].

Verum etiam *propositum sit* in minimis quinque numeris *tres medietates* constituere, et in multiplicibus quae dicuntur et superparticularibus aliisque proportionibus, indivisibili nimirum unitate posita. Nam exempli gratia, in dupla proportionē rectae $\alpha\beta$ ad γ , minimi numeri id quod propositum est

*) Vide append.

facientes erunt 12 9 6 4 3; in tripla autem proportionem minimi numeri erunt 18 12 6 3 2. Et manifestum est, quod ratione etiam in aliis proportionibus minimi trium medietatum numeri inveniendi sint. Atque etiam, si quis separatim quamque medietatem exponere velit, id ex iis quae supra scripta sunt elucet; siquidem tres termini minimi in arithmetica medietate erunt 3 2 1, in geometrica 4 2 1, in harmonica 6 3 2, et numeri, qui iuxta datam proportionem fundamentales sunt, in aequae multiplices et superparticulares reliquosque transferentur¹⁾. Velut in dupla proportionem, si est $\alpha\beta : \gamma = 2 : 1$, ponemus 4 pro 2, et 2 pro 1. Et quoniam necesse est medium numerum a primo aequae differre atque a medio extremum, sit recta ζ trium unitatum. Et rectae ζ ad γ proportio sesquialtera est (scilicet 3 : 2). Cui si aequalem facimus proportionem $\gamma : \eta$, non solvimus id quod propositum est, quoniam unitatem dividi nolumus. Omnia igitur ter multiplicamus, et fiunt 12 pro 4, 9 pro 3, 6 pro 2. Itaque sit recta η unitatum 4 et 9 3; ergo data dupla proportionem trium medietatum minimi numeri sunt 12 9 6 4 3.

XVII. Haec igitur de tribus medietatibus secundum veteres; verum etiam fieri posse, ut

1) "Per *πυθμένας* intellige numeros in qualibet proportionem minimos, qui sunt veluti radices quaedam, a quibus reliqui gignuntur; Diophantus *ὑποστάσεις* appellat. Videtur autem docere quo pacto inveniuntur minimi numeri, tres medietates continentes" Co, qui praeterea demonstrationem a Graeco scriptore omissam supplet. Quod autem Diophanti *ὑποστάσεις* comparat, quae in illius arithmetice passim occurrunt, in errore, ut opinor, versatur.

pro *μὲν τοῦ* 14. 15. *ἐν τῇ ὑπεροχῇ τῷ β'* del. Hu (interpolator significavisse videtur differentiam inter 4 et 2 aequalem esse numero 2, quod ab h. l. alienissimum est; Pappus scripsisset *ἐν τῇ ἀνυλογίᾳ*, nisi id ipsum tacite intellegi maluisset) 15. *ἐπὶ* B³S, *ἐπὶ* (sine acc.) A et, ut videtur, B¹ 16. *γίνεται* A, corr. BS 17. *μέσων* del. Hu 20. *τοῖς* Co pro *τοῖς* 24. *ὁ ἰβ'* Hu, *οἱ β'* AS, *οἱ δύο* B *ὁ ε'* B³S, *η'* C A, *η'* ε' B¹ 24. *ιζ'* add. S

Pappus I.

αὐτὰς ουστήσασθαι ἐν ἐλαχίσταις 5' εὐθείαις τὸν ἀριθμόν, δῆλον ἐντεῦθεν.

Ἐκκεῖσθω γὰρ τὸ ἡμικύκλιον ἔχον τὴν ΒΔ κάθετον καὶ τὴν ΕΒ ἐκ κέντρου, καὶ τὴν ΑΖ κάθετον, καὶ ἦχθω διὰ τοῦ Β ὀρθογώνιον τοῦ κύκλου ἡ ΘΗ καὶ ἐκβληθείσης τῆς 5 ΒΓΗ κείσθω τῇ ΒΗ ἴση ἡ ΒΘ, καὶ ἐπεξέχθω ἡ ΑΚΘ· λέγω ὅτι ἐν τῇ ἀρμονικῇ μεσότητι ἡ ΕΚ μέση ἐστὶν τῶν ΒΕ ΕΖ, μεγίστης οὔσης τῆς ΒΕ καὶ ἐλαχίστης τῆς ΕΖ.

Ἐπεὶ γὰρ ὁρθαὶ εἰσιν αἱ πρὸς τοῖς Β Ζ γωνίαι [παρ-
ἀλληλός ἐστιν ἡ ΑΖ τῇ ΘΗ, καὶ ἰσογώνιον τὸ ΕΒΗ τρι-
γώνον τῷ ΕΖΔ τριγώνῳ, τὸ δὲ ΒΘΚ τρίγωνον τῷ ΖΚΑ
τριγώνῳ], ἐστὶν ἄρα ὡς ἡ ΒΕ πρὸς ΕΖ, ἡ ΗΒ πρὸς ΖΔ.
ἴση δὲ ἡ ΒΗ τῇ ΒΘ· καὶ ὡς ἄρα ἡ ΒΕ πρὸς ΕΖ, ἡ ΒΘ
πρὸς ΑΖ. ἀλλ' ὡς ἡ ΒΘ πρὸς τὴν ΑΖ, ἡ ΒΚ πρὸς ΚΖ,
καὶ ἔστιν ἡ μὲν ΒΚ ὑπεροχὴ τῶν ΒΕ ΕΚ εὐθειῶν, ἡ δὲ 15
ΚΖ ὑπεροχὴ τῶν ΚΕ ΕΖ εὐθειῶν· ἔστιν ἄρα ὡς ἡ ΒΕ
πρὸς τὴν ΕΖ, οὕτως ἡ τῶν ΒΕ ΕΚ ὑπεροχὴ πρὸς τὴν τῶν
ΚΕ ΕΖ ὑπεροχὴν· ἀρμονικὴν ἄρα μεσότητα περιέχουσιν
αἱ ΒΕ ΕΚ ΕΖ εὐθεῖαι, μέσης οὔσης τῆς ΕΚ καὶ μεγίστης
τῆς ΒΕ καὶ ἐλαχίστης τῆς ΕΖ. ἐδείχθησαν δὲ καὶ αἱ μὲν 20
ΑΔ ΕΓ ΓΔ τὴν ἀριθμητικὴν, αἱ δὲ ΑΔ ΒΔ ΑΓ τὴν γεω-
μετρικὴν· αἱ τρεῖς ἄρα μεσότητες ἐντεταγμέναι εἰσὶν καὶ ἐν
ἡμικυκλίῳ.

4. αὐτὰς Hu pro αὐτὰ 5. κάθετον B⁴ S Co, καθέκτον A, καθ' ἕκαστον B¹ cod. Co 6. ἐπεξέχθω A¹ ex ἐπιτεύχθω, ut videtur ἡ ΑΚΘ Co, ἡ ΚΘ ΑΒ¹ S, ἡ ακθ B¹, ἡ δθ Sea 9. τοῖς ΕΖ A, distinx. BS παράλληλος — 12. τριγώνῳ interpolatori tribuit Hu 11. 12. τῷ ΕΖΔ τριγώνῳ ABS, corr. Sea (τῷ ΚΖΔ τριγώνῳ Co) 13. ἡ ante HB add. Hu 14. ἀλλ' ὡς Α² ex ἄλλως 20. τῆς εἰς BS, evanuit scriptura in A ἐδείχθησαν B⁴ (ostensum est Co), ///[θησαν A,θησαν B¹, ἐλεβθησαν S, ἐληβθησαν Sea vel alius corrector in S 21. τὴν ἀριθμητικὴν (scil. περιέχουσαι μεσότητες) Hu pro τῆς ἀριθμητικῆς αἱ δὲ ΑΔ ΒΔ ΑΓ τὴν γεωμετρικὴν Hu, αἱ δὲ εἰ ἐγ εἰς τῆς γεωμε B⁴ (Co) et τριχῆς B¹, in A quindecim fere litteras evanuerunt et tantum τριχῆς manserunt, in S spatium relictum ante γεωμετρικῆς 23. ἡμι-κύκλω A, corr. BS

44 ιη'. Ἐπεὶ δὲ καὶ Νικόμαχος ὁ Πυθαγορικὸς καὶ ἄλλοι
τινὲς οὐ μόνον περὶ τῶν πρώτων τριῶν μεσοτήτων εἰρή-
κασιν, αἱ χρήσιμοι τυγχάνουσιν μάλιστα πρὸς τὰς τῶν πα-
λαιῶν ἀναγνώσεις, ἀλλὰ καὶ περὶ ἄλλων τριῶν κατὰ τοὺς
παλαιούς, καὶ ἔτι ταῖς ἑξ ταύταις ἄλλαι ὑπὸ τῶν νεωτέρων 5
προσεύρηται τέσσαρες, πειρασόμεθα καὶ περὶ τοῦτων εἰ-
πεῖν ἐπιτονώτερον, ἀκολουθήσαντες μέντοι γε τοῖς πρό-
τερον, οἵτινες ἀπὸ μὲν τοῦ μεζονος ὕρου ποιοῦμενοι τὴν
μετάβασιν τρεῖς ἐξέθεντο τὰς προσειρημένας *** [ἀπὸ τοῦ
ἐλάσσονος μεζίονα μετροῦντες ἄλλας τρεῖς διαφερούσας τῶν 10
πρώτων].

45 Ὅταν μὲν γὰρ ἦ ὡς ὁ τρίτος ὕρος πρὸς τὸν πρῶτον,
οὔτως ἡ τοῦ πρώτου ὕρου ὑπεροχὴ πρὸς τὴν τοῦ δευτέρου,
τὴν μεσότητα ὑπεναντίαν τῇ ἀρμονικῇ καλοῦσιν.

Ὅταν δ' ἦ ὡς ὁ τρίτος ὕρος πρὸς τὸν δευτέρον, ἡ τοῦ 15
πρώτου ὑπεροχὴ πρὸς τὴν τοῦ δευτέρου, ἡ μεσότης καλεῖ-
ται πέμπτη καὶ ὑπεναντία τῇ γεωμετρικῇ (τινὲς γὰρ αὐτὴν
οὔτως ὀνομάζουσιν).

Ὅταν δὲ ὡς ὁ δεύτερος ὕρος ἦ πρὸς τὸν πρῶτον, ἡ
τοῦ πρώτου ὑπεροχὴ πρὸς τὴν τοῦ δευτέρου, καλεῖται ἡ 20
μεσότης ἕκτη, λέγεται δὲ καὶ αὐτὴ ὑπεναντία τῇ γεωμε-
τρικῇ διὰ τὴν αὐτὴν τῶν λόγων ἀντακολουθίαν· ὡς εἶναι
κατ' αὐτοὺς μεσότητας ἑξ.

46 Ὑπὸ δὲ τῶν νεωτέρων, ὡς εἵπομεν, ἄλλαι τέσσαρες
τὸν ἀριθμὸν εὐρέθησαν πῇ μὲν συμφερόμεναι, κέχρηται 25
δὲ καὶ ὁρις ἰδίους οἱ ταύτας εὐρόντες [νεώτεροι]· καλοῦσι
γὰρ τὴν μὲν τοῦ πρώτου ὕρου παρὰ τὸν δευτέρον ὑπεροχὴν
πρώτην, τὴν δὲ τοῦ δευτέρου παρὰ τὸν τρίτον ὑπεροχὴν
δευτέραν, τὴν δὲ τοῦ πρώτου παρὰ τὸν τρίτον ὑπεροχὴν

1. *ΓΗ Α'* in marg. (S), om. B 3. ταῖς ἑξαυταῖς A, ταῖς ἑξ αὐταῖς
BS, corr. Hu 5. 6. ἄλλας — προσευρησθαι τέσσαρας AB, corr. Hu
(nam προσευρησθαι συμβαίνει τέσσαρας alienum videtur a Pappi
usu) 9—11. lacunam statuit et verba ἀπὸ — πρώτων interpolatori
tribuit Hu (conf. p. 87 adnot. 1) 14. τὴν om. S 17. πέμπτη Hu
auctore Co pro πέμπτον 21. αὐτὴ S, αὐτῇ (sine spir.) A, αὐτῇ B¹,
αὐτῇ voluit αὐτῇ; B³ 24. τέσσαρες BS, *Α* A 25. πῇ S, πῇ A,

XVIII. Quoniam autem Nicomachus Pythagoreus aliique¹⁾ nonnulli non solum de primis tribus medietatibus egerunt, quae omnium utilissimae sunt ad veterum scripta tractanda, sed etiam de aliis tribus quae sunt apud veteres, atque insuper a recentioribus praeter has sex aliae quattuor inventae sunt, etiam de his diligentius scribere conabimur, sequemur tamen vetustiores *scriptores* in eo, quod illi a maiore termino ordientes tres medietates, de quibus *primum* diximus, exposuerunt * * * [*sed a minore termino maiora medietates alias tres diversas a primis*].

Si enim sit ut tertius terminus ad primum, ita prima differentia ad secundam²⁾, medietatem harmonicae contrariam appellant.

Si autem sit ut tertius terminus ad secundum, ita prima differentia ad secundam, medietas appellatur quinta et geometricae contraria (sunt enim qui sic eam appellant).

Si autem sit ut secundus terminus ad primum, ita prima differentia ad secundam, medietas sexta dicitur; a quibusdam vero haec quoque geometricae contraria vocatur, propterea quod item in consequentia proportionum contrarius ordo est.

Itaque secundum veteres sex omnino sunt medietates.

A recentioribus autem, ut diximus, aliae quattuor medietates inventae sunt, aliqua ex parte utiles, et suis quaeque definitionibus distinctae. Appellant enim [recentiores] primam differentiam eam qua primus terminus secundum superat, secundam differentiam eam qua secundus terminus tertium, denique tertiam differentiam qua primus tertium:

¹⁾ Conf. Procll comm. in Euclid. libr. I p. 87, 5 ed. Friedlein. Herm. Hankel, *Geschichte der Mathematik*, Lipsiae 1874, p. 432.

²⁾ *Primam* et *secundam* differentiam, perinde atque ipse Pappus supra cap. 30, brevius diximus pro "differentia primi termini a secundo" et "secundi termini a tertio." Et conf. paulo infra cap. 46.

πῆ B πῆ μὲν συμπερόμεται) haec aut ab interpolatore addita, aut ex genuinis aliis ac fortasse allquanto pluribus verbis corrupta esse videntur 26. *ρεώτεροι* del. Hu

τρίτην, νοουμένου καὶ λεγομένου δηλονότι, καθὰ καὶ ἐν ἀρχῇ διωσιταίμεθα, τοῦ μὲν μεγίστου ὅρου πρώτου, τοῦ δὲ μέσου δευτέρου, τοῦ δὲ ἐλαχίστου τρίτου.

Καὶ ὅταν ἡ ὡς ἡ τρίτη ὑπεροχὴ πρὸς τὴν πρώτην, ὁ δεύτερος ὅρος πρὸς τὸν τρίτον, τὴν μεσότητα ἐβδόμην ἐκά-
λεσαν.

Μένοντος δὲ τοῦ αὐτοῦ λόγου τῶν ὑπεροχῶν, ὅταν γί-
νηται οὕτως ὁ πρῶτος ὅρος πρὸς τὸν δεύτερον, τὴν μεσό-
τητα ὀγδόην ὀνομάζουσαι.

Ὅταν δὲ ἡ ὡς ἡ τρίτη ὑπεροχὴ πρὸς τὴν πρώτην, ὁ 10
πρῶτος ὅρος πρὸς τὸν τρίτον, τὴν μεσότητα ἐνάτην,

Ὅταν δὲ ἡ ὡς ἡ τρίτη ὑπεροχὴ πρὸς τὴν δευτέραν, ὁ
δεύτερος ὅρος πρὸς τὸν τρίτον, τὴν μεσότητα δεκάτην ὠνό-
μασαν.

- 47 Τούτων δὴ τῶν ἔργων ἐποκειμένων τὰς γενέσεις τῶν 15
δέκα μεσοτίτων ἐκδησόμεθα καὶ διὰ τῆς γεωμετρικῆς ἀνα-
λογίας, ὡς εἵπομεν. [ἀναλογία δὲ συνέστηκεν ἐκ λόγων.
λόγον δὲ παντὸς ἰσότης ἀρχή.]

Ἡ τοίνυν γεωμετρικὴ μεσότης ἐν τῇ ἰσότητι τὴν πρῶ-
την λαβοῦσα γενέσκει αὐτὴ τε αὐτὴν καὶ τὰς ἄλλας συνστήσει 20
μεσότητας, ἐνδεικνυμένη, καθὰ φησιν ὁ Θεόδοτος Πλάτων,
τὴν τῆς ἀναλογίας φύσιν αἰτίαν τῆς ἁρμονίας πᾶσι καὶ τῆς
εὐλόγου καὶ τεταγμένης γενέσεως· λέγει γὰρ ἔνα δεσμὸν εἶναι

3. τοῦ ante τρίτου repetit A, corr. BS 5. ἔβδωμον AB¹S, corr.
B⁴ 7. 8. ὅταν γίνηται οὕτως Hu, in A ooto fere litterae, chartae frag-
mento superducto, legi non possunt, quam lacunam sequuntur παρ'
αὐτοῖς ὁ πρῶτος etc., unde lacuna et tum eadem scriptura repetita
est in BS 8. ὅρος add. Hu 8. 9. τὴν μεσότητα ὀγδόην] τὴν μ,
tum undeclm fere litterae eo quo statim diximus modo deletae in A,
τὴν αὐτὴν μεσότητα ὀγδόην B, τὴν μεσότητα ὀγδοον S 44. ἐνατῶν
(sine spiv. et acc.) A, corr. B [in qua ab illa manu ἐνατῶν scriptum
erat, sed id rursus deletum), ἐνατῶν S 47. ἀναλογία — 48. ἀρχή,
manifestum interpretamentum, quod ex Procli commentario in Platonis
Timaeum p. 342 ed. Schnelder. repetitum esse videtur, del. Hu
50. αὐτὴ τε αὐτὴν A, corr. B (αὐτὴ τε αὐτὴν S) συνίσταται coni.
Hu (constituit Co 23. λέγει γὰρ — p. 88, 2 φύσεις priorum verbo-
rum paraphrasim continent fortasse ab interpolatore scriptam

atque in his ubique, sicut etiam initio exposuimus¹⁾, maximus terminus primus et intellegitur et appellatur, itemque medius terminus secundus, minimus tertius.

Et si sit ut tertia differentia ad primam, ita secundus terminus ad tertium, medietatem septimam dixerunt.

Si autem, manente differentiarum proportionem, sit ut tertia differentia ad primam, ita primus terminus ad secundum, medietatem octavam vocant.

Sed si sit ut tertia differentia ad primam, ita primus terminus ad tertium, medietatem nonam; denique

Si sit ut tertia differentia ad secundam, ita secundus terminus ad tertium, medietatem decimam appellaverunt.

His igitur definitionibus praemissis, quomodo quaeque decem medietatum oriatur, etiam per geometricam analogiam, ut *supra* (cap. 29) professi sumus, explicabimus.

Geometrica igitur medietas, cum ex aequalitate primum ortum habeat, et se ipsam et alias medietates constituet ostendens, ut ait divinus Plato²⁾, analogiae naturam omnium rerum harmoniae et rationalis ordinatque ortus procreatricem esse. Dicit enim omnium quaecunque procreata sunt

1) Graeca καθά και ἐν ἀρχῇ διεισιλάμεθα quo referenda sint, non satis liquet. Nam supra cap. 44 talem quidem disquisitionem inchoavit scriptor et quasi praeteriens tetigit, neque tamen ad finem persecutus est. Et cum illo loco verba quae in codice exstant ἀπὸ τοῦ ἑλάσσονος μέγιστα μετροῦντες cet. ineptius composita ac sanae continuatae orationi prave inculcata esse videantur (namque etiam in quarta quinta sextaque medietate a maioribus terminis veteres incepterunt, id quod ex huius libri propos. 21—23 elucet), forsitan his electis post προειρημένας letior lacuna statuenda sit, in qua omnia interciderint, quaecunque verbis καθά — διεισιλάμεθα significat scriptor. Ceterum iam supra cap. 20 glossa πρῶτα δὲ ἀκούειν δεῖ τὰ ὑπερέχοντα, ab interpolatore quodam adiecta, simile quid monuit; nam πρῶτα ille esse voluit et πρῶτον ὄραν et πρῶτην ὑπεροχὴν, itaque progressionem ad minus descendantem intellexit. Sed nihil eius modo illo quidem loco Pappus in mentem induxit, cuius definitio, ut aiunt, generalis est valetque etiam de progressionem augescente.

2) Non ipsa Platonis verba a scriptore citantur: sed haec sententia liberius composita est ex pluribus Timaei locis: vide p. 84, B. C; 85, A. C (similiter Locr. p. 95, B. C; 99 A. B); 41, E ὅτι γένεσις πρώτη μὲν ἴσοιτο τετραγμένη μία πᾶσιν; 29, E (γένεσις καὶ κόσμος ἀρχὴν); 80, B (διὰ τὴν τῆς θείας ἀρμονίας μίμησιν). Conf. etiam notam scriplionem supra p. 59 adnot. * citatam.

τῶν μαθημάτων ἀπάντων, αἰτία δὲ γενέσεως καὶ δεσμὸς πᾶσι τοῖς γενομένοις ἢ τῆς ἀναλογίας θεία φύσις. δευ-
 θήσεται δὲ ἡ σύστασις τῶν δέκα μεσοτίτων διὰ τῆς γεω-
 μετρικῆς ἀναλογίας προθεωρηθέντος τοῦδε.

- 48 Τρεῖς ἀνάλογον ἔκτισαν ὕροι οἱ $A B \Gamma$ καὶ συναμ-
 φότερῳ μὲν τῇ $A \Gamma$ μετὰ β' τῶν B ἴσος ἐκκείσθω ὁ A ,
 συναμφοτέρῳ δὲ τῇ $B \Gamma$ ὁ E , τῇ δὲ Γ ὁ Z . λέγω ὅτι καὶ
 οἱ $A E Z$ ὕροι ἀνάλογόν εἰσιν.

Ἐπεὶ γὰρ ὡς ὁ A πρὸς τὸν B , οὕτως ὁ B πρὸς τὸν Γ ,
 ἔσται καὶ συνθέντι ὡς συναμφοτέρος ὁ AB πρὸς τὸν B ,
 οὕτως συναμφοτέρος ὁ $B\Gamma$ πρὸς τὸν Γ : καὶ πάντες ἄρα οἱ
 ἡγούμενοι πρὸς πάντας τοὺς ἐπομένους εἰσὶν ἐν τῇ αὐτῇ
 λόγῳ ὡς συναμφοτέρος ὁ $A B$ μετὰ συναμφοτέρου τοῦ $B \Gamma$
 πρὸς συναμφοτέρον τὸν $B \Gamma$, οὕτως συναμφοτέρος ὁ $B \Gamma$
 πρὸς τὸν Γ . καὶ ἔστιν συναμφοτέρῳ μὲν τῇ $A B$ μετὰ
 συναμφοτέρου τοῦ $B \Gamma$ ἴσος ὁ A , συναμφοτέρῳ δὲ τῇ $B \Gamma$
 ἴσος ὁ E , καὶ τῇ Γ ὁ Z : καὶ οἱ $A E Z$ ἄρα ἀνάλογόν
 εἰσιν [ἐν τῇ συναμφοτέρου τοῦ $A B$ πρὸς τὸν B λόγῳ].

- 49 Διόπερ ἴσων μὲν ὑποκειμένων τῶν $A B \Gamma$ οἱ $A E Z$
 ἐν τῇ διπλασίᾳ γένοιντ' ἂν ἀναλογίᾳ· συναμφοτέρος γὰρ ὁ
 $A \Gamma$ μετὰ δύο τῶν B διπλασίας συναμφοτέρου τοῦ $B \Gamma$,
 συναμφοτέρος δὲ ὁ $B \Gamma$ τοῦ Γ διπλασίας· τῶν δὲ $A B \Gamma$
 ἐν τῇ διπλασίᾳ ἀναλογίᾳ ὑποκειμένων, μεγίστου μὲν ὄντος
 ἐν αὐτοῖς τοῦ A οἱ $A E Z$ ἔσονται ἐν τῇ τριπλασίᾳ, ἐλαχί-

4. μαθημάτων] immo γεννημάτων Hu 4. πρόσθεωρηθέντος A¹ ex
 πρόσθεωρήματος, πρὸς θεωρηθέντος B¹, corr. B³S 5. συναμφοτέρων
 AB¹, corr. B³S 6. τῶι $\overline{A\Gamma}$ AS, distinx. B 7. δὲ τῇ $\beta \gamma$ B, δὲ τῶι $\overline{B}$
 AS 9. ὡς ὁ $\overline{A}$ πρὸς τὸν $\overline{\Gamma}$, omittis reliquis, AB¹S, corr. B¹ Co 10. ὡ
 συναμφοτέρος A, corr. BS 11. ὁ $\beta \gamma$ B³ in rasura S, τὸ $\overline{B\Gamma}$ A
 12. 13. εἰσὶν ἐν τῇ αὐτῇ λόγῳ forsitan interpolator addiderit; conf.
 tamen infra cap. 53 13. ὁ ante συναμφοτέρος additum in ABS, del.
 Hu ὁ $\overline{AB}$ — τοῦ $\overline{B\Gamma}$ ABS, distinx. Hu (item posthac) 14. τὸν $\beta \gamma$
 (ante οὕτως) BS, τοῦ $\overline{B\Gamma}$ A 15. τῶι $\overline{AB}$ ABS (sed statim posthac
 recte A τοῦ $\overline{B \Gamma}$) 16. δὲ τῶι $\overline{B\Gamma}$ AS, distinx. B 18. ἐν τῇ —
 λόγῳ del. Hu τοῦ $\overline{AB}$ AS, distinx. B λόγῳ om. S 19. Διόπερ
 [ισον etc.] De hoc cap. 49 idem iudicandum esse videtur quod supra

unum vinculum esse; causa autem procreationis et vinculum, quo omnia procreata continentur, est analogiae divina natura. Demonstrabitur autem decem medietatum per geometricam analogiam constitutio hoc praemisso theoremate.

Sint tres termini proportionales $\alpha \beta \gamma$, et ponatur Prop. 17

$$\delta = \alpha + 2\beta + \gamma, \text{ et}$$

$$\varepsilon = \beta + \gamma, \text{ et}$$

$$\zeta = \gamma;$$



dico terminos $\delta \varepsilon \zeta$ proportionales esse.

Quoniam enim est $\alpha : \beta = \beta : \gamma$, erit etiam componendo

$$\alpha + \beta : \beta = \beta + \gamma : \gamma, \text{ itaque summa antecedentium ad summam consequentium erit in eadem proportionem (elem. 5. 12), scilicet}$$

$$\alpha + 2\beta + \gamma : \beta + \gamma = \beta + \gamma : \gamma.$$

Et ex hypothesis est $\delta = \alpha + 2\beta + \gamma$, et $\varepsilon = \beta + \gamma$, et $\zeta = \gamma$; ergo etiam $\delta : \varepsilon = \varepsilon : \zeta$.

Itaque suppositis aequalibus $\alpha \beta \gamma$, erunt $\delta \varepsilon \zeta$ in dupla proportionem; est enim $\alpha + 2\beta + \gamma = 2(\beta + \gamma)$, et $\beta + \gamma = 2\gamma$. Contra si $\alpha \beta \gamma$ in dupla proportionem supponantur (id est aut $\alpha : \beta = \beta : \gamma = 2 : 1$, aut $\alpha : \beta = \beta : \gamma = 1 : 2$) et in priore casu α maximus terminus sit, erunt $\delta \varepsilon \zeta$ in tripla proportionem, contra si α minimus terminus

*) Hoc numerorum exemplum, quod omnino simile est superiori illi in propos. 18, singularis propositionis loco numerat Commandinus, praemisso titulo "Geometricas medietates per analogiam invenire." In Graecis non solum ea quae in versione Latina sequitur propositio 19, sed etiam alia nonnulla antea excidisse videntur, quorum loco interpolator hoc quod nunc exstat cap. 49 posuerit. Conf. append. ad propos. 24.

ad p. 78, 18 adnotatum est 20. διπλαστα γενεῖσ' ἀναλογίαι A' BS₁, corr. Hu συναυγόμεραι γὰρ A, corr. BS 20. 21. ὁ $\overline{AT}$ AS, distinx. B 21. 22. τοῦ BT — ὁ BT AS, distinx. B 24. ἔσονται add. Hu, fent Co ἐν τῇ τριπλαστῇ B² (Co), ἐν τῇ διπλαστῇ A, ἐν τῇ διπλαστῇ B¹, lacuna ante διπλαστῇ in S

στον δὲ ἐν τῇ ἡμιολίᾳ· καὶ γὰρ συναμφοτέρος ὁ A B τοῦ B τριπλάσιος μὲν ἔστιν, εἰ διπλάσιος εἴη ὁ A τοῦ B , ἡμιόλιος δέ, εἰ ὁ A τοῦ B ἡμισυς εἴη. καὶ οὕτως ἀπὸ τῶν ἑξῆς λόγων οἱ ἀκόλουθοι πολλαπλαῖοι τε καὶ ἐπιμόριοι εὐρίσκονται. καὶ πάλιν, εἰ μονάδες εἴεν οἱ A B Γ , 5 ἢ κατὰ τοὺς A E Z γεωμετρικὴ μεσότης ἐν ἐλαχίστοις λέγοιτ' ἂν ἀριθμοῖς τοῖς δ' β' α'.

50

19'. Ἡ ἀρμονικὴ μεσότης διὰ ἀναλογίας οὕτως συνίσταται (καὶ τῆς ἰσότητος ἐν τῇ τάξει τῆς ἀναλογίας διαφόρως κἀνταῦθα κἀν 10 τοῖς ἑξῆς παραλαμβάνομένης). ὑποκείμεθωσαν ἄλλοι τρεῖς ἀνάλογον οἱ A B Γ , καὶ δύο μὲν τοῖς A καὶ τρισὶ τοῖς B καὶ ἐνὶ τῷ Γ ἴσος ἔστω ὁ A , δύο δὲ τοῖς B καὶ ἐνὶ τῷ Γ ὁ E , ἐνὶ δὲ τῷ B καὶ ἐνὶ τῷ Γ ὁ Z . λέγω ὅτι οἱ 15 A E Z τὴν ἀρμονικὴν ποιοῦσι μεσότητα.

Ἐπεὶ γὰρ ἀνάλογόν εἰσιν οἱ A B Γ , ἴσονται καὶ ὡς δύο οἱ A μετὰ τοῦ B πρὸς τὸν B , οὕτως δύο οἱ B μετὰ τοῦ Γ πρὸς τὸν Γ , καὶ πάντες πρὸς πάντας δύο οἱ A μετὰ τριῶν 20 τῶν B καὶ ἐνὸς τοῦ Γ πρὸς τοὺς B Γ , τουτέστιν ὡς ὁ A πρὸς τὸν Z , οὕτως δύο θί A μετὰ τοῦ B πρὸς τὸν B . καὶ εἰσὶν δύο μὲν οἱ A μετὰ τοῦ

1. συναμφοτέρος BS, συναμ| A reliquis obductis ὁ $\overline{AB}$ AS, ὁ β' γ' B 2. ὁ A τοῦ B Co pro ὁ B τοῦ A 3. δὲ η $\overline{\Theta A}$ τοῦ $\overline{B A}$ (et B¹, ut videtur), δὲ ὁ γ' τοῦ β' B⁴, δὲ ὁ θ' α' τοῦ β' S, corr. Hu auctore Co καὶ ὁμοίως ἀπὸ coni. Hu 5. εἴεν οἱ B⁴S, εἶναι A $\overline{A}$ (ante B Γ , ἢ κατὰ) A, corr. BS 7. τοῖς δ' β' α' B³ in rasura, τοῖς $\overline{AB}$ $\overline{AF}$ AS 8. $\overline{\Gamma \Theta}$ A¹ in marg. (S), om. B δι' S 9. οὕτω hoc loco etiam A, sicut BS fere constanter ante consonas 9. καὶ τῆς — 11. παραλαμβάνομένης interpolatori tribuit Co 10. κἀν Hu pro καὶ 11. παραλαμβάνομένης AB³, παραλαμβάνομένοις B¹S 12. οἱ $\overline{AB\Gamma}$ A, distinx. BS 13. τρισὶ τοῖς δύο AB¹ cod. Co, corr. B³S Co $\overline{\Gamma}$ (ante ἴσος) A² in rasura quattuor litterarum 14. δυοὶ δὲ τοῖς B 17. οἱ $\overline{AB}$ $\overline{\Gamma}$ A, distinx. BS 20. δύο οἱ α' B Co, δύο ὁ $\overline{IA}$ A (δύο ὁ εἰ cod. Co, δύο οἱ εἰ S) 23. μετὰ τοῦ — p. 92, 4 οἱ A om. AB¹S, add. B⁴ in marg. (eadem in suo codice legisse videtur Co)

sit, in sesquialtera. Erit enim, si sit $\alpha = 2\beta$, $\alpha + \beta = 3\beta$, contra si sit $\alpha = \frac{1}{2}\beta$, $\alpha + \beta = \frac{3}{2}\beta$. Et similiter ex reliquis proportionibus *scilicet quadrupla, quintupla cet.*) numeri, qui hinc consequuntur, et multiplices et superparticulares inveniuntur. Et rursus, si unitates sint $\alpha \beta \gamma$, numerorum δ et ζ geometrica medietas in minimis numeris 4 2 4 constitui dicatur.

Arithmetica medietas per analogiam sic constituitur. Prop. 19^a)



Supponantur tres termini proportionales
 $\alpha \beta \gamma$, et sit

$$\delta = 2\alpha + 3\beta + \gamma, \text{ et}$$

$$\epsilon = \alpha + 2\beta + \gamma, \text{ et}$$

$$\zeta = \beta + \gamma;$$

dico terminos δ et ζ arithmetica medietatem constituisse.

Quoniam enim est $\delta : \delta = \alpha + \beta : \alpha + \beta$,
et ex hypothesi

$$\alpha + \beta = \delta - \epsilon = \epsilon - \zeta, \text{ est igitur}$$

$\delta : \delta = \delta - \epsilon : \epsilon - \zeta$, quae est arithmetica medietas (supra cap. 30). Et apparet, si $\alpha \beta \gamma$ unitates ponantur, hanc medietatem in minimis numeris 6 4 2 constitui.

XIX. Harmonica medietas per analogiam sic constituitur. Prop. 20

Supponantur tres termini proportionales $\alpha \beta \gamma$, et sit

$$\delta = 2\alpha + 3\beta + \gamma, \text{ et}$$

$$\epsilon = 2\beta + \gamma, \text{ et}$$

$$\zeta = \beta + \gamma;$$

dico terminos δ et ζ harmonicam medietatem efficere.

Quoniam enim proportionales sunt $\alpha \beta \gamma$, erit etiam multiplicatione per 2 facta et componendo

$$\frac{2\alpha + \beta}{\beta} = \frac{2\beta + \gamma}{\gamma}, \text{ et summâ antecedentium consequentiumque factâ (elem. 5, 12)}$$

$$\frac{2\alpha + 3\beta + \gamma}{\beta + \gamma} = \frac{2\alpha + \beta}{\beta}, \text{ id est (ex hypothesi)}$$

^a) Hanc propositionem in Graecis omissam addidimus auctore Commandino. Sed hic aliter et δ et ζ definit et minimos numeros ponit 5 3 1. Conf. append. ad. propos. 24.

Β ὑπεροχὴ ἢ ὑπερέχουσι δύο οἱ Α καὶ τρεῖς οἱ Β καὶ εἷς ὁ Γ
 δύο τῶν Β καὶ ἐνὸς τοῦ Γ, τουτέστιν ἡ τῶν Δ Ε ὑπεροχὴ,
 εἷς δὲ ὁ Β ὑπεροχὴ ἐστὶν ἢ ὑπερέχουσιν δύο οἱ Β καὶ εἷς
 ὁ Γ συναμφοτέρου τοῦ Β Γ, τουτέστιν ἡ τῶν Ε Ζ ὑπεροχὴ.
 ὅταν δὲ ἢ ὡς ὁ Δ πρὸς τὸν Ζ, ἢ τῶν Δ Ε ὑπεροχὴ πρὸς
 τὴν τῶν Ε Ζ ὑπεροχὴν, ἡ μεσότης ἐστὶν ἀρμονικὴ· καὶ
 δῆλον ὅτι λέγοντ' ἂν ἐν ἐλαχίστοις ἀριθμοῖς, μονάδων
 ἑποταθειςῶν ὁμοίως τῶν Α Β Γ, τοῖς ε' γ' β'.

- 51 κ'. Ἡ τῇ ἀρμονικῇ ὑπεναντία μεσότης ἐκ τῆς ἀναλο-
 γίας οὕτως συνίσταται. ὅρων ἀνάλογον ὑποκειμένων τῶν
 Α Β Γ δύο μὲν τοῖς Α καὶ τρισὶ τοῖς Β καὶ ἐνὶ τῷ Γ
 ἴσος ἔστω ὁ Δ, δύο δὲ τοῖς Α καὶ δύο τοῖς Β καὶ ἐνὶ τῷ
 Γ ὁ Ε, ἐνὶ δὲ τῷ Β καὶ ἐνὶ τῷ Γ ὁ Ζ· λέγω ὅτι οἱ Δ Ε Ζ
 τὴν εἰρημένην ποιοῦσι μεσότητα.

Πάλιν γὰρ ὁμοίως τοῖς προδεδειγμένοις ἔσται ὡς ὁ Δ
 πρὸς τὸν Ζ, οὕτως δύο οἱ Α μετὰ τοῦ Β πρὸς τὸν Β. καὶ
 εἰσὶν δύο μὲν οἱ Α μετὰ τοῦ Β ὑπεροχὴ ἢ ὑπερέχουσιν δύο
 οἱ Α καὶ δύο οἱ Β καὶ εἷς ὁ Γ ἐνὸς τοῦ Β καὶ ἐνὸς τοῦ Γ,
 τουτέστιν ἡ τῶν Ε Ζ ὑπεροχὴ, εἷς δὲ ὁ Β ὑπεροχὴ ἢ ὑπερ-
 έχουσι δύο οἱ Α καὶ τρεῖς οἱ Β καὶ εἷς ὁ Γ δύο τῶν Α Ζ
 καὶ δύο τῶν Β καὶ ἐνὸς τοῦ Γ, τουτέστιν ἡ τῶν Δ Ε ὑπερ-
 οχὴ· ὡς ἄρα ὁ Ζ πρὸς τὸν Δ, οὕτως ἡ τῶν Δ Ε ὑπεροχὴ
 πρὸς τὴν τῶν Ε Ζ ὑπεροχὴν, ὑπερ ἔστι κατὰ τὴν μεσότητα
 τὴν τῇ ἀρμονικῇ ὑπεναντίαν. δῆλον δ' ὅτι καί, μονάδων
 ἑποταθειςῶν τῶν Α Β Γ, εἴη ἂν ἐν ἐλαχίστοις ἀριθμοῖς
 ἡ μεσότης τοῖς ε' ε' β'. [ἡ αὕτη καταγραφὴ.]

- 52 Ἡ πέμπτη μεσότης ἐκ τῆς ἀναλογίας οὕτως συνίσταται.
 ἐκκλειθωσαν ἀνάλογον ὅροι τρεῖς οἱ Α Β Γ, καὶ ἐνὶ μὲν

2. τῶν ΔΕ Α, distinx. BS 3. ὑπεροχῆς ἐστὶν AB'S, corr. B³
 4. τοῦ ΒΓ AS, distinx. B τῶν ΕΖ Α, distinx. BS, item paulo post
 vs. 6 7. λέγονται μὲν | ἐλαχίστοις Α, corr. BS 9. Κ Α' in marg.
 (S), om. B 10. οὕτω ABS (conf. ad p. 90, 9) ὅρων Hu auctore
 Co pro τῶν 11. Δύο μὲν B'S, λυομιν (sine acc.) Α, δυοὶ μὲν B³
 14. 12. τῷ Γ ὁ Ε ἴσος Α, sed ὁ Ε del. prima m. 15—17. ὡς
 ὁ |||||/|||/||| οἱ Α μετὰ τοῦ Β πρὸς τὸν Β καὶ εἰσὶν δύο μὲν οἱ Α |||||/|||/|||

$$\frac{\delta}{\zeta} = \frac{2\alpha + \beta}{\beta}. \quad \text{Et est } 2\alpha + \beta = \delta - \varepsilon, \text{ et} \\ \beta = \varepsilon - \zeta.$$

Si vero sit $\delta : \zeta = \delta - \varepsilon : \varepsilon - \zeta$, harmonica est medietas *(supra cap. 30)*. Et apparet, si unitates supponantur $\alpha \beta \gamma$, hanc medietatem in minimis numeris 6 3 2 constitui.

XX. Harmonicae contraria medietas ex analogia sic con- Prop. 21
stituitur.

Suppositis terminis proportionalibus α

$\beta \gamma$ sit

$$\delta = 2\alpha + 3\beta + \gamma, \text{ et}$$

$$\varepsilon = 2\alpha + 2\beta + \gamma, \text{ et}$$

$$\zeta = \beta + \gamma;$$

dico terminos $\delta \varepsilon \zeta$ medietatem harmonicae contrariam efficere.

Rursus enim similiter, ac modo demonstratum est, erit

$$\frac{\delta}{\zeta} = \frac{2\alpha + \beta}{\beta}. \quad \text{Et est}$$

$$2\alpha + \beta = \varepsilon - \zeta, \text{ et}$$

$$\beta = \delta - \varepsilon; \text{ ergo}$$

$$\frac{\zeta}{\delta} = \frac{\delta - \varepsilon}{\varepsilon - \zeta},$$

id quod contingit secundum medietatem harmonicae contrariam *(supra cap. 45)*. Et apparet, si unitates supponantur $\alpha \beta \gamma$, hanc medietatem in minimis numeris 6 5 2 consistere.

Quinta medietas ex analogia sic constituitur.

Exponantur tres termini proportionales $\alpha \beta \gamma$, et sit

Prop. 22

| η ὑπερέχουσαι Α, ὡς ὁ δ̄ οἱ ᾱ μετὰ τοῦ β̄ πρὸς τὸν β̄
καὶ εἶσι δύο μὲν οἱ ᾱ ἡ ὑπερέχουσα Β¹S, lacunas explevit
B⁴ (Co) 49. τῶν ΕΖ Α, distinx. BS 49. 20. εἰς δὲ — δύο οἱ ᾱ
add. B⁴ (Co) 21. τῶν ΑΒ Α, distinx. BS, item proximo versu
23. τῶν Ε Ζ ΕΖ ΑS, distinx. B, τῶν add. Hu 24. ὑπεραντία Α,
corr. BS 25. τῶν ΑΒ Α, distinx. BS εἰη ἂν Hu, εἴτε ΑΒ¹S,
ἔσται Β⁴ 26. τοῖς ΕΒ Α, distinx. BS ἡ αὐτὴ κατασκευαή del. Hu

τῷ A καὶ τρισὶ τοῖς B καὶ ἐνὶ τῷ Γ ἴσος ἔστω ὁ Δ , ἐνὶ δὲ τῷ A καὶ δύο τοῖς B καὶ ἐνὶ τῷ Γ ὁ E , ἐνὶ δὲ τῷ B καὶ ἐνὶ τῷ Γ ὁ Z . λέγω ὅτι οἱ $\Delta E Z$ κατὰ τὴν πέμπτην εἰσὶ μεσότητα.

Ἐπεὶ γὰρ διὰ τὴν ἀναλογίαν ἔστιν ὡς ὁ A μετὰ τοῦ B πρὸς τὸν B , οὕτως ὁ B μετὰ τοῦ Γ πρὸς τὸν Γ , ἔσται καὶ συναμφοτέρως ὁ ἡγούμενος ὁ $A B$ μετὰ συναμφοτέρου τοῦ $B \Gamma$ πρὸς τὸν ἐπόμενον συναμφοτέρον τὸν $B \Gamma$, τουτέστιν ὡς ὁ B πρὸς τὸν Z , οὕτως συναμφοτέρως ὁ $A B$ πρὸς τὸν B . καὶ ἔστι συναμφοτέρως μὲν ὁ $A B$ ἢ ὑπεροχὴ 10 ἢ ὑπερέχει εἰς ὁ A καὶ δύο οἱ B καὶ εἰς ὁ Γ ἐνὸς τοῦ B καὶ ἐνὸς τοῦ Γ , τουτέστιν ἢ τῶν $E Z$ ὑπεροχῇ, ὁ δὲ B ἢ ὑπερέχει εἰς ὁ A καὶ τρεῖς οἱ B καὶ εἰς ὁ Γ ἐνὸς τοῦ A καὶ δύο τῶν B καὶ ἐνὸς τοῦ Γ , τουτέστιν ἢ τῶν ΔE ὑπεροχῇ. ὡς ἄρα ὁ Z πρὸς τὸν E , οὕτως ἢ τῶν ΔE ὑπεροχῇ πρὸς τὴν 15 τῶν $B Z$ ὑπεροχῇ, ὅπερ τῇ πέμπτῃ συμβέβηκεν μεσότητι. καὶ λέγοντ' ἂν ἐν ἐλαχίστοις ἀριθμοῖς τοῖς ϵ' δ' β , μονάδων ὑποταθείσων τῶν $A B \Gamma$. [ἢ αὐτὴ δὲ καταγραφή.]

53 Ἡ ἕκτη μεσότης ἐκ τῆς ἀναλογίας οὕτως συνίσταται. ἐκκείσθω ἡ αὐτὴ τῶν $A B \Gamma$ ὅρων ἀναλογία, καὶ ἐνὶ μὲν 20 τῷ A καὶ τρισὶ τοῖς B καὶ δύο τοῖς Γ ἴσος ὁ Δ , ἐνὶ δὲ τῷ A καὶ δύο τοῖς B καὶ ἐνὶ τῷ Γ ὁ E , ὁ δὲ Z ἔστω ἢ ὑπεροχῇ ἢ ὑπερέχει συναμφοτέρως ὁ AB τοῦ Γ . λέγω ὅτι οἱ $\Delta E Z$ τὴν προκειμένην ποιούσι μεσότητα.

Ἐπεὶ γὰρ διὰ τὴν ἀναλογίαν ἔστιν ὡς ὁ A μετὰ δύο 25 τῶν B πρὸς συναμφοτέρον τὸν $A B$, οὕτως ὁ B μετὰ δύο τῶν Γ πρὸς συναμφοτέρον τὸν $B \Gamma$, καὶ πάντας οἱ ἡγού-

9. καὶ δυοὶ (δύο Hu) τοῖς β — τῷ β add. B⁴ (Co) 3. πέμπτην S, $\overline{E} AB$ 5. ὁ α B²S, ἢ $\overline{A} B^1 S$ 6. ὁ H (ante μετὰ τοῦ Γ , A¹ ex ὁ $\overline{A}$ 7—9. ὁ $\overline{AB}$ — τοῦ $B\Gamma$ — τὸν $\overline{B\Gamma}$ etc. AS, distinx. B 7. 8. συναμφοτέρου τοῦ Hu, τοῦ συναμφοτέρου $AB^1 S$, τοῦ συναμφοτέρου τοῦ B³ 10. πρὸς τὸν β add. B⁴ 12. τῶν $E Z$ Co, τῶν ΔE A, τῶν δ ϵ BS 13. ὁ J B — 14. τουτέστιν ἢ τῶν ΔE ὑπεροχῇ om. B¹ (add. B³) 13. ἢ B³, ὡς AS 13. τρεῖς ὁ $\overline{B} AS$, δύο οἱ β B³ 14. τῶν ΔE (post τουτέστιν ἢ) A, distinx. S, τῶν ϵ ζ B³ cod. Co 15. ὡς ἄρα — ὑπεροχῇ add. Co, ὡς ἄρα ὁ ϵ πρὸς τὸν ζ . οὕτως ἢ τῶν δ ϵ ὑπεροχῇ add. B³ cod. Co 16. τῶν $\overline{E} Z$ et 17. τοῖς $\overline{E} \Delta B$ A, distinx. BS 18. ἢ αὐτὴ



$$\delta = \alpha + 3\beta + \gamma, \text{ et}$$

$$\epsilon = \alpha + 2\beta + \gamma, \text{ et}$$

$$\zeta = \beta + \gamma;$$

dico terminos δ ϵ ζ in quinta medietate esse.

Quoniam enim propter analogiam et componendo est

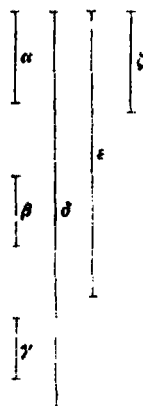
$$\frac{\alpha + \beta}{\beta} = \frac{\beta + \gamma}{\gamma}, \text{ summâ antecedentium consequentiumque factâ (elem. 5. 12) erit etiam}$$

$$\frac{\alpha + \beta}{\beta} = \frac{\alpha + 3\beta + \gamma}{\beta + \gamma} = \frac{\epsilon}{\zeta}. \text{ Et est}$$

$$\alpha + \beta = \epsilon - \zeta, \text{ et}$$

$$\beta = \delta - \epsilon; \text{ ergo}$$

$\frac{\zeta}{\epsilon} = \frac{\delta - \epsilon}{\epsilon - \zeta}$, id quod in quinta medietate contingit (supra cap. 45). Atque, si unitates supponantur α β γ , haec medietas in minimis numeris 5 & 2 constitui dicatur.



Sexta medietas ex analogia sic consti- Prop. 23
tuitur.

Exponatur eadem proportio $\alpha : \beta = \beta : \gamma$, et sit

$$\delta = \alpha + 3\beta + 2\gamma, \text{ et}$$

$$\epsilon = \alpha + 2\beta + \gamma, \text{ et}$$

$$\zeta = \alpha + \beta - \gamma;$$

dico terminos δ ϵ ζ sextam medietatem efficere.

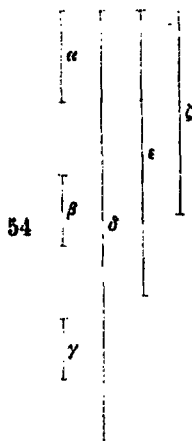
Quoniam enim propter analogiam¹⁾ est

$$\frac{\alpha + 2\beta}{\alpha + \beta} = \frac{\beta + 2\gamma}{\beta + \gamma}, \text{ et summâ antecedentium consequentiumque factâ (elem. 5. 12)}$$

1) Est enim ex hypothesis et componendo et e contrario $\frac{\beta}{\alpha + \beta} = \frac{\gamma}{\beta + \gamma}$, atque $\frac{\alpha + \beta}{\alpha + \beta} = \frac{\beta + \gamma}{\beta + \gamma}$; ergo per additionem $\frac{\alpha + 2\beta}{\alpha + \beta} = \frac{\beta + 2\gamma}{\beta + \gamma}$.

μενοι πρὸς πάντας τοὺς ἐπομένους ἐν τῇ αὐτῇ λόγῳ ὡς ὁ A καὶ τρεῖς οἱ B καὶ δύο οἱ Γ πρὸς συναμφοτέρων τὸν $A B$ μετὰ συναμφοτέρου τοῦ $B \Gamma$, τουτέστιν ὡς ὁ A πρὸς τὸν E , οὕτως ὁ B μετὰ δύο τῶν Γ πρὸς συναμφοτέρων τὸν $B \Gamma$, καὶ ἔστιν ὁ μὲν B μετὰ δύο τῶν Γ ὑπεροχὴ ἢ ὑπερ-5 ἔχει ὁ A μετὰ δύο τῶν B καὶ ἐνὸς τοῦ I τῆς ὑπεροχῆς ἢ ὑπερέχει συναμφοτέρος ὁ $A B$ τοῦ Γ , τουτέστιν ἡ τῶν $E Z$ ὑπεροχὴ, συναμφοτέρος δὲ ὁ $B \Gamma$ ὑπεροχὴ ἔστιν ἢ ὑπερέχει ὁ A μετὰ τριῶν τῶν B καὶ δύο τῶν Γ ἐνὸς τοῦ A καὶ δύο τῶν B καὶ ἐνὸς τοῦ I , τουτέστιν ἡ τῶν $A E$ ὑπεροχὴ, ὡς 10

ἄρα E πρὸς A , οὕτως ἡ τῶν $A B$ ὑπεροχὴ πρὸς τὴν τῶν $E Z$ ὑπεροχὴν, ὥστε οἱ $A E Z$ τὴν ἑκτην ποιοῦσι μεσότητα. καὶ συνίσταται ὁμοίως ἐν ἐλαχίστοις ἀριθμοῖς τοῖς ζ' δ' α' , μονάδων ὑποτεθεισῶν τῶν 15 $A B \Gamma$. [ἡ αὕτη καταγραφή.]



κα'. Ἡ δὲ ὁγδόη μεσότης ἐκ τῆς ἀναλογίας οὕτως συνίσταται. ἐκκείσθωσαν τρεῖς ἀνάλογον ὅροι οἱ $A B \Gamma$, καὶ δύο μὲν τοῖς A καὶ τρισι τοῖς B καὶ ἐνὶ τῇ 20 Γ ἴσος ὁ A , ἐνὶ δὲ τῇ A καὶ δύο τοῖς B καὶ ἐνὶ τῇ Γ ὁ E , δύο δὲ τοῖς B καὶ ἐνὶ τῇ Γ ὁ Z . λέγω ὅτι οἱ $A E Z$ κατὰ τὴν ὁγδόην εἰσὶ μεσότητα.

2. 3. τὸν $\overline{AB}$ AS, distinx. B 4—6. οὕτως ὁ $\overline{B}$ |||:||||| $\overline{\Gamma}$ πρὸς συναμφοτέρων τῶν $\overline{B\Gamma}$ καὶ ἔστιν ὁ μὲν $\overline{B}$ μετὰ | ||||| ὑπεροχὴ ἢ ὑπερέχει ὁ $\overline{A}$ μετὰ δύο τῶν $\overline{B A}$, caedemque lacunae in BS, quae explevit et τὸν $\overline{\beta \gamma}$, καὶ ἔστιν corr. B³ (Co) 6. ἐνὸς add. Hu τῆς ὑπεροχῆς AS, ἢ ὑπεροχῇ B³ in rasura 7. ὁ $\overline{AB}$ τοῦ Γ ABIS (Co), ὁ $\overline{\alpha \beta}$ μετὰ τοῦ συναμφοτέρου $\overline{\beta \gamma}$ B⁴, ὁ $\overline{\alpha \beta}$ μετὰ τοῦ συναμφοτέρου τοῦ $\overline{\beta \gamma}$ cod. Co τῶν $\overline{EZ A}$, distinx. BS 8. ὁ $\overline{B\Gamma}$ AS, distinx. B. 9. τριῶν τῶν $\overline{\beta}$ BS (Co), τριῶν τῶν δύο cod. Co 10. τῶν $\overline{AE A}$, distinx. BS, item paulo post (sed mox τῶν $\overline{E Z}$ — οἱ $\overline{A E Z}$ etc. recte etiam A) 10. 11. ὡς ἄρα — ὑπεροχῇ add. A² in marg. BS) 16. ἡ αὕτη κα-

$$\frac{\beta + 2\gamma}{\beta + \gamma} = \frac{\alpha + 3\beta + 2\gamma}{\alpha + 2\beta + \gamma} = \frac{\delta}{\varepsilon}, \text{ atque est } \beta + 2\gamma = \varepsilon - \zeta, \text{ et} \\ \beta + \gamma = \delta - \varepsilon, \text{ ergo}$$

$$\frac{\varepsilon}{\delta} = \frac{\delta - \varepsilon}{\varepsilon - \zeta}; \text{ itaque termini } \delta \text{ } \varepsilon \text{ } \zeta \text{ sextam effloiunt me-}$$

dietatem (*supra cap. 45*). Et similiter, si unitates supponan-
tur $\alpha \beta \gamma$, haec medietas in minimis numeris 6 & 4 consti-
tuitur.

Septima medietas ex analogia sic constituitur.

Prop.
24*)

Exponantur tres termini proportionales

$\alpha \beta \gamma$, et sit

$$\delta = \alpha + \beta + \gamma, \text{ et .}$$

$$\varepsilon = \alpha + \beta, \text{ et}$$

$$\zeta = \gamma;$$

dico terminos $\delta \text{ } \varepsilon \text{ } \zeta$ septimam medietatem con-
stituere.

Quoniam enim ex hypothese est

$$\delta - \zeta = \alpha + \beta = \varepsilon, \text{ et}$$

$$\delta - \varepsilon = \gamma = \zeta, \text{ est igitur}$$

$$\frac{\varepsilon}{\zeta} = \frac{\delta - \zeta}{\delta - \varepsilon}, \text{ id quod in septima medietate}$$

contingit (*supra cap. 46*). Atque, si unitates pon-
nantur $\alpha \beta \gamma$, haec medietas in minimis numeris
3 2 1 constituitur.

XXI. Octava medietas ex analogia sic constituitur.

Prop.
25

Exponantur tres termini proportionales $\alpha \beta \gamma$, et sit

$$\delta = 2\alpha + 3\beta + \gamma, \text{ et}$$

$$\varepsilon = \alpha + 2\beta + \gamma, \text{ et}$$

$$\zeta = 2\beta + \gamma;$$

dico terminos $\delta \text{ } \varepsilon \text{ } \zeta$ secundum octavam medietatem esse.

*) Vide append.

ταρσαφή del. Hu 47. $\overline{KA}$ A¹ in marg., om. BS 48. οὕτω ABS
(conf. ad p. 90, 9) 49. τρεῖς Hu pro αὖ αὖ $\overline{ABF}$ A, distinx. BS
καὶ δύο B³, item posthac

Pappus 1.

Ἐπεὶ γὰρ διὰ τὴν ἀναλογίαν ὡς δύο οἱ A μετὰ τοῦ B πρὸς συναμφοτέρον τὸν $A B$, οὕτως δύο οἱ B μετὰ τοῦ Γ πρὸς συναμφοτέρον τὸν $B \Gamma$, καὶ πάντες πρὸς πάντας, ὡς δύο οἱ A καὶ τρεῖς οἱ B καὶ εἷς ὁ Γ πρὸς ἓνα τὸν A καὶ δύο τοὺς B καὶ ἓνα τὸν Γ , τουτέστιν ὡς ὁ A πρὸς τὸν E ,⁵ οὕτως δύο οἱ A μετὰ τοῦ B πρὸς συναμφοτέρον τὸν $A B$, καὶ εἰσὶν δύο μὲν οἱ A μετὰ τοῦ B ὑπεροχὴ ἢ ὑπερέχουσιν δύο οἱ A καὶ τρεῖς οἱ B καὶ εἷς ὁ Γ δύο τῶν B καὶ ἑνὸς τοῦ Γ , τουτέστιν ἡ τῶν $A Z$ ὑπεροχὴ, συναμφοτέρος δὲ ὁ $A B$ ὑπεροχὴ ἐστὶν ἢ ὑπερέχουσιν δύο οἱ A καὶ τρεῖς οἱ B ¹⁰ καὶ εἷς ὁ Γ ἑνὸς τοῦ A καὶ δύο τῶν B καὶ ἑνὸς τοῦ Γ , τουτέστιν ἡ τῶν $A E$ ὑπεροχὴ, καὶ ὡς ἄρα ὁ A πρὸς τὸν E , ἡ τῶν $A Z$ ὑπεροχὴ πρὸς τὴν τῶν $A E$ ὑπεροχὴν, ὅπερ τὴν ὁγδόην συνίστηται μεσότητα. καὶ λέγουτ' ἂν ἐν ἐλαχίστοις ἀριθμοῖς τοῖς ζ' δ' γ' , μονάδων νοουμένων τῶν $A B \Gamma$.¹⁵

55 κβ'. Ἡ ἐνάτη μεσότης δι' ἀναλογίας οὕτως συνίσταται. τῶν $A B \Gamma$ ἀνάλογον ὑποκειμένων ἐνὶ μὲν τῷ A καὶ δύο τοῖς B καὶ ἐνὶ τῷ Γ ἴσος ἔστω ὁ A , ἐνὶ δὲ τῷ A καὶ ἐνὶ τῷ B καὶ ἐνὶ τῷ Γ ὁ E , ἐνὶ δὲ τῷ B καὶ ἐνὶ τῷ Γ ὁ Z . λέγω ὅτι οἱ $A E Z$ τὴν ἐνάτην περιέχουσιν μεσότητα.²⁰

Ἐπεὶ γάρ ἐστιν ὡς συναμφοτέρος ὁ $A B$ πρὸς τὸν B , οὕτως συναμφοτέρος ὁ $B \Gamma$ πρὸς τὸν Γ , καὶ πάντες πρὸς πάντας, ὡς ὁ A μετὰ δύο τῶν B καὶ τοῦ Γ πρὸς συναμφοτέρον τὸν $B \Gamma$, τουτέστιν ὡς ὁ A πρὸς τὸν Z , οὕτως συναμφοτέρος ὁ $A B$ πρὸς τὸν B , ἀλλὰ συναμφοτέρος μὲν²⁵ ὁ $A B$ ὑπεροχὴ ἐστὶν ἢ ὑπερέχει εἷς ὁ A καὶ δύο οἱ B καὶ εἷς ὁ Γ συναμφοτέρου τοῦ $B \Gamma$, τουτέστιν ἡ τῶν $A Z$ ὑπεροχὴ, ὁ δὲ B ὑπεροχὴ ἐστὶν ἢ ὑπερέχει εἷς ὁ A καὶ δύο οἱ B καὶ εἷς ὁ Γ ἑνὸς τοῦ A καὶ ἑνὸς τοῦ B καὶ ἑνὸς τοῦ Γ ,

2. $A B$ οὕτως — 3. συναμφοτέρον τὸν om. AB¹S, add. B¹ (Co)
 6. συναμφοτέρον τὸν $\overline{Z E}$ AB¹S cod. Co, corr. B³ (Co) 9. τῶν $\overline{A Z}$
 A, distinx. BS 9. 10. ὁ $\overline{A B}$ AS, distinx. B 12. τῶν $\overline{A E}$ A, distinx.
 BS 12. 13. πρὸς τὸν $\overline{Z}$ ἢ τῶν $\overline{A E}$ ὑπεροχὴ πρὸς τὴν τῶν $\overline{A Z}$ ὑπερ-
 οχὴν AB¹ (Item S cod. Co, nisi quod pro $\overline{A Z}$ S habet δ' ϵ' ζ' et cod. Co
 α ζ' , corr. B³ (Co) 15. τοῖς $\overline{H}$ $\overline{A}$ $\overline{\Gamma}$ AB¹S cod. Co, corr. B³ (Co)
 16. $\overline{K B}$ A¹ in marg. (S), om. B ἐνάτη A(B¹), ἐνάτη B³S δὲ add.

Quoniam enim propter analogiam¹⁾ est

$$\frac{2\alpha + \beta}{\alpha + \beta} = \frac{2\beta + \gamma}{\beta + \gamma}, \text{ et summâ antecedentium consequen-}$$

tiumque factâ (elem. 5, 12)

$$\frac{2\alpha + \beta}{\alpha + \beta} = \frac{2\alpha + 2\beta + \gamma}{\alpha + 2\beta + \gamma} = \frac{\delta}{\varepsilon}, \text{ atque est } 2\alpha + \beta = \delta - \zeta, \text{ et}$$

$$\alpha + \beta = \delta - \varepsilon, \text{ ergo}$$

$$\frac{\delta}{\varepsilon} = \frac{\delta - \zeta}{\delta - \varepsilon}, \text{ id quod octavam medietatem constituit}$$

(supra cap. 46). Atque haec in minimis numeris 6 4 3 consistere dicatur, si unitates ponantur $\alpha \beta \gamma$.

XXII. Nona medietas per analogiam sic constituitur. Prop. 26

lisdem terminis $\alpha \beta \gamma$ suppositis sit

$$\delta = \alpha + 2\beta + \gamma, \text{ et}$$

$$\varepsilon = \alpha + \beta + \gamma, \text{ et}$$

$$\zeta = \beta + \gamma;$$

dico terminos $\delta \varepsilon \zeta$ nonam complecti medietatem.

Quoniam enim propter analogiam et componendo est

$$\frac{\alpha + \beta}{\beta} = \frac{\beta + \gamma}{\gamma}, \text{ et summâ (ut in superioribus) factâ}$$

$$\frac{\alpha + \beta}{\beta} = \frac{\alpha + 2\beta + \gamma}{\beta + \gamma} = \frac{\delta}{\zeta}, \text{ atque est}$$

$$\alpha + \beta = \delta - \zeta, \text{ et}$$

$$\beta = \delta - \varepsilon, \text{ ergo}$$

4) Est enim, quia ex hypothesis $\alpha : \beta = \beta : \gamma$, e contrario et componendo et rursus e contrario $\frac{\alpha}{\alpha + \beta} = \frac{\beta}{\beta + \gamma}$, et $\frac{\alpha + \beta}{\alpha + \beta} = \frac{\beta + \gamma}{\beta + \gamma}$; ergo per additionem $\frac{2\alpha + \beta}{\alpha + \beta} = \frac{2\beta + \gamma}{\beta + \gamma}$.

Hu (hoc enim facilius intercederit quam alterum, quod exspectamus, ex τῆς) οὐτω ABS (conf. ad p. 90, 9) 17. τῶν $\overline{A} \overline{B} \overline{\Gamma} A^1 B$, post τῶν add. γὰρ A rec. S, τῶν αὐτῶν vel ὅρων τῶν $\overline{A} \overline{B} \overline{\Gamma}$ conl. Hu ἐνὶ μέν BS, ἐνὶ μέν A 17. 18. δυοὶ τοῖς B³ 19. E — τῶ $\overline{\Gamma}$ ὁ om. AB¹S, add. Co (similiter post ἐνὶ δὲ τῶ $\overline{\alpha}$ B⁴ add. καὶ ἐνὶ τῶ $\overline{\beta}$ καὶ ἐνὶ τῶ $\overline{\gamma}$ ὁ $\overline{\varepsilon}$) 20. ἐνάρτην A(B), ἐνάρτην S 21. ὡς συναμφοτέρους A, corr. BS 24. 22. ὁ $\overline{AB}$ — ὁ $\overline{B\Gamma}$ AS, distinx. B, ac similiter posthac 27. τῶν $\overline{AZ}$ A, distinx. BS, ac similiter posthac

τουτέστιν ἡ τῶν ΔE ὑπεροχή, καὶ ὡς ἄρα ὁ Δ πρὸς τὸν Z , ἡ τῶν ΔZ ὑπεροχή πρὸς τὴν τῶν ΔE ὑπεροχήν, ὡς πρὸς τῆς ἐνάτης μεσότητος ἰδιὸν ἔστιν. καὶ περιέχουσιν αὐτὴν ἐλάχιστοι ἀριθμοὶ οἱ δ' γ' β' , μονάδων ὑποκειμένων ὁμοίως τῶν $\Delta B \Gamma$. [ἡ αὕτη καταγραφή.] 5

56 $\chi\gamma'$. Ἡ δεκάτη μεσότης ἐκ τῆς ἀναλογίας οὕτως συνίσταται. πάλιν τριῶν ἀνάλογον ὄντων τῶν $\Delta B \Gamma$ τοῖς μὲν $\Delta B \Gamma$ ἴσος ἔστω ὁ Δ , τοῖς δὲ $B \Gamma$ ὁ E , τῷ δὲ Γ ὁ Z . λέγω ὅτι οἱ $\Delta E Z$ κατὰ τὴν δεκάτην εἰσὶ μεσότητα.

Ἐπεὶ γὰρ ὡς συναμφότερος ὁ $B \Gamma$ πρὸς τὸν Γ , τουτέ- 10
στιν ὡς ὁ E πρὸς τὸν Z , οὕτως συναμφότερος ὁ ΔB πρὸς τὸν B , καὶ ἔστιν συναμφότερος ὁ ΔB ὑπεροχὴ ἢ ὑπερέχουσιν οἱ $\Delta B \Gamma$ τοῦ Γ , τουτέστιν ἡ τῶν ΔZ ὑπεροχή, ὁ δὲ B , ἢ ὑπερέχουσιν οἱ $B \Gamma$ τοῦ Γ , τουτέστιν ἡ τῶν $E Z$ ὑπεροχή, ἔστιν ἄρα ὡς ὁ E πρὸς τὸν Z , οὕτως ἡ τῶν 15
 ΔZ ὑπεροχὴ πρὸς τὴν τῶν $E Z$ ὑπεροχήν, ὃ τῇ δεκάτῃ συμβέβηκεν μεσότητι. καὶ ποιοῦσιν αὐτὴν ἐλάχιστοι ἀριθμοὶ οἱ γ' β' α' , μονάδων ὑποτεθεισῶν τῶν $\Delta B \Gamma$.

57 Ἐκκείναι δὲ τοῦ προχείρου χάριν καὶ οἱ ἀριθμοὶ ἐξῆς, καὶ οὗς ἕκαστος ὕρος τῆς ἀναλογίας πολλαπλασιαζόμενος 20
ποιεῖ μεσότητα ἑκάστην, καὶ παράκεινται οἱ ἐλάχιστοι περιέχοντες αὐτάς. οἷον ἐπὶ τοῦ τῆς ἑκτῆς μεσότητος πλινθίου ὁ μὲν πρῶτος στίχος ὁ α' γ' β' σημαίνει τοῦθ' ὅτι ὁ πρῶτος ὕρος τῆς ἀναλογίας ἄπαξ καὶ ὁ δεύτερος τρις καὶ ὁ τρίτος 25
δὶς συντεθέντες τὸν πρῶτον τῆς μεσότητος ὅρον ἀποπλη-
ροῦσιν. ὁ δὲ δεύτερος τοῦ πλινθίου στίχος ὁ α' β' α' σημαίνει ὅτι ὁ πρῶτος τῆς ἀναλογίας ὕρος ἄπαξ καὶ ὁ δεύτερος δὶς καὶ ὁ τρίτος ἄπαξ τὸν δεύτερον ὅρον ἀποπληροῦσι τῆς μεσότητος. ὁ δὲ τρίτος τοῦ πλινθίου στίχος ἐπὶ μὲν

3. ἐνάτης (sine spir.) A, ἐνάτης B, ἐνάτης S 5. ἡ αὕτη κατα-
γραφὴ del. Hu 6. $\chi\gamma'$ add. S οὕτω ABS (conf. ad p. 90, 9)
8. τοῖς δὲ $\overline{B\Gamma}$ A, distinx. BS (paulo ante τῶν $\overline{\Delta B \Gamma}$ et μὲν $\overline{\Delta B \Gamma}$
recto etiam A) 9. οἱ $\overline{\Delta E Z}$ A, distinx. BS 10. ὁ $\overline{B\Gamma}$ AS, distinx.
B, ac similiter posthac 13. οἱ $\overline{\Delta B \Gamma}$ — τῶν $\overline{\Delta Z}$ A, distinx. BS, ac
similiter posthac 21. μεσότητος | A(S), corr. B 22. οἷον Hu, ut
Co pro ὁ τὸν 23. ὁ $\alpha' \gamma' \beta'$ B³, ὁ $\overline{A B \Gamma}$ AB¹ S 24. τρις S, τρεῖς AB

$\frac{\delta}{\zeta} = \frac{\delta - \zeta}{\delta - \zeta}$, id quod nonae medietatis proprium est (*supra cap. 46*). Et hanc complectuntur minimi numeri 4 3 2, si perinde unitates supponantur $\alpha \beta \gamma$.

XXIII. Decima medietas ex analogia sic constituitur. Prop. 27

Sint rursus tres termini proportionales

$$\left| \begin{array}{c} \alpha \\ \delta \end{array} \right| \left| \begin{array}{c} \beta \\ \varepsilon \end{array} \right| \left| \begin{array}{c} \gamma \\ \zeta \end{array} \right|$$

$\alpha \beta \gamma$, et

$$\delta = \alpha + \beta + \gamma, \text{ et}$$

$$\varepsilon = \beta + \gamma, \text{ et}$$

$$\zeta = \gamma;$$

dico terminos $\delta \varepsilon \zeta$ iuxta decimam medietatem esse.

$$\left| \begin{array}{c} \beta \\ \varepsilon \end{array} \right| \left| \begin{array}{c} \gamma \\ \zeta \end{array} \right|$$

Quoniam enim componendo est

$$\frac{\alpha + \beta}{\beta} = \frac{\beta + \gamma}{\gamma} = \frac{\varepsilon}{\zeta}, \text{ et}$$

$$\alpha + \beta = \delta - \zeta, \text{ et}$$

$$\beta = \varepsilon - \zeta, \text{ est igitur}$$

$$\left| \begin{array}{c} \gamma \\ \zeta \end{array} \right|$$

$$\frac{\varepsilon}{\zeta} = \frac{\delta - \zeta}{\varepsilon - \zeta}, \text{ id quod in decima contingit}$$

medietate (*supra cap. 46*). Et hanc efficiunt minimi numeri 3 2 1, si unitates supponantur $\alpha \beta \gamma$.

Sed quo commodior sit *conspiculus*, a nobis et numeri expositi sunt, cum quibus singuli termini proportionales multiplicati unamquamque medietatem, *sicut modo demonstravimus*, efficiunt, et appositi sunt minimi numeri qui medietates continent. Velut in tabula sextae medietatis primus versiculus $\alpha' \gamma' \beta'$ significat primo termino proportionali semel, et secundo ter, et tertio bis *sumptis et* horum summa facta prodire primum medietatis terminum. Secundus autem tabulae versiculus $\alpha' \beta' \alpha'$ significat primo termino proportionali semel, et secundo bis, et tertio semel *sumptis et* horum summa facta prodire secundum terminum medietatis. Tertii autem tabulae versiculi in reliquis medietatibus simpliciter, ut per-

25. συνθέττες A(BS), corr. Hu auctore Co 26. ὁ ΑΒΑ ΑΒ'S, distinx. Co 27. ὁρὸς ἀπὰς Β', πρὸς ἀπὰς ΑΣ, προσάπαι Β' 29. μεσό-
τητος Hu auctore Co pro ἀναλογίης

τῶν ἄλλων μεσοτήτων ἀπλῶς, ὡς γέγραπται, συντίθεται, ἰδίως δ' ἐπὶ ταύτης ὁ α' α' α', καθὼ προσέριγται, σημαίνει γίνεσθαι τὸν τρίτον τῆς μεσότητος ὕρον ἐκ τῆς ὑπερυκτῆς ἥ

Μεσότητες*)	Α	Β	Γ	Οἱ περιέχοντες τὰς μεσότητας τρεῖς ἐλάχιστοι ἀριθμοὶ
ἀριθμητικὴ	β α	γ β α	α ^{***)} α α	ε' δ β
γεωμετρικὴ	α	β α	α α α	δ β α
ἁρμονικὴ	β β α	γ β α	α α α	ε' γ β
ὑπεναντία	β β	γ β α	α α α	ε' ε' β
ε'	α α	γ β α	α α α	ε' δ β
ε'	α α α	γ β α	β α α	ε' δ α
ζ	α	α α	α α α ^{†)}	γ β α
η'	β α	γ β β	α α α	ε' δ ^{††)} γ
θ'	α α	β α α	α α α	δ γ β
ι ^{***)}	α	α α	α α α	γ β α

1. συντίθεται Hu pro συντιθέμενος 2. ὁ $\overline{A} \overline{A} \overline{A}$ AB, ὁ ααα S

*) ad hanc tabulam varietas scripturae tantummodo ex S enotata est; sed cum Commandinus in sua descriptione eisdem errores ac S exhibeat, ceteros codices fere consentire efficitur ***) sequitur in S

scriptum est, componuntur; proprie autem in hac sexta medietate versiculus $\alpha' \alpha' \alpha'$, sicut supra (propos. 23) dictum est, significat tertium medietatis terminum effici ex differen-

Medietates	Terminorum comparatio	Terni minimi numeri qui medietates continent		
arithmetica	$\delta = 2\alpha + 3\beta + \gamma$ $\varepsilon = \alpha + 2\beta + \gamma$ $\zeta = \beta + \gamma$	6	4	2
geometrica	$\delta = \alpha + 2\beta + \gamma$ $\varepsilon = \beta + \gamma$ $\zeta = \gamma$	4	2	1
harmonica	$\delta = 3\alpha + 3\beta + \gamma$ $\varepsilon = 2\beta + \gamma$ $\zeta = \beta + \gamma$	6	3	2
contraria harmonicae	$\delta = 2\alpha + 3\beta + \gamma$ $\varepsilon = 2\alpha + 2\beta + \gamma$ $\zeta = \beta + \gamma$	6	5	2
quinta	$\delta = \alpha + 3\beta + \gamma$ $\varepsilon = \alpha + 2\beta + \gamma$ $\zeta = \beta + \gamma$	5	4	2
sexta	$\delta = \alpha + 3\beta + 2\gamma$ $\varepsilon = \alpha + 2\beta + \gamma$ $\zeta = \alpha + \beta - \gamma$	6	4	1
septima	$\delta = \alpha + \beta + \gamma$ $\varepsilon = \beta + \gamma$ $\zeta = \gamma$	3	2	1
octava	$\delta = 2\alpha + 3\beta + \gamma$ $\varepsilon = \alpha + 2\beta + \gamma$ $\zeta = 2\beta + \gamma$	6	4	3
nona	$\delta = \alpha + 2\beta + \gamma$ $\varepsilon = \alpha + \beta + \gamma$ $\zeta = \beta + \gamma$	4	3	2
decima	$\delta = \alpha + \beta + \gamma$ $\varepsilon = \beta + \gamma$ $\zeta = \gamma$	3	2	1

undecimus ordo $\alpha\alpha'$ cum una nota α : vide Co ***) numeri huius columnae variis rationibus in S turbati sunt, cuius corruptelae speciem exhibet Commandinus †) pro sex α' S Co nihil habent nisi $\zeta \alpha \tau \tau \alpha \chi \alpha \varsigma$ ††) pro δ' in S legitur α

ὁ πρῶτος τῆς ἀναλογίας ὅρος ἀπαξ καὶ ὁ δευτερος ἀπαξ συνεθέντες ὑπερέχουσιν ἀπαξ ληφθέντος τοῦ τρίτου. οἱ δ' ἐκ τῆς τρίτης τοῦ πλινθίου ἀριθμοὶ οἱ ζ' δ' α' τὴν μεσότητα περιέχουσιν αὐτήν. [ὥς γὰρ ὁ δευτερος ὅρος πρὸς τὸν πρῶτον, τουτέστιν ὡς αἱ τέσσαρες μονάδες πρὸς τὰς 5 ἔξ, οὕτως ἡ ὑπεροχὴ τοῦ πρώτου παρὰ τὸν δεύτερον, τουτέστιν ἡ τῶν ἔξ μονάδων παρὰ τὰς τέσσαρας ὑπεροχὴ, αἵπερ εἰσὶ μονάδες δύο, πρὸς τὴν ὑπεροχὴν τοῦ δευτέρου ὅρου παρὰ τὸν τρίτον, τουτέστι τῶν τεσσάρων μονάδων παρὰ τὴν μίαν, αἵπερ εἰσὶ μονάδες τρεῖς. ἐκότερος γὰρ λόγος (ἐκατέρου) 10 ὑφημιόλιος· αἶ τε γὰρ τέσσαρες μονάδες τῶν ἔξ καὶ δύο τῶν τριῶν τὸν αὐτὸν ὑφημιόλιον περιέχουσι λόγον.] τὰ δ' ὅμοια καὶ ἐπὶ τῶν ἄλλων πλινθίων νοείσθω.

58 κδ'. Τὸ δὲ τρίτον τῶν προβλημάτων ἦν τόδε.

Ἐστω τριγώνον ὀρθογώνιον τὸ $ABΓ$ ὀρθὴν ἔχον τὴν 15 B γωνίαν, καὶ διήχθω τις ἡ $ΑΔ$, καὶ κείσθω τῇ AB ἴση ἡ $ΔB$, καὶ δίχα τμηθείσης τῆς EA κατὰ τὸ Z καὶ ἐπιζευχθείσης τῆς $ZΓ$ δεῖται συναμφοτέρας τὰς $AZΓ$ δύο πλευρὰς ἐντὸς τοῦ τριγώνου μείζονας τῶν ἐκτὸς συναμφοτέρων τῶν BAG πλευρῶν. 20

Καὶ ἔστι δῆλον. ἐπεὶ γὰρ αἱ $ΓZA$, τουτέστιν αἱ $ΓZE$, τῆς $ΓA$ μείζονές εἰσιν, ἴση δὲ ἡ $ΔB$ τῇ AB , αἱ $ΓZA$ ἄρα δύο τῶν $ΓAB$ μείζονές εἰσιν.

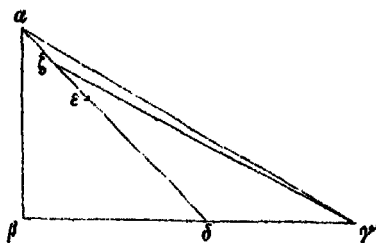
59 Ἦν δὲ τὸ προκαείμενον ὑγιέστερον προτείνει καὶ οὕτως. ὀρθογωνίου τυχόντος ὑποκειμένου τοῦ $ABΓ$ λαβεῖν τι ση- 25 μεῖον ἐντὸς τοῦ τριγώνου, καὶ ἀπ' αὐτοῦ δύο εὐθείας ἀγαγεῖν, μίαν μὲν τέμνουσαν τὴν $BΓ$, τὴν δὲ λοιπὴν ἐπὶ τὸ $Γ$ ἐρχομένην, ὥστε συναμφοτέρας μείζονας εἶναι τῶν ἐκτὸς,

2. καὶ ante ληφθέντος add. S 3. ἐκ τῆς τρίτης (scil. μερίδος) Hu, εκτης (sic) A(B¹), ἐκτὸς B², ἐκ S οἱ $\overline{H} \overline{A} \overline{A} AB^1S$, corr. B³
4. ὥς γὰρ — 12. λόγον interpolatori tribuit Hu 5. τέσσαρες S, $\overline{Z} AB$ 7. ἔξ BS, ζA ὑπεροχὴν A, ν exasum in B, et abest a S
10. post ἐκότερος add. τὴν μίαν A¹, expunx. A² ἐκατέρου alius quidam interpolatis iam verbis imperite inseruit 44. κδ' add. S
15. 16. τὴν $\overline{B} \gamma$ // // // // // διήχθω τις A 47. δίχα τμηθείσης B⁴ See, διχὰ τμ // // // // A, tot fere litterarum lacuna in B¹S 48. δεῖται συναμ-

tia, qua summa termini proportionalis primi semel, secundoque semel sumpti superat tertium terminum. In tertia autem tabulae parte numeri 6 & 4 ipsam medietatem continent. [Namque ut secundus terminus ad primum, ita est prima differentia ad secundam, id est $4 : 6 = 6 - 4 : 4 - 4 = 2 : 3$. Utraque enim proportio (scilicet $4 : 6$ et $2 : 3$) subsesquialtera est, quippe cum et 4 unitates ad 6, et 2 ad 3 eandem subsesquialteram proportionem contineant.] Similia etiam de reliquis tabulis mente percipiuntur.

Tertium problema ¹⁾ hoc erat.

XXIV. Sit triangulum orthogonium $\alpha\beta\gamma$, angulum β rectum habens, et ducatur quaedam $\alpha\delta$, ponaturque $\delta\epsilon = \alpha\beta$, Prop. 28



et, cum $\epsilon\alpha$ in puncto ζ bifariam secta sit et iuncta $\zeta\gamma$, demonstretur summam laterum $\delta\zeta$ $\zeta\gamma$, quae sunt intra triangulum, maiorem esse summam laterum $\beta\alpha$ $\alpha\gamma$.

Hoc quidem manifestum est. Quoniam enim est

$\gamma\zeta + \zeta\alpha > \gamma\alpha$, id est $\gamma\zeta + \zeta\epsilon > \gamma\alpha$, et $\delta\epsilon = \alpha\beta$, est igitur $\gamma\zeta + \zeta\epsilon + \epsilon\delta$, id est $\gamma\zeta + \zeta\delta > \gamma\alpha + \alpha\beta$.

Rectius autem idem sic proponi poterat. *Triangulo orthogonio quovis $\alpha\beta\gamma$ supposito sumatur punctum quoddam intra triangulum, et ab eo duae rectae ducantur, quarum una basi $\beta\gamma$ secet, altera ad punctum γ tendat, earumque summa maior sit summam exteriorum laterum, scilicet ut is cui pro-*

1) Conf. supra p. 31 adnot. 4.

γοτέρας Hu, δ ///////////////// A, δ BS δύο πλευρὰς] πλευρὰς τὰς
coni. Hu 21. αὐτὴ $\Gamma\Delta$ AB, lineolam sub α om. S al ante $\Gamma\Delta$
add. Hu 22. αὐτὴ $\gamma\zeta$ ἄρα S, in quo $\gamma\zeta\delta$ (sic recto AB Co) restituit
Sca 28. ἀναμνηστικαὶ (sine acc.) A, corr. BS

ἵνα δηλονότι [ὁ προταθείς] διάξας τυχοῦσαν τὴν $ΑΑ$ καὶ θείῃ τῇ $ΑΒ$ ἴσην τὴν $ΑΕ$ καὶ τεμῶν δίχα τὴν $ΕΑ$ κατὰ τὸ $Ζ$ ἀποδείξῃ τὸ $Ζ$ σημεῖον ποιοῦν τὸ πρόβλημα. ἐπιζευχθείσης γάρ τῆς $ΓΖ$ δύο αἱ $ΓΖΑ$ δύο τῶν ἐκτὸς $ΓΑΒ$ μείζονές εἰσιν. ἀλλ' ὅτι τοῦτο μὲν, ὅπως ἂν τις ἐθέλοι προτείνειν, ἀπειραχῶς δεικνύται ὅτιον, οὐκ ἄκαιρον δὲ καθολικώτερον περὶ τῶν τοιούτων προβλημάτων διαλαβεῖν ἀπὸ τῶν προρομένων πυραδῶν Ἐρκείνου προτείνοντας οὕτως.

60 κέ'. Ἐν παντὶ τριγώνῳ, πληρὸν τοῦ ἰσοπλεύρου καὶ ἰσοσκελοῦς τοῦ τὴν βάσιν ἐλάσσονα τῆς πλευρᾶς ἔχοντος, δυνατόν ἐστι συσταθῆναι τινὰς ἐπὶ τῆς βάσεως ἐντὸς δύο εὐθείας ἴσας ταῖς ἐκτὸς ὁμοῦ λαμβανομέναις.

Ἐστω πρότερον ἀνισοσκελὲς τρίγωνον τὸ $ΑΒΓ$ μείζονα ἔχον τὴν $ΑΒ$ τῆς $ΒΓ$, καὶ τετμήσθω συναμρότερος ἡ $ΑΒΙ$ 15 δίχα κατὰ τὸ $Δ$, καὶ εἰλήρθω μεταξὺ τῶν $Δ Β$ τυχὸν σιμείον τὸ $Ε$, καὶ τῇ $ΑΓ$ παράλληλος ᾗχθω ἡ $ΕΖ$, καὶ ἐπ' αὐτῆς τυχὸν τὸ $Η$, καὶ τῇ $ΕΑ$ παράλληλος ἡ $ΗΘ$, καὶ ἐπιζευχθείσα ἡ $ΗΓ$ ἐκβελλήσθω. ἐπεὶ μείζονες αἱ μὲν $ΕΒΖ$ τῆς $ΕΖ$ αἱ δὲ $ΓΖΗ$ τῆς $ΓΗ$, συναμρότερος ἄρα ἡ $ΕΒΓ$ 20 μετὰ τῆς $ΗΖ$ μείζονές εἰσι συναμφοτέρων τῶν $ΕΖ ΗΓ$. κοινὴ ἀφηρεῖσθω ἡ $ΖΗ$. μείζων ἄρα καὶ συναμρότερος ἡ $ΕΒΙ$ συναμφοτέρων τῆς $ΕΗΓ$, καὶ μᾶλλον τῆς $ΗΓ$. ἔστω συναμφοτέρῳ τῇ $ΕΒΓ$ ἴση ἡ $ΗΑ$, καὶ περὶ κέντρον τὸ $Η$ διὰ τοῦ $Α$ γεγράφθω κύκλον περιμέρεια ἡ $ΑΚΟ$. τέμνει 25 δὴ ἑκατέραν τῶν $ΓΘ ΘΗ$, ἐπεὶ ἡ $ΑΕ$, τουτέστιν ἡ $ΘΗ$,

1. ὁ προταθείς (is cui problema propositum est?) iure suspectum videatur et ab interpolatore additum, qui verbi ἀποδείξῃ subiectum cogitatione suppleri non intellexeret τυχοῦσαν τῇ $ΑΑ$ AB^1S , corr. B^4 2. θείῃ] ὁ εἰς $Α$, ὁ εἰς B^1S , θείῃς B^3 3. 3. κατὰ $Ζ Α$. τὸ add. BS 5. ἀλλ' ὅτι Hu pro ἀλλὰ 8. εὐκαλεῖν συναμρότερος $Α$, ἐρκείνου προτείνοντας B^1S , ἐρκείνου προτείνοντος B^3 , corr. Hu 10. κε A^1 in marg. (S), om. B 16. τῶν AB AS , distinx. B 18. τῇ $Ε Α Α$, coniunx. BS 19. ἐπιζευχθείσα· ἡ $Η Γ Α^2$ ex ἐπιζευχθείσαν· $Η Γ$ μὲν add. Hu 21. τῶν $ΕΖΗΓ Α$, distinx. BS 24. κέντρον τὸ N AV^1 , corr. BSV^2 26. ἑκατέραν τῶν $γδ θη B^4$ ($υ$), ἐκατέρω||||| $Α$, ἐκατέ..... ἡ B^1 , ἑκατέρων τῶν S , ἐκατέρων τῶν $ΑΓ ΗΘ Sca$

cat, quoniam recta $\alpha\epsilon$, id est $\vartheta\eta$, ex constructione maior est quam $\alpha\delta$ eoque magis maior quam $\epsilon\beta + \beta\gamma$, id est $\eta\lambda$. Iungatur $\alpha\eta$; dico esse $\vartheta\eta + \eta\alpha = \alpha\beta + \beta\gamma$.

Est vero manifestum; namque est $\vartheta\eta = \alpha\epsilon$, et $\alpha\eta = \eta\lambda$, id est $= \epsilon\beta + \beta\gamma$, et hoc infinite fieri potest.

XXVI. Sit deinde aequiurere triangulum $\alpha\beta\gamma$, aequalibus lateribus $\alpha\beta$ $\beta\gamma$, quorum utroque maior sit basis $\alpha\gamma$, et circa centrum α per β describatur circuli circumferentia $\beta\epsilon\delta$, et ducatur recta quaedam $\alpha\epsilon\zeta$, quae rectam $\beta\gamma$ extra circumferentiam secet¹⁾, et sumatur in $\epsilon\zeta$ quodvis punctum η , et rectae $\alpha\gamma$ parallela ducatur $\eta\vartheta$, in eaque sumatur quodvis punctum α , et rectae $\alpha\zeta$ parallela ducatur $\lambda\alpha$, et iuncta $\alpha\gamma$ producat ad μ ²⁾, et rectae $\epsilon\eta$ aequalis abscindatur $\beta\nu$; erit igitur $\alpha\eta$, id est $\lambda\alpha$, aequalis summae rectarum $\alpha\beta$ $\beta\nu$, et reliqua $\nu\gamma$ minor quam $\lambda\alpha$. Et quoniam sunt $\vartheta\zeta + \zeta\eta > \vartheta\eta$, et $\gamma\vartheta + \vartheta\alpha > \gamma\alpha$, erunt igitur

$$\gamma\vartheta + \vartheta\zeta + \zeta\eta + \vartheta\alpha, \text{ id est } \gamma\zeta + \zeta\eta + \vartheta\alpha > \gamma\alpha + \vartheta\eta.$$

Communis auferatur $\vartheta\alpha$; restat igitur

$$\gamma\zeta + \zeta\eta > \gamma\alpha + \alpha\eta. \text{ Communis addatur } \alpha\eta; \text{ ergo}$$

1) Scilicet, si angulus $\alpha\beta\gamma$ acutus sit, recta $\beta\gamma$ partim erit intra circumferentiam, partim extra.

2) Rectae $\alpha\mu$ magnitudo, ideoque puncti μ positio postea demum definitur; sit enim $\alpha\mu = \nu\gamma$.

1. $\sigmaυναμφοτέρου \tauῆς \epsilon\beta\gamma$ B⁴, $\sigmaυναμ||| \epsilon\epsilon || |||$ A, $\sigmaυναμφοτέρου ...$ B¹, $\sigmaυναμφοτέρους ...$ S, in quo $\tauῆς \epsilon\beta\gamma$ add. Sca 2. $\epsilonπι-\zetaευχθω$ (sine acc.) A, corr. BS 7. $\alpha\varsigma$ A¹ in marg. (BS) 11. $\epsilonκτός τῆς περὶ$ In A erasa sunt a manu recentiore, quae figurae appositae lineas huc usque traxit et tum $\epsilonκτός τῆς περὶ$ initio proximi versus adscripsit 13. 14. $\kappaαὶ ἐπὶ τοῦ ζευχθεῖσα$ A, corr. BS 15. $\eta \beta\eta$ (ante $\epsilon\sigmaται$) A, corr. BS $\epsilon\sigmaται οὖν \eta \lambda\eta$ ASV¹ cod. Co, corr. BV² Co Sca 17. $\alpha\iota \muὲν \Theta\text{H}\text{Z}$ AB¹SV¹ cod. Co, corr. B³V² Co 18. $\alpha\iota \gamma\zeta\eta$ B³ Co, $\alpha\iota \text{H}\text{Z}$ ZH A, $\alpha\iota \gamma\gamma\omega$ B¹, $\alpha\iota \eta\alpha \zeta\eta$ S, $\alpha\iota \eta\gamma \zeta\eta$ cod. Co, $\alpha\iota \text{H}\text{Z}$ ZH Sca

ἄρα αἱ $AZΓ$ συναμφοτέρων τῶν $AH HK KΓ$ μείζονές εἰσιν. τῶν δὲ $AZΓ$ μείζονές εἰσιν αἱ $ABΓ$. καὶ αἱ $AB BΓ$ ἄρα τῶν $AH HK KΓ$ μείζονες. ὦν συναμφοτέρος ἡ ABN τῇ AH ἔστιν ἴση· λοιπὴ ἄρα ἡ $ΝΓ$ μείζων τῶν $HKΓ$ συναμφοτέρων καὶ μᾶλλον τῆς $KΓ$. κείσθω οὖν τῇ $ΝΓ$ ἴση ἡ KM , καὶ περὶ κέντρον τὸ K διὰ τοῦ M γραφείστω κύκλον περιμέτρεια τεμνέντω τὴν $ΓΑ$ κατὰ τὸ Ξ , καὶ ἐπεξεύχθω ἡ $KΞ$. λέγω δὴ ὅτι συναμφοτέρος ἡ $AKΞ$ ἴση ἐστὶ συναμφοτέρω τῇ $ABΓ$.

Ἔστι δὲ φανερόν. ἡ μὲν γὰρ $KΑ$ ἴση ἐστὶ συναμφο-
τέρω τῇ ABN , ἡ δὲ $KΞ$ τῇ KM , τουτέστιν τῇ $ΝΓ$, καὶ
γίνεται ἀπειραχῶς.

- 62 κζ'. Λέγω δ' ὅτι, ἐὰν ἡ ἰσόπλευρον τὸ τρίγωνον ἢ ἰσοσκελὲς τὴν βάσιν ἐλάσσονα τῆς πλευρᾶς ἔχον, ἀδύνατον ἔσται συσταθῆναι τὰς ἐντὸς ἴσας ταῖς ἐκτὸς, ἀλλ' αἱ ἐν-
τὸς ἐλάσσονες ἔσονται.

Ἔστω γὰρ τὸ $ABΓ$ τρίγωνον ἰσόπλευρον ἢ ἰσοσκελὲς ἔχον τὴν $ΑΓ$ βάσιν ἐλάσσονα ἑκατέρας τῶν $AB BΓ$, καὶ συνεστάτωσάν τινες ἐντὸς αἱ $ΔΕ ΕΗ$. λέγω ὅτι ἐλάσσονές εἰσιν τῶν $AB BΓ$.

Ἐκβεβλήσθω ἡ $ΔΕ$ ἐπὶ τὸ Z , καὶ ἐπεξεύχθω ἡ AZ . ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ ὑπὸ $BAΓ$ γωνία τῇ ὑπὸ $BΓΑ$, μείζων ἡ ὑπὸ $BΓΑ$ τῆς ὑπὸ $ΖΑΓ$. τῆς δ' ὑπὸ $BΓΑ$ μείζων ἡ ὑπὸ $ΖΑΑ$. πολλὴν ἄρα μείζων ἡ ὑπὸ $ΖΑΑ$ τῆς ὑπὸ $ΖΑΔ$, ὥστε καὶ ἡ AZ μείζων τῆς $ZΔ$. ἐπεὶ μείζων μὲν ἡ ὑπὸ 25

1. μετὰ τῆς ante $KΓ$ add. Hu 2. καὶ αΓ καὶ ABS, αἱ Sca 3. 4. ἡ AHN A¹B³S Co, ἡ αβμ B¹ cod. Co 8. ἡ AK ἴση AB¹S cod. Co, corr. B³ Co Sca 9. τῇ|η $AHΓ$ A, η erasum in B 11. τῇ $MΓ$ καὶ AB¹SV¹, corr. B³V² Sca 13. KZ A¹ in marg. (S), om. B 15. post συσταθῆναι add. ἐπὶ τῆς βάσεως V² (vid. propos. 29) ταῖς A¹ ex τῆς ἀλλ' αἱ B¹ Sca, ἀλλαι (sine spir. et acc.) A, ἄλλαι S 16. τῇ $ΑΓ$ ASV¹, corr. B¹V² Sca ἐλάσσονα om. AB¹V¹, add. B¹SV² 17. ἐπι-
τεύχθω AB, corr. S ἡ αζ B³S, ἡ AZ AB¹ 22. post μείζων add. ἄρα B⁴, sed idem p. 112, 2 post ἔσται a scriptore huius propositionis omissum est 23. ἡ ὑπὸ βγα V² Co pro ἡ ὑπὸ $BΓΑ$ τῆς δ' ὑπὸ AB, corr. S 23. 24. ἡ ὑπὸ $ZΑ$ AS, ἡ ὑπὸ $BZΑ$ Sca, corr. B 25. καὶ ante ἐπεὶ add. B⁴

$\gamma\zeta + \alpha\zeta > \alpha\eta + \eta\kappa + \kappa\gamma$. Sed sunt $\alpha\beta + \beta\gamma > \alpha\zeta + \zeta\gamma$
(*elem. I, 21*); ergo etiam

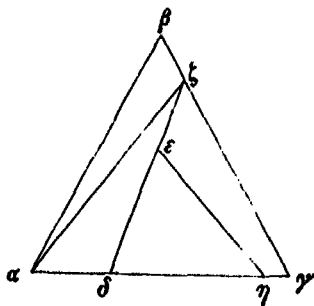
$\alpha\beta + \beta\gamma > \alpha\eta + \eta\kappa + \kappa\gamma$. Ex quibus *per constructionem* est $\alpha\beta + \beta\nu = \alpha\eta$;
ergo subtrahendo

$\nu\gamma > \eta\kappa + \kappa\gamma$, eoque magis $\nu\gamma > \kappa\gamma$. Iam ponatur
 $\kappa\mu = \nu\gamma$, et circa centrum κ per μ descripta circuli circum-
ferentia secet rectam $\gamma\lambda$ in puncto ξ , et iungatur $\kappa\xi$; iam
dico esse $\lambda\kappa + \kappa\xi = \alpha\beta + \beta\gamma$.

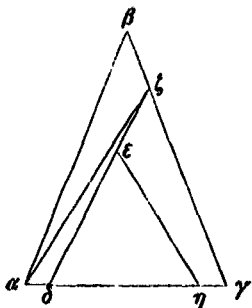
Est autem manifestum; namque *ex constructione* est
et $\lambda\kappa = \alpha\beta + \beta\nu$, et $\kappa\xi = \kappa\mu = \nu\gamma$; atque hoc infinite fieri
potest.

XXVII. Quodsi triangulum aut aequilaterum sit, aut Prop.
aequicrurum basin latere minorem habens, dico neque fieri ³⁰

posse ut *in basi* intra duae
rectae constituentur, quarum
summa aequalis sit summae
exteriorum, et interiores mi-
nores esse.



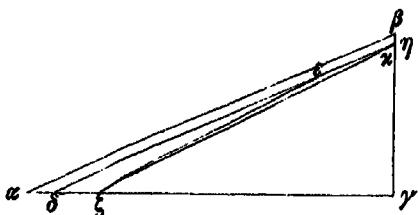
Sit enim triangulum $\alpha\beta\gamma$
aut aequilaterum, aut ae-
quicrurum basin $\alpha\gamma$ minorem
quam $\alpha\beta$ vel $\beta\gamma$ habens, et
intra constituentur quaedam
rectae $\delta\epsilon$ $\epsilon\eta$; dico harum
summam minorem esse quam
 $\alpha\beta + \beta\gamma$.



Producatur $\delta\epsilon$ ad ζ , et
iungatur $\alpha\zeta$. Quoniam *ex hy-*
pothesi est $\angle \beta\alpha\gamma = \angle \beta\gamma\alpha$,
est igitur $\angle \beta\gamma\alpha > \angle \zeta\alpha\gamma$.
Sed est $\angle \zeta\delta\alpha > \angle \beta\gamma\alpha$;
multo igitur est $\angle \zeta\delta\alpha > \angle \zeta\alpha\gamma$
sive $\zeta\alpha\delta$; itaque etiam $\alpha\zeta >$
 $\zeta\delta$. Quoniam *angulus* $\alpha\zeta\beta$
maior est *angulo* $\beta\gamma\alpha$, et ex

AZB τῆς ὑπὸ $BΓA$, ἡ δ' ὑπὸ $BΓA$ διὰ τὴν ὑπόθεσιν οὐκ ἐλάσσων τῆς ὑπὸ $ABΓ$, ἔσται μείζων ἢ ὑπὸ AZB τῆς ὑπὸ ABZ , ὥστε καὶ ἡ AB μείζων τῆς AZ . ἡ δὲ AZ τῆς $ZΔ$ ἐδείχθη μείζων· καὶ ἡ AB ἄρα τῆς AZ καὶ πολλῶν μᾶλλον τῆς $ΔE$ μείζων. ὁμοίως δὲ δειχθήσεται καὶ ἡ $BΓ$ μείζων τῆς EH · ἐλάσσονες ἄρα εἰσὶν αἱ $HEΔ$ τῶν $ABΓ$.

- 63 καί. Ἐφ' ὧν μέντοι τριγώνων αἱ ἐντὸς ἴσαι συνίστανται ταῖς ἐκτὸς, ἐπ' ἐκείνων καὶ μείζονες τῶν ἐκτὸς ἐντὸς τινες εἶναι δύνανται συναμφοτέραι λαμβανόμεναι.



Ἐστῶσαν γὰρ 10
ἐν τῷ $ABΓ$ τρι-
γώνῳ αἱ $ΔEZ$ ἴσαι
ταῖς $ABΓ$, καὶ ἐκ-
βεβλήσθω μία τῶν
ἐντὸς ἢ $ΔE$ ἐπὶ τὸ 15
 H , καὶ μεταξὺ τῶν
 EH εἰλήφθω τυ-
χὸν σημεῖον τὸ K ,

καὶ ἐπεξέχθω ἡ KZ . ἔσονται δὴ αἱ $ΔKZ$ μείζονες τῶν $ΔEZ$, ὥστε καὶ τῶν $ABΓ$. ὁῦλον δ' ὅτι, κὰν ἐντὸς τοῦ 20
 $ABΓ$ τριγώνου τὸ K σημεῖον οὕτως ληφθῇ ὥστε τὰς $ΔEZ$
περιέχσθαι ὑπὸ τῶν ἀπ' αὐτοῦ ἐπὶ τὰ $ΔZ$ ἐπιζευγνυμένων,
ὥς ἔχει ἐπὶ τῆς δευτέρας καταγραφῆς, καὶ οὕτως ἔσται τὸ
αὐτό, καὶ ἐκατέρως ἀπειραχῶς ἔσται τὸ προκαίμενον.

- 64 καί. Καὶ τούτου παραδόξου δοκοῦντος εἶναι τοῖς ἀγεω-25
μετρήτοις ἔτι παραδοξότερον φανεῖται τὸ μὴ μόνον συ-
ναμφοτέρων συναμφοτέρῳ, ἀλλὰ καὶ ἐκατέραν τῶν συνιστα-
μένων ἐντὸς ἐκατέρᾳ τῶν ἐκτὸς καὶ ἴσην εἶναι δύνασθαι
καὶ μείζονα κατὰ μίαν. δείκνυται δ' οὕτως.

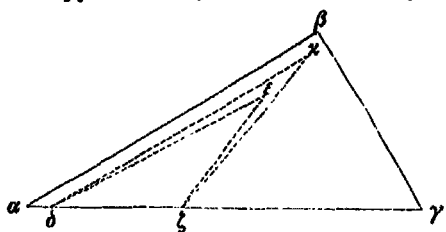
6. τῆς EH] in A littera H vix differt ab N αἱ HA τῶν AB
 AB (et, ut videtur, cod. Co), αἱ η δ' τῶν $αβγ$ S, αἱ AEH τῶν $ABΓ$
Co Sea, corr. B⁴ 7. KH A¹ in marg. (S), om. B 46. 47. μεταξὺ
τῶν EN AB 's, pro N corr. η B³ Sea 24. οὕτω ABS (conf. ad p. 90, 9)
22. ἐπὶ τὰ AZ AB 's, distinx. B³S 25. $KΘ$ A¹ in marg. (S), om. B
26. μόνον συναμφοτέρου AS cod. Co, corr. B Co 29. δ' οὗτος A,
corr. BS

hypothesi angulus $\beta\gamma\alpha$ non minor quam angulus $\alpha\beta\gamma$, erit igitur angulus $\alpha\zeta\beta$ maior angulo $\alpha\beta\gamma$ sive $\alpha\beta\zeta$; itaque etiam $\alpha\beta > \alpha\zeta$. Sed demonstrata est $\alpha\zeta > \zeta\delta$; ergo etiam $\alpha\beta > \zeta\delta$, eoque magis $\alpha\beta > \delta\epsilon$. Similiter demonstrabitur esse etiam $\beta\gamma > \epsilon\eta$; ergo sunt $\delta\epsilon + \epsilon\eta < \alpha\beta + \beta\gamma$.

XXVIII. In quibus autem triangulis duae intra rectae *Prop.*
unâ sumptae aequales constituuntur summae exteriorum, in ³⁴
 his etiam duae intra esse possunt unâ sumptae maiores
 summâ exteriorum.

Sint enim in $\alpha\beta\gamma$ triangulo $\delta\epsilon + \epsilon\zeta = \alpha\beta + \beta\gamma$, et producat^{ur} altera rectarum quae intus sunt $\delta\epsilon$ ad η punctum concursus cum $\beta\gamma$, et inter $\epsilon\eta$ sumatur quodvis punctum x , et iungatur $x\zeta$; erunt igitur $\delta x + x\zeta > \delta\epsilon + \epsilon\zeta$, ideoque etiam $> \alpha\beta + \beta\gamma$.

Apparet autem, etiamsi intra triangulum $\alpha\beta\gamma$ punctum x



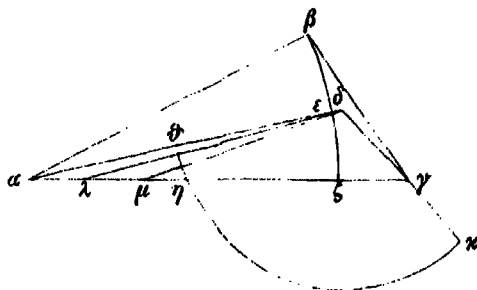
ita sumatur, ut $\delta\epsilon$ $\epsilon\zeta$ comprehendantur a rectis quae a x ad δ ζ ducuntur, ut descriptum est in altera figura¹⁾, idem contingere;

et in utroque casu propositum infinite fieri poterit.

XXIX. Et cum hoc mirum esse videatur, multo etiam *Prop.*
 magis mirabuntur ii qui geometriam non callent, non solum ³⁵
 summam rectarum quae intra constituuntur summae exteriorum aequalem esse posse vel summam summâ maiorem, sed etiam utramque interiorum utrique exteriorum aequalem esse posse vel utramque utrâque maiorem. Demonstratur autem hoc modo.

1) Rectas $\delta\epsilon$ $\epsilon\zeta$ δx $x\zeta$ punctis delineavimus, quo significaremus accuratam linearum rationem perspicuitatis causa teneri non potuisse; multo autem longius a vero abest figura in codice tradita.

Ὑποκείσθω τὸ $AB\Gamma$ τρίγωνον τὴν AB τῆς $B\Gamma$ μὴ
ἐλάσσονα ἔχον, τὴν δὲ AI' ἑκατέρας αὐτῶν μείζονα, καὶ



περὶ κέντρον
τὸ A διὰ τοῦ
 B κύκλον πε-
ριφέρεια γε-
γραφῶθω ἢ
 BEZ , καὶ
εἰλήφθω με-
ταξὺ αὐτῆς 10
καὶ τῆς BI'
εὐθείας τυ-
χὸν σημεῖον
τὸ Δ , καὶ

ἐπεζεῖχθωσαν αἱ $AA AI'$. ἔπει ἡ μὲν AA μείζων τῆς AB 15
καὶ διὰ τὴν ὑπόθεσιν τῆς BI' , ἡ δὲ AI' ἐλάσσων τῆς BI' ,
ἐὰν ἐκβαλόντες τὴν AI' τῇ $B\Gamma$ ἴσην θῶμεν ἑκατέραν τῶν
 $IO AK$, ὁ περὶ κέντρον τὸ A διὰ τῶν OK γραφόμενος
κύκλος τεμεῖ τὴν AZ . τεμνέτω κατὰ τὸ H , καὶ μεταξὺ
τῶν AH εἰλήφθω τυχὸν σημεῖον τὸ Λ . διῆλον δὴ ὅτι 20
ἐπιζευχθείσης τῆς $\Delta\Lambda$ ἑκατέρα τῶν $AA AA$ ἑκατέρας τῶν
 $AB BI'$ ἔσται μείζων.

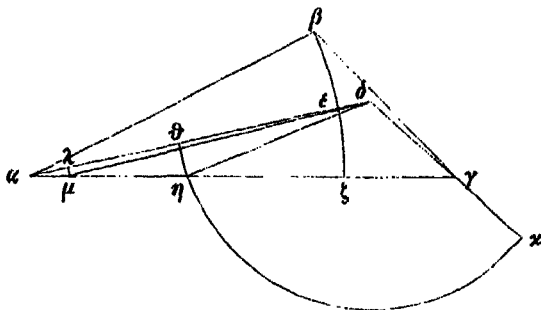
65 Λ' . Ἄν δὲ θέλωμεν ἑκατέραν ἑκατέρα ἴσην εἶναι, δε-
ήσει τὴν μὲν AI' τῆς AB μείζονα ὑποθέσθαι, τὴν δὲ BI'
τῆς BA ἐλάσσονα. 25

Ἐχέτω γὰρ οὕτως, καὶ ὁμοίως ἡ BEZ περιφέρεια γε-
γραφῶθω, καὶ τὸ Λ σημεῖον εἰλήφθω, καὶ ἐπεζεῖχθωσαν
αἱ $AA AI'$, καὶ τῆς AI' ἐκβληθείσης τῇ BI' ἴση κείσθω

6. 7. ἡ ZEB ABS , corr. Co 18. τῶν ΘK Λ , distinx. BS
19. τὴν AZ Λ , sed ex A factum esse videtur Λ , unde τὴν $\delta\zeta$ BSV^1 ,
quod corr. V^2 (cod. Paris. 3369 cum Λ consentit in τὴν $\alpha\zeta$) 20. τῶν AI'
 Λ , distinx. BS τυχὸν τὰ σημεῖα Λ , τυχόντα σημεῖα BS , corr. B^1
τὸ Λ Hu auctore Co, τὰ AM Λ , τὰ λ μ BS 21. ἐπιζευχθείσης τῆς
 AA Hu auctore Co pro ἐπιζευχθείσα τῶν AA AM ABS^1 , τῶν $\delta\lambda$
 $\delta\mu$ V^2 , τῶν AA AM Co, corr. Hu auctore Co 22. AA Λ' in marg.
(S), om. B 23. τῆς $\delta\gamma$ V^2 Co pro τῆς BI'

Supponatur triangulum $\alpha\beta\gamma$, cuius latus $\alpha\beta$ non minus sit quam $\beta\gamma$, et basis $\alpha\gamma$ utroque maius, et circa centrum α per β circuli circumferentia describatur $\beta\epsilon\zeta$, et sumatur inter hanc et rectam $\beta\gamma$ quodvis punctum δ et iungantur $\alpha\delta$ $\delta\gamma$. Quoniam ex constructione $\alpha\delta$ maior est quam $\alpha\beta$, ideoque propter hypothesim maior quam $\beta\gamma$, et $\delta\gamma$ minor quam $\beta\gamma$ (*elem. 1, 24*), si produxerimus rectam $\delta\gamma$ et ipsi $\beta\gamma$ aequalem fecerimus utramque $\delta\vartheta$ $\delta\kappa$, circulus circa centrum δ per puncta ϑ κ descriptus secabit rectam $\alpha\zeta$. Secet in puncto η , et inter α η sumatur quodvis punctum λ ; apparet igitur, iuncta $\delta\lambda$, esse $\alpha\delta$ maiorem quam $\alpha\beta$, et $\lambda\delta$ quam $\beta\gamma^*)$.

XXX. Quodsi utramque interiorum utrique exteriorum ^{Prop. 33} aequalem esse velimus, necesse erit rectam $\alpha\gamma$ maiorem quam $\alpha\beta$, et $\beta\gamma$ minorem quam $\alpha\beta$ supponere.



Sic igitur constructum sit, et similiter ac supra circumferentia $\beta\epsilon\zeta$ describatur, et punctum δ sumatur, et $\delta\alpha$ $\delta\gamma$ iungantur, et producta $\delta\gamma$ ipsi $\beta\gamma$ aequalis ponatur $\delta\kappa$, et

*) Sic nos partim ex coniectura, quam librarius codicis B fecit, partim Commandino auctore et Graeca verba et Latinam interpretationem correximus, cum duarum rectarum $\lambda\delta$ $\delta\mu$ constructio ex proxima propositione prave huc translata esse videatur. Ceterum in figura apposita ipsam speciem, quae in codice exstat, servavimus, quo corrupta etiam codicis scriptura, nec non altera Commandini coniectura intellegi posset, qui haec quoque adnotat: "vel si placet etiam duo puncta sumere, ita legemus: et inter α η puncta sumantur λ μ . perspicuum est, iunctis $\lambda\delta$ $\delta\mu$, singulas ipsarum $\alpha\delta$ $\delta\lambda$ vel $\alpha\delta$ $\delta\mu$ singulis $\alpha\beta$ $\beta\gamma$ maiores esse".

ἡ ΔK , καὶ ἡ $K\Theta$ περιφέρεια κατὰ τὸ αὐτὸ γραφεῖσα τεμνέτω τὴν AA κατὰ τὸ Θ , τὴν δὲ AZ κατὰ τὸ H . ἐπεὶ δὲ μείζων ἡ AB τῆς $B\Gamma$, ἔσται καὶ τῆς $\Delta\Theta$ μείζων. κείσθω αὐτῇ ἴση ἡ AA , καὶ περὶ κέντρον τὸ A διὰ τοῦ A περιφέρεια γραφεῖσα τεμνέτω τὴν AH κατὰ τὸ M . φα-⁵ νερόν δὴ οὕτω ἐπιτευχθεῖσα ἑκατέρω τῶν AM AH ἴση ἔσται ἑκατέρω τῶν AB $B\Gamma$.

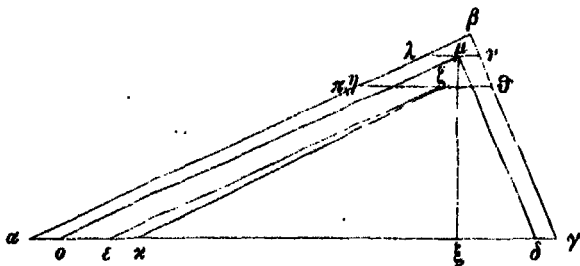
- 66 λα'. Μᾶλλον δ' ἂν ἐπιναθεῖη τὸ παράδοξον, εἰ μὴ μόνον ἴσαι ἢ μείζους ἀπλῶς εἶεν αἱ ἐπὶ τῆς βάσεως ἐντὸς τοῦ τριγώνου συνιστάμεναι τῶν περιεχουσῶν δύο πλευρῶν, 10 ἀλλὰ καὶ λόγον ἔχοιεν πρὸς αὐτὰς τὸν ἐπιταχθέντα.

Κατεσκευάσθωσαν γὰρ αἱ EZK ἴσαι ταῖς $AB\Gamma$ (τοῦτο γὰρ ὡς δυνατόν ἐστι γενέσθαι [διὰ τῶν πρώτων] εἴρηται ἐν ἀρχῇ), καὶ τὸ μὲν Π διχα τεμνέτω συναμφοτέρων τὴν $AB\Gamma$, ἡ δὲ ΘZH παράλληλος ἦχθω τῇ $A\Gamma$ [καὶ ἡ ZE δὲ 15 παράλληλος ἔστω τῇ BA], καὶ τῷ δοθέντι λόγῳ ὁ αὐτὸς ἔστω ὁ τῆς AB πρὸς AA , καὶ τῇ $A\Gamma$ παράλληλος ἦχθω ἡ AMN , καὶ ἐπὶ τῆς AMN σημείον εἰλήφθω τὸ M , ὥστε τὰς δι' αὐτοῦ ταῖς BA $B\Gamma$ παραλλήλους ἀγομένας τὰς MO MA περιλαμβάνειν τὸ Z . ἔσται δὴ καὶ συναμφοτέρων τῆς 20 $AB\Gamma$, τουτέστι συναμφοτέρων τῆς EZK , πρὸς συναμφοτέρων τὴν AA $N\Gamma$, τουτέστι πρὸς συναμφοτέρων τὴν $OM\Delta$, δοθεὶς λόγος· ἐν ἄρα τῷ $OM\Delta$ τριγώνῳ ἐντὸς οὕσαι αἱ EZK πρὸς τὰς $OM\Delta$ περιεχούσας λόγον ἔχουσι τὸν ἐπιταχθέντα.

25

2. τὴν AA Co Sea pro τὴν $AB\Delta$ 4. καὶ add. Hu auctore Co
6. τῶν AM $M\Gamma$ ABSV¹, corr. V² Sea (τῶν MA AH voluit Co)
8. λα' add. S 13. διὰ τῶν πρώτων om. Co (orta esse videtur haec corruptela ex glossa διὰ τὸ πρ., i. e. propos. 29) 14. τὸν μὲν Π διχ[|||||]|||/|||γότερον A, τὸν μὲν συναμγότερον B, τὸν μὲν π, et cetera ut B, S, corr. Hu 15. ἡ δὲ ΘZH V² (ἡ δὲ $H\Theta Z$ Co) pro ἡ δὲ ΘHZ 16. καὶ ἡ ZE — τῇ BA interpolatori tribuit Hu 17. ὁ τῆς AB πρὸς BA ABSV¹ cod. Co, corr. V² Co τῇ $A\Gamma$ add. Hu 18. ἡ AMN καὶ ἐπὶ τῆς AMN ABSV¹ cod. Co, corr. Co (ἡ $\lambda\mu\nu$ corr. olim V²) 19. 20. τὰς MO MA ABSV¹ cod. Co, corr. V² Co 22. τὴν $AMN\Gamma$ ABS, distinx. Co 23. δοθεὶς λόγος] expectamus λόγος ὁ αὐτὸς τῷ δοθέντι 24. πρὸς τὰς $AB\Gamma$ ABSV¹ cod. Co, corr. V² Co

Ἐπεὶ δὲ δεῖ τὴν AMN ἀνώτερον πίπτειν τῆς $HΘ$, δεῖ τὴν BA τῆς AA ἐλάσσονα εἶναι ἢ διπλασίαν (ἐπεὶ καὶ



τῆς AP ἐλάσσων ἐστὶν ἢ διπλασία), ὥστε καὶ τὸν δοθέντα λόγον δεῖσαι ἐλάσσονα εἶναι τοῦ διπλασίου. δῆλον δ' ὅτι, ὕψι ἂν ἡ μὲν AB τῆς $BΓ$ πολλαπλασία γίνηται, ἡ δὲ B^5 γωνία ἀμβλύνεται, μᾶλλον αἱ EZK τῷ διπλασίῳ συγγιγῶσι λόγῳ, καὶ μᾶλλον, εἰ μὴ ἴσαι εἶεν αἱ EZK ταῖς $ABΓ$ ἀλλὰ μείζους αὐτῶν, καὶ φανερόν, εἰ καθέτου ἀχθείσης τῆς $MΞ$ πρὸς τὰς $OMΞ$ συγκρίνονται. δυνατόν δὲ καὶ καθ' ἑτέρας ἐφοδούς τὸ αὐτό, ἀλλὰ πρὸς ἐνδειξιν ἱκανὸς¹⁰ ὁ τρόπος οὗτος.

- 67 λβ'. Οὐ μόνον δ' ἐπὶ τοῦ τριγώνου τῆς βάσεως αἱ εὐθεῖαι συνίστανται συναμφότεραι μείζους τῶν ἐκτὸς αἱ ἐντὸς, ἀλλὰ καὶ ἐπὶ τετραπλεύρου δύο τῶν τριῶν καὶ τρεῖς τῶν τριῶν, καὶ ἐπὶ τῶν ἔτι πολυπλευροτέρων¹⁵ ὁμοίως ὅσαιδὲ αἱ ἐντὸς ὁσωνοῦν τῶν ἐκτὸς μείζους εἶναι δύνανται.

Ἄν γὰρ ἡ τρίγωνον τὸ $ABΓ$ ἐν ᾗ συνίστανται αἱ AEZ

1. τὴν AMN Co pro τὴν AM 2. 3. ἐπεὶ — διπλασία om. Co
3. τῆς AP Hu pro τῆς AO 8. φανερόν Hu pro μᾶλλον εἰ conl.
Co, ἔτι AS , ἐπὶ B cod. Co 9. συγκρινόμενα ABS , συγκρινόμεναι
vel συγκρίνομεν conl. Co, corr. Hu 12. λβ' add. BS 13. ἔτι A^2
ex ἐπὶ 14. ὅσαι δὲ ABS ὅσων οὖν AB , coniunx. S

Sed quoniam rectam $\lambda\mu\nu$ supra rectam $\eta\zeta\theta$ cadere oportet (alioquin enim rectae $\sigma\mu$ $\mu\delta$ non comprehenderent ipsas $\epsilon\zeta$ $\zeta\kappa$, id quod in constructione supposuimus) et quia e.c. propos. 29 sequitur rectam $\eta\zeta\theta$ supra π cadere, ideoque est $\alpha\lambda > \alpha\eta > \alpha\pi$, atque e.c. hypothese est

$$\frac{\alpha\beta + \beta\gamma}{\alpha\pi} = \frac{2}{1}, \text{ itaque } ^1) \frac{\alpha\beta}{\alpha\pi} < \frac{2}{1}, \text{ necessario igitur est}$$

$$\frac{\alpha\beta}{\alpha\lambda} < \frac{2}{1}; \text{ itaque etiam datam proportionem minorem}$$

esse oportebit quam 2 : 1. Apparet autem, quo maior fiat proportio $\alpha\beta : \beta\gamma$ magisque obtusus angulus $\alpha\beta\gamma$, eo magis proportionem $\epsilon\zeta + \zeta\kappa : \sigma\mu + \mu\delta$ appropinquare proportioni 2 : 1⁴), et magis etiam, si summa $\epsilon\zeta + \zeta\kappa$ non aequalis sit summæ $\alpha\beta + \beta\gamma$ sed maior quam illa, idque manifestum sit, si perpendiculari ducta $\mu\xi$ rectae $\epsilon\zeta$ $\zeta\kappa$ cum $\sigma\mu$ $\mu\xi$ comparantur²). Idem etiam aliis modis effici potest; sed ad demonstrationem satis est haec ratio quam supra ingressi sumus.

XXXII. Non solum autem in trianguli basi rectae intus Prop. 35
constituuntur, quae simul sumptae maiores sunt exterioribus, sed etiam in quadrilatero duae una sumptae tribus exterioribus, et tres tribus, et similiter in polygonis quae plura etiam latera habent quotcunque interiores quotcunque exterioribus maiores esse possunt.

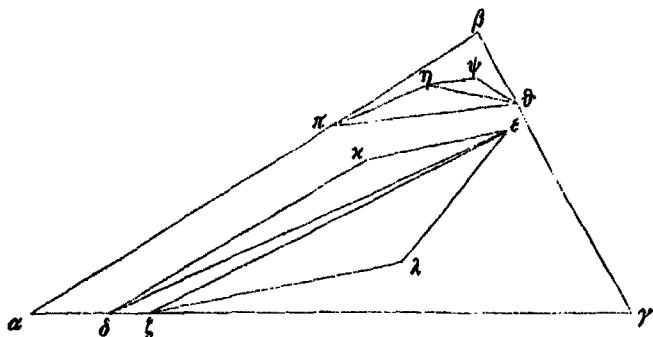
Nam si sit triangulum $\alpha\beta\gamma$, in quo $\delta\epsilon + \epsilon\zeta$ construun-

1) Ad haec supplenda viam praemonstravit Commandinus; sed illius ratio aliquanto, opinor, impeditur est.

2) "Quo enim $\alpha\beta$ magis superat $\beta\gamma$, eo punctum π magis accedit ad α et proportio $\beta\alpha$ ad $\alpha\lambda$ augeri potest, ut ad duplam propius accedat" Co.

2) Hoc loco scriptor supponere videtur aut ipsarum $\alpha\beta$ $\beta\gamma$ magnitudinem non variari (quae est Commandini sententia, aut summam $\alpha\beta + \beta\gamma$ eandem manere. Hoc igitur si statuimus, primum redit illa hypothesis "quo maior sit proportio $\alpha\beta : \beta\gamma$ "; accedit autem altera "quo magis, manentibus $\alpha\beta$ $\beta\gamma$, angulus $\alpha\beta\gamma$ obtusus sit". Sic enim scriptor existimat magis magisque rectas $\sigma\mu$ $\mu\delta$ imminui posse, et ita quidem, ut semper tamen rectas $\epsilon\zeta$ $\zeta\kappa$, quae ipsae magis magisque augeantur, intra se contineant. Quod ope perpendicularis $\mu\xi$ demonstrari posse significat. Acutissime haec sine dubio sunt observata et digna quae latius exponantur.

μειζόνες τῶν $ABΓ$ καὶ διαχθῇ ἡ $ΠΘ$ τυχοῦσα ὑπὲρ τὸ $Ε$,
μειζόνες ἔσονται αἱ $ΔΕΖ$ τῶν $ΑΠ ΠΘ ΘΓ$ ἐν τῷ $ΑΠΘΓ$



τετραπλεύρῳ. κὰν τυχοῦσα κλασθῇ ἡ $ΔΚΕ$, αἱ τρεῖς ὁμοῦ
αἱ $ΔΚ ΚΕ ΕΖ$ τῶν τριῶν τῶν $ΑΠ ΠΘ ΘΓ$ μειζόνες ἔσον-
ται. κὰν πάλιν κλασθῇ ἡ $ΠΗΘ$, μειζόνες ἔσονται αἱ $ΔΕΖ$ 5
καὶ ἔτι αἱ $ΔΚ ΚΕ ΕΖ$ τῶν τεττάρων τῶν $ΑΠ ΠΗ ΗΘ ΘΓ$
ἐν πενταπλεύρῳ. κὰν ἔτι κλασθῇ ἡ $ΕΛΖ$, μειζόνες ἔσονται
τέτταρες αἱ $ΔΚ ΚΕ ΕΛ ΑΖ$ τῶν τεττάρων τῶν $ΑΠ ΠΗ ΗΘ$
 $ΘΓ$. κὰν ἡ $ΠΗΨΘ$ κλασθῇ, κὰν ἔτι πρὸς πλείω σημεία
τῶν $Η Ψ$ καὶ τῶν $Κ Α$ ἡ κλάσις γίνηται, τί αὐτὸ συμ- 10
βήσεται. καὶ ἐπὶ τὸ ἄπειρον, ὅσας ἂν τις ἐπιτάξῃ τὰς
ἐντὸς ὁσωνδῇ τῶν ἐκτὸς εἶναι μειζόνες, τῷ αὐτῷ τρόπῳ
κατασκευασθήσεται.

68 λγ'. Δυνατὸν δὲ καὶ τὰς ἐντὸς ὁσαιοδῇ ταῖς ἐκτὸς
περιλαμβανούσαις πάσαις ὁμοῦ πάσας ἴσας εἶναι. 15

Κατασκευασθειῶν γάρ, ὡς προδεδείκται, τῶν $ΗΘ ΘΚ$
 $ΚΑ ΑΜ$ μειζόνων ὁσωνδῇ τῶν $ΑΒ ΒΓ ΓΔ ΔΕ ΕΖ$, ἂν

3. τῶν $ΑΠ ΠΘ ΘΓ$ ἐν τῷ $ΑΠ Η Α$ (Item BS, nisi quod $ΑΠΗ$),
corr. Co 5. κὰν Hu auctore Co pro καὶ (καὶ πάλιν ἂν V³) ἡ $ΠΗΘ$
Co pro ἡ $ΗΘ$ (ἡ πδ V³) 5—9. αἱ $ΔΕΖ$ | τῶν || $ΚΘ$ | $ΘΓ$ ἐν
πενταπλεύρῳ καὶ ἔτι αἱ $ΔΚ ΚΕ ΕΛ ΑΖ$ | ||||| || $ΘΓ$ κὰν ἡ
 $ΠΗ ΨΘ$ cet. A et similiter BSV, duas $ΔΕ ΕΖ$ itemque tres $ΔΚ ΚΕ ΕΖ$
maiores quattuor $ΑΠ ΠΗ ΗΘ ΘΓ$ in quinquelatero, et si inflectatur $ΕΛΖ$,
erunt et quattuor $ΔΚ ΚΕ ΕΛ ΑΖ$ maiores quam quattuor $ΑΠ ΠΗ ΗΘ$
 $ΘΓ$. at si inflectatur $ΠΗΨΘ$ cet. Co, reliqua corr. Hu (αὶ δεξ τῶν

tur maiores quam $\alpha\beta + \beta\gamma$, et quaevis recta $\pi\vartheta$ ducatur supra ε , in quadrilatero $\alpha\pi\vartheta\gamma$ erunt

$$\delta\varepsilon + \varepsilon\zeta > \alpha\pi + \pi\vartheta + \vartheta\gamma.$$

Et si quaevis linea $\delta\kappa\varepsilon$ inflectatur¹⁾, in eodem quadrilatero erunt

$$\delta\kappa + \kappa\varepsilon + \varepsilon\zeta > \alpha\pi + \pi\vartheta + \vartheta\gamma.$$

Et rursus si inflectatur $\pi\eta\vartheta$, in quinquelatero $\alpha\pi\eta\vartheta\gamma$ erunt

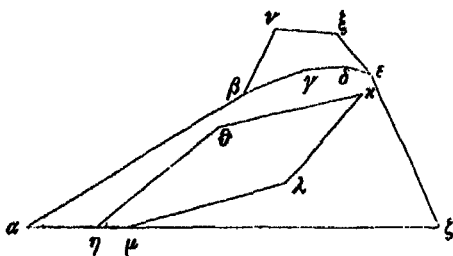
$$\delta\varepsilon + \varepsilon\zeta, \text{ itemque } \delta\kappa + \kappa\varepsilon + \varepsilon\zeta > \alpha\pi + \pi\eta + \eta\vartheta + \vartheta\gamma.$$

Et si insuper inflectatur $\varepsilon\lambda\zeta$, erunt quattuor interiores quattuor exterioribus maiores, scilicet

$$\delta\kappa + \kappa\varepsilon + \varepsilon\lambda + \lambda\zeta > \alpha\pi + \pi\eta + \eta\vartheta + \vartheta\gamma.$$

Et si inflectatur $\pi\eta\psi\vartheta$, et si ad plura etiam puncta quam $\eta\psi$ et $\kappa\lambda$ inflexio fiat, idem continget. Atque in infinitum, quotcumque quis rectas interiores exterioribus quotcumque maiores esse iusserit, eadem erit construendi ratio.

XXXIII. Fieri etiam potest ut summa interiorum rectarum summae quotcumque exteriorum aequalis sit. Prop. 36



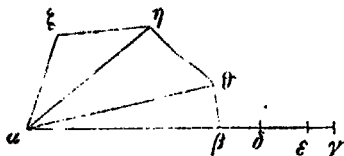
Si enim construantur, sicut modo demonstratum est, rectae $\eta\vartheta$ $\vartheta\kappa$ $\kappa\lambda$ $\lambda\mu$ una sumptae maiores quam quotcum-

1) Id est, si super rectam $\delta\varepsilon$ quivis angulus $\delta\kappa\varepsilon$ constituatur, ita scilicet, ut punctum κ sit inter $\delta\varepsilon$ et $\alpha\pi$.

$\alpha\pi\theta\gamma$ ἐν πενταπλεύρῳ καὶ ἐτεῖ αὖ $\delta\kappa$ $\kappa\varepsilon$ $\varepsilon\lambda$ $\lambda\zeta$ τῶν $\alpha\pi\eta\psi\vartheta\gamma$. καὶ ἡ $\pi\eta\psi\vartheta$ cet. V² 10. τῶν $\eta\psi$ A, distinx. BS τῶν K A Hu, τῶν K A Co (distinx. BS) 12. ὅσων δὲ ABS τῶν αὐτῶν A, corr. BS 14. $\lambda\Gamma$ A¹ in marg. (BS) ὅσαις δὲ ABS 15. περιλαμβανόμεναις ABSV¹, corr. V² 17. μετῶν AB, μετῶν S, corr. Hu ὅσων δὲ ABS, οὐσῶν coni Co

κλασθῇ ἡ $B\eta\Xi E$ τῇ ἴσῳ μείζων τῆς $B\Gamma\Delta E$, γεγονός ἐστὶ τὸ προκειμένον.

- 69 λδ'. Ῥᾷδιον δὲ ἀπὸ δύο σημείων τῶν $B E$ κλάσαι τὴν $B\eta\Xi E$ καθόλου τῇ δοθείσῃ εὐθείᾳ ἴσην τῶν κλασμάτων τὸ πλῆθος δοθὲν ἔχουσαν.



Ἔστω γὰρ τὰ μὲν δοθέντα σημεῖα τὰ $A B$, ἡ δὲ δοθεῖσα τῇ μεγέθει εὐθεῖα $A\Gamma$ μείζων τῆς AB , καὶ διη-
 10 ρήσθω ἡ $B\Gamma$ εἰς τυχούσας εὐθείας τὰς $BA \Delta E$

$E\Gamma$ μὲν ἑλάσσονας τοῦ τῶν κλασμάτων πλῆθους, καὶ ἡ μὲν $A\Theta B$ κεκλάσθω τῆς AB ὑπερέχουσα τῇ BA (ῥᾷδιον γὰρ ποιῆσαι), ἡ δὲ $A\eta\Theta$ κεκλάσθω τῆς $A\Theta$ ὑπερέχουσα τῇ ΔE , ἡ δὲ AZH κεκλάσθω τῆς AH ὑπερέχουσα τῇ $E\Gamma$. ἔσται δὲ τὸ πλῆθος τῶν $AZ ZH \eta\Theta \Theta B$ ἴσον τῇ δοθέντι, καὶ ἡ ἐκ πασῶν συγκειμένη εὐθεῖα ἴση τῇ $A\Gamma$. εὐκόλον γὰρ ἐκ τῆς κατασκευῆς τοῦτο συνιδεῖν καὶ ὅτι ἀπειραχῶς γίνεται.

- 70 λε'. Ἐνυατὸν δὲ καὶ παραλληλόγραμμον εὑρεῖν, οὗ ἐπὶ τῆς βάσεως ἐντὸς εὐθεῖαι δύο συνίστανται ταῖς περιεχούσαις τρισὶν ἴσαι καὶ μείζονας αὐτῶν προδιδαχθέντος τοῦδε.

1. ἡ $B\eta\Xi E$ AB (ἡ $B\eta\Xi E$ S), continx. Co 3. λδ' hoc loco add. Hu, idem paulo post ante Ἔστω exhibent ABS τῶν $B\eta\Xi A$, distinx. BS 7. 8. τὰ AB AB , distinx. S 12. τὰς BA Co pro τὰς $B\Gamma$ 13. τοῦ τῶν A^1 ex τούτων 13. 14. ἡ μὲν $A\Theta B$ Hu, ἡ μὲν AZ : ~ (quasi sit finis propositionis, et tum ineunte proximo versu) 14. τῆς AB τῆς $A\eta$ Co ἡ A , ἡ μὲν $a\zeta$ B^1S , ἡ μὲν $a\zeta$ B^3 (Co) 45. post τῆς $A\Theta$ ὑπερέχουσαι ABS , corr. Hu auctore Co 45. post τῆς $A\Theta$ ὑπερέχουσαι add. τῆς $B\eta\Xi$ ποιῆσαι ἡ δὲ $A\eta\Theta$ κεκλάσθω τῆς $A\eta$ ὑπερέχουσα AB^3S , corr. Co (idem voluit B^1 , qui spuria ille omittit, sed pro $A\Theta$ habet $a\eta$) 16. ἡ δὲ $A\Theta B$ κεκλάσθω τῆς AB voluit Co (conf. adnot. ad Lat.) 19. τοῦτό τε conl. Hu 21. $A\eta$ A^1 in marg. (B), om. S 22. 23. συνίστανται — ἴσαι Hu auctore Co pro συνιστᾶν — ἴσαι

que $\alpha\beta$ $\beta\gamma$ $\gamma\delta$ $\delta\epsilon$ $\epsilon\zeta$. . . , et inflectatur $\beta\nu\xi\epsilon$ *); inflexam $\beta\gamma\delta\epsilon$ superans aequali differentia atque inflexu $\eta\theta\chi\lambda\mu$ superat $\alpha\beta\gamma\delta\epsilon\zeta$ (propos. 37), factum erit propositum.

XXXIV. Facile autem est a duobus datis punctis (ut Prop. 37 β & in superiore propositione) inflectere omnino quamlibet lineam (velut modo $\beta\nu\xi\epsilon$), quae datae cuidam aequalis sit et datum numerum singularum rectarum contineat.

Sint enim data puncta α β , et recta magnitudine data $\alpha\gamma$ maior quam $\alpha\beta$, et dividatur $\beta\gamma$ in quaslibet rectas $\beta\delta$ $\delta\epsilon$ $\epsilon\gamma$. . . , quarum numerus uno minor sit dato numero singularum rectarum, e quibus inflexa componenda sit, et inflectatur $\alpha\theta\vartheta$ rectam $\alpha\beta$ superans ipsam $\beta\delta$ — hoc enim facile fieri potest¹⁾ — et $\alpha\eta\vartheta$ inflectatur rectam $\alpha\vartheta$ superans ipsam $\delta\epsilon$, et $\alpha\zeta\eta$ inflectatur rectam $\alpha\eta$ superans ipsam $\epsilon\gamma$ **); erit igitur numerus rectarum $\alpha\zeta$ $\zeta\eta$ $\eta\vartheta$ $\vartheta\beta$. . . aequalis dato numero, et recta quae ex omnibus componitur aequalis ipsi $\alpha\gamma$. Facile enim haec ita fieri, et quidem infinite, ex constructione perspicitur.

XXXV. Fieri etiam potest ut parallelogrammum inven- Prop. 38
niatur, cuius in basi intus duae constituentur unae sumptae aequales tribus quae ipsas comprehendunt, vel maiores iisdem, hoc prius demonstrato.

*) Paulo commodius ex recentiorum usu scribi poterat 'et inflectatur $\beta\nu\xi\epsilon$ ita, ut sit $\beta\nu + \nu\xi + \xi\epsilon - (\beta\gamma + \gamma\delta + \delta\epsilon) = \eta\theta + \theta\chi + \chi\lambda + \lambda\mu - (\alpha\beta + \beta\gamma + \gamma\delta + \delta\epsilon + \epsilon\zeta)$ '.

1) Scilicet in recta $\alpha\beta\delta$ ita sumatur quodvis punctum θ , ut ex rectis $\alpha\theta$ $\theta\delta$ $\alpha\beta$ construi possit triangulum $\alpha\theta\beta$. Paulo latius haec explicat Commandinus.

**) Unam codicis pravam scripturam (vid. Graec. p. 123, 13. 14) relinens Commandinus plura alia, quae sanissima sunt, corrumpit hunc in domum: "et $\alpha\zeta\eta$ quidem inflectatur adeo, ut superet $\alpha\eta$ quantitate lineae $\beta\delta$, $\alpha\eta\vartheta$ vero inflectatur, ut superet $\alpha\vartheta$ quantitate $\delta\epsilon$, et $\alpha\vartheta\beta$ superet $\alpha\beta$ ipsa $\epsilon\gamma$ ". Nos autem nihil nisi manifestam illam codicis corruptelam mutavimus, reliqua autem servavimus, quae commodius ex nostratium usu sic perscribuntur: "construantur

$$\alpha\theta + \theta\beta = \alpha\beta + \beta\delta$$

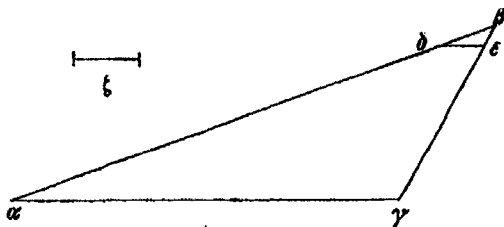
$$\alpha\eta + \eta\vartheta = \alpha\vartheta + \delta\epsilon$$

$$\alpha\zeta + \zeta\eta = \alpha\eta + \epsilon\gamma"$$
 unde sponte efficitur esse

$$\alpha\zeta + \zeta\eta + \eta\vartheta + \vartheta\beta = \alpha\beta + \beta\delta + \delta\epsilon + \epsilon\gamma$$

$$= \alpha\gamma.$$

Ἐστω ἡ AB τῆς $BΓ$ δοθείση μείζων ἢ ἐν λόγῳ· ἀγαγεῖν παράλληλον τῇ $AΓ$ τὴν $ΔΕ$ καὶ ποιεῖν ἐν τῷ λόγῳ τὴν $ΑΔ$ πρὸς συναμφοτέρου τὴν $ΔΕ$ $BΓ$.



Γεγονέτω. ἔπειδ ἡ AB τῆς $BΓ$ δοθείση μείζων ἐστὶν ἢ ἐν λόγῳ, ἔστω λόγος τῆς AB πρὸς τὴν $BΓ$ μετὰ δοθείσεως· ἔστω τῆς Z . ὁ δ' αὐτός ἐστιν καὶ τῆς $ΑΔ$ πρὸς τὰς $ΔΕ$ $BΓ$ · καὶ λοιπῆς ἄρα τῆς $ΒΔ$ λόγος πρὸς τὴν τῶν Z $ΔΕ$ ὑπεροχὴν ὁ αὐτός ἐστιν. καὶ ἔστιν δοθεῖσα ἡ Z · δοθεῖσα ἄρα καὶ ἡ $ΔΕ$ *** θέσει ἄρα *** ὥστε καί, ἂν ἡ AB τῆς $BΓ$ μείζων ἢ ἡ διπλῇ, δυνατόν ἐσται ἀγαγεῖν¹⁰ παράλληλον τὴν $ΔΕ$ καὶ ποιεῖν τὴν $ΑΔ$ διπλὴν συναμφοτέρου τῆς $ΔΕ$ $BΓ$.

- 71 λζ'. Ἐκκεῖσθω δὴ τοιοῦτον τρίγωνον τὸ $ABΓ$, ὥστε τὴν μὲν AB τῆς $BΓ$ μείζονα εἶναι ἢ διπλασίαν, τὴν δὲ $ΑΓ$ τῆς $ΓΒ$ διπλασίαν, καὶ ἦχθω παράλληλος ἡ $ΔΕ$ ποι-
 15 οῦσα τὴν $ΑΔ$ διπλασίαν συναμφοτέρου τῆς $ΔΕ$ $BΓ$, καὶ

1. δοθεῖσαι ABS^1 , δοθείσης cod. Paris. 2368 S², corr. Hu auctore Co
 2. $AΓ$ τὴν add. Hu ποιεῖ ABS , corr. Hu auctore Co 3. τὴν $ΚΔ$
 πρὸς συναμφοτέρου τὴν $ΔΕ$ $AΓ$ AS , τὴν $δκ$ πρὸς συναμφοτέρου τὴν $δε$
 εγ B , corr. Co 4. γέγονεν τῷ A^1 , corr. A² 5. δοθείση AB , δοθείσης
 S 7. τὰς $ΔΕΒΓ$ A, distinx. BS 7. 8. τῶν $ΖΔΕ$ ABS , distinx. Co
 8. ὁ αὐτός ἐστιν add. Hu auctore Co ἡ $Ζ$ AB , ἡ $ζη$ S post ἡ Z
 nullum lacunae signum posuimus, quatenus in Latinis nonnulla sup-
 plevimus; haec enim Graecus scriptor cogitatione addenda esse putavit
 neque diserte expressit 9. ***θέσει ἄρα *** de lacunis, quarum
 nullum est vestigium in Graecis codicibus, vide Latina 13. As A¹
 in marg. (BS) 16. τῆς $ΔΕΒΓ$ ABS , distinx. Co

*Triangulo $\alpha\beta\gamma$ specie dato¹⁾ sit recta $\alpha\beta$, comparata cum $\beta\gamma$, data maior quam in data proportione²⁾: *propositum sit rectae $\alpha\gamma$ parallelam $\delta\epsilon$ ita ducere, ut in eadem proportione sit $\alpha\delta : \delta\epsilon + \beta\gamma$.**

Factum iam sit. Quoniam $\alpha\beta$, comparata cum $\beta\gamma$, data maior est quam in data proportione, huic ipsi aequalis sit proportio rectae $\alpha\beta$ ad $\beta\gamma$ unâ cum alia data, quae sit ζ^*). Sed *secundum id quod factum iam esse posuimus est*

$$\frac{\alpha\beta}{\beta\gamma + \zeta} = \frac{\alpha\delta}{\delta\epsilon + \beta\gamma}; \text{ ergo etiam subtractione facta datae}$$

proportioni aequalis est

$\frac{\beta\delta}{\zeta - \delta\epsilon}$. Et data est ζ , dataque proportio $\beta\delta : \delta\epsilon$ (est enim aequalis proportioni $\beta\alpha : \alpha\gamma$, quae ex hypothesis data est); ergo $\delta\epsilon$ magnitudine data est³⁾. Sed eadem etiam positione (est enim parallela rectae $\alpha\gamma$); datum est igitur punctum δ ***

*** ergo, si sit $\alpha\beta : \beta\gamma > 2$, parallela $\delta\epsilon$ ita duci poterit, ut sit $\alpha\delta : \delta\epsilon + \beta\gamma = 2^{**})$.

XXXVI. Exponatur igitur eiusmodi triangulum, ut sit Prop. $\alpha\beta > 2\beta\gamma$, et $\alpha\gamma = 2\beta\gamma$, et ducatur rectae $\alpha\gamma$ parallela $\delta\epsilon$ ita, ut sit $\alpha\delta = 2(\delta\epsilon + \beta\gamma)$, et in producta $\gamma\alpha$ ponatur $\zeta\alpha =$

4) Haec nos propter ea quae sequuntur addenda esse censuimus.

2) Id est, si data proportio significetur notâ P , dataque recta d , "sit $\alpha\beta - d : \beta\gamma = P$ ". Vide Euclid. dat. def. 44 et auctores infra ad VII cap. 26 in adnot. ad IV versionis Lat. citatos.

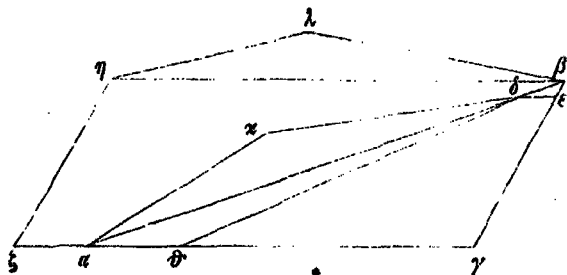
*) Significat scriptor ex aequationibus $P = \frac{\alpha\beta - d}{\beta\gamma} = \frac{\alpha\beta}{\beta\gamma + \zeta}$ definiri $\zeta = \frac{\beta\gamma \cdot d}{\alpha\beta - d} = \frac{d}{P}$. Geometricam demonstrationem ex ratione veterum supplet Commandinus: vide append.

3) Verba a nobis addita "dataque proportio $\beta\delta : \delta\epsilon$ " col. conveniunt cum his quae initio supplivimus (conf. Euclid. dat. def. 3). Illis autem quae supra leguntur suppositis, scilicet datis $P = \frac{\beta\delta}{\zeta - \delta\epsilon}$, et $p = \frac{\beta\delta}{\delta\epsilon}$, et datâ ipsâ ζ ; facile efficitur datam esse $\delta\epsilon = \frac{\zeta P}{P + p}$, unde prodit simplicior illa formula, quam in appendice exhibemus, $\delta\epsilon = \frac{d}{P + p}$.

**) Vide append.

τῆς $ΔΕ$ διπλασία κείσθω ἐπ' εὐθείας ἡ $ΑΖ$, καὶ συμπληρώσθω τὸ $ΓΗ$ παραλληλόγραμμον ***

Ἐπεὶ γὰρ ἡ μὲν $ΖΑ$ διπλασία ἐστὶν τῆς $ΔΕ$, ἡ δὲ $ΑΓ$ τῆς $ΓΒ$, ἔσται ὅλη ἡ $ΖΓ$, τοντέστιν ἡ $ΗΒ$, διπλασία



συναμφοτέρου τῆς $ΔΕ$ $ΒΓ$. ἴση ἄρα ἐστὶν τῇ $ΑΔ$. ἐπεὶ δὴ ἡ $ΑΔ$ τῆς $ΒΓ$ μείζων ἢ διπλασία, κατέχθω ἡ $ΑΘ$ διπλασία τῆς $ΒΓ$. ἴση ἄρα ἡ $ΑΘ$ ταῖς $ΗΖ$ $ΒΓ$. ἐδείχθη δὲ καὶ ἡ $ΑΔ$ τῇ $ΗΒ$ ἴση· αἱ $ΑΔΘ$ ἄρα ἴσαι ταῖς $ΖΗ$ $ΗΒ$ $ΒΓ$, καὶ ἐστὶν παραλληλόγραμμον τὸ $ΖΗΒΓ$.

Ἀλλ' οὐ δ' οὐ καὶ μείζους αἱ $ΑΔΘ$ τῶν $ΖΗ$ $ΗΒ$ $ΒΓ$ δύνανται εἶναι.

Καὶ ληφθέντος σημείου τινὸς τοῦ $Κ$ μᾶλλον αἱ $ΑΚ$ $ΚΔ$ $ΑΘ$ μείζους τῶν ἐκτός.

Καὶ εἰ, ὅσων μείζους εἰσὶν, κλασθεῖη ἡ $ΗΑΒ$ τῷ αὐτῷ μείζων τῆς $ΗΒ$, ἔσονται καὶ αἱ $ΑΚ$ $ΚΔ$ $ΑΘ$ ἴσαι ταῖς $ΖΗ$ $ΗΑ$ $ΑΒ$ $ΒΓ$ ἐν πενταπλεύρῳ. καὶ ἐπὶ τῶν πολυπλευροτέρων ὁ αὐτὸς τρόπος, ὥσπερ καὶ ἐπὶ τῶν ἀπὸ τευχόντος τετραπλεύρου συνισταμένων προδεδείχται.

72 λζ'. Ἐπεται τοῖς προειρημένοις καὶ τὰ τοιαῦτα. δοθέντος παραλληλογράμμου χωρίου δυνατόν ἐστιν εὐρεῖν ἕτερον παραλληλόγραμμον, ὥστε αὐτὸ μὲν τὸ ἐπιταχθέν μέρος εἶναι τοῦ δοθέντος, ἐκάστην δὲ πλευρὰν ἐκάστης πολλαπλασίαν κατὰ τὸν δοθέντα ἀριθμόν.

2. lacunam, cuius nullum vestigium codices exhibent, explevimus in Latina versione 4. τῆς $ΓΒ$ Co pro τῆς $ΓΑ$ 5. τῆς $ΔΕ$ $ΒΓ$

$2\delta\epsilon$, et compleatur parallelogrammum $\zeta\eta\beta\gamma$; dico in basi parallelogrammi $\zeta\eta\beta\gamma$ duas rectas constitui posse, quarum summa aequalis sit summae trium parallelogrammi laterum ipsas comprehendentium, itemque duas rectas, quarum summa maior sit quam summa eorundem laterum.

Quoniam enim est $\zeta\alpha = 2\delta\epsilon$, et $\alpha\gamma = 2\beta\gamma$, erit tota $\zeta\gamma$, id est $\eta\beta = 2(\delta\epsilon + \beta\gamma)$, ideoque $\eta\beta = \alpha\delta$. Quia est $\alpha\delta = 2(\delta\epsilon + \beta\gamma)$, id est $> 2\beta\gamma$, ducatur $\delta\vartheta = 2\beta\gamma$; ergo $\delta\vartheta = \eta\zeta + \beta\gamma$. Sed etiam demonstrata est $\alpha\delta = \eta\beta$; ergo $\alpha\delta + \delta\vartheta = \zeta\eta + \eta\beta + \beta\gamma$; et est parallelogrammum $\zeta\eta\beta\gamma$.

Apparet autem fieri etiam posse ut $\alpha\delta + \delta\vartheta$ maiores sint quam $\zeta\eta + \eta\beta + \beta\gamma$ (conf. supra propos. 34).

Et si quoddam punctum κ (extra $\alpha\delta$ $\delta\vartheta$, sed intra parallelogrammum) sumatur et inflectatur $\alpha\kappa\delta$, eo magis $\alpha\kappa + \kappa\delta + \delta\vartheta$ maiores erunt exterioribus $\zeta\eta + \eta\beta + \beta\gamma$.

Et si super $\eta\beta$ linea $\eta\lambda\beta$ ita inflectatur, ut sit

$\eta\lambda + \lambda\beta - \eta\beta = \alpha\kappa + \kappa\delta + \delta\vartheta - (\zeta\eta + \eta\beta + \beta\gamma)$,
erunt etiam in quinquelatero

$$\alpha\kappa + \kappa\delta + \delta\vartheta = \zeta\eta + \eta\lambda + \lambda\beta + \beta\gamma.$$

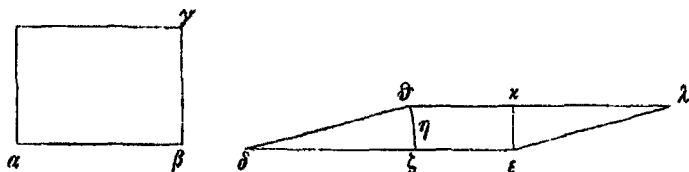
Et in polygonis quae plura etiam latera habent eadem valet ratio, sicut iam supra (propos. 35. 36) in rectis quae a quovis quadrilatero constituuntur demonstratum est.

XXXVII. Ad ea quae dicta sunt accedunt etiam alia Prop. huiusmodi. Dato parallelogrammo rectangulo aliud parallelogrammum eiusmodi inveniri potest, ut ipsum sit proposita pars dati parallelogrammi, singula autem latera singulorum dati parallelogrammi laterum multipla sint secundum datos numeros¹⁾.

4) Τὸν δοθέντα ἀριθμὸν scriptor significat simplicem proportionis numerum; supponit igitur singula latera alterius parallelogrammi ad latera dati parallelogrammi esse in proportionem dupla vel tripla etc., nec tamen ignorat etiam aliam quaecunque proportionem, velut 3:2 etc., sumi posse.

Co pro τῆς $\overline{AEB}$ 8. ἡ AA Hu pro ἡ AA Iσῆ add. Hu auctore Co
45. αὖ om. AS, add. B 45. 46. ταῖς $ZHH\overline{AABHI}$ A, distinx. BS
47. ὁσαυτῶ AB, ὁσαυτῶ S, quemadmodum Co, corr. Hu 49. ἀλ' add. BS

"Εστω γὰρ παραλληλόγραμμον τὸ $ABΓ$, καὶ εἰλήφθω ἑκατέρω τῶν $EA AZ$ πολλαπλασία ἑκατέρας τῶν $AB BI'$ κατὰ τοὺς δοθέντας ἀριθμούς, καὶ ἦχθω τῇ AB πρὸς ὁρθὸς ἡ EK , καὶ ἀπειλήφθω τὸ ὑπὸ $ΔΕΚ$ τὸ ἐπιταχθέν



μέρος τοῦ $ΑΓ$ παραλληλογράμμου, καὶ διὰ τοῦ K τῇ AE ⁵ παράλληλος ἦχθω ἡ $ΘΚΑ$, καὶ περὶ κέντρον τὸ $Δ$ περιφέρεια γραφεῖσα ἡ $ZHΘ$ τεμνέτω τὴν $ΘΚΑ$ κατὰ τὸ $Θ$ καὶ ἐπιτευχθεῖση τῇ $ΔΘ$ παράλληλος ἦχθω ἡ $ΕΑ$. δῆλον δ' ἐκ τῆς κατασκευῆς ὅτι αὐτὸ μὲν τὸ $ΔΑ$ παραλληλόγραμμον τὸ δοθέν μέρος ἐστὶν τοῦ $ΑΓ$ ὁρθογωνίου, ἑκάστη¹⁰ δὲ αὐτοῦ πλευρὰ ἑκάστης πολλαπλασία κατὰ τοὺς προτεθέντας ἀριθμούς.

- 73 λή'. Πάλιν τριγώνου δοθέντος ἔλασσον εὐρίσκεται τρίγωνον ἑκάστην ἔχον πλευρὰν ἑκάστης μείζονα.

"Εστω γὰρ τρίγωνον τὸ $ABΓ$, καὶ ἐκβεβλήσθω ἡ $BΓ$ ¹⁵ βάσις ἐφ' ἑκάτερα μέρη, καὶ κείσθω τῇ μὲν AB ἴση ἡ BA , τῇ δὲ $ΑΓ$ ἴση ἡ $ΓΕ$, καὶ περὶ τὴν $ΔΕ$ εὐθείαν τῷ $ABΓ$ ἴσον παραλληλόγραμμον παραβεβλήσθω τὸ $ΔΗ$, καὶ εἰλήφθω τι σημεῖον ἐπὶ τῆς $BΓ$ τυχὸν τὸ $Θ$. ἐπιτευχθῶσαν αἱ $ΘΖ$ $ΘΗ$. καὶ ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ AB τῇ BA , μείζων ἄρα ἐστὶν ἡ $ΔΘ$ τῆς BA . ὁμοίως δὲ δεῖξομεν ὅτι καὶ ἡ $ΕΘ$ τῆς $ΑΓ$ μείζων. ἐστὶν δὲ καὶ ἡ ZH τῆς $BΓ$ μείζων· αἱ τρεῖς ἄρα αἱ $ΘΖ$ ZH $HΘ$ κατὰ μίαν μείζονες εἰσιν τῶν AB $BΓ$ $ΓΑ$. ἐπεὶ δὲ τὸ $ΔΗ$ παραλληλόγραμ-

2. τῶν $ABΓA$, distinx. BS 4. τὸ ὑπὸ $ΔΕΘΚ$ ABS, corr. Co

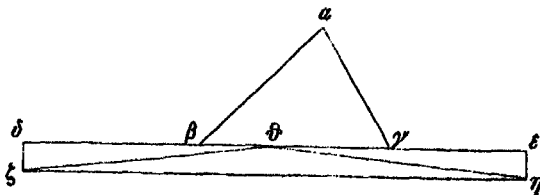
5. τοῦ $ΑΓ$ brevius pro τοῦ $ABΓ$ scriptor posuit et hic et paulo post

8. ἐπιτευχθεῖσαι AB cod. Co, ἐπιτευχθεῖσαι Paris 2368 (ἐπιτευχθεῖσα S),

Sit enim parallelogrammum $\alpha\beta\gamma$, et sumatur $\alpha\delta$ multipla rectae $\alpha\beta$, et $\delta\zeta$ multipla $\beta\gamma$ secundum datos numeros, et rectae $\delta\epsilon$ perpendicularis ducatur $\epsilon\kappa$, et punctum κ ita sumatur, ut rectangulum $\delta\epsilon \cdot \epsilon\kappa$ sit proposita pars parallelogrammi $\alpha\beta\gamma$, et per κ rectae $\delta\epsilon$ parallela ducatur recta $\vartheta\kappa\lambda$, et circa centrum δ describatur circumferentia $\zeta\eta\vartheta$, quae rectam $\vartheta\kappa\lambda$ in puncto ϑ secet, et iunctae $\delta\vartheta$ parallela ducatur $\epsilon\lambda$. Apparet autem ex constructione parallelogrammum $\delta\epsilon\lambda\vartheta$ datam partem esse parallelogrammi rectanguli $\alpha\beta\gamma$, et singula eius latera singulorum alterius laterum multipla esse secundum propositos numeros.

XXXVIII. Rursus dato triangulo aliud minus triangulum, Prop. 44
cuius singula latera singulis dati trianguli lateribus maiora
sint, invenitur hoc modo.

Sit enim triangulum $\alpha\beta\gamma$, et basis $\beta\gamma$ in utramque partem producat, et ponatur $\beta\delta = \alpha\beta$, et $\gamma\epsilon = \alpha\gamma$, et ex



recta $\delta\epsilon$ construat, parallelogrammum $\delta\zeta\eta\epsilon$ triangulo $\alpha\beta\gamma$ aequale, et in recta $\beta\gamma$ sumatur quodvis punctum ϑ , iunganturque $\vartheta\zeta$ $\vartheta\eta$. Et quia est $\beta\delta = \alpha\beta$, est igitur $\delta\vartheta > \alpha\beta$. Similiter etiam demonstrabimus esse $\vartheta\epsilon > \alpha\gamma$. Sed est etiam $\zeta\eta > \beta\gamma$; ergo singulae $\vartheta\zeta$ $\zeta\eta$ $\eta\vartheta$ maiores sunt singulis $\alpha\beta$ $\beta\gamma$ $\gamma\alpha$. Sed quia parallelogrammum $\delta\zeta\eta\epsilon$ et duplo

corr. Co 8. 9. δὴλονότι ἐκ Α(ΒΣ), corr. Hu 10. τὸ δοθὲν Co pro
τοῦ δοθέντος ὁρθογωνίου παραλληλογράμμου conl. Co (conf. tamen
ind. sub χωρίον) 43. ΑΠ Α' in marg. (BS) ἐλάσσον Β, ἐλάσσων
ΑΣ τριγώνου Σ 44. ἐκάστην Β', ἐκάστης ΑΒ'Σ πλεινὰς ABS,
corr. Hu auctore Co 24. τῶν ΑΒΗΓΤΑ Α, distinx. BS

μον διπλάσιόν ἐστι τοῦ $ZH\Theta$ τριγώνου, ἀλλὰ τὸ ΔH παραλληλόγραμμον ἴσον ἐστὶν τῷ $\Delta B\Gamma$ τριγώνῳ, μείζον ἄρα τὸ $\Delta B\Gamma$ τρίγωνον τὸ τὰς ἐλάσσονας ἔχον πλευρὰς τοῦ $ZH\Theta$.

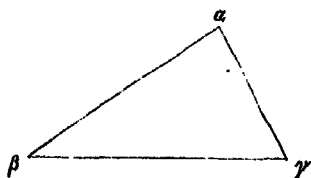
- 74 λθ'. Τοῦτο μὲν ἐν τοῖς παραδόξοις φέρεται, γένοιτο δ' ἂν παραδοξότερον, εἰ τὸ μὲν τρίγωνον αὐτὸ εὐρεθείη μέρος τοῦ δοθέντος τριγώνου, ἐκάστη δὲ πλευρὰ ἐκάστης πολλαπλασία κατὰ τοὺς δοθέντας ἀριθμούς [ὥς ἐπὶ τοῦ παραλληλογράμμου προεῖρηται] ἢ καὶ μείζον ἢ πολλαπλασία.
- "Ἐστω γάρ τρίγωνον τὸ $\Delta B\Gamma$, καὶ συνστάτω τρίγωνον τὸ EZH ἐκάστην πλευρὰν ἔχον ἐκάστης τῶν τοῦ $\Delta B\Gamma$ πλευρῶν πολλαπλασίαν κατὰ τοὺς δοθέντας ἀριθμούς [ἢ καὶ μείζονας ἢ πολλαπλασίας], καὶ περὶ κέντρον τὸ H διὰ μὲν τοῦ E περιφέρεια γεγράφω ἢ $E\Theta K$, διὰ δὲ τοῦ Z περιφέρεια ἢ $Z\Lambda M$, καὶ διὰ τοῦ H τῇ EZ παράλληλος ἢ $\chi\theta\omega$ ἢ KHM , καὶ κάθετος ἢ $\chi\theta\omega$ ἀπὸ τοῦ H ἐπὶ τὴν EZ ἢ HN , καὶ ἔστω τὸ ἐπιταχθὲν μέρος τοῦ $\Delta B\Gamma$ τριγώνου τὸ ὑπὸ KM $H\Pi$ [τοῦτο γὰρ προδεδεικται], καὶ τῇ KM παράλληλος ἢ $\chi\theta\omega$ ἢ $\Theta\Pi A$, καὶ ἐπεξέχθωσαν αἱ $H\Theta$ $H\Lambda$. φανερόν οὖν ἐκ τῆς κατασκευῆς ὅτι τὸ $\Theta H A$ τρίγωνον ἐλασσόν ἐστιν ἢ τὸ ἥμισυ τοῦ ληφθέντος μέρους τοῦ $\Delta B\Gamma$ (ἐλάσσων γὰρ ἢ ΘA τῆς KM), ἐκάστη δὲ αὐτοῦ πλευρὰ ἐκάστης τῶν τοῦ $\Delta B\Gamma$ ἢ πολλαπλασία ἢ καὶ μείζον ἢ πολλαπλασία κατὰ τοὺς δοθέντας ἀριθμούς (μείζων γὰρ ἢ ΘA τῆς EZ).

25

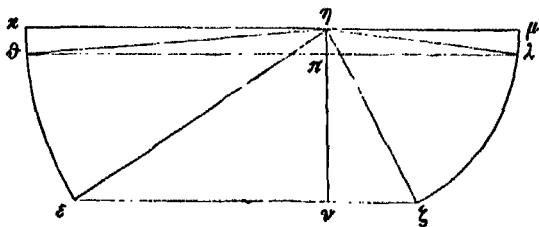
5. $\Delta\Theta$ Λ^1 in marg. (B), om. S 7. $\deltaοθέν$ in A extremum est fol. 24; sequitur rasura versuum duorum et clinidii, tum initio fol. 25 τος τριγώνου col. 8. 9. ὥς — προεῖρηται interpolatori tribuit et η καὶ — πολλαπλασία add. Hu 10. τὸ $\Delta B\Gamma$ Λ^1 ex τὸ $\Delta\Gamma$ 12. 13. ἢ καὶ — πολλαπλασίας del. Hu (scilicet haec ex margine prave huc irropsisse videntur, postquam paulo supra incuria omissa sunt) 18. τὸ (αὐτο ὑπὸ) V Co pro τοῦ τοῦτο γὰρ προδεδεικται "nos consullo omisimus; neque enim hoc a Pappo ante demonstratum est, sed ex elementis petitur" Co 21. ἢ add. cod. Paris. 3368 S 23. ἢ πολλαπλασία ἢ καὶ add. Hu (paulo aliter Co: ἐκάστης τῶν τοῦ $\Delta B\Gamma$ ἢ πολλαπλασία κατὰ τοὺς δοθέντας ἀριθμούς ἢ μείζων ἢ πολλαπλασία)

maius est quam triangulum $\vartheta\zeta\eta$ et aequale triangulo $\alpha\beta\gamma$, est igitur triangulum $\alpha\beta\gamma$, quod quidem minora latera habet, maius quam triangulum $\vartheta\zeta\eta$, cuius singula latera maiora sunt.

XXXIX. Hoc quidem inter admirabilia numeratur; multo autem magis mirum fiat, si ipsum quidem triangulum inveniat^{Prop. 42}ur pars esse dati trianguli, singula autem eius latera multipla singulorum dati trianguli laterum secundum datos numeros [sicut de parallelogrammo supra (propos. 40) demonstratum est] vel etiam maiora quam multipla.



Sit enim triangulum $\alpha\beta\gamma$, et construatur triangulum $\eta\epsilon\zeta$, cuius singula latera singulorum $\alpha\beta\gamma$ trianguli laterum multipla sint secundum datos numeros, et circa centrum η per ϵ describatur circumferentia $\epsilon\vartheta\pi$, et per ζ circumferentia $\zeta\lambda\mu$, et per η rectae $\epsilon\zeta$ parallela



ducatur $\kappa\eta\mu$, et a puncto η ad rectam $\epsilon\zeta$ ducatur perpendicularis $\eta\nu$, et in ea punctum π ita sumatur, ut rectangulum $\kappa\mu \cdot \eta\pi$ sit proposita pars trianguli $\alpha\beta\gamma$, et rectae $\kappa\mu$ parallela ducatur $\vartheta\pi\lambda$, iunganturque $\eta\vartheta$ et $\eta\lambda$. Apparet igitur ex constructione triangulum $\vartheta\eta\lambda$ minus esse quam dimidium propositae partis trianguli $\alpha\beta\gamma$ (est enim $\vartheta\lambda$ minor quam $\kappa\mu$, itaque triangulum $\vartheta\eta\lambda$ minus quam dimidium rectanguli $\kappa\mu \cdot \eta\pi$), singula autem eius latera multipla sunt singulorum trianguli $\alpha\beta\gamma$ laterum secundum datos numeros vel etiam maiora quam multipla (est enim $\vartheta\eta = \epsilon\eta$, et $\eta\lambda = \eta\zeta$, et $\vartheta\lambda > \epsilon\zeta$).

- 75 μ'. Εἰς τὴν δοθεῖσαν σφαῖραν ἐγγράψαι τὰ πέντε πολύεδρα, προγράφεται δὲ τὰδε.

Ἔστω ἐν σφαίρᾳ κύκλος ὁ $ABΓ$, οὗ διάμετρος ἡ $ΑΓ$ καὶ κέντρον τὸ $Α$, καὶ προκείσθω εἰς τὸν κύκλον ἐμβαλεῖν εὐθεῖαν παράλληλον μὲν τῇ $ΑΓ$ διαμέτρῳ, ἴσην δὲ τῇ δοθείσῃ μὴ μείζονι οὕσῃ τῆς $ΑΓ$ διαμέτρου.

Κείσθω τῇ ἡμισίᾳ τῆς δοθείσης ἴση ἡ $ΕΔ$, καὶ τῇ $ΑΓ$ διαμέτρῳ ἥχθω πρὸς ὀρθὰς ἡ $ΕΒ$, τῇ δὲ $ΑΓ$ παράλληλος ἡ $ΒΖ$, ἥτις ἴση ἔσται τῇ δοθείσῃ· διπλῇ γὰρ ἔστιν τῆς $ΕΔ$ (ἐπεὶ καὶ ἴση τῇ $ΕΗ$, παραλλήλου ἀχθείσης τῆς $ΖΗ$ τῇ $ΒΕ$).

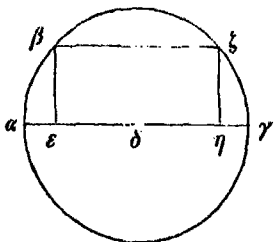
- 76 μ'. Ἐστῶσαν ἐν σφαίρᾳ παράλληλοι κύκλοι οἱ $ΑΚΔ$ $ΒΕΖΓ$, ἡ δὲ διὰ τῶν $Β Γ$ ἀγομένη εὐθεῖα διάμετρος ἔστω τοῦ κύκλου, καὶ προκείσθω ἀγαγεῖν διάμετρον τοῦ $ΑΚΔ$ κύκλου παράλληλον τῇ ἐπὶ τὰ $Β Γ$ διαμέτρῳ.

Ἐκβεβλήσθω διὰ τῶν $Β Γ$ σημείων ἐπίπεδον ὀρθὸν πρὸς τὸν κύκλον, καὶ ποιήσῃ τομὴν $ΑΒΓΔ$ μέγιστον κύκλον· ὁ $ΑΒΓΔ$ ἄρα ἥξει καὶ διὰ τῶν πόλων αὐτῶν καὶ διχα τεμεῖ καὶ τὸν $ΑΚΔ$. ἡ ἄρα ἐπὶ τὰ $Α Δ$ ἐπιξενυμένη διάμετρος παράλληλός ἐστι τῇ ἐπὶ τὰ $Β Γ$. ἔστι δὲ 20 φανερόν· τετμησθῶ γὰρ ἡ $ΒΓ$ περιφέρεια διχα τῇ $Θ$ σημείῳ· ἐπεὶ οὖν ἡ $ΘΑ$ τῇ $ΘΔ$ ἴση ἐστίν (ἐκ πόλου γάρ), ὦν ἡ $ΘΒ$ τῇ $ΘΓ$, καὶ λοιπὴ ἄρα ἡ $ΑΒ$ λοιπῇ τῇ $ΓΔ$ ἐστίν

1. $\overline{MA}$ A^1 in marg. (BS) τὰ πέντε Hu , τε Λ (sunt igitur in archetypo τὰ ϵ), τε B , τὰ S 2. τὰδε εἰ 3. Ἔστω add. Co 5. τὴν $ΑΓ$ διαμέτρῳ AB , corr. S 7. ἡμισίᾳ τῆς δοθείσης Co pro δοθείσῃ 8. post ἥχθω add. A ἡ, sed del. primo m. 10. ἐπεὶ add. Hu 13. $\overline{MA}$ A^1 in marg. (BS) 13. $BE \ ZΓ$ ABS , coniunx. Co τῶν $ΒΓ$ AS , distinx. B, item vs. 15 16. ἐκβεβλήσθω Λ , sed litterarum ἐκβεβλ incertia tantum vestigia comparent,μῆσθω B ,κέσθω S ση-μείον AB , corr. S 17. τὸ μὲν $ΑΒΓΔ$ μέγιστος κύκλος ABS , corr. Co Sea 18. πολλῶν A Paris. 2369 cod. Co, corr. BS Co 19. τεμεῖ Hu pro τέμνει τὰ $ΑΔ$ A Co Sea, τὰ β B^1 , τὰ α β B^2 , τὰ $\alpha\beta$ S cod. Co 20. παράλληλος add. Co Sea τὰ $ΒΓ$ AS , distinx. B ἔστι δὲ add. Co 22. ἴση add. Co ἐκπολλῶν Λ (BS), ἐκ πόλων coni. Co, corr. Co Sea 23. ὦν ἡ Hu , ὦν Λ , ὦν B , ὦν S καὶ λοιπῇ ἄρα Λ , corr. BS

In datam sphaeram quinque polyedra inscribantur¹⁾; praemittuntur autem haec.

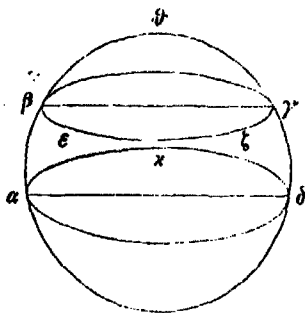
XI. Sit in sphaera circulus $\alpha\beta\gamma$, cuius diameter $\alpha\gamma$ et Prop. 43
centrum δ , et propositum sit in circulo construere rectam



diametro $\alpha\gamma$ parallelam et aequalem datae *cuidam*, quae non sit maior quam $\alpha\gamma$ diameter.

Ponatur $\epsilon\delta$ aequalis dimidiae datae, et diametro $\alpha\gamma$ perpendicularis ducatur $\epsilon\beta$, et eidem $\alpha\gamma$ parallela $\beta\zeta$, quae datae aequalis erit; est enim dupla $\epsilon\delta$ (quoniam aequalis est rectae $\epsilon\eta$, siquidem $\zeta\eta$ rectae $\beta\epsilon$ parallela ducta sit).

XII. Sint in sphaera paralleli circuli $\alpha x\delta$ $\beta\epsilon\zeta\gamma$, et recta Prop. 44
per $\beta\gamma$ ducta circuli diameter sit, et propositum sit diametrum circuli $\alpha x\delta$ parallelam rectae $\beta\gamma$ ducere.



Ducatur per puncta $\beta\gamma$ planum circulo perpendicularare, quod sectionem efficiet maximum circulum $\alpha\beta\gamma\delta$; ergo circulus $\alpha\beta\gamma\delta$ per polos circulorum $\beta\epsilon\zeta\gamma$ $\alpha x\delta$ transibit et circulum quoque $\alpha x\delta$ bifariam secabit (*Theodos. sphaer. I. 13*). Recta igitur quae inter $\alpha\delta$ iungitur diameter est ipsi $\beta\gamma$ parallela. Et hoc quidem manifestum est. Circum-

ferentia enim $\beta\gamma$ bifariam secetur in puncto θ . Iam quia circumferentia $\theta\alpha$ circumferentiae $\theta\delta$ aequalis est (nam *utraque* ex polo ad diametrum pertinet), et $\theta\beta$ aequalis $\theta\gamma$, per sub-

1) Hoc quartum est ex problematis principalibus quae Pappus hoc libro tractavit: vide supra p. 34 adnot. 1. Quod autem *τά πέντε πολύεδρα*, i. e. quinque illa polyedra regularia quae vulgo Platonica vocantur, correximus, satis est Platon. Tim. p. 55 et Eucl. elem. 13 propos. 12—18 citare.

ἴση· παράλληλος ἔρου ἢ ἐπὶ τὰ $A A$ διάμετρος τῇ ἐπὶ τὰ $B Γ$ διαμέτρω.

- 77 Ἔστω δὲ ἡ ἐπὶ τὰ $E Z$ μὴ διάμετρος καὶ προκείσθω διάμετρον ἀγαγεῖν τοῦ AKA κύκλου παράλληλον τῇ ἐπὶ τὰ $E Z$.

Κείσθω τῇ ἡμισείᾳ τῆς ὑπεροχῆς ἥ ὑπερέχει ἡμικύκλιον τῆς EZ περιφερείας ἑκατέρᾳ τῶν $EB ZΓ$ ἴση, καὶ διὰ τῶν $B Γ$ γεγραφθῶ ὁμοίως μέγιστος ὁ $ABΓA$ · ἔσται ἄρα ἡ ἐπὶ τὰ $A A$ διάμετρος τοῦ AKA κύκλου παράλληλος τῇ ἐπὶ τὰ $E Z$, ὅτι καὶ αὐτὴ παράλληλος τῇ ἐπὶ τὰ $B Γ$.

- 78 μβ'. Ἔστωσαν ἐν παραλλήλοις ἐπιπέδοις παράλληλοι εὐθεῖαι αἱ $AE ΓZ$, καὶ ἐν τοῖς αὐτοῖς ἐπιπέδοις διήχθωσαν αἱ $AB ΓA$ ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη τοῦ διὰ τῶν $AE ΓZ$ ἐκβαλλομένου ἐπιπέδου ἴσας γωνίας ποιοῦσαι τὰς ὑπὸ $BAE AΓZ$ · ὅτι καὶ αἱ $AB ΓA$ παράλληλοί εἰσι, τουτ-15 ἔστιν ὅτι ἐκβληθὲν τὸ διὰ τῶν $B A Γ$ σημείων ἐπίπεδον ποιεῖ ἐν τῷ διὰ τῶν $Δ Γ Z$ ἐπιπέδῳ τὴν $ΓA$.

Εἰ γὰρ ἐτέραν ποιήσει ἐκεῖ, περιέξει μετὰ τῆς $ΓZ$ γωνίαν ἴσην τῇ ὑπὸ BAE , ὅπερ ἐστὶν ἀδύνατον· ἴση γὰρ ὑπόκειται ἡ ὑπὸ BAE τῇ ὑπὸ $AΓZ$.

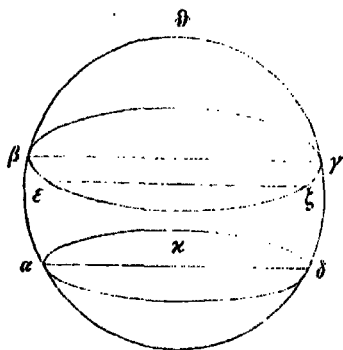
- 79 μγ'. Ἐκ τούτου φανερὸν ὅτι, ἐὰν ἐν παραλλήλοις ἐπιπέδοις κύκλοι ᾧσιν [ὡς ὑπογεγραμμένοι], καὶ ἐν αὐτοῖς παράλληλοι εὐθεῖαι αἱ $AB ΓA$ ἐπὶ τὰ αὐτὰ τῶν $E Z$ κέντρων ὅμοια τμήματα κύκλων ἀπολαμβάνουσιν, παράλληλος ἔσται ἡ μὲν AE τῇ $ΓZ$, ἡ δὲ BE τῇ AZ .

1. 2. τὰ AA — τὰ $BF AS$, *distinx.* B, et similiter posthac cap. 77
3. διάμετρος S pro διαμέτρῳ 3. προκείσθω AS, *corr.* B 4. πα-
ράλληλον A², παράλληλος BS 8. ὁ $AB ΓA$ A, *coniunx.* BS, κύκλος
ὁ $ABΓA$ *coni.* Co 10. αὐτὴν παραλληλῆς A(B), αὐτὴν παράλληλος S,
αὐτὴ *corr.* Co Sca 11. $MB A^1$ in marg. (BS) 12. αἱ $AEΓZ$ —
13. αἱ $ABΓA$ et τῶν $AEΓZ$ A, *distinx.* BS 14. ἐπιπέδων ABS, *corr.*
Co 16. διὰ τῶν $ABΓ$ ABS, *corr.* Co 17. διὰ τῶν $A Γ Z$ add.
Hu 18. Et Co pro ἐπεὶ 18. 19. τῆς $ΓA$ γωνίας ἴσον τῇ ὑπὸ BAE
ABS, *corr.* Co 19. ἀδύνατον add. Hu, ἀτοπον Co 20. ὑποκείσθω
ABS, *corr.* Co Sca 21. $ME A^1$ in marg. (BS) ἐν add. Hu auctore
Co 22. ὡς ὑπογεγραμμένοι del. Hu 23. αἱ $ABΓA$ — τῶν EZ A,
distinx. BS 25. ἡ μὲν AE τῇ $ΓZ$ ἡ δὲ BE BH ABS, *corr.* Co

tractionem igitur est $\alpha\beta$ aequalis $\gamma\delta$; ergo diameter $\alpha\delta$ diametro $\beta\gamma$ parallela est.

Sed sit in circulo $\beta\epsilon\zeta\gamma$ recta quaecvis $\epsilon\zeta$, quae non sit Prop. 45

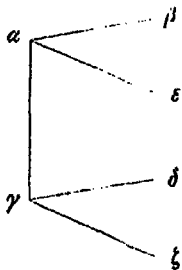
diameter, et propositum sit diametrum circuli $\alpha\delta$ ducere parallelam rectae $\epsilon\zeta$.



Sumatur differentia semicirculi et circumferentiae $\epsilon\zeta$, ac dimidia differentiae aequalis ponatur et $\epsilon\beta$ et $\zeta\gamma$, et per $\beta\gamma$ similiter describatur maximus circulus $\alpha\beta\gamma\delta$; erit igitur circuli $\alpha\delta$ diameter $\alpha\delta$ parallela rectae $\epsilon\zeta$, quoniam haec ipsa parallela est diametro $\beta\gamma$.

XLII. Sint in planis parallelis rectae parallelae $\alpha\epsilon$ $\gamma\zeta$, Prop. 46

et in eisdem planis ducantur rectae $\alpha\beta$ $\gamma\delta$ ad easdem partes plani per $\alpha\epsilon$ $\gamma\zeta$ producti, quae angulos $\beta\alpha\epsilon$ $\delta\gamma\zeta$ aequales faciant; dico rectas $\alpha\beta$ $\gamma\delta$ inter se parallelas esse, id est, planum per puncta β α γ transiens in plano $\delta\gamma\zeta$ facere sectionem $\gamma\delta$.



Nam si in plano $\delta\gamma\zeta$ aliam sectionem faciet, cum recta $\gamma\zeta$ continebit angulum aequalem angulo $\beta\alpha\epsilon$, id quod fieri non potest; nam ex hypothesis angulus $\beta\alpha\epsilon$ angulo $\delta\gamma\zeta$ aequalis est.

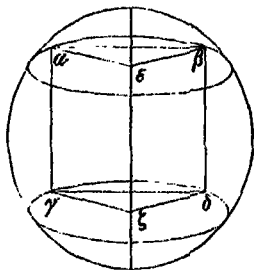
XLIII. Hinc manifestum est, si in parallelis planis circuli sint, et in his parallelae rectae $\alpha\beta$ $\gamma\delta$, quae ad easdem partes centrorum ϵ ζ similia segmenta abscindant, parallelam esse rectam $\alpha\epsilon$ ipsi $\gamma\zeta$, et $\beta\epsilon$ ipsi $\delta\zeta$. Prop. 47

"ἴσαι γὰρ γίνονται διὰ τὴν ὁμοιότητα τῶν τμημάτων αἱ τε $AΓ$ καὶ αἱ $BΔ$ γωνίαι [ἴσαι ἀλλήλαις], καὶ παράλληλοι αἱ AB $ΓΔ$ ἐν παραλλήλοις ἐπιπέδοις.

- 80 μδ'. "Ἐν δὲ αἱ τὰ ὅμοια τῶν τμημάτων κύκλων ἀπολαμβάνουσαι παράλληλοι μὴ ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη τῶν κέντρων ὧσιν, αἱ ἀπὸ τῶν κέντρων ἐπὶ τὰ μὴ ὁμοίως κείμενα πέρατα τῶν παραλλήλων ἐπιξευγνόμεναι παράλληλοι ἔσονται.

Δείκνται γὰρ καὶ ὁμοίως ὡς ἐπὶ τῆς προκειμένης καταγραφῆς.

- 81 με'. Ἐστῶσαν ἐν σφαίρᾳ ἴσοι καὶ παράλληλοι κύκλοι οἱ AB $ΓΔ$, καὶ ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη τῶν κέντρων ἴσαι καὶ παράλληλοι αἱ AB $ΓΔ$. ὅτι αἱ ἐπιξευγνόμεναι τὰ πέρατα αὐτῶν τὰ $AΓ$, $BΔ$ ἴσαι τέ εἰσιν καὶ παράλληλοι καὶ ὀρθαὶ πρὸς τὰ τῶν κύκλων ἐπίπεδα.

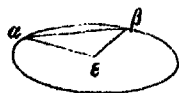
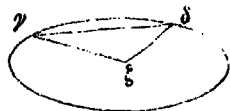


"Ἐστι δὲ φανερόν ἐκ τῶν προ-
δεδειγμένων· ἐπιξευγεῖσθαι γὰρ
αἱ AE $ΓZ$ παράλληλοι ἔσονται.
καὶ εἰσὶν ἴσαι ἀλλήλαις· ὥστε καὶ
αἱ $ΑΓ$ EZ ἴσαι τε καὶ παράλλη-
λοι εἰσιν. ὁμοίως καὶ αἱ EZ $BΔ$.
καὶ ἔστιν ἡ EZ ὀρθὴ πρὸς τὰ τῶν
κύκλων ἐπίπεδα (περὶ γὰρ τοὺς
αὐτοὺς πόλους εἰσὶν, καὶ ἡ διὰ
τῶν πόλων αὐτῶν ἀγομένη ὀρθὴ

ἔστιν πρὸς ἑκάτερον αὐτῶν καὶ διὰ τῶν κέντρων αὐτῶν τε καὶ τῆς σφαίρας ἐλεύσεται, ὡς ἔστιν ἐν σφαιρικοῖς)· καὶ αἱ $ΑΓ$ $BΔ$ ἄρα ἴσαι τε καὶ παράλληλοι καὶ ὀρθαὶ εἰσι πρὸς τοὺς κύκλους.

- 82 μς'. Μὴ ἔστωσαν δὲ ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη τῶν κέντρων

1. 2. αἱ τε $Ηυ$ pro ἔσται 3. $ΑΓ$ ABS , $distinx.$ Co καὶ αἱ
 $BΔ$ $AB'S$, $distinx.$ B³ ἴσαι ἀλλήλαις del. $Ηυ$ 3. αἱ $ΑΒΓΔ$ $Α$,
 $distinx.$ BS 4. $ΜΔ$ $Α'$ in marg. (BS) δὲ αἱ $Ηυ$ auctore Co pro
δ' ἐπὶ 10. $ΜΕ$ $Α'$ in marg. (BS) ἴσαι καὶ add. Co 12. αἱ
 AB $ΓΔ$ add. idem 13. τὰ $ΓΗ$ αἱ $ΑΓ$ $BΔ$ ABS , $ΓΗ$ αἱ del. Co
15. ἑκάτερον ABS , corr. $Ηυ$ auctore Co 27. παράλληλοι καὶ add.
Co 28. τοῖς κύκλοις ABS , corr. $Ηυ$ (nam τοὺς κύκλους recte dici vi-



Nam propter similitudinem segmentorum angulus α angulo γ , et angulus β angulo δ aequales et ex hypothesi rectae $\alpha\beta$ $\gamma\delta$ parallelae sunt in parallelis planis; ergo propter superius lemma efficitur id quod propositum est.

XLIV. Sin vero rectae paral- Prop. 48
lelae quae similia circularum seg-
menta abscindunt non ad easdem
centrorum partes sint, radii in
alterutro circulo ad oppositas cir-
cumferentiae partes producti par-
alleli erunt radiis alterius circuli.

Hoc enim demonstratur simi-
litor atque ad superiorem figuram.

XLV. Sint in sphaera circuli Prop. 49
aequales et paralleli $\alpha\beta$ $\gamma\delta$, et ad
easdem partes centrorum aequales
et parallelae rectae $\alpha\beta$ $\gamma\delta$; dico

rectas quae earum terminos α γ , β δ coniungunt aequales et
parallelas esse et perpendiculares ad circularum plana.

Est autem manifestum ex iis quae modo demonstrata
sunt. Iunctae enim rectae $\alpha\gamma$ $\beta\delta$ parallelae erunt (propos.
47). Et sunt inter se aequales (quia ex centris sunt), ita
ut etiam rectae $\alpha\gamma$ $\epsilon\zeta$ aequales et parallelae sint. Similiter
etiam rectae $\epsilon\zeta$ $\beta\delta$. Et est $\epsilon\zeta$ perpendicularis ad circularum
plana (nam circa eodem polos sunt, et recta per polos
eorum ducta perpendicularis est ad utrumque ac per contra
et ipsorum et sphaerae transibit, ut est in Theodosii sphae-
ricis 2, 1. 1, 10); ergo etiam rectae $\alpha\gamma$ $\beta\delta$ aequales sunt
et parallelae et perpendiculares ad circularum plana.

XLVI. Sed non sint ad easdem partes centrorum aequa- Prop. 50

αἱ ἴσαι καὶ παραλλήλοι αἱ $AB \Gamma\Delta$. ὅτι αἱ ἐπιζευγνύουσιν τὰ πέρατα αὐτῶν τὰ $A \Delta$, $B \Gamma$ ἴσαι εἰσὶν ἀλλήλαις τε καὶ τῇ διαμέτρῳ τῆς σφαίρας.

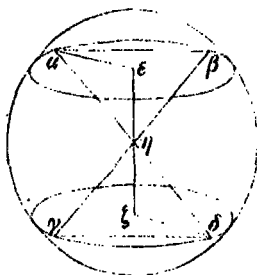
Τεμνέτωσαν γὰρ ἀλλήλους κατὰ τὸ H , καὶ ἐπεξεύχθωσαν ἐπὶ τὰ κέντρα αὐτῶν τε $AE EH$ καὶ αἱ $AZ ZH$. ἐπεὶ ὅτι ἡ AB τῇ $\Gamma\Delta$, καὶ ἐπιζευγνύουσιν αὐτὰς αἱ $AE \Gamma E$, αἱ δ' ἄρα αἱ $AH H\Delta BH \Pi$ ἴσαι ἀλλήλαις εἰσὶν· τοῦτο γὰρ φανερόν ἐστιν· ὥστε καὶ ἡ $A\Delta$ τῇ $B\Gamma$ ἴση ἐστίν. ἀλλὰ καὶ ἡ AB τῇ AZ ἐστὶν ἴση [ἐκ κέντρου τῶν ἴσων κύκλων]. ἔστι δὲ καὶ [αὐτῇ παραλλήλος] ἴση μὲν ἡ ὑπὸ EAH γωνία τῇ ὑπὸ $H\Delta Z$ ἐναλλάξ, ἡ δὲ AH βάσις τῇ $H\Delta$. ὥστε καὶ ἡ ὑπὸ AHE γωνία ἴση ἐστὶν τῇ ὑπὸ AHZ . κοινῆς προστεθείσης τῆς ὑπὸ $BH\Delta$ γίνονται αἱ ὑπὸ $AHE BHA$, δυοῖν ὀρθαῖς ἴσαι οὖσαι, ταῖς ὑπὸ $BH\Delta AHZ$ ἴσαι [ὥστε καὶ ταῖς ὑπὸ $BH\Delta AHZ$ δυοῖν ὀρθαῖς ἴσας εἶναι]. ἐπ' ὅτι ἡ BH τῇ HZ κέντρον ἄρα ἐστὶν τὸ H τῆς σφαίρας διὰ τὸ ἴσους ὑποκείσθαι τοὺς κύκλους· διάμετροι ἄρα τῆς σφαίρας αἱ $AE \Gamma E$, καὶ ἴσαι ἀλλήλαις.

83 Ἄν δ' ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη ἐπιζευχθῶσιν αἱ $AE \Gamma E$, ἴσαι ἔσονται ἀλλήλαις τε καὶ ὀρθὰς μετὰ τῶν $AB \Gamma\Delta$ περιέξουσιν γωνίας.

Τῇ γὰρ $\Gamma\Delta$ ἴσης καὶ παραλλήλου ἐφαρμοσθείσης τῆς ΘH , ἔσται ἡ ΘH ὀρθὴ πρὸς ἑκατέραν τῶν $\Theta\Gamma \Lambda\Theta$, καὶ πρὸς τὸ αὐτῶν ἐκλίπενον, ὥστε καὶ ἡ $\Gamma\Delta$ ὀρθὴ ἄρα ἐστὶν ἡ ὑπὸ $AE \Gamma E$. ὁμοίως καὶ αἱ λοιπαί.

1. καὶ add. Hu auctore Co 2. αἱ — $A \Gamma, B \Gamma$ add. Hu partim auctore Co 3. EH καὶ Co pro EN καὶ 7. αἱ Δ ἄρα ||||| ἴσαι A , et hinc lacunae in BS, erunt rectae lineae βη ηγ inter se aequales Co, αἱ post ἄρα add. B³, reliqua corr. Hu 8. φανερόν Co pro μικρόν ὥστε καὶ | η ||||| ἐστὶν A , eademque lacunae in BS, ὥστε καὶ ἡ δὴ τῇ ... ἴση ἐστὶν B³, ὥστε καὶ ἡ AH τῇ $H\Delta$ ἴση ἐστὶν Co, corr. Hu 9. ἐκ — κύκλων interpolatori tribuit Hu 10. αὐτῇ παραλλήλος A , αὐτῇ παραλλήλος B , del. Hu ἡ add. Hu 11. τῇ ὑπὸ $H\Delta Z$ ABS, corr. Co Sea ἡ δὲ AH Hu pro ἡ δὲ EH (basis ἐκ basis Co) βάσις Hu auctore Co pro βάσει 12. ἴσαι add. et ὥστε — 13. εἶναι, manifestum interpretamentum, del. Hu 14. $EH\Delta$ (ante $AH\Delta$ δυοῖν) Co pro EAH 15. ἡ EH Co pro ἡ EN 16. αἱ $AE \Gamma E$ A , distinx. BS 17. ἴσαι — τῶν $AB \Gamma\Delta$ om. A¹, add. A² in marg.

les et parallelæ rectæ $\alpha\beta$ $\gamma\delta$; dico rectos quæ terminos earum $\alpha\delta$, $\beta\gamma$ coniungunt et inter sese et diametro sphaeræ aequales esse.



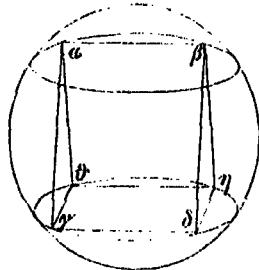
Secent enim inter se in puncto η , et ad centra ducantur $\alpha\epsilon$ $\eta\gamma$ et $\delta\zeta$ $\xi\eta$. Quoniam ex hypothesis $\alpha\beta$ $\gamma\delta$ aequales inter se et parallelæ et in planis circulorum aequalium et parallelorum sunt, easque rectæ $\alpha\delta$ $\beta\gamma$ coniungunt, quattuor igitur rectæ $\alpha\eta$ $\eta\delta$ $\beta\eta$ $\eta\gamma$ aequales sunt inter sese; hoc enim manifestum est; ergo etiam $\alpha\delta$ $\beta\gamma$ aequales sunt. Sed est etiam $\alpha\epsilon$ aequalis $\delta\zeta$, et, quoniam propter propos. 48

parallelæ sunt $\alpha\epsilon$ $\delta\zeta$, angulus $\epsilon\alpha\eta$ aequalis angulo $\eta\delta\zeta$, et, ut modo significavimus, basis $\alpha\eta$ ipsi $\eta\delta$ aequalis; ergo et recta $\epsilon\eta$ rectæ $\eta\zeta$ et angulus $\alpha\eta\epsilon$ angulo $\delta\eta\zeta$ aequalis est. Communi apposito angulo $\epsilon\eta\delta$ fiunt

$$\angle \alpha\eta\epsilon + \angle \epsilon\eta\delta = \angle \epsilon\eta\delta + \angle \delta\eta\zeta.$$

Sed ex constructione anguli $\alpha\eta\epsilon + \epsilon\eta\delta$ duobus rectis aequales sunt; ergo $\epsilon\eta$ $\eta\zeta$ in eadem recta sunt. Et demonstrata est recta $\epsilon\eta$ aequalis ipsi $\eta\zeta$; ergo, quia ex hypothesis circuli $\alpha\beta$ $\gamma\delta$ aequales sunt, punctum η centrum sphaeræ est¹⁾; ergo $\alpha\delta$ $\beta\gamma$ diametri sphaeræ sunt eademque inter se aequales.

Si vero ad easdem partes iungantur rectæ $\alpha\gamma$ $\beta\delta$, hæc et inter se aequales erunt et cum $\alpha\beta$ $\gamma\delta$ rectos angulos con-



linebunt. Rectæ enim $\gamma\delta$ aequalis et parallela in plano circuli $\gamma\delta$ construatur $\vartheta\eta$; erit igitur $\vartheta\eta$ perpendicularis et ad $\vartheta\gamma$ (propos. 52) et ad $\vartheta\alpha$ (propos. 49 vel 52); ergo etiam ad planum $\alpha\vartheta\gamma$ (elem. 11. 4); itaque etiam recta $\gamma\delta$ ad idem planum perpendicularis est (elem. 11. 8); rectus igitur est angulus $\alpha\gamma\delta$, itemque reliqui.

4) Hoc Pappus, ut videtur, officii voluit ex Theodosii sphaer. 4, 6 et 7.

(BS) 23. τῆς γὰρ AB, corr. S 24. ἡ ΘΗ ὡς pro ἡ ΘΚ τῶν ΘΓ ΑΓ ABS, τῶν ΗΓ ΗΑ Co, corr. Hu (mutatis scilicet inter se figuræ litteris Θ et Η) 25. αὐτῶν Β', εἰαυτῶν ΑΒS

84 μζ'. Ἐὰν ὦσιν ἐν σφαίρῳ παράλληλοι εὐθεῖαι, αἱ τὰ ὁμοταγῇ πέρατα αὐτῶν ἐπιζευγνύουσαι ἴσαι ἔσονται ἀλλή-
λαις· ἂν δὲ καὶ ἴσαι ὦσιν αἱ παράλληλοι, καὶ αὐταὶ παρ-
άλληλοι ἔσονται καὶ ὀρθαὶ πρὸς τὰς ὑποκειμένας παραλ-
λήλους. 5

Ἔστιν δὲ φανερόν· ἐκβληθέντος γὰρ τοῦ διὰ τῶν παρ-
αλλήλων ἐπιπέδου γίνεται κύκλος ἐν ᾧ εἰσιν αἱ παράλλη-
λοι, καὶ αἱ ἐπιζευγνύουσαι τὰς ἐξ ἀρχῆς παραλλήλους
ἀνιούσας τραπέζιον ποιήσουσιν· ἂν δὲ καὶ ἴσαι ὦσιν αἱ
παράλληλοι, αἱ ἐπιζευγνύουσαι αὐτάς οὐκέτι τραπέζιον 10
ἀλλὰ τετράγωνον ἢ ἑτερόμηκες περιέξουσιν.

85 Ἔστωσαν ἐν ὑποκειμένῳ ἐπιπέδῳ αἱ AB $BΓ$ εὐθεῖαι
ἴσας περιέχουσαι γωνίας μετὰ τῆς $ΔΒΕ$ ἐν τῷ αὐτῷ καί-
μένης ἐπιπέδῳ, καὶ ἐφεστάτω ἡ BZ μεθ' ἑκατέρας τῶν
 AB $BΓ$ ἴσας περιέχουσα γωνίας· ὅτι ὀρθή ἐστὶν τῇ $ΔΕ$. 15

Ἡχθῶ ἐπὶ τὸ ὑποκείμενον ἐπίπεδον κάθετος ἡ ZH ,
καὶ ἐπὶ τὰς AB $BΓ$ αἱ $HΓ$ HA , καὶ ἐπεξεύχθωσαν αἱ
 AZ $ZΓ$ HB · αἱ AZ $ZΓ$ ἄρα ὀρθαὶ ἔσονται ἐπὶ τὰς AB $BΓ$.
καὶ διὰ τὸ ἴσας εἶναι τὰς ὑπὸ τῶν ABZ $ΓBZ$ γωνίας ἴσαι
ἔσονται καὶ αἱ AB $BΓ$, καὶ ZA $ZΓ$, καὶ HA $HΓ$, καὶ 20
γωνία ἡ ὑπὸ ABH τῇ ὑπὸ $ΓBH$. ἀλλὰ καὶ ἡ ὑπὸ $ΔBA$
τῇ ὑπὸ $EBΓ$ ὑπόκειται ἴση· καὶ ὅλη ἄρα ὅλη· κάθετος
ἄρα ἡ HB ἐπὶ τὴν $ΔΕ$. ἔστιν δὲ καὶ ἡ ZH ἐπὶ τὸ ἐπί-
πεδον· καὶ ἡ ZB ἄρα κάθετος ἐπὶ τὴν $ΔΕ$.

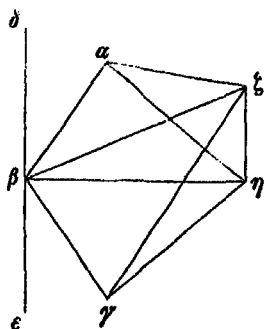
1. $\overline{MZ}$ A^1 in marg. (BS) 2. post πέρατα repetunt τὰ AS , del.

B 9. τραπέζειον $A(B^1)$, corr. B^2S , item vs. 10 10. παραλλήλοις
ἐπιζευγνύουσαι AB , παράλληλοι corr. S, αἱ restituunt Hu 11. τετρά-
γωνον ἡ add. Co 12. ἐπὶ AB , corr. S ἐπι///// | ZH A ,
ἐπίπεδον $\zeta\eta$ BS, κάθετος ἡ add. Sca, ὀρθή ἡ Co 17. τὰς
 $ABHΓ$ A , distinx. BS 17—20. ἐπιζευγθ///// | ἔσονται ἐπὶ
τὰς $ABHΓ$ καὶ διὰ τὸ ἴσας εἶναι ///// | αἱ ἴσαι ἔσονται καὶ αἱ
 AB $BΓ$ A (et similiter cum lacunis BS), καὶ ἐπεξεύχθωσαν αἱ ZA $ZΓ$ $H\beta$.
αἱ ZA $ZΓ$ ἄρα ὀρθαὶ ἔσονται ἐπὶ τὰς AB $BΓ$ ὡς ἐδείχθη ἐν τοῖς ὀπτικοῖς.
καὶ διὰ τὸ ἴσας εἶναι τὰς ὑπὸ τῶν ABZ $ΓBZ$ γωνίας cor. Sca, iungantur-
que ZA $ZΓ$ $H\beta$. erunt ZA $ZΓ$ ad AB $BΓ$ perpendiculares. et cum anguli
 ABZ $ΓBZ$ sint aequales cor. Co 22. ὑποκείμενον ABS , ponitur Co, corr.
 Hu 24. ἐπὶ τῇ $ΔΕ$ ABS , corr. Hu

XI.VII. Si sint in sphaera rectae parallelae, rectae terminos earum ex iisdem partibus coniungentes aequales inter se erunt; si vero parallelae etiam aequales sint, hae quoque quae ipsas coniungunt parallelae erunt et perpendiculares ad illas parallelas.

Hoc quidem manifestum est. Nam ducto per parallelas plano sit circulus in quo sunt eae ipsae parallelae, et quae eas coniungunt rectae cum illis initio constructis parallelis trapezium efficiant; sin autem parallelae etiam aequales sint, rectae eas coniungentes non iam trapezium, sed quadratum vel oblongum continebunt.

Sint in plano subiecto rectae $\alpha\beta$ $\beta\gamma$ eaeque cum recta $\delta\beta\epsilon$, quae in eodem plano sit, aequales angulos efficiant, et ad plenum inclinata erigatur $\beta\zeta$ cum utraque rectarum $\alpha\beta$ $\beta\gamma$ aequales angulos efficiens; dico $\beta\zeta$ ipsi $\delta\epsilon$ perpendicularem esse.



Ducatur a puncto ζ ad planum subiectum perpendicularis $\zeta\eta$, et ad rectas $\beta\alpha$ $\beta\gamma$ perpendiculares $\eta\alpha$ $\eta\gamma$, et iungantur $\alpha\zeta$ $\zeta\gamma$ $\eta\beta$; rectae igitur $\zeta\alpha$ $\zeta\gamma$ perpendiculares erunt ad rectas $\alpha\beta$ $\beta\gamma$ *). Et quia ex hypothesi anguli $\alpha\beta\zeta$ $\zeta\beta\gamma$ inter se aequales sunt, erunt etiam $\alpha\beta = \beta\gamma$, et $\zeta\alpha = \zeta\gamma$, et $\eta\alpha = \eta\gamma$, et $\angle\alpha\beta\eta = \angle\eta\beta\gamma$. Sed ex hypothesi etiam $\angle\delta\beta\alpha = \angle\epsilon\beta\gamma$; ergo etiam

$$\angle\delta\beta\alpha + \angle\alpha\beta\eta = \angle\eta\beta\gamma + \angle\gamma\beta\epsilon,$$

ideoque $\eta\beta$ perpendicularis est ad $\delta\epsilon$. Sed ex hypothesi recta $\zeta\eta$ ad planum $\eta\delta\epsilon$ perpendicularis est; ergo etiam planum $\zeta\eta\beta$ ad planum $\eta\delta\epsilon$ perpendiculare, ideoque recta $\zeta\beta$ ad $\delta\epsilon$ perpendicularis est.

*) Hanc propositionem Pappi collectioni posterior quidam scriptor inseruisse videtur.

*) "Quoniam enim $\zeta\eta$ perpendicularis est ad subiectum planum, etiam planum quod per $\eta\zeta$ $\zeta\alpha$ ducitur ad idem planum rectum erit (elem. 11, 18); ergo $\zeta\alpha$ ad $\alpha\beta$ est perpendicularis. Et eodem modo perpendicularis ostendetur $\zeta\gamma$ ad $\beta\gamma$ " Co. Scaliger, quod adnotat $\acute{\omega}\varsigma \acute{\epsilon}\delta\acute{\epsilon}\iota\chi\theta\eta\iota \epsilon\nu \tau\omicron\iota\varsigma \delta\pi\tau\iota\kappa\omicron\iota\varsigma$, Euclidis quae feruntur opticorum propositionis 37 scholion primum spectavisse videtur.

XLVIII. In datam sphaeram pyramis inscribatur.

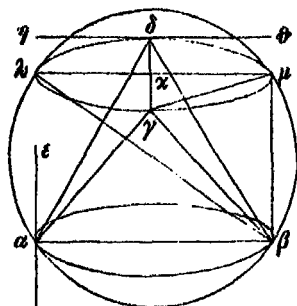
Prop.
54

Sit iam inscripta, et angulorum eius puncta in superficie sphaerae sint $\alpha \beta \gamma \delta$. Ducatur per α rectae $\gamma\delta$ parallela $\epsilon\zeta$; haec igitur aequales angulos cum $\alpha\gamma$ $\alpha\delta$ continebit (scilicet utrumque duarum tertiarum recti, in eodem plano cum $\alpha\gamma$ $\alpha\delta$ posita). Et erecta est $\alpha\beta$ aequales angulos cum $\alpha\gamma$ $\alpha\delta$ (scilicet utrumque duarum tertiarum recti) faciens; ergo secundum ea quae supra (propos. 53) demonstrata sunt rectae $\alpha\beta$ perpendicularis est $\epsilon\zeta$, et sphaeram tanget. Nam si planum quod per $\delta\alpha$ $\alpha\gamma$ transit producat, efficiet circulum, in quo triangulum aequilaterum $\alpha\delta\gamma$ inscriptum erit, et ex constructione rectae $\gamma\delta$ parallela est $\epsilon\zeta$; ergo $\epsilon\zeta$ circulum tanget, ideoque etiam sphaeram¹⁾. Planum igitur per $\epsilon\zeta$ $\alpha\beta$ productum sectionem sphaerae efficiet circulum, cuius diametrus est $\alpha\beta$ propterea quod $\alpha\beta$ perpendicularis est rectae $\epsilon\zeta$, quae similiter ac modo demonstratum est circulum quoque $\alpha\beta$ tangit. Et si per δ rectae $\alpha\beta$ parallela ducatur $\eta\theta$, haec sphaeram tanget, eique perpendicularis erit $\gamma\delta$. Et si planum quod per $\eta\theta$ $\gamma\delta$ transit producat, circulum efficiet, cuius diametrus est $\gamma\delta$, aequalem et parallelum ei qui diametrum $\alpha\beta$ habet; parallelae enim sunt et $\epsilon\zeta$ $\gamma\delta$ et $\alpha\beta$ $\eta\theta$ ²⁾. Ducatur per centrum κ rectae $\gamma\delta$ perpendicularis $\lambda\mu$; haec igitur rectae $\alpha\beta$ parallela est. Et si iungantur $\beta\lambda$ $\beta\mu$, erit $\beta\mu$ perpendicularis et rectae $\alpha\beta$ et $\lambda\mu$ itemque circulorum $\alpha\beta$ $\gamma\lambda\delta\mu$ planis, et $\beta\lambda$ diametrus sphaerae (hoc enim

1) "Quoniam enim $\epsilon\zeta$ parallela est ipsi $\gamma\delta$, si a puncto α ipsi $\epsilon\zeta$ ad rectos angulos ducatur $\alpha\epsilon$, secabit ea $\gamma\delta$ bifariam atque ad angulos rectos et per centrum transibit, quare $\epsilon\zeta$ circulum et propterea ipsam sphaeram contingat necesse est ex 16. tertii libri elementorum et 17. primi libri conicorum Apollonii" Co. De Apollonii quod citatur theorema conferendus est Eutocli commentarius.

2) "Sequitur illud ex 15. undecimi elem.; etenim duae rectae lineae sese tangentes $\epsilon\zeta$ $\alpha\beta$ duabus rectis lineis sese tangentibus $\gamma\delta$ $\eta\theta$ parallelae sunt et non in eodem plano; ergo plana quae per ipsas ducuntur parallela erunt; circuli autem sunt aequales, cum aequales habeant diametros $\alpha\beta$ $\gamma\delta$ " Co.

γάρ). και ἐπει ἐπιζευχθείσης τῆς $ΜΓ$ τὸ ἀπὸ τῆς $ΑΜ$ διπλάσιον τοῦ ἀπὸ τῆς $ΜΓ$, ἔσται και τὸ ἀπὸ τῆς $ΒΓ$



87

διπλάσιον τοῦ ἀπὸ $ΓΜ$. και ὁρθὴ ἡ ὑπὸ $ΒΜΓ$. ἴση ἄρα ἡ $ΒΜ$ τῇ $ΜΓ$, ὥστε διπλάσιον τὸ ἀπὸ $ΑΜ$ τοῦ ἀπὸ $ΜΒ$. ἡμιόλιον ἄρα τὸ ἀπὸ $ΒΑ$ τοῦ ἀπὸ $ΑΜ$. και ἔστιν δοθεῖσα ἡ $ΒΑ$ διάμετρος τῆς σφαίρας· δοθεῖσα ἄρα και ἡ $ΑΜ$ τοῦ κύκλου διάμετρος. και οἱ κύκλοι θέσει, και δοθέντα τὰ $Α Β Γ Δ$ σημεία.

Και ἡ σύνθεσις φανερά· 15

δεήσει γὰρ ἐν τῇ σφαίρᾳ γράψαι δύο κύκλους ἴσους και παραλλήλους, ὥστε τὴν διάμετρον τῆς σφαίρας ἡμιολίαν εἶναι δυνάμει τῆς ἑκατέρου διαμέτρου, και ἀγαγεῖν δύο διαμέτρους παραλλήλους τὰς $ΑΒ ΑΜ$, ὡς προεμάθομεν, και τῇ $ΑΜ$ διὰ τοῦ κέντρου ὁρθὴν τὴν $ΓΔ$, και ἔχειν τὰ σημεία τῶν γωνιῶν τῆς πυραμίδος τὰ $Α Β Γ Δ$. και ἡ ἀπόδειξις ἀντίστροφος τῇ ἀναλύσει και συναποδέδεικται ὅτι ἡ διάμετρος τῆς σφαίρας ἡμιολία ἐστὶ δυνάμει τῆς πλευρᾶς τῆς πυραμίδος.

88

μθ'. Εἰς τὴν δοθεῖσαν σφαίραν κύβον ἐγγράψαι. 25

Ἐγγεγράφθω και ἔστω ἐν τῇ ἐπιφανείᾳ τῆς σφαίρας

4. 2. γὰρ ἐπὶ τῆς τὸ ἀπὸ τῆς $ΑΜ$ διπλάσιον τοῦ ἀπὸ τῆς $ΑΜΓ$ ἐπιζευχθείσης ἔσται $ΑΒS$, corr. Hu auctore Co 3. ἀπὸ $ΓΜ$ Co pro ἀπὸ $ΓΒ$ 5. 6. διπλάσιον τὸ ἀπὸ $ΑΜ$ Α, διπλάσιον ... ἡ $Μ$ B, corr. B 8. 9. $ΒΑ$ τοῦ ὁρθὴ ἐστὶν δοθεῖσα Α(Β), βλ τοῦ ἐστὶ δοθεῖσα S, corr. Co 10. 11. δοθεῖς ἡ $ΑΜ$ Α(S), δοθεῖσα ἡ $Μ$ B, corr. Co 13. τὰ $ΑΒ ΓΔ$ Α, τὰ $αβ γ δ$ B, etiam α β distinx. S 19. διαμέτρου Hu auctore Co pro διάμετρος 21. ἔχειν] exspectamus ἔχομεν, at eadem infinitivi structura infra cap. 89 et 91 redit 22. τὰ $ΑΒ ΓΔ$ Α, distinx. BS 24. ἐστὶ Α'S, ἐστὶν B 25. μθ' add. BS

supra *propos. 49 et 50* demonstratum est. Et quia, iuncta $\mu\gamma$, est $\lambda\mu^2 = 2\mu\gamma^2$, erit etiam $\beta\gamma^2 = 2\mu\gamma^2$ (est enim $\beta\gamma = \alpha\beta = \lambda\mu$). Et, quia $\beta\mu$ perpendicularis est ad planum circuli $\gamma\lambda\delta\mu$, angulus $\beta\mu\gamma$ rectus est; ergo

$$\beta\gamma^2 = \beta\mu^2 + \mu\gamma^2. \text{ Sed supra ostendimus } \beta\gamma^2 \\ = 2\mu\gamma^2; \text{ ergo}$$

$$\beta\mu^2 = \mu\gamma^2, \text{ id est } \beta\mu = \mu\gamma. \text{ Et est } \beta\gamma = \lambda\mu; \text{ ergo} \\ \lambda\mu^2 = 2\beta\mu^2. \text{ Et rursus, quia angulus } \beta\mu\lambda \text{ rectus est.} \\ \text{erit } \beta\lambda^2 = \lambda\mu^2 + \beta\mu^2, \text{ itaque}$$

$$\beta\lambda^2 = \frac{3\lambda\mu^2}{2}.$$

Et est data $\beta\lambda$ diameter sphaerae; ergo etiam $\lambda\mu$ diameter circuli data est. Et circuli $\alpha\beta \gamma\lambda\delta\mu$ positione dati sunt: ergo diametri $\alpha\beta \gamma\delta$ magnitudine et positione dati, ideoque data puncta $\alpha \beta \gamma \delta$ ***).

Et compositio manifesta est. Oportebit enim in sphaera duos circulos aequales et parallelos ita describere, ut quadratum ex sphaerae diametro sesquialterum sit quadrati e diametro *circulorum*²⁾, et ducere duas diametros parallelas $\alpha\beta \lambda\mu$, ut supra (*propos. 44*) didicimus, et diametro $\lambda\mu$ per centrum perpendicularem $\gamma\delta$, et sic invenire angulorum pyramidis puncta $\alpha \beta \gamma \delta$. Et demonstratio contraria est analysisi, qua demonstratione facta simul ostensum erit quadratum ex sphaerae diametro sesquialterum esse quadrati e latere pyramidis³⁾.

II. In datam sphaeram cubus inscribatur.

Prop.
55

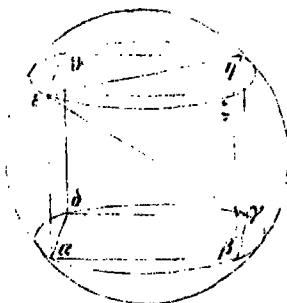
Sit iam inscriptus, et in superficie sphaerae sint puncta

**) In hac et proximis propositionibus scriplor tamquam consentaneum supponit unum angulorum in superficie sphaerae punctum positione datum esse (quod scilicet plane, ut libet, sumatur). Velut in hac propositione si punctum β datum esse statuimus, datae sphaerae diameter $\beta\lambda$ data est et positione et magnitudine, unde reliqua facite efficiuntur; ac similiter in proximis propositionibus.

2) Vide append.

3) Demonstrationem a scriptore tamquam consentaneam omissam non difficile est restituere; et pauca eum in usum supplentur a Com-mandino, quae hic repetere alienum fuerit.

τὰ σημεῖα τῶν γωνιῶν αὐτοῦ τὰ $A B \Gamma \Delta E Z H \Theta$, καὶ ἐκβεβλήσθω δι' αὐτῶν ἐπιπεδα· ποιήσει δὴ τομὰς κύκλους ἴσους καὶ παραλλήλους· καὶ γὰρ τὰ ἐν αὐτοῖς τετράγωνα



[τοῦ κύβου] ἴσα τε καὶ παράλληλά ἐστιν. καὶ ἔσται ἐπιζευγμένη ἡ ΓE διάμετρος τῆς σφαίρας. ἐπιζεύχθω καὶ ἡ $E H$. ἔπει διπλάσιον τὸ ἀπὸ $E H$ τοῦ ἀπὸ $B \Theta$, τουτέστιν τοῦ ἀπὸ $H \Gamma$, καὶ ὀρθὴ ἡ ὑπὸ $\Gamma H E$ γωνία, ἔσται τὸ ἀπὸ ΓE τοῦ ἀπὸ $B H$ ἡμιόλιον. δοθέν δὲ τὸ ἀπὸ ΓE · δοθέν ἄρα καὶ τὸ ἀπὸ $B H$. καὶ ἔστιν διάμετρος τοῦ $E Z H \Theta$ κύκλου· δοθεὶς ἄρα ¹⁵

ὁ κύκλος, ὥστε καὶ ὁ $A B \Gamma \Delta$ καὶ τὰ ἐν αὐτοῖς τετράγωνα καὶ τὰ τῶν γωνιῶν σημεῖα τοῦ κύβου.

- 89 Καὶ ἡ σύνθεσις φανερά· δεῖ γὰρ κύκλους ἐν τῇ σφαίρᾳ γραῖναι δύο παραλλήλους, καὶ ἴσων οὐσῶν τῶν διαμέτρων ἡμιολία ἔστω δυνάμει ἡ τῆς σφαίρας διάμετρος, καὶ ἐγγράψαι εἰς τὸν ἕτερον αὐτῶν τετράγωνον τὸ $A B \Gamma \Delta$, καὶ τῇ $B \Gamma$ ἀγαγεῖν ἐν τῷ ἑτέρῳ κύκλῳ παράλληλον τὴν $Z H$ ἴσην τῇ $B \Gamma$, ὡς προεδείξαμεν [καθόλου ἴσην τῇ δοθείσῃ], καὶ ἀπ' αὐτῆς τετράγωνον συμπληρῶσαι τὸ $E Z H \Theta$, καὶ ἔχει τὸν κύβον ἐγγεγραμμένον. δειχθήσεται γὰρ ἀκολούθως τῇ ²⁵ ἀναλύσει τετράγωνον τὸ $B Z H \Gamma$ καὶ τὰ λοιπὰ, καὶ συναποδέδεικται ὅτι ἡ τῆς σφαίρας διάμετρος δυνάμει τριπλασίῳ τῆς τοῦ κύβου πλευρᾶς, καὶ ὅτι οἱ αὐτοὶ κύκλοι τὰς τῆς πυραμίδος καὶ τὰς τοῦ κύβου περιέχουσι γωνίας· καὶ

1. τὰ $A B \Gamma \Delta E Z H \Theta$ A, distinx. BS 4. τοῦ κύβου B'S, τουτου κυβου A, τὰ τοῦ κύβου B', del. Hu 5. ἐπιζευγνυμένη B, ἐπιζευγνυμένη S 15. τοῦ $E Z H \Theta$ A, coniunx. BS 16. ὁ ante κύκλος add. Hu καὶ ἡ $A B \Gamma \Delta$ A(S), corr. B 20. ἔστω Hu auctore Co προ εἶναι 21. τὸ $A B \Gamma \Delta$ A, coniunx. BS 23. καθόλου — δοθείσῃ interpolatori tribuit Hu 25. κύβου Co pro κύκλου 26. τὸ $E Z H \Theta$ A, coniunx. BS 27. τριπλασίῳ Hu pro τριπλασίῳ conf. p. 150, 7

angulorum eius $\alpha \beta \gamma \delta \varepsilon \zeta \eta \theta$, et per ea ducantur plana; haec igitur *sphaeram* secantia circulos aequales et parallelos efficiunt (namque item quadrata circulis inscripta aequalia et parallela sunt). Et iuncta $\gamma \varepsilon$ diametrus sphaerae erit (*propos. 50*). Iungatur etiam $\varepsilon \eta$. Quoniam est $\varepsilon \eta^2 = 2 \varepsilon \theta^2 = 2 \eta \gamma^2$, et rectus angulus $\gamma \eta \varepsilon$ (*propos. 49*), erit

$$\gamma \varepsilon^2 = \eta \gamma^2 + \varepsilon \eta^2 = \frac{3 \varepsilon \eta^2}{2}.$$

Sed datum est $\gamma \varepsilon^2$ (nam $\gamma \varepsilon$ diametrus sphaerae est); ergo etiam $\varepsilon \eta^2$ datum. Et est $\varepsilon \eta$ diametrus circuli $\varepsilon \zeta \eta \theta$; ergo etiam ipse circulus datus est, itemque circulus $\alpha \beta \gamma \delta$, et quadrata in utroque inscripta, et puncta angulorum cubi¹⁾.

Et compositio manifesta est. Oportet enim in sphaera duos circulos parallelos describere aequalibus diametris, quarum quadrati sesquialterum sit quadratum ex sphaerae diametro (*propos. 54*), et in alterutrum circulum inscribere quadratum $\alpha \beta \gamma \delta$, et rectae $\beta \gamma$ in altero circulo rectam $\zeta \eta$ ducere parallelam et aequalem, quemadmodum supra (*propos. 43*) demonstravimus, et ex hac quadratum $\varepsilon \zeta \eta \theta$ complere, et sic invenire cubum inscriptum. Convenienter enim analysi demonstrabitur quadratum esse $\beta \zeta \eta \gamma$ et cetera²⁾, quo facto simul ostensum erit quadratum ex sphaerae diametro triplum esse quadrati ex cubi latere, atque eosdem circulos et pyramidis et cubi angulos continere; namque etiam in illa qua-

1) Conf. p. 145 adnot. ** ad *propos. 54*.

2) "Iungatur $\gamma \varepsilon \eta$; erit $\gamma \varepsilon$ ipsius sphaerae diameter ex 50. huius. Et $\varepsilon \eta$ diameter circuli ex iis quae demonstravimus in 52. huius. Angulus autem $\gamma \eta \varepsilon$ est rectus; nam $\gamma \eta \beta \zeta$ perpendiculares sunt ad plana circulorum ex 49. huius, quare et ad omnes rectas lineas, quae in eis ipsas contingunt. Cum igitur quadratum ex $\gamma \varepsilon$ sesquialterum sit quadrati ex $\varepsilon \eta$, et quadratum ex $\varepsilon \eta$ duplum quadrati ex $\zeta \eta$, sitque angulus $\gamma \eta \varepsilon$ rectus, erit quadratum ex $\gamma \varepsilon$ quadrati ex $\zeta \eta$ triplum. Rursus quadratum ex $\gamma \varepsilon$ cum sesquialterum sit quadrati ex $\varepsilon \eta$, erit quadrati ex $\eta \gamma$ triplum; quadratum igitur ex $\zeta \eta$ quadrato ex $\eta \gamma$ est aequale, et recta linea $\zeta \eta$ aequalis ipsi $\eta \gamma$. Sunt autem $\zeta \beta \eta \gamma$ inter se aequales, et anguli $\gamma \eta \zeta \beta \zeta \eta$ recti; ergo $\beta \zeta \eta \gamma$ quadratum erit. Et eadem ratione $\alpha \varepsilon \zeta \theta \delta \theta \delta \eta \gamma$ quadrata demonstrabitur. Cubus igitur constitutus est in data sphaera, quod facere oportebat" (C.).

γὰρ ἐπ' ἐκείνης ἢ διάμετρος τῆς σφαίρας ἡμισοῖα ἦν οὐράμει τῆς διαμέτρου τῶν κύκλων ἐκατέρων.

90 ν'. Εἰς τὴν δοθεῖσαν σφαῖραν ὑπτάεδρον ἐγγράψαι.

Ἐγγεγράφθω καὶ ἔστω σημεῖα τῶν γωνιῶν αὐτοῦ ἐν τῇ ἐπιφανείᾳ τῆς σφαίρας τὰ $A B \Gamma \Delta E Z$, καὶ ἐκβληθέντα τὰ δι' αὐτῶν ἐπιπέδῳ ποιείτω κύκλους τοὺς $AB\Gamma$ ΔEZ . ἐπεὶ ἀπὸ τοῦ Δ ἴσαι πρὸς τὴν ἐπιφάνειαν προσπεπτώκασιν αἱ $\Delta A \Delta B \Delta E \Delta Z$, ἔσται τὰ $\Delta E Z B$ ἐν ἐνὶ ἐπιπέδῳ [καὶ γὰρ αἱ ἀπὸ τοῦ κέντρου τῆς σφαίρας ἐπ' αὐτὰ ἐπιξεννύμεναι ἴσαι εἰσὶν]. καὶ εἰσὶν ἴσαι ἀλλήλαις αἱ $AB BZ ZE$, καὶ εἰσὶν ἐν κύκλῳ· τετράγωνον ἄρα τὸ ΔEZB , καὶ παράλληλος ἡ EZ τῇ AB . ὁμοίως καὶ ἡ μὲν ΔE τῇ $B\Gamma$, ἡ δὲ ΔZ τῇ $A\Gamma$ · παράλληλοι ἄρα καὶ οἱ κύκλοι· καὶ ἴσοι ἀλλήλοις, ἐπεὶ καὶ τὰ ἐν αὐτοῖς ἰσοπλευρά τρίγωνα ἴσα ἐστίν. καὶ ἐπεὶ ἐν σφαίρᾳ ἴσοι καὶ παράλληλοι κύκλοι εἰσὶν, καὶ ἐν αὐτοῖς ἴσαι εὐθεῖαι καὶ παράλληλοι αἱ $AB BZ$, καὶ εἰσὶν οὖν ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη τῶν κέντρων, ἔσται ἐπιξεννύμενη ἡ AZ διάμετρος τῆς σφαίρας [καὶ αἱ $\Delta E ZB$ ὀρθὰς μετὰ τῶν $AB BZ$ περιέξουσιν γωνίας, ὡς προδίδεικται]. καὶ εἰσὶν ἴσαι αἱ $\Delta E EZ$ · διπλάσιον ἄρα τὸ ἀπὸ AZ τοῦ ἀπὸ ZE . τὸ δ' ἀπὸ τῆς διαμέτρου τοῦ ΔBZ κύκλου ἐπίτρετον τοῦ ἀπὸ τῆς EZ ἡμιόλιον ἄρα τὸ ἀπὸ τῆς AZ τοῦ ἀπὸ τῆς διαμέτρου τοῦ ΔEZ κύκλου· δοθεῖσα ἄρα ἡ διάμετρος, καὶ ὁ κύκλος, ὥστε καὶ ὁ $AB\Gamma$ καὶ τὰ ἐπ' αὐτῶν σημεῖα. 25

91 Καὶ ἡ σύνθεσις ἀκολούθως· δεῖ γὰρ ὁμοίως ἐγγρά-

3. $\overline{N} A^1$ in marg. (BS)

4. σημείων A, σημείον B, corr. S

5. τὰ $\overline{AB\Gamma} \Delta EZ$ A, distinx. BS ἐκβληθέντα A^2 ex ἐκ· βλήθη

8. τὰ $\overline{\Delta E} \overline{ZB}$ AS Co, distinx. B

9. 10. καὶ γὰρ — εἰσὶν interpolatori tribuit Hu 11. post αἱ $\overline{AB}$ repetit $\overline{AB}$ A, om. BS 12. δὲ om. A, add. BS 13. ἴσα add. A^2 super vs.

14. καὶ ante ἐν αὐτοῖς add. Hu auctore Co 15. αἱ add. Hu, item vs. 16 17. καὶ αἱ $\overline{\Delta E}$ — 20. προδίδεικται tribuit Hu interpolatori, qui quidem verbis

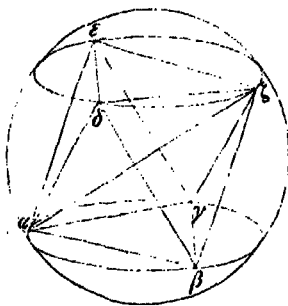
ὡς προδίδεικται significat propos. 51; at vero αὐτὰς εἰς ad rectos inter se angulos esse in hac ipsa propositione statim demonstratum est

32. ἐπὶ τρίτον ABS, corr. Co 25. ἐπ' Hu pro ἐπ'

dratum ex diametro sphaerae sesquialterum erat quadrati ex diametro utriusque circuli (*propos. 54*).

L. In datam sphaeram octaedrum inscribatur.

Prop.
56



Sit iam inscriptum, et in superficie sphaerae sint puncta angularum eius $\alpha \beta \gamma \delta \epsilon \zeta$, et plana quae per ea ducuntur efficiant circulos $\alpha\beta\gamma \delta\epsilon\zeta$. Quoniam a puncto δ ad superficiem sphaerae aequales rectae $\delta\alpha \delta\beta \delta\gamma \delta\epsilon \delta\zeta$ ductae sunt, erunt puncta $\alpha \epsilon \zeta \beta$ in uno plano circuli, cuius polus est δ (*Theodos. sphaer. I def. 5*). Ac sunt ae-

quales inter se rectae $\alpha\beta \beta\zeta \zeta\epsilon$, eademque in plano circuli $\alpha\epsilon\zeta\beta$; ordo quadratum est $\alpha\epsilon\zeta\beta$, et parallelae $\epsilon\zeta \alpha\beta$. Similiter etiam $\delta\epsilon \beta\gamma$, et $\delta\zeta \alpha\gamma$ inter se parallelae esse demonstrantur: ergo circuli $\delta\epsilon\zeta \alpha\gamma\beta$ inter se paralleli sunt (*elem. 11, 15*); iidemque aequales, quoniam triangula aequilatera in iis inscripta aequalia sunt. Et quoniam in sphaera sunt aequales et paralleli circuli $\alpha\beta\gamma \delta\epsilon\zeta$, in iisque aequales et parallelae rectae $\alpha\beta \epsilon\zeta$, neque hae ad easdem partes centrorum, iuncta $\alpha\zeta$ diameter erit sphaerae (*propos. 50*). Et sunt aequales $\alpha\epsilon \epsilon\zeta$; est igitur $\alpha\zeta^2 = 2\epsilon\zeta^2$. Sed quadratum ex circuli $\delta\epsilon\zeta$ diametro est $= \frac{4}{3}\epsilon\zeta^2$; ergo quadratum ex $\alpha\zeta$ ad quadratum ex circuli $\delta\epsilon\zeta$ diametro est $= 3 : 2$. Sed data est $\alpha\zeta$ (quippe quae datae sphaerae sit diameter); ergo data est circuli $\delta\epsilon\zeta$ diameter, et datus ipse circulus; itaque etiam circulus $\alpha\beta\gamma$ datus est, itemque puncta triangulorum aequilaterorum circulis $\delta\epsilon\zeta \alpha\beta\gamma$ inscriptorum¹⁾.

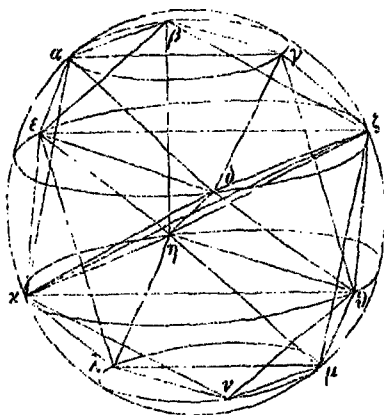
Et compositio convenienter analysi se habet. Oportet

¹⁾ Est enim quadratum ex $\epsilon\zeta$ triplum quadrati ex radio circuli (*elem. 13, 13*). Sed quadratum ex diametro circuli est eiusdem radii quadruplum; ergo quadratum diametri ad quadratum ex $\epsilon\zeta$ est ut 4 ad 3, hoc est *triplo* sive sesquialterum (*o*).

4) Conf. p. 143 adnot. ** ad *propos. 54*.

ψαι τῇ σφαίρᾳ δύο κύκλους ἴσους καὶ παραλλήλους, ὧν
ἐκατέρου τῆς διαμέτρου ἡμιολία θνᾶμει ἡ τῆς σφαίρας
διάμετρος, καὶ ἐγγράψαι εἰς τὸν ἕτερον αὐτῶν ἰσοπλευρον
τρίγωνον τὸ $ABΓ$, καὶ ἐν τῷ ἑτέρῳ κύκλῳ παράλληλον
ἀγαγεῖν τὴν EZ ἴσην τῇ AB , καὶ ἀπ' αὐτῆς ἐγγράψαι τὸ 5
 $ΔEZ$ τρίγωνον, καὶ ἔχειν συνεσταμένον τὸ ὀκταέδρον. καὶ
συναποδέδεικται ἡ διάμετρος τῆς σφαίρας διπλασίῳ θνᾶ-
μει τῆς πλευρᾶς τοῦ ὀκταέδρου. συνεώρεται δ' ὅτι εἰς γε
τὴν τῆς πυραμίδος ἐγγραφὴν καὶ εἰς τὴν τοῦ κύβου καὶ
τοῦ ὀκταέδρου οἱ αὐτοὶ παραλαμβάνονται κύκλοι [ὧν εἰς 10
τὴν αὐτὴν σφαῖραν ἐναρμόζονται τὰ πολύεδρα], καὶ ὅτι ὁ
αὐτὸς κύκλος περιλαμβάνει τὸ τετράγωνον τοῦ κύβου καὶ
τὸ τρίγωνον τοῦ ὀκταέδρου.

92 κα'. Εἰς τὴν δοθεῖσαν σφαῖραν εἰκοσάεδρον ἐγγράψαι.
Ἐγγεγράφθω, καὶ ἔστω ἐν τῇ ἐπιφανείᾳ σημεῖα τῶν 15

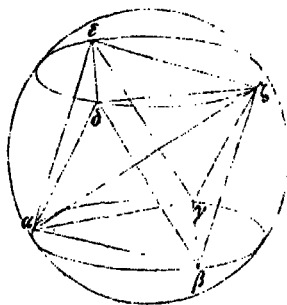


γωνιῶν αὐτοῦ τὰ
 $ABΓ$, $ΔEZ$,
 $ΗΘΚ$, $ΛΜΝ$.
ἐπεὶ ἀπὸ τοῦ B ση-
μείου πρὸς τὴν ἐπι- 20
φάνειαν προσπε-
πτώκασιν αἱ AB BI'
 BZ BH BE ἴσαι
ἀλλήλαις, ἐν ἐνὶ
ἔσται ἐπιπέδῳ τὰ 25
 $ΑΓΖΗΕ$ σημεῖα
[καὶ γὰρ αἱ ἀπὸ τοῦ
κέντρου τῆς σφαίρας
ἐπ' αὐτὰ ἐπιζευγ-
νόμεναι ἴσαι εἰσίν]. 30

καὶ ἴσαι ἀλλήλαις αἱ $ΑΓ$ $ΓΖ$ $ΖΗ$ $ΗΕ$ $ΕΑ$, καὶ εἰσὶν ἐν

5. ἴσην τῆς AB $Λ$, corr. BS 8. συνεωρετο (sine acc.) $Λ(BS)$, corr.
Hu 10. 41. ὧν — πολύεδρα interpolatori tribuit Hu 44. NA $Λ'$ in
marg. (BS) 17. 48. $ABΓ$ $ΔEZ$ $ΗΘΚ$ $ΛΜΝ$ $Λ$, distinx. BS
36. $ΑΓΖ$ $ΗΕ$ $Λ$, distinx. BS 27. καὶ — 30. εἰσίν interpolatori
tribuit Hu 27. γὰρ add. Co, at Hu

enim similiter in sphaeram duos circulos aequales et parallelos ita inscribere, ut quadratum ex sphaerae diametro sesquialterum sit quadrati ex *circularum* diametro (*propos. 54*),



et in alterutrum circulum inscribere aequilaterum triangulum $\alpha\beta\gamma$, et in altero rectae $\alpha\beta$ parallelam et aequalem ducere $\delta\epsilon$, ab eaque triangulum $\delta\epsilon\zeta$ inscribere, et sic invenire octaedri constructionem¹⁾, quo facto simul ostensum erit quadratum ex sphaerae diametro duplum esse quadrati ex latere octaedri²⁾. Solutis autem his tribus problematis (*propos. 54—56*) simul

perspectum erit ad constructionem et pyramidis et cubi et octaedri *sphaerae* inscriptorum eosdem adsumi circulos [quorum in eandem sphaeram polyedra accomodantur], atque eundem circulum continere et cubi quadratum et octaedri triangulum.

LI. In datam sphaeram icosaedrum inscribatur.

Prop.
57

Sit iam inscriptum, et sint in superficie *sphaerae* puncta angulorum eius $\alpha \beta \gamma, \delta \epsilon \zeta, \eta \theta \iota, \lambda \mu \nu$. Quoniam a puncto β ad superficiem ductae sunt rectae $\beta\alpha \beta\gamma \beta\zeta \beta\eta \beta\epsilon$ inter se aequales, in uno plano erunt puncta $\alpha \gamma \zeta \eta \epsilon$. Et item ex *hypothesi* inter se aequales sunt rectae $\alpha\gamma \gamma\zeta \zeta\eta \eta\epsilon \epsilon\alpha$, suntque in circulo; ergo $\alpha\eta\zeta\gamma$ pentagonum aequi-

1) Similiter ac supra, adhibitis *propos. 50* et *51*, Commandinus demonstrat triangula $\alpha\beta\delta \delta\alpha\epsilon \alpha\gamma\epsilon \epsilon\gamma\zeta \gamma\beta\zeta \zeta\beta\delta$ aequilatera esse et triangulis $\alpha\beta\gamma \delta\epsilon\zeta$ aequalia, ex quibus octaedrum constet.

2) Sint notae sphaerae diametri: D , circuli in ea descripti diametri: d , eiusdem circuli radii: r , lateris octaedri: o ; erit igitur ex constructione $2 D^2 = 3 d^2$, et propter elem. 13, 12 $o^2 = 3 r^2 = \frac{3 d^2}{4}$; ergo $D^2 = 3 o^2$.

*) Hoc ex Theodosii *sphaer. 1* def. 5 similiter atque in *propos. 56* efficitur; inepta autem sunt verba quae in Graecis sequuntur, a nobis seclusa.

κ' ἄλφ· ἰσογώνιον ἄρα τὸ $\Lambda\epsilon\eta\zeta\Gamma$ πεντάγωνον· ὁμοίως καὶ ἑκάτερον τῶν $\kappa\epsilon\beta\Gamma\Delta$ $\iota\theta\zeta\beta\alpha$ καὶ τὰ $\alpha\kappa\lambda\eta\beta$ $\alpha\kappa\eta\theta\Gamma$ $\epsilon\theta\mu\eta\beta$ ἰσοπλευρά καὶ ἰσογώνια [καὶ ἐν ἐνὶ ἐπιπέδῳ]. καὶ ἔσται παράλληλος ἡ μὲν $\alpha\Gamma$ τῇ $\epsilon\zeta$ ἐπιζευχθεῖση, ἡ δὲ $\epsilon\zeta$ τῇ $\kappa\theta$, ἡ δὲ $\kappa\theta$ τῇ $\lambda\mu$ · καὶ γὰρ τὸ $\alpha\kappa\lambda\iota\theta\mu$ πεν-⁵ τάγωνόν ἐστιν· ὁμοίως δειχθήσονται καὶ αἱ μὲν ἐπιζευγνύουσαι τὰ $\beta\Gamma$, $\epsilon\Delta$, $\eta\theta$, $\lambda\Nu$ παράλληλοι, αἱ δὲ ἐπιζευγνύουσαι τὰ $\beta\alpha$, $\zeta\Delta$, $\eta\kappa$, $\mu\Nu$ παράλληλοι. καὶ ὁμοίως ὁ περὶ τὰ $\alpha\beta\Gamma$ κύκλος ἴσος καὶ παράλληλος τῷ περὶ τὰ $\lambda\mu\Nu$ · ἴσα γὰρ καὶ ὅμοια τὰ ἐν αὐτοῖς τρίγωνα¹⁰ τὰ $\alpha\beta\Gamma$ $\lambda\mu\Nu$. οἱ δὲ περὶ τὰ $\Delta\epsilon\zeta$, $\kappa\eta\theta$ σημεῖα κύκλοι ἴσοι καὶ παράλληλοι· καὶ γὰρ τὰ ἐν αὐτοῖς τρίγωνα ἴσα καὶ ἰσοπλευρά· ἐκάστη γὰρ πλευρὰ πενταγώνου γωνίαν ὑποτείνει. ἐπεὶ οὖν ἐν σφαίρᾳ οἱ περὶ τὰ $\Delta\epsilon\zeta$, $\kappa\eta\theta$ κύκλοι ἴσοι εἰσὶν καὶ ἐν αὐτοῖς ἰσοπλεύρων τρι-¹⁵ γώνων πλευραὶ παράλληλοι αἱ $\epsilon\zeta$ $\kappa\theta$ μὴ ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη τῶν κέντρων, ἔσται ἡ ἐπιζευγνύουσα τὰ $\zeta\kappa$ διάμετρος τῆς σφαίρας καὶ ὀρθὴ ἡ ὑπὸ $\zeta\beta\kappa$ γωνία· προοδεδί-
κται γάρ. καὶ ἐπεὶ πεντάγωνόν ἐστι τὸ $\eta\epsilon\alpha\Gamma\zeta$, τῆς $\epsilon\zeta$ ἄκρον καὶ μέσον λόγον τεμνομένης, μεῖζον ἔσται τμήμα ἢ²⁰ $\alpha\Gamma$ · ἡ ἄρα $\epsilon\zeta$ πρὸς τὴν $\alpha\Gamma$ λόγον ἔχει ὅν ἡ τοῦ ἑξαγώνου πλευρὰ πρὸς τὴν τοῦ δεκαγώνου. καὶ δύναται ἀμφο-

1. τὸ $\alpha\beta\zeta\zeta\Gamma$ ABS, corr. Co 2. τῶν $\kappa\epsilon\beta\Gamma\Delta\iota\theta\zeta\beta\alpha$ A, distinx. BS, Δ pro Δ corr. Co τὰ $\kappa\alpha\lambda\eta\beta$ ABS, corr. Co
3. καὶ — ἐπιπέδῳ interpolator! tribuit Hu ἐν add. Hu auctore Co
4. παράλληλος add. hoc loco Hu, idem post ἐπιζευχθεῖση Co 5. τὸ $\alpha\kappa\lambda\iota\theta\mu$ A, coniunx. BS, τὸ $\alpha\eta\zeta\theta\mu$ Co 7. τὰ $\beta\Gamma$ $\epsilon\Delta$ $\eta\theta$ $\alpha\lambda$ A (item S, nisi quod τὰς, distinx. B, $\Nu$ pro η corr. Co παρα-
λήλου AB, παραλλήλους S, corr. Hu auctore Co 8. τὰ $\eta\alpha$ $\zeta\alpha$ $\eta\kappa$ $\mu\Nu$ A (τὰς etc. S), distinx. B παραλλήλους ABS (conf. vs. 7)
9. τὰ $\alpha\beta\Gamma$ et 10. τὰ $\lambda\mu\Nu$ A, distinx. BS 11. οἱ δὲ] ὁμοίως δὲ καὶ conl. Hu τὰ $\Delta\epsilon\zeta$ $\kappa\eta\theta$ AS, distinx. B 12. κύκλοις AB, corr. S
14. 15. τὰ $\Delta\epsilon\zeta$ $\kappa\eta\theta$ ABS, distinx. Hu 16. ἡ ἐξ αὐτῶν B, ἡ ἐξ αὐτῶν S (recte A)
17. τὰ $\zeta\kappa$ A, distinx. BS 19. ἐπεὶ BS, ἐπὶ (sine spir. et acc.) A τὸ $\eta\epsilon\alpha\Gamma\zeta$ A, coniunx. BS 20. τεμνομένης AB, corr. S

angulum est. Similiter demonstratur planus figurus esse $\alpha\beta\gamma\delta\epsilon\zeta$ $\alpha\lambda\eta\theta$ $\alpha\kappa\upsilon\theta$ $\gamma\theta\mu\eta\theta$ eisdemque pentagonu aequilatera et aequiangula. Et erit $\alpha\gamma$ parallela iunctae $\epsilon\zeta$, et $\epsilon\zeta$ iunctae $\kappa\theta$, et $\kappa\theta$ iunctae $\lambda\mu$; namque etiam $\lambda\kappa\delta\theta\mu$ pentagonum aequilaterum est¹⁾. Similiter demonstrabitur rectas $\beta\gamma$ $\epsilon\delta$ $\eta\theta$ $\lambda\nu$ parallelas esse, itemque parallelas $\beta\alpha$ $\zeta\delta$ $\eta\kappa$ $\mu\nu$. Et similiter demonstratur circulum qui per α β γ puncta transit aequalem et parallelum esse ei qui per λ μ ν ; nam, ut modo significavimus, rectae $\beta\gamma$ $\lambda\nu$, itemque $\beta\alpha$ $\mu\nu$ inter se parallelae sunt; itaque paralleli circuli (elem. 11, 15); iidemque aequales, quoniam ex hypothesis triangula $\alpha\beta\gamma$ $\lambda\mu\nu$, quae his circulis sunt inscripta, aequalia et similia sunt. Item circuli qui per δ ϵ ζ , κ η θ puncta transeunt aequales et paralleli sunt; nam triangula iis inscripta sunt aequalia et aequilatera, quoniam singula latera angulos pentagoni in eadem sphaera subtendunt. Iam quia in sphaera circuli $\delta\epsilon\zeta$ $\kappa\eta\theta$ aequales in iisque triangulorum aequilaterorum latera $\epsilon\zeta$ $\kappa\theta$ parallela neque ad easdem partes centrorum sunt, recta quae ζ κ iungit erit sphaerae diametrus et angulus $\zeta\epsilon\kappa$ rectus; utrumque enim supra (propos. 50 et 51) demonstratum est. Et quoniam pentagonum aequilaterum est $\eta\sigma\alpha\gamma\zeta$, si recta $\epsilon\zeta$ extremâ ac mediâ proportionem secetur²⁾, maius segmentum erit $\alpha\gamma$; ergo $\epsilon\zeta$ ad $\alpha\gamma$ eandem proportionem habet quam hexagoni latus ad latus decagoni³⁾. Et est $\epsilon\zeta^2 + \alpha\gamma^2$

1) Quoniam $\alpha\epsilon\eta\zeta\gamma$ pentagonum aequiangulum est, trapezium erit $\alpha\epsilon\zeta\gamma$, parallelaeque $\alpha\gamma$ $\epsilon\zeta$; item in pentagono $\alpha\kappa\upsilon\theta$ parallelae $\alpha\gamma$ $\kappa\theta$, denique in pentagono $\lambda\kappa\delta\theta\mu$ parallelae $\kappa\theta$ $\lambda\mu$. (Fusius id demonstrat Co in libro de centro gravitatis solidorum, Bononiae 1565, fol. 2 v.)

2) Eucl. elem. 6 def. 3: "Ἀκρον καὶ μέσον λόγον εὐθείαι τετυγμέναι λέγεται, ὅταν ᾗ ὡς ἡ ὅλη πρὸς τὸ μείζον τετμήσια, οὕτως τὸ μείζον πρὸς τὸ ἔλασσον. Auream sectionem cum Pythagoreis nostrates dicere solent.

3) Si in pentagono regulari $\eta\sigma\alpha\gamma\zeta$ recta $\epsilon\zeta$ ἄκρον καὶ μέσον λόγον secetur, maiori segmento ipsum pentagoni latus aequale esse efficitur ex elem. 13, 8; ac statim proxima eiusdem elementorum libri propositio docet maius segmentum ad minus esse ut latus hexagoni ad latus decagoni eidem circulo inscriptorum.

ἐξαι ἀπὸ τοῦ ὡς εἶναι τὴν FK τῇ AI . ἔσται ἀπὸ
 ἡ ZK διήκων τῆς σφαίρας πρὸς τὴν BZ λόγον, ὅτι
 ἡ τοῦ περὶ τὴν AI πρὸς τὴν FK λόγον, πρὸς δὲ AI ,

ὅτι ἡ τοῦ περὶ τὴν

πρὸς τὴν

καὶ ὁ-

σφαίρας ἡ διήκων

τῆς σφαίρας, ὁ-

πρὸς τὴν AI , 10

καὶ ἡ

καὶ ἡ

καὶ ἡ

καὶ ἡ

καὶ ἡ

καὶ ἡ

τὰ ἐν αὐτοῖς σημεία τῶν τοῦ πρὸς τὴν AI πρὸς τὴν FK λόγον, πρὸς δὲ AI , 10

καὶ ἡ ἀντίστροφος φανερὰ. ὁμοίως γὰρ ἐκείνηται ὅτι 20

τῆς τοῦ περὶ τὴν AI πρὸς τὴν FK λόγον, πρὸς δὲ AI , 10

καὶ ἡ ἀντίστροφος φανερὰ. ὁμοίως γὰρ ἐκείνηται ὅτι 20

τῆς τοῦ περὶ τὴν AI πρὸς τὴν FK λόγον, πρὸς δὲ AI , 10

καὶ ἡ ἀντίστροφος φανερὰ. ὁμοίως γὰρ ἐκείνηται ὅτι 20

τῆς τοῦ περὶ τὴν AI πρὸς τὴν FK λόγον, πρὸς δὲ AI , 10

$= \zeta x^2$, quia *angulus* $\zeta \epsilon x$ *rectus et* ϵx *aequalis* $\alpha \gamma$ *est*; ergo *propter elem. 13, 10* *rectae* ζx $\epsilon \zeta \alpha \gamma$ *inter se sunt ut lu-*
tera pentagoni, hexagoni, decagoni eidem circulo inscriptorum.
Et est ζx *sphaerae diametrus*; haec igitur ad $\epsilon \zeta$ *eandem pro-*
portionem habet quam pentagoni latus ad hexagoni, et ad $\alpha \gamma$ *eandem quam pentagoni latus ad decagoni.* Et data est
sphaerae diametrus; ergo etiam $\epsilon \zeta \alpha \gamma$ *datae sunt, itaque*
etiam circulorum $\epsilon \zeta \delta \alpha \gamma \beta$ *radii, quorum quadrata tertiae par-*
tes sunt quadratorum ex $\epsilon \zeta \alpha \gamma$ *(elem. 13, 12); ergo ipsi*
quoque circuli dati sunt, itemque, qui iis aequales et paral-
leli sunt, circuli $\kappa \theta \eta \lambda \mu \nu$, *et quae sunt in iis puncta angu-*
*lorum polyedri*⁴⁾.

Et compositio manifesta est. Oportebit enim duas rec-
 tas exponere, quarum ad unam diametrus sphaerae propor-
 tionem eandem habeat quam pentagoni latus ad hexagoni, ad
 alteram autem quam pentagoni latus ad decagoni, et in
 sphaera duos circulos ita describere, ut quadrata ex eorum
 radiis tertiae partes sint quadratorum ex rectis expositis,
 velut circulos $\delta \epsilon \zeta \alpha \beta \gamma$, et ad alteras centri sphaerae partes
 his duos aequales et parallelos describere $\kappa \theta \eta \lambda \mu \nu$, et in
 unoquoque latera triangulorum aequilaterorum construere pa-
 rallela $\alpha \gamma \epsilon \zeta \kappa \theta \lambda \mu$ ad oppositas centrorum partes, et inscri-
 bere tota triangula quae polyedri angulos efficiant. Et de-
 monstratio ex analysi facile *sequitur*⁵⁾, ac simul perspicitur
 quadratum ex sphaerae diametro triplum esse quadrati ex
 latere pentagoni in circulum $\delta \epsilon \zeta$ inscripti; etenim *ex con-*
structione $\kappa \zeta$ *ad* $\zeta \epsilon$ *proportionem eandem habet quam penta-*

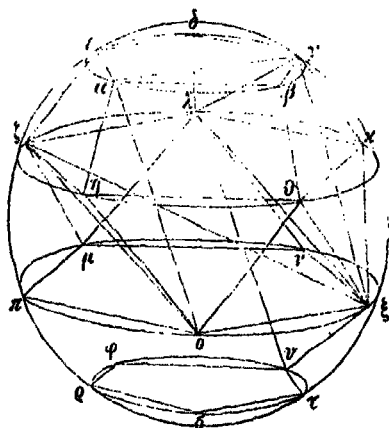
4) Conf. p. 145 adnot. ** ad propos. 34.

5) Conf. ibid. adnot. 3.

$\delta \theta \theta \eta$ AB, corr. S 14. *ad* add. C'o 17. *ad* add. Hu 18. 19. καὶ
 τὰ Hu, κατὰ τὰ AB (C'o), κατὰ S 24. *ἐχὼν διάμειτρος* ABS, corr.
 Hu auctore C'o 27. 28. *ἐναρμόσαι τῶν ἐν ἐκάστῳ ἰσοπλευροῦ τρι-*
γώνῳ ABS, corr. Hu 33. *συνορᾶται*] *deprehensum est* C'o; voluit igitur
 συνειρᾶται

λόγον ἔχει ὅν ἡ τοῦ πενταγώνου πλευρὰ πρὸς τὴν τοῦ ἑξαγώνου, ἡ δὲ EZ πρὸς τὴν τοῦ ἑξαγώνου τοῦ ἐν τῷ αὐτῷ κύκλῳ, ὅν ἡ τοῦ τριγώνου πρὸς τὴν τοῦ ἑξαγώνου, καὶ ἔστιν τριπλασία δυνάμει ἡ τοῦ τριγώνου τῆς τοῦ ἑξαγώνου· τριπλασία ἄρα δυνάμει ἐστὶν καὶ ἡ KZ διάμετρος τῆς σφαίρας τῆς τοῦ ἐν τῷ ΔEZ κύκλῳ πενταγώνου πλευρᾶς.

94 νβ. Εἰς τὴν δοθεῖσαν σφαίραν τὸ δοδεκάεδρον ἐγγράψαι.



Ἐγγεγράφω, καὶ ἔστω σημεῖα τῶν γωνιῶν αὐτοῦ τὰ $A B \Gamma \Delta E$, $Z H \Theta K \Lambda$, $M N \Xi O \Pi$, $P \Sigma T Y \Phi$.¹⁰ ἔσται δὴ ἡ μὲν EA παράλληλος τῇ ἐπὶ τὰ $Z \Lambda$, ἡ δὲ AE παράλληλος τῇ ἐπὶ τὰ $Z H$. κατὰ τὰ αὐτὰ καὶ αἱ λοιπαί, ὥστε καὶ τὸ διὰ τῶν $A B \Gamma \Delta E$ ἐπιπεδον παράλληλον τῷ διὰ τῶν $Z H \Theta K \Lambda$. ἐπεὶ δὲ αἱ ἐπὶ τὰ $O \Lambda$, $\Xi \Gamma$ παράλληλοι ἑκατέρα γὰρ τῇ $B\Theta$ καὶ ἴσαι εἰσὶν, καὶ αἱ ἐπὶ τὰ $O \Xi$, $A \Gamma$ ἄρα παράλληλοι, ὥστε καὶ αἱ ΣT

2. ἑξαγώνου τοῦ Hu auctor Co pro πενταγώνου 4. τῆς om. AS, add. B 6. τοῦ in ABS ante πενταγώνου additum huc transposuit Hu 7. $NB \Lambda^1$ in marg. (BS) τὸ del. V¹ 10. $\Delta B \Gamma \Delta EZ H \Theta K \Lambda M \Xi O \Pi P \Sigma T Y \Phi$ AS, distinx. B, N add. Co 11. 12. τὰ $Z \Lambda$ — τὰ $Z H$

goni latus ad hexagoni, et $\zeta\epsilon$ ad latus hexagoni eidem circulo inscripti *proportionem eandem* quam trianguli latus ad hexagoni, et est quadratum ex trianguli latere triplum quadrati ex hexagoni latere (elem. 13. 12. 4, 15 coroll.); ergo etiam quadratum ex $\alpha\zeta$ diametro sphaerae triplum est quadrati ex latere pentagoni circulo $\delta\epsilon\zeta$ inscripti⁶⁾.

LII. In datam sphaeram dodecaedrum inseribatur.

Prop.
58

Sit iam inscriptum, et sint puncta angularum eius $\alpha \beta \gamma \delta \epsilon$, $\zeta \eta \theta \kappa \lambda$, $\mu \nu \xi \omicron \pi$, $\rho \sigma \tau \upsilon \varphi$. Erit igitur *similiter, ac supra (propos. 57) demonstratum est*, recta $\alpha\delta$ parallela ipsi $\zeta\lambda$, et $\alpha\sigma$ parallela $\zeta\eta$, et eadem ratione etiam reliquae, ita ut planum quod per $\alpha \beta \gamma \delta \epsilon$ transit parallelum sit ei quod per $\zeta \eta \theta \kappa \lambda$. Sed quia $\alpha\alpha \xi\gamma$ parallelae (utraque enim rectae $\beta\theta$ parallela est; et aequales sunt⁷⁾, ergo etiam rectae $\alpha\xi \alpha\gamma$ inter se parallelae sunt, itaque etiam

6) Quamquam demonstratio quae supra legitur per se satis perspicua esse videtur, tamen brevior expositio addatur hunc in modum. Notentur pentagoni, trianguli, hexagoni circulo $\delta\epsilon\zeta$ inscriptorum latera $p \text{ et } h$. Iam ex constructione est

$$\alpha\zeta : \zeta\epsilon = p : h, \text{ et}$$

$$\zeta\epsilon : h = t : h; \text{ ergo}$$

$$\alpha\zeta : p = t : h. \text{ Sed est (elem. 13, 12 etc.)}$$

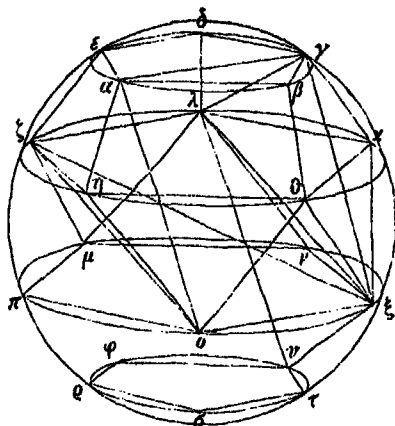
$$t^2 = 3h^2; \text{ ergo etiam } \alpha\zeta^2 = 3p^2.$$

4) Rectas $\beta\theta \gamma\xi$ inter se parallelas esse similiter ac supra propos. 57 adnot. 4 inde sequitur, quod ex hypothesi $\beta\theta\xi\alpha\gamma$ pentagonum regulare est. Item in pentagono $\beta\theta\omicron\iota\alpha$ parallelae sunt $\beta\theta \alpha\omicron$. Nec minus perspicuum est rectas $\gamma\xi \alpha\omicron$ inter se aequales esse. Ceterum dubitari vix posse videtur, quin Graecus scriptor ipsam dodecaedri formam modulo expressam in demonstratione persequenda ante oculos habuerit. Nam lineae in plano descriptae, quas nostrae coniecturae aduibravimus, minus perspicuae sunt facileque inter se confunduntur; quapropter etiam alias per se quidem necessarias, sed non discrete a Graeco scriptore commemoratas omisimus, ne difficultas adspectus augeretur.

AB, distinx. S 13. τὸν δὲ AB, corr. S τὸν ABΓ AE AS, distinx.

B* 14. 15. τὸν ΖΗΘΚΛ — τὰ ΟΑΞΓ AS, distinx. B* 15. ἵσαι δὲ αὖ Hu pro ἵσων ἵσαι 16. αὐτὴν ante ἐπὶ add. A¹B³ super vs. τὰ ΟΑΞΓ ἄρα AS, distinx. B*, corr. Co

ΕΔ. ὁμοίως καὶ αἱ ΣΡ ΓΔ, καὶ αἱ λοιπαί· καὶ τὰ δι' αὐτῶν ἐπιτεθεα ἄρα παράλληλα. νοήσθωσαν οὖν οἱ περὶ αὐτὰ γραφόμενοι (παράλληλοι) κύκλοι. ἔσται δὴ ὁ μὲν περὶ τὰ Α Β Γ Δ Ε ἴσος τῷ περὶ τὰ Ρ Σ Τ Υ Φ· τὰ γὰρ ἐν αὐτοῖς πεντάγωνα ἴσα ἐστίν. ὁ δὲ περὶ τὰ Ζ Η Θ Κ Α τῷ περὶ τὰ Μ Ν Ξ Ο Π· καὶ γὰρ τὰ ἐν τοῖτοις πεντάγωνα ἴσα. καὶ ἔστιν ἡ ἐπὶ τὰ Γ Δ παράλληλος τῇ ἐπὶ τὰ Ξ Υ (ἐκατέρα γὰρ τῇ ΚΝ)· ἐν ἐνὶ ἄρα ἐπιπέδῳ ἔσται τὰ Α Γ Ξ Υ σημεῖα. καὶ αἱ ἐπιζευγνύουσαι αὐτὰ ἴσαι εἰσίν· ἴσων γὰρ πενταγώνων ὑποτείνουσι γωνίας· καὶ ἵ



εἰσὶν ἐν κύκλῳ· τετράγωνον ἄρα τὸ ΑΓΞΥ, ὥστε διπλῇ δυνάμει ἡ ἐπιζευγνύουσα τὰ Ξ Α τῆς ἐπὶ τὰ Α Γ, τουτέστιν τῆς ἐπὶ τὰ Ζ Α. καὶ ὀρθὴ ἡ ὑπὸ ΞΑΖ γωνία· ἐν ἴσοις γὰρ κύκλοις ἴσαι καὶ παράλληλοι εὐθεῖαι εἰσιν αἱ ΟΞ ΖΑ· τριπλάσιον ἄρα τὸ ἀπὸ ΞΖ τοῦ ἀπὸ ΖΑ. καὶ ἔστιν διὰ τὰ προδεδειγμένα διάμετρος τῆς σφαίρας ἡ ἐπὶ τὰ Ζ Ξ· οὐ γὰρ ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη τῶν κέντρων εἰσὶν αἱ ΟΞ ΖΑ. ἔξει οὖν ἡ τῆς σφαίρας διάμετρος πρὸς τὴν ΖΑ λόγον ὡς τριγώνου πλευρὰ πρὸς ἑξαγώνου τῶν εἰς τὸν

2. ἄρα Hu pro πάντα 3. παράλληλοι, etsi re verum, tamen alienum ab hoc loco esse videtur 4. τὰ ΑΒΓ Δ: ΑΣ, τὰ αβγδ

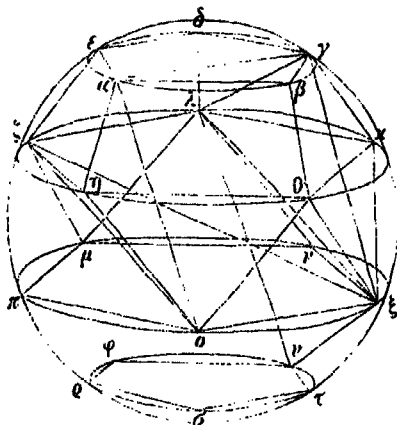
στ εδ. Similiter rectas $\rho\sigma$ $\delta\gamma$, itemque binas $\tau\nu$ $\epsilon\alpha$, $\upsilon\phi$ $\alpha\beta$, $\phi\eta$ $\beta\gamma$ inter se parallelas esse demonstratur; ergo etiam plana quae per eas transeunt. Iam intellegantur circuli circa ea puncta descripti²⁾; erit igitur circulus $\alpha\beta\gamma\delta\epsilon$ circulo $\rho\sigma\tau\nu\phi$ aequalis; nam pentagona regularia iis inscripta aequalia sunt. Sed etiam circuli $\zeta\eta\theta\chi\lambda$ $\mu\nu\xi\omicron\pi$ inter se aequales, quia item pentagona his inscripta aequalia sunt. Et est recta $\gamma\lambda$ ipsi $\xi\nu$ parallela (utramque enim rectae $\kappa\nu$ parallelum esse similiter ac supra demonstratur); ergo puncta λ γ ξ ν in uno plano sunt (elem. 14, 7). Et rectae quae ea puncta iungunt aequales sunt, quia aequalium pentagonon angulos subtendunt³⁾; et sunt in circulo (Theodos. sphaer. 1, 1); ergo quadratum est $\lambda\gamma\xi\nu$ (elem. 4, 6); ideoque, iuncta $\xi\lambda$, est $\xi\lambda^2 = 2\lambda\gamma^2 = 2\lambda\xi^2$ (nam rursus $\lambda\gamma$ $\lambda\xi$ aequalium pentagonon $\lambda\delta\gamma\kappa\nu$ $\lambda\mu\xi\delta\theta$ angulos subtendunt). Et rectus est angulus $\xi\lambda\xi$; nam in aequalibus circulis aequales et parallelae sunt $\omicron\xi$ $\zeta\lambda$ (propos. 51); ergo $\xi\zeta^2 = \xi\lambda^2 + \zeta\lambda^2 = 3\zeta\lambda^2$. Et est propter ea quae supra (propos. 50) demonstrata sunt recta $\xi\zeta$ sphaerae diameter; neque enim ad easdem centrorum partes sunt $\omicron\xi$ $\zeta\lambda$. Sed propter elem. 13, 12 $\xi\zeta$ ad $\zeta\lambda$ est proportio lateris trianguli circulo inscripti ad radium, id est ad latus hexagoni eidem circulo inscripti; ergo sphaerae diameter ad $\zeta\lambda$ eandem proportionem habebit quam latus

2) Hoc loco scriptor, quippe quod sine ullo negotio suppleri posse videretur, omisit demonstrare circulum, qui per ρ σ τ transeat, etiam per υ ϕ transire etc.

3) Intellegantur angulus $\lambda\delta\gamma$ pentagoni $\lambda\delta\gamma\kappa\nu$, angulus $\gamma\chi\xi$ pentagoni $\gamma\chi\xi\theta\beta$ etc.

(sic) B³ (plura hoc loco om. B¹, distinx. Hu τὰ ΠCΤΥΦ AS, τὰ
σ ρ τ υ φ B 5. δὲ περὶ Hu auctore Co pro δ' ἐπὶ 5. 6. τὰ
ΖΗΘΚΑ — τὰ ΜΝΞΟΠ AS, distinx. B² 7. 8. τὰ ΓΑ — τὰ ΞΥ
AS, distinx. B² 8. ἄρα add. Hu auctore Co 9. τὰ ΑΓΞΥ AS,
distinx. B² αὐτὰς ABS, corr. Hu auctore Co 11. πύκνω / τε-
τεράγω // ἄρα | A, explev. BS ἡ ΑΓ ΞΥ A, ἡ γλξν B¹, ἡ λξξν B²,
τὸ corr. Co 12. τὰ ΞΑ AB² AS, τὰ λξ B¹ 12. 13. τὰ ΑΓ — τὰ ΖΑ
AS, distinx. B² 14. Ισοι Hu auctore Co pro Ισοι 17. τὰ ΖΞ AS,
distinx. B² 17. 18. αὖ ΟΞ Co pro αὖ ΕΞ 19. εἰς τὸν S Co εἰς
τὴν AB cod. Co

ΖΗΘΚΑ κύκλον ἐγγραφομένων. ἔχει δὲ καὶ ἡ **ΖΑ** πρὸς τὴν τοῦ τριγώνου πλευρὰν, ὣν ἡ τοῦ πενταγώνου πρὸς τὴν τοῦ τριγώνου· ἔξει ἄρα καὶ δι' ἴσου ἢ διάμετρος τῆς σφαίρας πρὸς τὴν τοῦ τριγώνου πλευρὰν λόγον ὡν ἡ τοῦ πενταγώνου πρὸς τὴν τοῦ ἑξαγώνου. ἔπει δὲ καὶ τῆς **ΖΑ** λόγος⁴ πρὸς τὴν **ΕΑ**, ὡν ἡ τοῦ ἑξαγώνου ἔχει πρὸς τὴν τοῦ δεκαγώνου (ἄκρον γὰρ αὐτῆς καὶ μέσον λόγον τεμνομένης μείζον τμήμα ἢ **ΕΑ** διὰ τὸ πενταγώνου γωνίαν ὑποτείνειν τὴν **ΖΑ**, οὗ πλευρὰ ἢ **ΕΑ**), ὥς δὲ ἡ **ΖΑ** πρὸς **ΕΑ**, ἡ τοῦ τριγώνου πλευρὰ τοῦ ἐν τῷ **ΖΗΘΚΑ** πρὸς τὴν τοῦ τριγώνου¹⁰



πλευρὰν τοῦ ἐν τῷ **ΑΒΓΔΕ**, ἔξει καὶ ἡ τοῦ τριγώνου πρὸς τὴν τοῦ τριγώνου λόγον ὡν ἡ τοῦ ἑξαγώνου πρὸς τὴν τοῦ δεκαγώνου. ἔχει δὲ καὶ ἡ διάμετρος τῆς σφαίρας πρὸς τὴν τοῦ τριγώνου πλευρὰν τοῦ ἐν τῷ **ΖΗΘΚΑ**, ὡν ἡ τοῦ πενταγώνου πρὸς τὴν τοῦ ἑξαγώνου· ἔξει ἄρα ἡ διάμετρος πρὸς τὴν τοῦ τριγώνου πλευρὰν τοῦ ἐν τῷ **ΑΒΓΔΕ**, ὡν¹⁵

4. **ΖΗΘΚΑ** A, continx. B (ζσ κλ S) κύκλων A cod. Co, sed in A prima, ut videtur, manus puncto subscripto corr. κύκλων, quod

trianguli ad hexagoni circulo $\zeta\eta\theta\chi\lambda$ inscriptorum. Sed recta $\zeta\lambda$ latus est pentagoni eidem circulo inscripti; haec igitur ad trianguli latus eandem proportionem habet, quam latus pentagoni ad trianguli; ergo ex aequali diametrus sphaerae ad trianguli latus circulo $\zeta\eta\theta\chi\lambda$ inscripti eandem proportionem habebit quam pentagoni latus ad hexagoni⁴⁾. Sed quia $\zeta\lambda$ ad $\varepsilon\delta$ eandem proportionem habet quam latus hexagoni ad decagoni — nam si $\zeta\lambda$ extremâ ac mediâ proportionem secetur, maius segmentum est $\varepsilon\delta$, quia $\zeta\lambda$ angulum pentagoni, cuius latus est $\varepsilon\delta$, subtendit⁵⁾ — itemque $\zeta\lambda$ $\varepsilon\delta$, id est latera pentagonon circulis $\zeta\eta\theta\chi\lambda$ $\alpha\beta\gamma\delta\epsilon$ inscriptorum inter se sunt ut latera triangulorum iisdem circulis inscriptorum, habebit igitur trianguli latus circulo $\zeta\eta\theta\chi\lambda$ inscripti ad latus trianguli circulo $\alpha\beta\gamma\delta\epsilon$ inscripti eandem proportionem quam latus hexagoni ad decagoni. Sed, ut nudo demonstravimus, sphaerae diametrus ad trianguli latus circulo $\zeta\eta\theta\chi\lambda$ inscripti eandem proportionem habet quam pentagoni latus ad hexagoni; ex aequali igitur sphaerae diametrus ad latus trianguli circulo $\alpha\beta\gamma\delta\epsilon$ inscripti eandem proportionem habebit quam

4) Iisdem notis ac supra propos. 57 adnot. 6 adhibitis demonstratio commodius perscribitur hunc in modum. Quoniam est

$$\xi\zeta^2 = 3\zeta\lambda^2, \text{ et } \Gamma^2 = 3\lambda^2, \text{ est igitur}$$

$$\xi\zeta : \zeta\lambda = \Gamma : \lambda. \text{ Sed ex hypothese in circulo } \zeta\eta\theta\chi\lambda \text{ est } \zeta\lambda = p, \text{ ideoque}$$

$$\zeta\lambda : \Gamma = p : \Gamma; \text{ ergo ex aequali est sphaerae diametrus}$$

$$\xi\zeta : \Gamma = p : \lambda.$$

5) Demonstratio plane eadem est ac supra propos. 57 adnot. 3, nisi quod hoc loco pentagonum $\zeta\eta\theta\delta\epsilon$ intelligitur.

exhibent BS 2. τῆς add. Hu auctore Co 3. 6. ἔχει δὲ καὶ ἡ ΖΔ
πρὸς τῆς ΕΔ λόγον ὡς ἡ ςελ. conl. Co 6. ἔχει add. Hu δια-
γώνου Co pro τριγώνου 7. μετῶν A, corr. BS 8. διὰ τὸ Hu
pro διὰ τοῦ 9. ἡ ΕΔ Co pro ἡ ΕΔ 11. τῶν ΑΒ ΓΔΕ A,
coniunx. BS 13. ἔχει δὲ A

ἡ τοῦ πενταγώνου πρὸς τὴν τοῦ δεκαγώνου· δοθεῖσα ἄρα ἐν ἑκατέρῃ κύκλῳ τοῦ τριγώνου πλευρά, ὥστε καὶ αἱ ἐκ τῶν κέντρων τρίτον μέρος ὕσαι δυνάμει τῶν πλευρῶν· δοθέντες ἄρα καὶ οἱ κύκλοι καὶ οἱ ἴσοι αὐτοῖς καὶ παραλλήλοι καὶ τὰ ἐν αὐτοῖς σημεῖα τῶν τοῦ πολυέδρου γωνιῶν, 5
ὅμοιαι: ~

- 95 Δεῖ οὖν ἐν τῇ συνθέσει δύο ἐκθέσθαι, πρὸς ἃς λόγον ἔχει ἡ διάμετρος τῆς σφαίρας ὅν ἡ τοῦ πενταγώνου πρὸς τε τὴν τοῦ ἑξαγώνου καὶ πρὸς τὴν τοῦ δεκαγώνου, ἃς καὶ ἐπὶ τοῦ εἰκοσαέδρου ἐξεθέμεθα, καὶ γράψαι δύο παραλλή- 10
λους κύκλους ἐν τῇ ἐπιφανείᾳ τῆς σφαίρας ἐπὶ τὸ αὐτὸ μέρος τοῦ κέντροι κειμένους, ὡς τοὺς ΖΗΘΚΛ ΑΒΓΔΕ, ὧν αἱ ἐκ τῶν κέντρων τρίτον μέρος εἰσι δυνάμει τῶν ἐκ-
κειμένων εὐθειῶν ἑκατέρα ἑκατέρας. καὶ τούτοις ἴσοις ἄλλους δύο κύκλους καὶ παραλλήλους ἐπὶ τὰ ἕτερα μέρη 15
τοῦ κέντρον τῆς σφαίρας, ὡς τοὺς ΜΝΞΟΠ ΡΣΤΥΦ, καὶ ἐναρμόσαι τὰς ΕΔ ΖΛ ΟΞ ΣΤ πενταγώνων πλευρὰς παρ-
αλλήλους, καὶ ἀπ' αὐτῶν ἀναγράψαι τὰ πεντάγωνα, δι'
ὧν αἱ τοῦ πολυέδρου συνίστανται γωνίαι. καὶ φανερὸν ἐκ
τῆς κατασκευῆς, ὅτι οἱ περιέχοντες κύκλοι τὰς τοῦ δωδεκα- 20
έδρου γωνίας οἱ αὐτοὶ εἰσιν τοῖς περιέχουσιν τὰς τοῦ εἰ-
κοσαέδρου γωνίας, καὶ ὅτι ὁ αὐτὸς κύκλος περιλαμβάνει
τὸ τρίγωνον τοῦ εἰκοσαέδρου καὶ τὸ πεντάγωνον τοῦ δω-
δεκαέδρου τῶν εἰς τὴν αὐτὴν σφαῖραν ἐγγραφομένων.

2. αἱ add. Hu 9. ἃς AB cod. Co, ὡς S 14. τούτοις B³S,
τούτους A, τούτ B¹ 16. ὡς τοὺς Hu aucloure Co pro ὡς τοῦ
17. πλευρὰν AB, corr. S 20. 21. δωδεκαέδρου — τὰς τοῦ om. Paris.
3368 S 24. post ἐγγραφομένων add. παππου συναγωγῆς τρίτον ἐς
τιν δὲ των επιπεδων και σιτερων και ||||| A³, τῆς τοῦ πάππου ἀλε-
ξανδρείας συναγωγῆς τρίτου τέλος B, τέλος τοῦ τρίτου S

latus pentagoni ad decagoni ⁶⁾. Et data est sphaerae diameter; ergo etiam latera triangulorum circulis $\zeta\eta\theta\kappa\lambda$ $\alpha\beta\gamma\delta\epsilon$ inscriptorum data sunt, itaque etiam circulorum radii, quorum quadrata tertiae partes sunt quadratorum ex lateribus triangulorum (elem. 13, 12; ergo etiam circuli $\zeta\eta\theta\kappa\lambda$ $\alpha\beta\gamma\delta\epsilon$, et qui iis aequales et paralleli sunt, circuli $\mu\nu\xi\omicron\pi$ $\varrho\sigma\tau\nu\varphi$ dati sunt, itemque quae in his sunt puncta angulorum polyedri ⁷⁾, q. e. d.

In compositione igitur oportet duas rectas exponere, quarum ad unam diameter sphaerae proportionem eandem habeant quam pentagoni latus ad hexagoni, et ad alteram quam pentagoni latus ad decagoni, quas quidem rectas etiam in icosaedro exposuimus (p. 155), et in superficie sphaerae ad eandem centri partem duos circulos, velut $\zeta\eta\theta\kappa\lambda$ $\alpha\beta\gamma\delta\epsilon$, ita describere, ut quadrata ex eorum radiis tertiae partes sint quadratorum ex rectis expositis, et his circulis duos alios aequales et parallelos ad alteras centri sphaerae partes, velut $\mu\nu\xi\omicron\pi$ $\varrho\sigma\tau\nu\varphi$, describere, et in unoquoque latera pentagonon aequilaterorum $\epsilon\delta$ $\zeta\lambda$ $\omicron\xi$ $\sigma\tau$ parallela construere, et ex iis pentagona describere, unde polyedri anguli constituentur ⁸⁾. Atque ex constructione apparet circulos qui dodecaedri angulos continent eosdem esse atque illos qui icosaedri (propos. 57), et eundem circulum comprehendere triangulum icosaedri et pentagonum dodecaedri in eandem sphaeram inscriptorum (V propos. 48).

6) Sint t t' latera triangulorum circulis $\zeta\eta\theta\kappa\lambda$ $\alpha\beta\gamma\delta\epsilon$ inscriptorum, D diameter sphaerae, p h d latera pentagoni, hexagoni, decagoni eisdem circulo inscriptorum; haec igitur erit brevior demonstratio. Ostendimus (p. 164 cum adnot. 5) esse

$$\zeta\lambda : \epsilon\delta = h : d, \text{ et ex hypothesis est}$$

$$\zeta\lambda : \epsilon\delta = t : t'; \text{ ergo}$$

$$t : t' = h : d. \text{ Sed erat, ut supra (adnot. 4) demonstravimus,}$$

$$D : t = p : h; \text{ ergo ex aequali}$$

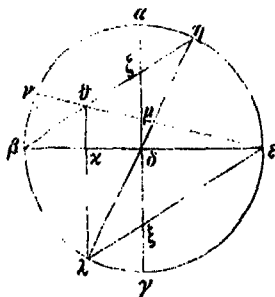
$$D : t' = p : d.$$

7) Conf. p. 145 adnot. ** ad propos. 54.

8) Reliquam demonstrationem, a scriptore tamquam consentaneam omissam, supplet Ca.

Ἄλλως τὸ δέκατον θεωρήμα ἐν τῷ τρίτῳ τῆς τοῦ Πάππου συναγωγῆς καὶ τὴν ἀπόδειξιν περιέχον καὶ τὴν ὁργανικὴν κατασκευὴν τοῦ τοῦ διπλασιασμοῦ τοῦ κύβου καὶ τῶν δύο μέσων ἀνάλογον.

- 96 Ἐστω κύκλος ὁ $ΑΒΓ$ περὶ κέντρον τὸ $Α$, διάμετροι δὲ αὐτοῦ πρὸς ὀρθὰς ἀλλήλαις ἔστωσαν αἱ $ΑΔΓ$ $ΒΑΕ$, καὶ διήχθωσαν αἱ $ΕΜΝ$ $ΒΘΖΗ$, ὥστε ἴσῃ εἶναι τὴν $ΘΖ$ τῇ $ΖΗ$. λέγω ὅτι ἐστὶν ὡς ἡ $ΒΔ$ πρὸς $ΑΜ$, οὕτως ὁ ἀπὸ τῆς $ΕΔ$ κύβος πρὸς τὸν ἀπὸ τῆς $ΑΖ$ ¹⁰ κύβον.



Ἐπεξεύχθω γάρ ἡ $ΗΔ$ καὶ ἐκβεβλήσθω ἐπὶ τὸ $Α$, καὶ ἐπεξεύχθω ἡ $ΑΘ$ καὶ ἡ $ΑΕ$ παράλληλος ἄρα ἡ $ΘΑ$ τῇ ¹⁵ $ΑΔΓ$ καὶ ἡ $ΒΗ$ τῇ $ΑΕ$. ἐπεὶ οὖν ἡ $ΑΚ$ ἐν ἡμικυκλίῳ τῷ $ΒΑΕ$ κάθετος ἦκται ἐπὶ τὴν $ΒΑΕ$, ἡ $ΚΑ$ ἄρα μέση ἀνάλογόν ἐστιν τιῶν $ΕΚ$ $ΚΒ$. ἔστιν ἄρα ὡς τὸ ἀπὸ τῆς $ΕΚ$ πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς $ΚΑ$, οὕτως ἡ $ΕΚ$ πρὸς $ΚΒ$, τοιού- ²⁰ ἔστιν ὡς τὸ ἀπὸ τῆς $ΒΔ$ πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς $ΑΖ$, οὕτως ἡ $ΑΖ$ πρὸς $ΑΜ$. κοινού ἄρα προσληφθέντος λόγου τοῦ τῆς $ΒΔ$ πρὸς τὴν $ΑΖ$, ἔσται ὡς ἡ $ΒΔ$ πρὸς τὴν $ΑΜ$, οὕτως ὁ ἀπὸ τῆς $ΒΔ$ κύβος πρὸς τὸν ἀπὸ τῆς $ΑΖ$, τοιούτεστιν ὡς ἡ $ΕΔ$ πρὸς $ΑΜ$, οὕτως ὁ ἀπὸ τῆς $ΕΔ$ κύβος πρὸς τὸν ²⁵ ἀπὸ τῆς $ΑΖ$.

1. cap. 96—104, Pappi collectioni a posteriore quodam scriptore inserta, om. Co, e codice Guelferbylano ediderunt G. G. Bredow et Nickelius, Epistolae Parisienses, Lipsiae 1812, p. 187—200. Ἐ τῷ δ' et superscr. γ B¹. 4. διάμετροι A² ex διάμετροι. 6. αὐ $ΕΜΘ$ Bredow, αὐ $ΕΜΘΝ$ Hu (scilicet in producta $ΕΜ$ a scriptore praefer punctum Θ etiam N poni posterior demonstratio, quae habet litteras Ε etc., docet; puncti autem N locus esse non potest nisi in circumferentia circuli). 12. ἡ $ΗΔ$ καὶ A. 17. ἡμικύκλιον A, ἡμικύκλιον Guelf., corr. BS. 24. πρὸς τὸ $ΑΖ$ οὕτως ABS, corr. V² Scu

Aliter decimum problema (cap. 27) in tertio libro Pappi collectionis, quod et demonstrationem et organicam constructionem duplicationis cubi et duarum mediarum proportionalium continet.

Sit circulus $\alpha\gamma$ circa centrum δ , cuius diametri $\alpha\delta\gamma$ ^{Prop. 39} $\beta\delta\epsilon$ sibi invicem perpendiculares sint, et rectae $\epsilon\mu\nu$ $\beta\theta\zeta\eta$ ita ducantur, ut sit $\theta\zeta = \zeta\eta$; dico esse $\epsilon\delta : \delta\mu = \epsilon\delta^3 : \delta\zeta^3$.

Iungatur recta $\eta\delta$ et ad λ punctum circumferentiae producat, et iungantur rectae $\lambda\theta$ $\lambda\epsilon$; ergo $\theta\lambda$ parallela est rectae $\alpha\delta\gamma$ et $\beta\eta$ rectae $\lambda\epsilon^*$. Iam quia in semicirculo $\beta\lambda\epsilon$ perpendicularis ad $\beta\delta\epsilon$ diametrum ducta est $\lambda\alpha$, haec igitur media proportionalis est rectarum ex $\alpha\beta$ (elem. 6, 8 coroll.); est igitur (elem. 3 def. 10. 6, 20 coroll. 1. 2)

$$\epsilon\alpha^2 : \alpha\lambda^2 = \epsilon\alpha : \alpha\beta, \text{ id est}$$

$$\beta\delta^2 : \delta\zeta^2 = \delta\zeta : \delta\mu^{**}). \text{ Ergo multiplicatione per pro-}$$

portionem $\beta\delta : \delta\zeta$ facta orit

$$\beta\delta^3 : \delta\zeta^3 = \beta\delta : \delta\mu, \text{ id est (quia } \beta\delta = \epsilon\delta)$$

$$\epsilon\delta : \delta\mu = \epsilon\delta^3 : \delta\zeta^3.$$

*, Rectas $\theta\lambda$ $\alpha\gamma$ parallelas esse eadem ratione ac supra p. 67 inde efficitur, quod est $\theta\zeta = \zeta\eta$, et $\lambda\delta = \delta\eta$; alteras autem $\beta\eta$ $\lambda\epsilon$ parallelas esse apparet, quia $\lambda\eta$ $\beta\epsilon$ diametri sunt. Ceterum prolixior demonstratio infra cap. 99 sequitur.

**) Hoc quomodo efficiatur, infra cap. 100 longiore ambitu ostendit scriptor; breviorum autem demonstrationem, auctore Nickello, hunc in modum addamus. Propter triangulorum $\beta\delta\zeta$ $\epsilon\alpha\lambda$ similitudinem est

$$\frac{\epsilon\alpha}{\alpha\lambda} = \frac{\beta\delta}{\delta\zeta}, \text{ ideoque } \frac{\epsilon\alpha^2}{\alpha\lambda^2} = \frac{\beta\delta^2}{\delta\zeta^2}. \text{ Sed rursus propter triangulorum}$$

similitudines est

$$\frac{\beta\delta}{\delta\zeta} = \frac{\beta\alpha}{\alpha\theta}, \text{ et } \frac{\delta\mu}{\epsilon\delta} = \frac{\alpha\theta}{\epsilon\alpha}; \text{ ergo per formulam compositae propor-}$$

tionis

$$\frac{\beta\delta \cdot \delta\mu}{\delta\zeta \cdot \epsilon\delta} = \frac{\beta\alpha}{\epsilon\alpha}, \text{ id est, quia } \beta\delta = \epsilon\delta, \text{ atque e contrario}$$

$$\frac{\delta\zeta}{\delta\mu} = \frac{\epsilon\alpha}{\alpha\beta}. \text{ Sed erat } \frac{\epsilon\alpha}{\alpha\beta} = \frac{\epsilon\alpha^2}{\alpha\lambda^2} = \frac{\beta\delta^2}{\delta\zeta^2}; \text{ ergo}$$

$$\beta\delta^2 : \delta\zeta^2 = \delta\zeta : \delta\mu.$$

Nickel 23. 23. λόγον τοῦ τῆς $\lambda\alpha$ πρὸς τὴν τρίτην ἀνάλογον τῶν $\beta\alpha$ $\lambda\zeta$ ABS, corr. Hu auctore Bredowio 25. τὴν ante $\lambda\lambda$ add. B Guelf. δ add. BS

Instrumenti autem ope constructio hunc in modum fiet.

Sit tabula plana rotunda¹, in eaque describatur circulus, velut $\alpha\beta\gamma$, cuius radius minor sit radio tabulae, et per centrum sibi invicem perpendiculares ducantur rectae $\beta\delta\epsilon$ $\alpha\delta\gamma$, et in foramen in puncto β factum inseratur axiculus teres, ad quem regula itidem perforata, velut $\beta\theta\zeta\eta$, ita applicetur, ut commodè circa centrum β circumagatur, fibulâ nempe in axiculum infixâ, quae regulam in circumactione detineat²). Quo facto cubus cubi iuxta quemlibet numerum multiplex facile constructur. Iam propositum sit duplum cubum construere; sumemus igitur $\delta\epsilon = 2\delta\mu$ ^{***}) et iungemus rectam $\epsilon\mu\nu$, et regulam $\beta\theta\zeta\eta$ circa β centrum movebimus, donec portio, quae est inter θ et η puncta sectionis cum recta $\epsilon\nu$ et cum circuli circumferentia, bifariam dividatur in ζ puncto sectionis cum recta $\alpha\delta$, ita ut sit $\theta\zeta = \zeta\eta$. Nam si talem positionem regula sumpserit, definitur recta $\delta\zeta$, ex qua duplus qui quaeritur cubus describetur convenienter superiori demonstrationi.

1) "Verti *τόμνον* tabulam rotundam, quia ei centrum tribuitur. Fortasse veteres mathematici eiusmodi tabulam in usum quotidianum semper ad manus habebant. Sed non opus est, ut sit rotunda: quavis alia, modo sit plana (id enim verba *πρὸς κατόρα ἀνωθόμενον* significant) huic usui inservire poterit, ut ex constructione facile patet". Nickel.

2) *Περόνην* igitur dicit clavulum, qui, velut rotam in axe vehiculi, ita regulam in axiculo detineat. Aliter hunc locum interpretatur Bredowius p. 491: "inseratur foramini axis parva (sic, circularis, cui applicetur regula $\beta\theta\zeta\eta$, itidem perforata, ut, acu per foramen eius in axem immisso, facile — circumagi possit".

***) Haec quisquis scripsit, aut ignorantiae aut socordiae crimini obnoxius est; nam cum ex proximis verbis cubum, cuius latus est $\delta\zeta$, duplicari appareat, haec ipsa recta $\delta\zeta$ non data, sed quaerenda etiam nunc supponitur. Poterat scriptor, si suam rationem sine errore sequi volebat, rectam $\delta\epsilon$ datam esse supponere, et hinc dimidium cubum invenire, sic fere: *προκείμενῳ δὲ ἡμῶν κατὰσκευάσαι λαβόντες γὰρ τῆς ΔΕ ἡμισίαν τὴν ΔΜ ἐπιτεύξομεν* col.; sed maluit negligentius scribere, hanc quidem, ut opinor, sententiam amplexus: Sumatur quaelibet recta $\delta\mu$ et, ut supra legimus, fiat constructio; tum, ut $\delta\zeta$ ad $\delta\epsilon$, ita fiat latus dati cubi ad latus eius qui quaeritur, id est dupli. Conf. etiam cap. 403 sq.

98 Ὑπομηματικώτερον δὲ συνταχθεῖν ἂν τὸ αὐτὸ πρόβλημα οὕτως.

Ἐστω κύκλος ὁ $ΑΒΓΕ$ περὶ κέντρον τὸ $Α$, πρὸς ὁρθὰς δὲ ἀλλήλαις διηγμέναι αἱ $ΑΔΓ$ $ΒΔΕ$, καὶ ἀπὸ τοῦ $Β$ πρὸς τὴν περιφέρειαν τοῦ κύκλου ἐντὸς προσπίπτουσα ἡ $ΒΖΗ$. 5
μείζων ἄρα ἐστὶν ἡ $ΒΖ$ τῆς $ΖΗ$.

Ἐπεὶ γὰρ ἡ $ΒΕ$ διὰ τοῦ κέντρου οὖσα μείζων ἐστὶ τῆς $ΒΗ$, καὶ ἡ ἡμισία ἄρα τῆς ἡμισείας μείζων· μείζων ἄρα ἡ $ΒΔ$ τῆς ἡμισείας τῆς $ΒΗ$, ἡ δὲ $ΒΖ$ μείζων ἐστὶν τῆς $ΒΔ$ · πολλὰ ἄρα ἡ $ΒΖ$ μείζων ἐστὶ τῆς ἡμισείας τῆς $ΒΗ$, καὶ πολλὰ ἄρα καὶ τῆς $ΖΗ$. 10

Ἐπεὶ ἡ $ΒΖ$ μείζων ἐστὶν τῆς $ΖΗ$, ἴση τῇ $ΖΗ$ κείσθω ἡ $ΘΖ$. λέγω ὅτι ἐστὶν ὡς ἡ $ΕΔ$ πρὸς τὴν $ΔΜ$, οὕτως ὁ ἀπὸ τῆς $ΕΔ$ κύβος πρὸς τὸν ἀπὸ τῆς $ΔΖ$.

99 Ἐπεξέχθω γὰρ ἡ $ΗΔ$ καὶ ἐκβεβλήσθω ἐπὶ τὸ $Α$, καὶ ἐπεξέχθω ἡ $ΑΘ$ καὶ ἡ $ΑΕ$. παράλληλος ἄρα ἡ $ΘΑ$ τῇ $ΑΔΓ$ καὶ ἡ $ΒΗ$ τῇ $ΑΕ$. 15

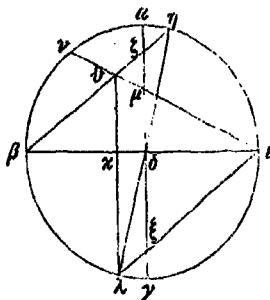
Ἐπεὶ γὰρ ἴση ἐστὶν ἡ μὲν $ΘΖ$ τῇ $ΖΗ$ διὰ τὴν ὑπόθεσιν, ἡ δὲ $ΑΔ$ τῇ $ΔΗ$ διὰ τὸ ἑκατέρωθεν αἰτῶν ἀπὸ τοῦ κέντρου τοῦ κύκλου εἶναι, ἐστὶν ὡς ἡ $ΘΖ$ πρὸς τὴν $ΖΗ$, οὕτως ἡ $ΑΔ$ πρὸς τὴν $ΔΗ$. ἔαν τριγώνον ἀνάλογον τμηθῶσιν αἱ πλευραὶ, ἡ ἐπὶ τὰς τομὰς ἐπιτετυγνυμένη εὐθεΐα 20 παρὰ τὴν λοιπὴν ἐστὶ τοῦ τριγώνου πλευράν· παράλληλος ἄρα ἡ $ΘΑ$ τῇ $ΔΑ$. καὶ ἐπειδὴ δύο αἱ $ΒΔΗ$ ὁσαὶ ταῖς $ΑΔΕ$ ἴσαι εἰσὶν, καὶ γωνία ἡ ὑπὸ $ΒΔΗ$ τῇ ὑπὸ $ΑΔΕ$ ἐστὶν ἴση, καὶ βάσεις ἡ $ΒΗ$ βάσει τῇ $ΑΕ$ ἐστὶν ἴση, καὶ τὸ τρίγωνον τῷ τριγώνῳ, καὶ αἱ λοιπαὶ γωνίαι ἴσαι εἰσὶν ἑκατέρα ἑκατέρῃ, ὅτ' ὅς αἱ ἴσαι πλευραὶ ὑποτίθουσιν, ἴση ἄρα 25 ἡ μὲν ὑπὸ $ΕΔΗ$ τῇ ὑπὸ $ΑΗΒ$, ἡ δὲ ὑπὸ $ΗΒΕ$ τῇ ὑπὸ $ΒΕΔ$. καὶ εἰσὶν ἐναλλάξ· παράλληλος ἄρα ἡ $ΒΗ$ τῇ $ΑΕ$.

100 Καὶ ἐπεὶ παράλληλος ἐστὶν ἡ $ΚΑ$ τῇ $ΑΓ$, αἱ ὑπὸ $ΑΚΑ$ $ΚΔΓ$ ὁσαὶν ὁρθαῖς ἴσαι εἰσὶν. ὦν ὁρθὴ ἡ ὑπὸ

1. Μαθηματικώτερον Nickel 4. 2. post πρόβλημα add. ἢ Α (B Guelf.), ἢ S, del. Nickel 3. ὁ $ΑΒΓΔ$ ABS, ὁ $ΑΒΓ$ Bredow, corr. Hu 5. προσπίπτουσα ἡ Hu, προσπίπτουσαν ABS, προσπίπτουσα Nickel, προσπιπτέτω V² 10. τῆς ἡμισείας add. V² Nickel καὶ πολλὰ ἄρα add. Hu (nisi forte rectius Sca, doletis τῆς $ΒΗ$, brevioris demonstrationis scribit πολλὰ ἄρα ἡ $ΒΖ$ μείζων ἐστὶ καὶ τῆς $ΖΗ$, in quibus denique ἐστὶ καὶ emendandum esse videtur in ἐστὶν) καὶ τῆς $ΖΗ$ AB²S, καὶ τῆς ἡ B¹ Guelf. 14. γὰρ ἡ $ΗΔ$ V² Sca Nickel pro γὰρ ἡ J 19. 20. ἔαν δὲ τριγώνον ἀνάλογον τμηθῶσιν δύο πλευραὶ conl. Bredow 30. τμηθῶσιν ἡ πλευραὶ ἡ ἐπὶ Α, τμηθῶσιν ἡ πλευραὶ ἡ ἐπὶ

Sed ratione ad instituendos *tirones* magis accomodatu idem problema sic componere licet.

Sit circulus $\alpha\beta\gamma\epsilon$ circa centrum δ , et sibi invicem perpendicularares ducantur rectae $\alpha\delta\gamma$ $\beta\delta\epsilon$, et a puncto β ad circuli circumferentiam cadat recta $\beta\zeta\eta$; est igitur $\beta\zeta > \zeta\eta$.



Quoniam diameter $\beta\epsilon$ maior est quam $\beta\eta$, etiam dimidia maior est dimidia; ergo $\beta\delta > \frac{1}{2} \beta\eta$. Sed, quia $\beta\zeta$ subtendit angulum rectum $\beta\delta\zeta$ †, est $\beta\zeta > \beta\delta$; multo igitur est $\beta\zeta > \frac{1}{2} \beta\eta$. Sed quia $\frac{1}{2} \beta\eta < \beta\zeta$, est igitur $\frac{1}{2} \beta\eta > \beta\eta - \beta\zeta$, id est $> \zeta\eta$; ergo multo est $\beta\zeta > \zeta\eta$.

Quia est $\beta\zeta > \zeta\eta$, ponatur $\theta\zeta = \zeta\eta$; dico esse $\epsilon\delta : \delta\mu = \epsilon\delta^3 : \delta\zeta^3$.

Iungatur enim $\eta\delta$ et producantur ad λ punctum circumferentiae, et iungantur $\lambda\theta$ $\lambda\epsilon$: est igitur $\theta\lambda \parallel \alpha\gamma$, et $\beta\eta \parallel \lambda\epsilon$.

Quoniam enim ex hypothesi est $\theta\zeta = \zeta\eta$, et $\lambda\delta = \delta\eta$ (sunt enim radii circuli), est $\theta\zeta : \zeta\eta = \lambda\delta : \delta\eta$. Quodsi trianguli latera proportionaliter secantur, recta sectionis puncta iungens reliquo trianguli lateri parallela est (elem. 6, 2); ergo in triangulo $\theta\eta\lambda$ rectae $\theta\lambda$ parallela est $\zeta\delta$. Et quia est $\beta\delta = \lambda\delta$, et $\delta\eta = \delta\epsilon$, et $\angle \beta\delta\eta = \angle \lambda\delta\epsilon$, est igitur etiam basis $\beta\eta$ basi $\lambda\epsilon$ ac triangulum triangulo aequale, et reliqui anguli, quos aequalia latera subtendunt, uterque utriusque, aequales sunt³⁾; ergo est $\angle \epsilon\lambda\eta = \angle \lambda\eta\beta$, et $\angle \eta\beta\epsilon = \angle \beta\epsilon\lambda$. Et sunt alterni; ergo parallelae sunt $\beta\eta$ $\lambda\epsilon$ (elem. 1, 27).

Sed quia parallelae sunt $\alpha\lambda$ $\delta\gamma$, summa angulorum $\lambda\alpha\delta$ $\alpha\delta\gamma$ duobus rectis aequalis est. Et rectus est angulus $\alpha\delta\gamma$;

†) Haec commode addit V².

3) Haec est elementorum I propositio 4 paene verbotenus repetita: iniuria autem post $\delta\alpha\alpha$ ad $B\Delta H$ $\delta\alpha\alpha$ $\tau\alpha\iota\varsigma$ $\Delta\Delta H$ omisit scriptor $\epsilon\kappa\alpha\tau\epsilon\rho\alpha$ $\epsilon\kappa\alpha\tau\epsilon\rho\alpha$.

B¹, corr. B⁴S 35. $\epsilon\kappa\alpha\tau\epsilon\rho\alpha$ $\epsilon\kappa\alpha\tau\epsilon\rho\alpha$ A, accentus etc. add. BS, $\epsilon\kappa\alpha\tau\epsilon\rho\alpha$ om. Bredow 36. η $\delta\epsilon$ $\epsilon\pi\alpha\delta$ $H\Delta H$: AB⁴S, η $\delta\epsilon$ $\epsilon\pi\alpha\delta$ $\beta\delta\epsilon$ B¹, η $\delta\epsilon$ $\epsilon\pi\alpha\delta$ $H\Delta H$ Bredow 37. $\alpha\kappa\alpha$ η $\beta\eta$ V² See Bredow, $\alpha\kappa\alpha$ η $H\Delta H$ ABS

Κ.Π· καὶ ἡ ὑπὸ ΑΚΑ ἄρα ὁρθή ἐστιν· πρὸς ὁρθὰς ἄρα
 ἡ ΚΑ τῇ ΒΕ. καὶ ἐπεὶ ἐν ἡμικυκλίῳ τῷ ΒΑΕ πρὸς ὁρθὰς
 ἵκται ἡ ΑΚ, μέση ἀνάλογόν ἐστιν ἡ ΑΚ τῶν ΕΚ ΚΒ·
 ἔστιν ἄρα ὡς τὸ ἀπὸ τῆς ΕΚ πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς ΚΑ, οὕτως
 ἡ ΕΚ πρὸς ΚΒ. καὶ ἐπειδὴ παρὰλληλός ἐστιν ἡ μὲν ΒΖ,
 τῇ ΑΕ, ἡ δὲ ΘΑ τῇ ΖΞ, ὁμοιόν ἐστι τὸ μὲν ΑΚΕ τρι-
 γωνον τῷ ΒΚΘ, τὸ δὲ ΒΚΘ τῷ ΒΑΖ, καὶ ἔτι τὸ μὲν
 ΘΚΕ ὁμοιόν ἐστι τῷ ΜΑΕ, τὸ δὲ ΑΚΕ τῷ ΞΑΕ· ἰσο-
 γώνιον ἄρα ἕκαστον ἐκάστω. ἔστιν ἄρα ὡς τὸ ἀπὸ τῆς ΕΚ
 πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς ΚΑ, οὕτως τὸ ἀπὸ τῆς ΕΚ πρὸς τὸ
 ἀπὸ τῆς ΚΘ. ὡς δὲ τὸ ἀπὸ τῆς ΕΚ πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς
 ΚΘ, οὕτως τὸ ἀπὸ τῆς ΒΑ πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς ΑΖ· ὡς
 ἄρα ἐστὶν τὸ ἀπὸ τῆς ΕΚ πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς ΚΑ, οὕτως
 ἐστὶν τὸ ἀπὸ τῆς ΒΑ πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς ΑΖ. ἀλλ' ὡς τὸ
 ἀπὸ τῆς ΕΚ πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς ΚΑ, οὕτως ἡ ΕΚ πρὸς τὴν¹⁵
 ΚΒ· καὶ ὡς ἄρα ἡ ΕΚ πρὸς τὴν ΚΒ, οὕτως τὸ ἀπὸ τῆς
 ΒΑ πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς ΑΖ. πάλιν ἐπεὶ ὁμοιόν ἐστι τὸ μὲν
 ΑΚΕ τριγώνον τῷ ΒΚΘ, τὸ δὲ ΘΚΕ τῷ ΜΑΕ, καὶ τὸ
 ΑΚΕ τῷ ΞΑΕ τριγώνῳ διὰ τὸ τὰς παρὰλληλούς ἰσογώνια
 αὐτὰ ποιεῖν, ἔστιν ὡς μὲν ἡ ΕΚ πρὸς ΚΑ, οὕτως ἡ ΕΚ²⁰
 πρὸς ΚΘ, καὶ ἐναλλάξ ὡς ἡ ΕΚ πρὸς τὴν ΚΒ, οὕτως ἡ
 ΑΚ πρὸς τὴν ΚΘ, ὡς δὲ ἡ ΕΚ πρὸς ΚΑ, οὕτως ἡ ΕΑ
 πρὸς τὴν ΑΞ, καὶ ἐναλλάξ ὡς ἡ ΚΕ πρὸς ΕΔ, οὕτως ἡ
 ΚΑ πρὸς ΑΞ. ὁμοίως καὶ, ἐπεὶ ὡς ἡ ΕΚ πρὸς τὴν ΚΘ,
 οὕτως ἡ ΕΑ πρὸς ΑΜ, καὶ ἐναλλάξ ὡς ἡ ΚΕ πρὸς ΕΔ,²⁵
 οὕτως ἡ ΚΘ πρὸς τὴν ΑΜ, δι' ἴσου ἄρα ἐστὶν ὡς ἡ ΚΑ
 πρὸς τὴν ΑΞ, οὕτως ἡ ΘΚ πρὸς τὴν ΜΔ, καὶ ἐναλλάξ

1. ἡ ὑπὸ ΑΚΑ Bredow, ἡ om. ABS ἄρα add. V³ Nickel
 8. 9. ἰσογώνιον οὖν ἕκαστον Bredow 16. τὸ om. AB Guelf., add.
 S Nickel 17. ἐπεὶ — 20. ποιεῖν] haec verba, ut prorsus otiosa, se-
 cludit Nickel, neque tamen aliena sunt ab huius interpolatoris mediocri
 doctrina rudique verborum turba 18. τῷ ΒΚΘ Scd Bredow, τῷ ΒΚ
 Α, τῷ βχ BS 21. τὴν (ante ΚΒ οὕτως) om. A¹, add. A² super vs.
 (BS) 23. 24. τὴν ante ΕΑ οὕτως et ante ΑΞ add. B Guelf. 27. πρὸς
 τὴν ΜΔ AS, πρὸς τὴν μα Β, πρὸς τὴν ΑΜ Bredow

ergo etiam $\lambda\alpha\delta$ rectus, ideoque $\lambda\alpha$ ipsi $\beta\epsilon$ perpendicularis est. Et quoniam in semicirculo $\beta\lambda\epsilon$ perpendicularis ad diametrum ducta est $\lambda\alpha$, haec ipsa rectorum $\epsilon\alpha$ $\alpha\beta$ media proportionalis est (elem. 6, 8 coroll.); est igitur (elem. 5 def. 10. 6, 20 coroll. 1. 2);

$$\epsilon\alpha^2 : \alpha\lambda^2 = \epsilon\alpha : \alpha\beta.$$

Et quia $\beta\zeta$ $\lambda\epsilon$ itemque $\vartheta\lambda$ $\zeta\xi$ parallelae sunt, est igitur $\Delta \lambda\kappa\epsilon \sim \Delta \vartheta\alpha\beta$, et $\Delta \beta\alpha\vartheta \sim \Delta \beta\delta\zeta$, et $\Delta \vartheta\alpha\epsilon \sim \Delta \mu\delta\epsilon$, et $\Delta \lambda\kappa\epsilon \sim \Delta \xi\delta\epsilon$; ergo, quia in triangulis aequiangulis latera circum aequales angulos proportionalia sunt (elem. 6, 4), itemque quadrata quae ex his fiunt (elem. 6, 22), est

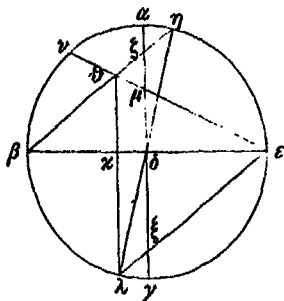
$$\epsilon\alpha^2 : \alpha\lambda^2 = \beta\alpha^2 : \alpha\vartheta^2, \text{ et}$$

$$\beta\alpha^2 : \alpha\vartheta^2 = \beta\delta^2 : \delta\zeta^2; \text{ ergo}$$

$$\epsilon\alpha^2 : \alpha\lambda^2 = \beta\delta^2 : \delta\zeta^2. \text{ Sed erat } \epsilon\alpha^2 : \alpha\lambda^2 = \epsilon\alpha : \alpha\beta : \text{ ergo est etiam}$$

$$\epsilon\alpha : \alpha\beta = \beta\delta^2 : \delta\zeta^2.$$

Rursus quia est $\Delta \lambda\kappa\epsilon \sim \Delta \vartheta\alpha\beta$, et $\Delta \vartheta\alpha\epsilon \sim \Delta \mu\delta\epsilon$, et $\Delta \lambda\kappa\epsilon \sim \Delta \xi\delta\epsilon$ (etenim, ut modo demonstravimus, propter parallelas fiunt aequiangula), est



$$\epsilon\alpha : \alpha\lambda = \beta\alpha : \alpha\vartheta, \text{ et vi-}$$

cissim

$$\epsilon\alpha : \beta\alpha = \alpha\lambda : \alpha\vartheta; \text{ atque}$$

$$\epsilon\alpha : \alpha\lambda = \epsilon\delta : \delta\xi, \text{ et vi-}$$

cissim

$$\epsilon\alpha : \epsilon\delta = \alpha\lambda : \delta\xi; \text{ simili-}$$

ter etiam

$$\epsilon\alpha : \alpha\vartheta = \epsilon\delta : \delta\mu, \text{ et vi-}$$

cissim

$$\epsilon\alpha : \epsilon\delta = \alpha\vartheta : \delta\mu; \text{ ergo}$$

ex aequali

$$\alpha\lambda : \delta\xi = \alpha\vartheta : \delta\mu \frac{1}{1}, \text{ et}$$

vicissim

††† Apparet hoc loco scriptorem ineptis ambagibus uti, idque merito notat V² his verbis: "Non est $\alpha\delta$ $\delta\epsilon$ $\delta\alpha\alpha$ (elem. 3 def. 18). dic brevius: ut $\alpha\lambda$ ad $\delta\xi$, ita $\alpha\epsilon$ ad $\delta\epsilon$, hoc est $\alpha\vartheta$ ad $\delta\mu$; ergo ut $\alpha\lambda$ ad $\delta\xi$, ita $\alpha\vartheta$ ad $\delta\mu$ ". Conf. etiam supra p. 165 adnot. ††.

- ὥς ἡ AK πρὸς τὴν $KΘ$, οὕτως ἡ $ΞΑ$ πρὸς AM . ἀλλ' ὥς ἡ AK πρὸς $KΘ$, οὕτως ἡ EK πρὸς KB . καὶ ὥς ἄρα ἡ EK πρὸς τὴν KB , οὕτως ἡ $ΞΑ$ πρὸς τὴν AM . ἴση δὲ ἡ $ΞΑ$ τῇ AZ . ἔστιν ἄρα ὥς ἡ EK πρὸς τὴν KB , οὕτως ἡ ZA πρὸς τὴν AM . ἀλλ' ὥς ἡ EK πρὸς τὴν KB , οὕτως τὸ ἀπὸ τῆς BA πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς AZ . καὶ ὥς ἄρα τὸ ἀπὸ τῆς BA πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς AZ , οὕτως ἡ ZA πρὸς τὴν AM .
- 101 "Οτι δὲ ἴση ἐστὶν ἡ $ΞΑ$ τῇ AZ δῆλον. ἐπεὶ γὰρ παραλλήλως ἐστὶν ἡ $ΑΞ$ τῇ ZH , ἰσογώνιον ἐστὶ τὸ $ΑΞΑ$ τρίγωνον τῷ ZHI . καὶ ἐπεὶ δύο τρίγωνά ἐστιν τὰ $ΑΞΑ$ ZHI τὰς δύο γωνίας τὰς ὑπὸ $ΞΑΑ$ $ΑΑΞ$ 10 ταῖς ὑπὸ ZHI HIZ δύσιν ἴσας ἔχοντι καὶ μίαν πλευρὰν τὴν $ΑΑ$ μὴ πλευρὰ τῇ HI ἴσην, καὶ αἱ λοιπαὶ ἄρ' ἴσους ταῖς λοιπαῖς ἴσαι ἔσονται ἑκατέρω ἑκατέρω τῶν ὑποτεινουσῶν τὰς ἴσας γωνίας. ἴση ἄρα ἡ $ΑΞ$ τῇ AZ .
- 102 Κοινοῦ ἄρα προσληφθέντος λόγου τοῦ τῆς BA πρὸς 15 τὴν AZ , ἔσται ὥς ἡ BA πρὸς τὴν AM , οὕτως ὁ ἀπὸ τῆς BA κύβος πρὸς τὸν ἀπὸ τῆς AZ , τουτέστιν ὥς EA πρὸς MA , οὕτως ὁ ἀπὸ τῆς EA κύβος πρὸς τὸν ἀπὸ τῆς AZ .
- 103 Καὶ τούτοις ἀκολουθῶς δύο τῶν EA AM δοθεῖσων 20 ληψόμεθα τὰς δύο μέσας ἀνάλογον ἐν τῇ συνεχεῖ ἀναλογίᾳ. 20 ἐκκείσθωσαν γὰρ ταῖς EA AZ AM ἴσαι αἱ EA AZ AM . καὶ ἐπεὶ δέδεικται ὥς τὸ ἀπὸ τῆς EA πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς AZ , οὕτως ἡ AZ πρὸς τὴν AM , δῆλον ὥς ἡ AM οὐκ ἔστι τρίτῃ ἀνάλογον τῶν EA AZ .

Εἰ γὰρ δυνατόν, ἔστω ἡ AM τρίτῃ ἀνάλογον τῶν EA AZ . ἐπεὶ 25 οὖν ἡ AM τρίτῃ ἀνάλογόν ἐστι τῶν EA AZ , ἐστὶν ὥς ἡ EA πρὸς τὴν AZ , οὕτως ἡ AZ πρὸς τὴν AM . καὶ ὥς ἄρα τὸ ἀπὸ τῆς EA πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς AZ , οὕτως ἡ EA πρὸς AM . ἀλλ' ἦν ὥς τὸ ἀπὸ τῆς EA πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς AZ , οὕτως ἡ AZ πρὸς AM . δι' ἴσου ἄρα ἐστὶν ὥς ἡ EA πρὸς τὴν AM , οὕτως ἡ AZ πρὸς τὴν AM . ἑκατέρω ἄρα τῶν EA AZ 30 πρὸς τὴν AM τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον. ἴση ἄρα ἐστὶν ἡ EA τῇ AZ , ὅπερ

4. 2. ἄλλως ἡ AK A^1 , corr. man. rec. BS 2. 3. ἄρα EK AS , ἡ add. B Guelf.

6. τῆς 'ante AZ om. AB^1S , add. B^3 et, ut videtur, Guelf. 10. γωνίας τὰς ὑπὸ $ΞΑΑ$ $ΑΑΞ$ ABS , γωνίας τὰς ὑπὸ $ΞΑΔ$ $ΔΑΞ$ V^2 , corr. Bredow 11. ταῖς ὑπὸ $ΖΗΗ$ V^2 See Bredow pro

ταῖς ὑπὸ $ΞΗΗ$ 12. λοιπαῖς ἴσαις AB^1S , corr. B^3 14. ἡ $ΑΞ$ τῇ $ΑΞ$ ABS , ἡ $ΔΞ$ τῇ $ΛΞ$ V^2 See (voluerunt ἡ AZ τῇ $ΔΞ$), corr. Bredow

15. 16. τῆς BA πρὸς τὴν AZ] τῆς ZA πρὸς τὴν τρίτην ἀνάλογον τῶν

$\lambda\alpha : \alpha\theta = \xi\delta : \delta\mu$. Sed est $\lambda\alpha : \alpha\theta = \epsilon\alpha : \alpha\beta$; ergo
 $\epsilon\alpha : \alpha\beta = \xi\delta : \delta\mu$. Sed est $\xi\delta = \delta\zeta$; ergo
 $\epsilon\alpha : \alpha\beta = \zeta\delta : \delta\mu$. Sed erat $\epsilon\alpha : \alpha\beta = \beta\delta^2 : \delta\zeta^2$; ergo
 $\beta\delta^2 : \delta\zeta^2 = \zeta\delta : \delta\mu$.

Esse autem $\xi\delta = \delta\zeta$ apparet. Quoniam enim parallelæ sunt $\lambda\xi$ $\zeta\eta$, triangulum $\lambda\xi\delta$ triangulo $\eta\zeta\delta$ æquiangulum est. Et quia sunt duo triangula $\lambda\xi\delta$ $\eta\zeta\delta$ duos angulos $\xi\delta\lambda$ $\delta\lambda\xi$ duobus $\zeta\delta\eta$ $\delta\eta\zeta$, utrumque utriusque, æquales habentia, unumque latus $\lambda\delta$ uni lateri $\delta\eta$ æquale, reliqua igitur etiam latera reliquis, utrumque utrique, quæ æquales angulos subtendunt, æquales erunt (*elem. 1, 26*); ergo $\delta\xi = \delta\zeta$.

Multiplicatione igitur per proportionem $\beta\delta : \delta\zeta$ factâ erit

$$\frac{\zeta\delta}{\delta\mu} \cdot \frac{\beta\delta}{\delta\zeta} = \frac{\beta\delta^2}{\delta\zeta^2} \cdot \frac{\beta\delta}{\delta\zeta}, \text{ id est } \frac{\beta\delta}{\delta\mu} = \frac{\beta\delta^3}{\delta\zeta^3}, \text{ id est}$$

$$\epsilon\delta : \delta\mu = \epsilon\delta^3 : \delta\zeta^3.$$

Iam secundum hæc quæ demonstravimus, datis duabus $\epsilon\delta$ $\delta\mu$, sumemus duas medias proportionales in continua analogia.

Exponentur enim ipsis $\epsilon\delta$ $\delta\zeta$ $\delta\mu$ æquales $\epsilon\delta$ $\delta\zeta$ $\delta\mu$. Et quoniam modo demonstravimus esse $\beta\delta^2$, id est

$$\epsilon\delta^2 : \delta\zeta^2 = \delta\zeta : \delta\mu,$$

apparet $\delta\mu$ non esse tertiam proportionalem rectarum $\epsilon\delta$ $\delta\zeta$.

Nam si fieri potest, sit $\delta\mu$ tertia proportionalis rectarum $\epsilon\delta$ $\delta\zeta$. Iam quia $\delta\mu$ tertia est proportionalis rectarum $\epsilon\delta$ $\delta\zeta$, est $\epsilon\delta : \delta\zeta = \delta\zeta : \delta\mu$; ergo etiam $\epsilon\delta^2 : \delta\zeta^2 = \epsilon\delta : \delta\mu$.

Sed erat $\epsilon\delta^2 : \delta\zeta^2 = \delta\zeta : \delta\mu$; ergo ex

æqualit⁴ est $\epsilon\delta : \delta\mu = \delta\zeta : \delta\mu$; ergo et $\epsilon\delta$ et $\delta\zeta$ ad $\delta\mu$ eandem proportionem habet, idemque est $\epsilon\delta = \delta\zeta$ (*elem. 5, 9*), id quod fieri non

4) Similiter ac supra (adnot. ††) errorem scriptoris notat V²: "non est $\delta\epsilon$ $\delta\alpha\omega$ ".

BA AZ ABS (nisi quod S $\epsilon\zeta$ pro extremo $\overline{AZ}$, $\tau\eta\zeta$ *BA* $\pi\rho\delta\varsigma$ *Z.A* *Sca*
 16. 17. δ $\alpha\pi\delta$ $\tau\eta\zeta$ *BA* *Sca* Bredow pro δ $\alpha\pi\delta$ $\tau\eta\zeta$ *BA* 25. $\epsilon\sigma\tau\omega$
 manus quædam recentior diversa a *Sca* in S, $\epsilon\sigma\tau\omega$ *ABS* 28. $\alpha\lambda\lambda\eta\nu$
 $\omega\epsilon$ *A*¹, corr. man. rec. *BS*, $\frac{1}{2}$ om. Bredow

ἀδύνατον (μετῶν γὰρ ἡ EA τῆς AZ · οὐκ ἄρα ἡ AM τρίτη ἀνάλογον ἔστιν τῶν EA AZ).

Ἐλλήφθω τῶν EA AZ τρίτη ἀνάλογον ἡ $OΠ$. ἐπεὶ οὖν τῶν EA AZ τρίτη ἀνάλογον ἔστιν ἡ $OΠ$, ἔστιν ὡς ἡ EA πρὸς τὴν AZ , οὕτως ἡ AZ πρὸς τὴν $OΠ$ · καὶ ὡς ἄρα τὸ ἀπὸ τῆς AE πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς AZ , οὕτως ἡ EA πρὸς τὴν $OΠ$. ἀλλ' ἦν ὡς τὸ ἀπὸ τῆς EA πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς AZ , οὕτως ἡ AZ πρὸς τὴν AM · δι' ἴσου ἄρα ἔστιν ὡς ἡ EA πρὸς τὴν $OΠ$, οὕτως ἡ AZ πρὸς τὴν AM · καὶ ἐναλλάξ ἄρα ἔστιν ὡς ἡ EA πρὸς τὴν AZ , οὕτως ἡ $OΠ$ πρὸς τὴν AM . ἀλλ' ἦν ὡς ἡ EA πρὸς τὴν AZ , οὕτως ἡ AZ πρὸς τὴν $OΠ$ · καὶ ὡς ἄρα ἡ AZ πρὸς τὴν $OΠ$, οὕτως ἡ $OΠ$ πρὸς τὴν AM · αἱ EA AZ $OΠ$ AM ἄρα τέσσαρες οὔσαι ἐν τῇ συνεχεῖ καὶ ἐφεξῆς ἀναλογία εἰσὶ· τῶν EA AM ἄρα δύο μέσαι ἀνάλογον εἰσιν αἱ AZ $OΠ$.

- 104 Τῆς δὲ ἀποδείξεως ἐπὶ τῆς προκειμένης καταγραφῆς ἀκολουθῶς τῇ ὀργανικῇ κατασκευῇ γενομένης δῆλον ὡς ἡ μὲν ὀργανικὴ κατασκευή, δύο δοθειῶν εὐθειῶν ἀνίσων καὶ λόγου πρὸς ἀλλήλας τῶν εὐθειῶν δεδομένον, εὗρίσκει τὰς δύο μέσας ἀνάλογον, ἐφ' ὧν ὡς ἡ πρώτη πρὸς τὴν τετάρτην, οὕτως τὸ ἀπὸ τῆς πρώτης εἶδος πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς δευτέρας, ἡ δὲ ἀπόδειξις, ὑποστησασμένη τινὰ εὐθεῖαν καὶ ἄλλας δύο λαβοῦσα διὰ τῆς τῶν γραμμῶν καταγραφῆς ἐλάττονας μὲν τῆς πρώτης ἐφεξῆς δὲ αὐτῇ κειμένας καὶ ἀλλήλαις ἀνίσους, εὗρίσκει ὡς τὸ ἀπὸ τῆς πρώτης πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς δευτέρας, οὕτως τὴν δευτέραν πρὸς τὴν ἐλαχίστην. τούτων δὲ τῆς τε πρώτης καὶ τῆς δευτέρας προσλαβοῦσα τρίτην ἀνάλογον ἀποδείκνυσιν τὰς δύο μέσας ἀνάλογον οὕτως θεωρουμένας ὡς ἐπὶ τῆς ὀργανικῆς κατασκευῆς. τούτων γὰρ τὸ μὲν συμπέρασμα τὸ αὐτό, δι' ὧν δὲ τοῦτο

8. ἡ $OΠ$ ἡ AM Bredowius et similiter posthac, quod sine dubio alienum est a mente scriptoris

6. 7. οὕτως ἡ EA πρὸς τὴν AM ABS, corr. V 7. ἄλλην et 11. αλλην (sine spir. et acc.) A¹, corr. man. rec. (BS) 9. πρὸς τὴν AM ABS, corr. Sca Bredow 11. 12. οὕτως ἡ AE AB, corr. S 13. ἡ om. A, add. BS 26. post οὕτως A habet τὸ ἀπὸ, sed deleuit ea prima manus 29. ἐπὶ ABS, ἦν Bredow

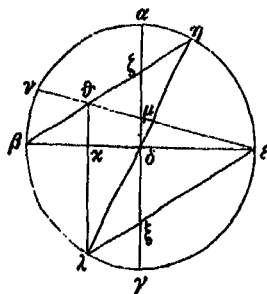
potest (namque $\epsilon\delta > \delta\zeta$; ergo $\delta\mu$ non est tertia proportionalis reclarum $\epsilon\delta$ $\delta\zeta$).

Sumatur reclarum $\epsilon\delta$ $\delta\zeta$ tertia proportionalis $\alpha\pi$. Iam quia reclarum $\epsilon\delta$ $\delta\zeta$ tertia proportionalis est $\alpha\pi$, est igitur

$$\begin{array}{l} \epsilon \text{ --- } \delta \\ \delta \text{ --- } \zeta \\ \alpha \text{ --- } \pi \\ \delta \text{ --- } \mu \end{array}$$

$$\begin{array}{l} \epsilon\delta : \delta\zeta = \delta\zeta : \alpha\pi; \text{ ergo etiam} \\ \epsilon\delta^2 : \delta\zeta^2 = \epsilon\delta : \alpha\pi. \text{ Sed erat} \\ \epsilon\delta^2 : \delta\zeta^2 = \delta\zeta : \delta\mu; \text{ ergo ex aequali} \\ \quad \quad \quad (\text{vid. adnot. 4}) \text{ est} \\ \epsilon\delta : \alpha\pi = \delta\zeta : \delta\mu, \text{ ideoque vicissim} \\ \epsilon\delta : \delta\zeta = \alpha\pi : \delta\mu. \text{ Sed erat} \\ \epsilon\delta : \delta\zeta = \delta\zeta : \alpha\pi; \text{ ergo etiam} \\ \delta\zeta : \alpha\pi = \alpha\pi : \delta\mu. \end{array}$$

Ergo quattuor $\epsilon\delta$ $\delta\zeta$ $\alpha\pi$ $\delta\mu$ sunt in continua analogia; itaque reclarum $\epsilon\delta$ $\delta\mu$ duae mediae proportionales sunt $\delta\zeta$ $\alpha\pi$.



Ita cum in proposita figura demonstratio convenienter cum organica constructione facta sit, apparet per organicam constructionem, datis duabus rectis inaequalibus ($\epsilon\delta$ $\delta\mu$, ac proportionem reclarum data, inveniri duas medias proportionales, quarum ut prima ($\epsilon\delta$) ad quartam ($\delta\mu$), ita cubus⁵⁾ ex prima sit ad cubum ex secunda ($\delta\zeta$). Demon-

stratio autem, cum unam quandam rectam ($\epsilon\delta$) supposuerit et per linearum descriptionem duas alias ($\delta\zeta$ $\delta\mu$) adsumpserit, quae minores quam prima et iuxta eam ex ordine positae et inter se inaequales sint, ut quadratum ex prima ad quadratum ex secunda, ita invenit esse secundam ad minimam (p. 173). Et cum ad primam et secundam tertiam proportionalem ($\alpha\pi$) adsumpserit, ostendit duas medias proportionales ita considerandas esse ut in organica constructione. Nam illa quidem

5) Rursus scriptor, cum $\epsilon\delta\delta\zeta$ huc intulerit, negligentius versatus est. Etenim $\epsilon\delta\delta\zeta$ Euclides elem. 6, 20 coroll. 2 de figuris planis ac similibus adhibet. Iam nihil obstat, quin idem de solidis figuris dicatur; sed hoc Graecus scriptor discrete exponere debebat, velut $\sigma\tau\epsilon\gamma\epsilon\iota\omicron\nu\epsilon\iota\delta\delta\zeta$ $\delta\mu\alpha\iota\omicron\iota\tau\epsilon$ $\kappa\alpha\iota$ $\delta\mu\alpha\iota\omega\varsigma$ $\alpha\nu\alpha\gamma\gamma\alpha\gamma\omicron\mu\epsilon\nu$ (elem. 11, 37, neque vero $\epsilon\delta\delta\zeta$ simpliciter ponere licebat, cum cubum intellexeret.

εὐρίσκεται τῶν πρώτων, οὐ τὸ αὐτό. ἐπὶ μὲν γὰρ τῆς ὁργανικῆς κατασκευῆς, λόγον δοθέντος δύο εὐθειῶν ἀρίσων, τὸ συμπέρασμα δείκνυται, ἐπὶ δὲ τῆς ἀποδείξεως, μὴ δοθέντος τοῦ λόγου τῶν εὐθειῶν, διὸ ἔτι τοῦτο μένει ζητούμενον, πῶς ἐν λόγῳ δοθέντι αἱ τέσσαρες εὐθεῖαι. δεῖ γάρ, 5 λόγοι δοθέντος τοῦ ὅν ἔχει ἡ πρώτη εὐθεῖα πρὸς τὴν τετάρτην, ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ γενέσθαι καὶ τὸ ἀπὸ τῆς πρώτης εἶδος πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς δευτέρας.

- 1 α'. Ἐὰν ἡ τρίγωνον τὸ $ABΓ$, καὶ ἀπὸ τῶν AB $BΓ$ ἀναγραφῇ τυχόντα παραλληλόγραμμα τὰ $ABΔE$ $BΓΖH$,¹⁰ καὶ αἱ $ΔE$ ZH ἐκβληθῶσιν ἐπὶ τὸ $Θ$, καὶ ἐπιτευχθῇ ἡ $ΘB$, γίνεται τὰ $ABΔE$ $BΓΖH$ παραλληλόγραμμα ἴσα τῷ ἐπὶ τῶν $ΑΓ$ $ΘB$ περιεχομένῳ παραλληλόγραμμῳ ἐν γωνίᾳ ἣ ἐστὶν ἴση συναμφοτέρῳ τῇ ὑπὸ $BΑΓ$ $ΑΘB$.

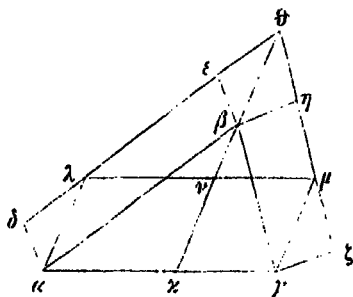
Ῥαβεβλήσθω γὰρ ἡ $ΘB$ ἐπὶ τὸ K , καὶ διὰ τῶν $ΑΓ$ ¹⁵ $η$ $ΘK$ παράλληλοι ἤχθωσαν αἱ $ΑΑ$ $ΓΜ$, καὶ ἐπετευχθῶ ἡ $ΑΜ$. ἐπεὶ παραλληλόγραμμόν ἐστὶν τὸ $ΑΑΘB$, αἱ $ΑΑ$ $ΘB$ ἴσαι τέ εἰσιν καὶ παράλληλοι. ὁμοίως καὶ αἱ $ΜΓ$ $ΘB$ ἴσαι τέ εἰσιν καὶ παράλληλοι, ὥστε καὶ αἱ $ΑΑ$ $ΜΓ$ ἴσαι τέ εἰσιν καὶ παράλληλοι. καὶ αἱ $ΑΜ$ $ΑΓ$ ἄρα ἴσαι τε²⁰ καὶ παράλληλοι εἰσιν· παραλληλόγραμμον ἄρα ἐστὶν τὸ $ΑΑΜΓ$ ἐν γωνίᾳ τῇ ὑπὸ $ΑΑΓ$, ταντέστιν συναμφοτέρῳ

3. δεικνύται] γίνεται Hu 4. τοῦτο ABS, τοῖνον Paris. 2368, τὸ πρόβλημα Bredow 5. post εὐθεῖαι add. εὐρίσκονται Bredow 9. initio libri praeter titulum perit praefatio, id quod et aliorum librorum similitudo et cap. 78 docent α' manus recentissima in B, quae etiam ββββλιν δ' margini adscripsit, β S, om. A 10. ἀναγραφῇ τυχόντα S, ἀναγραφῇ τυχόν | τὰ σημεῖα A, ἀναγραφῇ τυχόν τὰ σημεῖα B τὰ AB $ΔE$ $BΓ$ ZH ABS, coniunx. Co 12. τὰ AB $ΔE$ $BΓ$ ZH A, coniunx. B ($BΓ$ om. S) 13. ἐκβληθῇ γὰρ $ΘB$ A (BS), corr. Hu τῶν $ΑΓ$ A, distinx. BS 17. ἐπὶ S, ἐπὶ sine acc. A B end. Co

quae in ratiocinando conclusio dicitur eadem est, sed quibus ex principiis utrumque efficiatur, non ad idem redit. Nam in organica quidem constructione, data proportione duarum rectorum inaequalium, in demonstratione autem, non data proportione rectorum, fit conclusio; quapropter hoc relinquitur quod quaeratur, quomodo in data proportione quattuor rectae inveniantur. Oportet enim, data proportione primae rectae ad quartam, in eadem proportione cubum ex prima fieri ad cubum ex secunda.

Pappi Alexandrini collectionis liber IV.

1. Si sit triangulum $\alpha\beta\gamma$, et a rectis $\alpha\beta$ $\beta\gamma$ quaelibet Prop. 4
parallelogramma $\alpha\beta\delta\beta\gamma\zeta\eta$ describantur, et rectae $\delta\epsilon$ $\zeta\eta$ producantur ad ϑ , et iungatur $\vartheta\beta$, summa parallelogrammorum $\alpha\beta\delta\beta\gamma\zeta\eta$ aequalis fit parallelogrammo quod rectis $\alpha\gamma$ $\vartheta\beta$ continetur sub angulo qui summae angulorum $\beta\alpha\gamma$ $\delta\vartheta\beta$ aequalis est.



Producatur enim $\vartheta\beta$ ad x , et per α γ ipsi ϑx parallelae ducantur $\alpha\lambda$ $\gamma\mu$, et iungatur $\lambda\mu$. Quia parallelogrammum est $\alpha\lambda\vartheta\beta$, rectae $\alpha\lambda$ $\vartheta\beta$ aequales et parallelae sunt. Item $\mu\gamma$ $\vartheta\beta$ aequales et parallelae sunt; itaque etiam

$\alpha\lambda$ $\mu\gamma$ aequales et parallelae sunt. Ergo etiam $\lambda\mu$ $\alpha\gamma$ aequales et parallelae. Parallelogrammum igitur est $\alpha\lambda\mu\gamma$ sub

17. 48. ad $\overline{AA\theta B}$ A, om. B¹, distinx. B³S

$\lambda\eta\lambda\alpha$ om. S

perspicua in A

48. θB Co pro $\overline{OB}$

32. $\overline{AA\theta\theta}$ AB, coniunx. S

48. 49. $\delta\mu\omega\omega\varsigma$ — $\pi\alpha\rho\acute{\alpha}\lambda\lambda\eta\lambda\alpha$

20. $\kappa\alpha\lambda$ ad $\overline{AM}$ non satis perspicua

$\tau\omicron\upsilon\varsigma$ $\tau\acute{\epsilon}\lambda\epsilon\sigma\iota\upsilon$ A

τῇ τε ὑπὸ $ΒΑΓ$ καὶ ὑπὸ $ΑΘΒ$. ἴση γάρ ἐστιν ἡ ὑπὸ $ΑΘΒ$ τῇ ὑπὸ $ΑΑΒ$. καὶ ἐπεὶ τὸ $ΑΑΒΕ$ παραλληλόγραμμον τῷ $ΑΑΒΘ$ ἴσον ἐστίν (ἐπὶ τε γὰρ τῆς αὐτῆς βάσεως ἐστὶν τῆς $ΑΒ$ καὶ ἐν ταῖς αὐταῖς παραλλήλοις ταῖς $ΑΒ ΑΘ$), ἀλλὰ τὸ $ΑΑΒΘ$ τῷ $ΑΑΚΝ$ ἴσον ἐστίν (ἐπὶ τε γὰρ τῆς αὐτῆς βάσεως ἐστὶν τῆς $ΑΑ$ καὶ ἐν ταῖς αὐταῖς παραλλήλοις ταῖς $ΑΑ ΘΚ$), καὶ τὸ $ΑΑΒΒ$ ἄρα τῷ $ΑΑΚΝ$ ἴσον ἐστίν. διὰ τὰ αὐτὰ καὶ τὸ $ΒΗΖΓ$ τῷ $ΝΚΓΜ$ ἴσον ἐστίν· τὰ ἄρα $ΑΑΒΕ ΒΗΖΓ$ παραλληλόγραμμα τῷ $ΑΑΓΜ$ ἴσα ἐστίν, τούτεστιν τῷ ὑπὸ $ΑΓ ΘΒ$ ἐν γωνίᾳ τῇ ὑπὸ $ΑΑΓ$,¹⁰ ἧ ἐστὶν ἴση συναμφοτέραις ταῖς ὑπὸ $ΒΑΓ ΒΘΔ$. καὶ ἐστὶ τοῦτο καθολικώτερον πολλῶ τοῦ ἐν τοῖς ὀρθογωνίοις ἐπὶ τῶν τετραγώνων ἐν τοῖς στοιχείοις δεδειγμένον.

- 2 β. Ἡμικύκλιον ἐπὶ τῆς $ΑΒ$ ὀρθὴν ἔχον τὴν διάμετρον, καὶ τῇ ἐκ τοῦ κέντρου ἴση καὶ τῇ $ΑΒ$ ἐπ' εὐθείας ἡ $ΒΓ$,¹⁵ καὶ ἑραπτομένη ἡ $ΓΔ$, καὶ δίχα ἡ $ΒΔ$ περιφέρεια τῷ $Ε$ σημείῳ, καὶ ἐπεζεύχθω ἡ $ΓΕ$. ὅτι ἡ $ΓΕ$ ἄλογός ἐστιν ἡ καλουμένη ἑλάσσων.

Εἰλήφθω τὸ $Ζ$ κέντρον τοῦ ἡμικυκλίου, καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ $ΖΔ ΖΕ$. ἐπεὶ ὀρθή ἐστὶν ἡ ὑπὸ $ΖΔΓ$, ἐν ἡμι-²⁰



κυκλίῳ ἐστὶν τῷ ἐπὶ τῆς $ΖΓ$, οὗ κέντρον ἐστὶν τὸ $Β$. καὶ τῆς $ΒΔ$ ἐπιζευχθείσης ἰσοπλευρον γίνεται τὸ $ΒΖΔ$ τρίγωνον, ὥστε διμοῖρον μὲν ἐστὶν ἡ ὑπὸ $ΔΖΒ$ γωνία, τρίτον δὲ ἡ ὑπὸ $ΕΖΒ$. ἤχθω κάθετος ἀπὸ τοῦ $Ε$ ἐπὶ τὴν $ΑΒ$ διάμετρον ἡ $ΗΕ$. ἰσογώνιον ἄρα τὸ $ΓΖΔ$ τρίγωνον τῷ $ΕΖΗ$ ²⁵

1. τε ὑπὸ $ΑΒΓ$ $ΑΒ$, corr. S 2. τὸ ἀπὸ $ΑΑΒΕ$ $ΑΒ$ cod. Co, τὸ ἀπὸ $λαβε$ S, ἀπὸ del. B³ Co 2. 3. τῶι $ΑΑ ΘΒ$ $ΑΣ(B)$, corr. Co
5. τὸ $ΑΑ ΘΒ$ τῶι $ΑΑ ΚΝ$ $ΑΒ$, coniunx. S, corr. Co post ἐπὶ τε

angulo $\lambda\alpha\gamma$, id est summa angulorum $\beta\alpha\gamma$ $\delta\theta\beta$; nam angulus $\delta\theta\beta$ angulo $\lambda\alpha\beta$ aequalis est. Et quoniam parallelogrammum $\delta\alpha\beta\epsilon$ parallelogrammo $\lambda\alpha\beta\theta$ aequale est (sunt enim in eadem basi $\alpha\beta$ et in iisdem parallelis $\alpha\beta$ $\delta\theta$), itemque $\lambda\alpha\beta\theta$ ipsi $\lambda\alpha\kappa\nu$ aequale (sunt enim in eadem basi $\lambda\alpha$ et in iisdem parallelis $\lambda\alpha$ $\theta\kappa$), ergo etiam parallelogrammum $\delta\alpha\beta\epsilon$ parallelogrammo $\lambda\alpha\kappa\nu$ aequale est. Eadem ratione etiam $\beta\eta\zeta\gamma$ ipsi $\nu\kappa\mu$ aequale est; ergo summa parallelogrammorum $\delta\alpha\beta\epsilon$ $\beta\eta\zeta\gamma$ parallelogrammo $\lambda\alpha\kappa\nu$ aequalis est, id est ei quod rectis $\alpha\gamma$ $\beta\theta$ continetur sub angulo $\lambda\alpha\gamma$, qui quidem summae angulorum $\beta\alpha\gamma$ $\delta\theta\beta$ aequalis est. Atque hoc multo est generalius quam illud quod in *triangulis* orthogoniis de quadratis in elementis demonstratum est¹⁾.

II. *Sit semicirculus in recta $\alpha\beta$, rationalem diametrum Prop. habens, et radio aequalis in producta $\alpha\beta$ sit $\beta\gamma$, et ducatur tangens $\gamma\delta$, et bisariam secetur circumferentia $\beta\delta$ in puncto ϵ , et iungatur $\gamma\epsilon$; dico $\gamma\epsilon$ irrationalem esse, quae minor vocatur.*

Sumatur semicirculi centrum ζ , et iungantur $\zeta\delta$ $\zeta\epsilon$. Quoniam angulus $\zeta\delta\gamma$ rectus est, idem in semicirculo est cuius basis $\zeta\gamma$ et centrum β . Et iuncta $\beta\delta$ triangulum $\zeta\beta\delta$ sit aequilaterum, itaque angulus $\delta\zeta\beta$ est duarum tertiarum *recti*, et angulus $\epsilon\zeta\beta$ tertia pars *recti*. Ducatur ab ϵ ad diametrum $\alpha\beta$ perpendicularis $\epsilon\eta$; ergo triangulum $\gamma\zeta\delta$ ipsi $\epsilon\zeta\eta$ aequiangulum est (*quoniam angulus $\epsilon\zeta\eta$ angulo $\zeta\gamma\delta$ aequalis*

4; "Videlicet in 47. primi lib. elementorum. Idem etiam demonstratur in 31. sexti libri de aliis figuris similibus; sed illud in triangulo rectangulo tantum, hoc (*quod Pappus exhibet*) in omni triangulo; illud de quadratis tantum vel figuris similibus, hoc universe de omnibus parallelogrammis etiam inter se dissimilibus" Co.

$\gamma\delta\epsilon$ A¹ expunxit *av* 7. τὸ $\overline{AA}$ $\overline{EB}$ ἄρα τῶν $\overline{AA}$ $\overline{KN}$ AS, coniunx. B² Co, ac similiter in proximis versibus 8. τῶν $\overline{KN}$ $\overline{IM}$ A(BS), τῷ $\overline{KNMF}$ Co, corr. Hu 42. τοῦτο καὶ οὐκ αἰτιότερον A(BS), corr. Hu auctore Co 43. post τετραγώνων add. V² "καὶ τῶν ὁμοίων καὶ ὁμοίως ἀναγεγραμμένων lib. 6. Elem." 44. β' add. B 45. ἴση AB, corr. S τῇ AB add. Co ἴστω ante ἡ BF add. S 46. τετραγώνων ante ἡ B. I add. Sca 47. ὅτι Co Sca pro οἷτως

τριγώνω, καὶ ἔστιν ὡς ἡ ΖΓ πρὸς τὴν ΓΔ, ἡ ΕΖ πρὸς ΖΗ. ἐπίτεριτον δὲ τὸ ἀπὸ ΖΓ τοῦ ἀπὸ ΓΔ· ἐπίτεριτον ἄρα καὶ τὸ ἀπὸ ΕΖ τοῦ ἀπὸ ΖΗ· λόγος ἄρα τοῦ ἀπὸ ΕΖ πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς ΖΗ ὅν ις' πρὸς ιβ', τοῦ δὲ ἀπὸ ΖΓ πρὸς τὸ ἀπὸ ΕΖ ὅν ξδ' πρὸς ις'. καὶ τοῦ ἀπὸ ΖΓ ἄρα 5 πρὸς τὸ ἀπὸ ΖΗ λόγος ἐστὶν ὅν ξδ' πρὸς ιβ'. ἔστω δ' ἡ ΖΒ τετραπλασία τῆς ΒΘ· καὶ ἔστιν τῆς ΒΖ διπλασίῳ ἡ ΖΓ· λόγος ἄρα τῆς ΖΓ πρὸς τὴν ΖΘ, ὅν ιγ' πρὸς ε', καὶ τῆς ΖΘ πρὸς ΘΓ ὅν ε' πρὸς γ'· καὶ τοῦ ἀπὸ τῆς ΖΓ ἄρα πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς ΖΘ λόγος ἐστὶν ὅν ξδ' πρὸς κε'. ἐδείχθη, 10 δὲ τοῦ ἀπὸ ΓΖ πρὸς τὸ ἀπὸ ΖΗ λόγος ὅν ξδ' πρὸς ιβ'· καὶ τοῦ ἀπὸ ΟΖ ἄρα πρὸς τὸ ἀπὸ ΖΗ λόγος ἐστὶν ὡς κε' πρὸς ιβ'· αἱ ΟΖ ΖΗ ἄρα ῥηταὶ εἰσιν δυνάμει μόνον σύμμετροι, καὶ ἡ ΟΖ τῆς ΖΗ μείζον δύνатаι τῷ ἀπὸ ἀσυμμέτρου ἑαυτῇ. καὶ ὅλη ἡ ΖΘ σύμμετρός ἐστιν ῥητῇ τῇ 15 ΑΒ· ἀποτομὴ ἄρα τετάρτη ἐστὶν ἡ ΘΗ. ῥητὴ δὲ ἡ ΖΓ καὶ ἡ διπλὴ αὐτῆς· ἡ ἄρα δυναμένη τὸ δις ὑπὸ ΖΓ ΗΘ ἄλογός ἐστιν ἰ καλουμένη ἐλάσσων. καὶ δύνатаι τὸ δις ὑπὸ ΓΖ ΗΘ ἡ ΓΕ· ἐλάσσων ἄρα ἐστὶν ἡ ΓΕ.

- 3 Ὅτι δὲ ἡ ΓΕ δύνатаι τὸ δις ὑπὸ ΓΖ ΗΘ, οὕτως ἔσται 20 δῆλον· ἐπεεύχθω ἡ ΕΘ. ἀπὸ τὸ ἀπὸ ΕΓ ἴσον ἐστὶν τοῖς ἀπὸ τῶν ΒΘ ΘΓ καὶ τῷ δις ὑπὸ ΓΘ ΘΗ, ἔστιν δὲ καὶ τὰ ἀπὸ ΕΘ ΟΖ ἴσα τῷ ἀπὸ ΕΖ καὶ τῷ δις ὑπὸ ΖΘ ΘΗ [ἀνάλογον ἄρα ἐστὶν ὡς τὸ ἀπὸ ΓΕ πρὸς τὰ ἀπὸ ΕΘ ΘΓ μετὰ τοῦ δις ὑπὸ ΓΘΗ, οὕτως τὰ ἀπὸ ΕΘ ΟΖ πρὸς τὸ 25 ἀπὸ ΕΖ μετὰ τοῦ δις ὑπὸ ΖΘΗ. καὶ ὡς ἐν πρὸς ἐν, πάντα πρὸς πάντα. καὶ ἴσον ἐστὶν τὸ ἀπὸ ΓΕ τοῖς ἀπὸ ΕΘΓ καὶ τῷ δις ὑπὸ ΓΘΗ], ἴσα ἄρα καὶ τὰ ἀπὸ ΓΕ ΕΘ ΟΖ τοῖς ἀπὸ ΕΘ ΘΓ ΕΖ καὶ τῷ δις ὑπὸ ΓΘΗ μετὰ τοῦ

1. ἡ ΕΖ Co Sea pro ἡ ΕΗ 2. ἐπὶ τρίτον utroque loco A, corr. BS 3. τὸ ante ἀπὸ ΕΖ add. S 4. ἔσται δὲ A, ἔσται δὲ ἡ BS, corr. V² (ἔστω δὲ ἡ Sea, sit Co) 5. διπλασίῳ S, διπλάσιον A, διπλασίον B 6. 9. τὴν ΖΘ ὅν Η πρὸς ἡ τῆς extremo folio A, τὴν ζθ ὅν ἡ πρὸς .. καὶ τῆς S, corr. B Sea 7. ὅλη ἡ AB, corr. S 17. καὶ διπλὴ αὐτῆς del. Sea, ἡ ante διπλὴ add. Hu 8. δις add. Co

est: uterque enim tertiu pars recti, atque est $\zeta\gamma : \gamma\delta = \epsilon\zeta : \zeta\eta$. Sed est $\zeta\gamma^2 = \frac{1}{4}\gamma\delta^2$); ergo etiam $\epsilon\zeta^2 = \frac{1}{4}\zeta\eta^2$, itaque $\epsilon\zeta^2 : \zeta\eta^2 = 16 : 12$, et $\zeta\gamma^2 : \epsilon\zeta^2 = 64 : 16$ (quia ex constructione $\zeta\gamma = 2\epsilon\zeta$). Sit autem $\beta\theta = \frac{1}{4}\zeta\theta$; et est $\zeta\theta = \frac{1}{2}\zeta\gamma$; ergo $\zeta\gamma : \zeta\theta = 8 : 5$, et $\zeta\theta : \theta\gamma = 5 : 3$; itaque $\zeta\gamma^2 : \zeta\theta^2 = 64 : 25$. Sed demonstravimus etiam $\zeta\gamma^2 : \zeta\eta^2 = 64 : 12$, itaque $\zeta\theta^2 : \zeta\eta^2 = 25 : 12$; ergo rectae $\zeta\theta$ $\zeta\eta$ rationales sunt potentia solum commensurabiles, et quadratorum ex $\zeta\theta$ $\zeta\eta$ differentia quadratum est ex recta quadam sibi ipsi incommensurabili). Et tota $\zeta\theta$ commensurabilis est rationali $\alpha\beta^{**}$; ergo $\theta\eta$ apotome quarta est (elem. 10 defin. tertiarum 4). Sed $\zeta\gamma$ rationalis est, itemque dupla $\zeta\theta$; ergo recta, cuius quadratum duplo rectangulo ex $\zeta\gamma$ $\theta\eta$ aequale est, irrationalis est, quae minor vocatur (elem. 10, 95). Et est $2\zeta\gamma \cdot \theta\eta = \gamma\epsilon^2$; ergo $\gamma\epsilon$ minor est.

Esse autem $\gamma\epsilon^2 = 2\zeta\gamma \cdot \theta\eta$ sic apparebit. Iungatur $\epsilon\theta$. Quoniam propter elem. 2, 12 est

$$\gamma\epsilon^2 = \epsilon\theta^2 + \theta\gamma^2 + 2\gamma\theta \cdot \theta\eta, \text{ atque}$$

$$\epsilon\theta^2 + \theta\gamma^2 = \epsilon\zeta^2 + 2\zeta\theta \cdot \theta\eta^{***}), \text{ sunt igitur}$$

$$\gamma\epsilon^2 + \epsilon\theta^2 + \theta\gamma^2 = \epsilon\theta^2 + \theta\gamma^2 + \epsilon\zeta^2 + 2\gamma\theta \cdot \theta\eta + 2\zeta\theta \cdot \theta\eta, \\ \text{id est (quia } \gamma\theta + \zeta\theta = \zeta\gamma \text{)}$$

*) Est enim $\zeta\gamma = 2\zeta\theta$, ideoque $\zeta\gamma^2 = 4\zeta\theta^2$. Sed est etiam $\zeta\gamma^2 = \zeta\delta^2 + \delta\gamma^2$; ergo $\zeta\delta^2 = \frac{1}{4}\gamma\delta^2$, et $\zeta\gamma^2 = \frac{1}{4}\gamma\delta^2$ (Co).

4) Scilicet $35 - 12 = 43$, et $\sqrt{43}$ irrationalis est.

**) Est enim $\zeta\theta = \zeta\beta + \beta\theta = \frac{1}{4}\alpha\beta + \frac{1}{4}\alpha\beta = \frac{1}{2}\alpha\beta$.

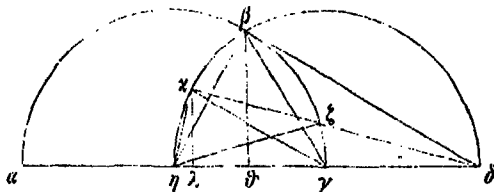
***) Hoc efficitur ex elem. 2, 13 cum commentariis Commandini (fol. 35) vel Clavii (p. 199 sq.). Nimirum illud theorema, quod Euclides de oxygonio tantum triangulo posuit, valet etiam de orthogonio et amblygonio.

18. post *ἐλάσσων* add. *ἐστὶν* A, *ἐστὶ* B³⁸, om. B¹ Sca 24. *ἐπεὶ* BS, *ἐπὶ* A 22. 23. καὶ τὸ ἀπὸ A, corr. BS 24. *ἀνάλογον* — 28. *δις ὑπὸ ΓΘΗ*, manifestum interpretamentum, del. Hu *πρὸς τὸ ἀπὸ ABS*, corr. Hu auctore Co 25. *οὕτως τὸ ἀπὸ A* Paris. 2368, *οὕτω τὸ ἀπὸ B*, corr. S (an forte Sca?) 26. *ὑπὸ ΖΘΗ* Sca pro *ὑπὸ ΖΗΘ* 27. *πρὸς πάντα* add. Hu auctore Co 28. *ὑπὸ ΓΘΗ* Sca, *ὑπὸ ΓΕΘΗ* AS, *ὑπὸ γε θη* B 29. *ὑπὸ ΓΘΗ* Sca pro *ὑπὸ ΓΗΘ*

δις ὑπὸ $Z\Theta H$, τουτέστιν τῷ δις ὑπὸ $\Gamma Z H\Theta$. κοινὸν ἀφηρήσθω τὸ ἀπὸ $E\Theta$. λοιπὰ ἄρα τὰ ἀπὸ $E\Gamma Z\Theta$ ἴσα ἐστὶν τοῖς ἀπὸ $EZ \Theta\Gamma$ καὶ τῷ δις ὑπὸ $\Gamma Z H\Theta$. ὦν τὸ ἀπὸ $Z\Theta$ ἴσον τοῖς ἀπὸ τῶν $EZ \Theta\Gamma$ (τὸ μὲν γὰρ ἀπὸ τῆς $Z\Theta$ ἐστὶν κς'. τὸ δὲ ἀπὸ τῆς $\Theta\Gamma \vartheta'$, καὶ τὸ ἀπὸ EZ ις')· 5 λοιπὸν ἄρα τὸ ἀπὸ ΓE ἴσον ἐστὶν τῷ δις ὑπὸ $Z\Gamma H\Theta$.

4 γ'. Ἡμικύκλιον τὸ ἐπὶ τῆς $ΑΓ$ ῥητῆν ἔχον τὴν διάμετρον, καὶ τῇ ἐκ τοῦ κέντρου ἴση ἔστω ἡ ΓA , καὶ ἐραπτομένη ἡ AB , καὶ δίχα τετμήσθω ἡ ὑπὸ ΓAB γωνία ὑπὸ τῆς AZ . ὅτι ἡ AZ ὑπεροχὴ ἐστὶν ἢ ὑπερέχει ἢ ἐκ δύο 10 ὀνομάτων τῆς μετὰ ῥητοῦ μέσον τὸ ὅλον ποιούσης.

Εἰλήφθω γὰρ τὸ H κέντρον τοῦ ἡμικυκλίου, καὶ ἐπεζεύχθω ἡ BH , καὶ ἐπὶ τῆς HA γεγραφθῶ ἡμικύκλιον τὸ HBA , καὶ ἐκβεβλήσθω ἡ AZ ἐπὶ τὸ K . ἴση ἄρα ἐστὶν ἡ BK περιφέρεια τῇ KH . ἤχθω κάθετος ἐπὶ τὴν $ΑΓ$ ἡ KA . 15



καὶ ἐπεὶ ἐξαγώνιον ἐστὶν πλευρὰ ἡ BH , ἡμίσεια δὲ τῆς ἐξαγώνιον ἡ KA (ἐκβαλλομένη γὰρ τὴν διπλὴν τῆς KH περιφερείας ὑποτείνει), διπλασία ἄρα ἡ BH τῆς KA , τουτέστιν ἡ ΓK τῆς KA . καὶ ἔστιν ὀρθὴ ἡ ὑπὸ KAG . ἐπένευστον ἄρα ἐστὶν τὸ ἀπὸ $K\Gamma$ τοῦ ἀπὸ ΓA , τουτέστιν 20 τὸ ἀπὸ $A\Gamma$ τοῦ ἀπὸ ΓA . αἱ $A\Gamma \Gamma A$ ἄρα ῥιζαὶ εἰσιν δυνάμει μόνον σύμμετροι, καὶ ἡ $A\Gamma$ τῆς ΓA μείζων δύναται τῷ ἀπὸ συμμέτρου ἑαυτῇ, καὶ ἡ μείζων ἡ $A\Gamma$ σύμμετρος ἐστὶν ῥητῇ τῇ $A\Gamma$. ἐκ δύο ὀνομάτων ἄρα πρώτη ἐστὶν ἡ AA , ῥητὴ δὲ ἡ HA . ἡ ἄρα τὸ ὑπὸ τῶν $HA AA$ χωρίον 25

6. ὑπὸ $Z\Gamma N\Theta$ AS, ὑπὸ $\gamma\zeta \eta\vartheta$ B¹, corr. B³ Co Sca 7. ΓA^1 in marg. (BS) ἐπὶ Co pro ἀπὸ 8. γωνία η ὑπὸ A, γωνία ἡ ὑπὸ B³S,

$= e\vartheta^2 + \vartheta\gamma^2 + e\zeta^2 + 2\zeta\gamma \cdot \vartheta\eta$. Com-
 mune auferatur $e\vartheta^2$; restant igitur
 $\gamma e^2 + \vartheta\zeta^2 = \vartheta\gamma^2 + e\zeta^2 + 2\zeta\gamma \cdot \vartheta\eta$. Et est $\vartheta\zeta^2 = e\zeta^2 + \vartheta\gamma^2$
 (quia quadrato ex $\beta\vartheta$ pro unitate
 supposito demonstravimus esse $\vartheta\zeta^2$
 $= 25$, $e\zeta^2 = 16$, $\vartheta\gamma^2 = 9$; per
 subtractionem igitur est

$$\gamma e^2 = 2\zeta\gamma \cdot \vartheta\eta.$$

III. Sit semicirculus in recta $\alpha\gamma$, diametrum rationalem Prop.
 habens, et producat $\alpha\gamma$ ac semidiametro aequalis sit $\gamma\delta$,
 et ducatur tangens $\delta\beta$, et angulus $\gamma\delta\beta$ recta $\delta\zeta$ bifariam sec-
 cetur; dico rectam $\delta\zeta$ differentiam esse qua recta ex binis
 nominibus (*elem. 10 defn. secund.*) eam superat quae cum
 rationali medium totum efficit (*elem. 10, 96*).³

Sumatur enim semicirculi centrum η , et iungatur $\beta\eta$,
 et in recta $\eta\delta$ describatur semicirculus $\eta\beta\delta$, et producat
 $\delta\zeta$ ad κ punctum circumferentiae; ergo circumferentiae $\beta\kappa$ $\kappa\eta$
 inter se aequales sunt. Ducatur $\kappa\lambda$ perpendicularis ad $\alpha\gamma$.
 Et quia $\beta\eta$ hexagoni circulo inscripti latus est (*elem. 4, 15*
coroll.), eiusque dimidia pars est $\kappa\lambda$ (quoniam $\kappa\lambda$ producta
 circumferentiam duplam ipsius $\kappa\eta$ et aequalem circumferentiae
 $\beta\kappa\eta$ subtendit), est igitur $\beta\eta = 2\kappa\lambda$, id est $\gamma\kappa = 2\kappa\lambda$. Et
 rectus est angulus $\kappa\lambda\gamma$; ergo est $\gamma\kappa^2 = \frac{1}{2}\gamma\lambda^2$ (*propos. 2*), id
 est $\delta\gamma^2 = \frac{1}{2}\gamma\lambda^2$; itaque $\delta\gamma$ $\gamma\lambda$ rationales sunt potentia solum
 commensurabiles, et quadratum ex $\delta\gamma$ superat quadratum ex
 $\gamma\lambda$ quadrato ex recta sibi ipsi commensurabili, et maior $\delta\gamma$
longitudine commensurabilis est rationali $\alpha\gamma$; ergo $\lambda\delta$ est ex
 binis nominibus prima (*10 def. sec. 1*), et rationalis $\eta\delta$; ita-
 que recta, cuius quadratum rectangulo sub $\eta\delta$ $\delta\lambda$ contento

γωνία τῇ ὑπὸ Β¹, corr. Scā 10. ὅτι Co Scā pro οὕτως 11. ποι-
 ούσης S, Item A, nisi quod ούσης paene evanuit, ποιοῦσα B, π..... V
 13. 14. τὸ ΗΒΑ B Scā, τὸ ΗΒ. A, τὸ ἡβ S Co 14. ἡ ΑΖ ἐπὶ τὸ K
 Ηu, ἡ ΖΑΚ ABS, ἡ ΑΖΚ Co 15. τῇ ΚΗ add. Scā (τῇ ΚΗ περι-
 φερίᾳ voluit Co) 20. ἐπὶ τριῶν Α¹, corr. Α²BS; 21. τὸ ἀπὸ
 Scā, ἡ Β¹, om. ΑΒS 22. ἀπὸ ἀσυμμέτρου AS, ἀπὸ τῆς ἀσυμμέ-
 τρου B, corr. Co Scā 24. ῥητὴ AB, corr. S

aequale est, irrationalis est quae ex binis nominibus vocatur (*elem. 10, 55*). Sed est $\delta x^2 = \eta\delta \cdot \delta\lambda$ (nam propter triangulorum $\eta\delta x$ $x\delta\lambda$ similitudinem est $\eta\delta : \delta x = \delta x : \delta\lambda$); ergo recta δx est ex binis nominibus. Et quia angulus $\beta\eta\gamma$ duarum tertiarum recti est et $\eta\beta$ $\eta\gamma$ aequales sunt¹⁾, triangulum igitur $\beta\eta\gamma$ aequilaterum est. Iam ducatur perpendicularis $\beta\vartheta$; est igitur $\eta\gamma = \delta\gamma = 2\gamma\vartheta$. Et demonstratum est $\delta\gamma^2 = \frac{4}{3}\gamma\lambda^2$; ergo $4\gamma\vartheta^2 = \frac{4}{3}\gamma\lambda^2$, id est $3\gamma\vartheta^2 = \gamma\lambda^2$; itaque $\gamma\lambda$ $\gamma\vartheta$ rationales sunt potentia solum commensurabiles, et quadratum ex $\gamma\lambda$ superat quadratum ex $\gamma\vartheta$ quadrato ex recta sibi ipsi incommensurabili, et minus nomen $\gamma\vartheta$ commensurabile est rationali $\alpha\gamma$; ergo $\lambda\vartheta$ apotome quinta est (*elem. 10 def. tert. 5*). Et quoniam propter triangulorum $\beta\eta\vartheta$ $\delta\eta\vartheta$ similitudinem est $\beta\eta : \eta\vartheta = \delta\eta : \beta\eta$, id est

$$\delta\eta \cdot \eta\vartheta = \beta\eta^2,$$

et propter triangulorum $\alpha\eta\lambda$ $\delta\eta\lambda$ similitudinem $\alpha\eta : \eta\lambda = \delta\eta : \alpha\eta$, id est

$$\delta\eta \cdot \eta\lambda = \alpha\eta^2, \text{ est igitur}$$

$$\frac{\delta\eta \cdot \eta\vartheta}{\beta\eta^2} = \frac{\delta\eta \cdot \eta\lambda}{\alpha\eta^2}, \text{ et vicissim}$$

$$\frac{\delta\eta \cdot \eta\vartheta}{\delta\eta \cdot \eta\lambda} = \frac{\beta\eta^2}{\alpha\eta^2}. \text{ Sed est } \frac{\delta\eta \cdot \eta\vartheta}{\delta\eta \cdot \eta\lambda} = \frac{\eta\vartheta}{\eta\lambda}; \text{ ergo etiam}$$

$$\frac{\eta\vartheta}{\eta\lambda} = \frac{\beta\eta^2}{\alpha\eta^2} = \frac{\zeta\eta^2}{\alpha\eta^2}; \text{ dirimendo igitur est}$$

1) Angulum $\beta\eta\gamma$ duarum tertiarum recti esse scriptor inde effecisse videtur, quod antea demonstravit $\beta\eta$ latus hexagoni esse; praeterea *elem. 4, 5* adhibuit, ut aequiangulum, ideoque aequilaterum triangulum esse ostenderet. Sed rectius, nisi fallor, in superiore propositione idem demonstratum est.

ὑπὸ BHA ἀπὸ KH Idem pro ἀπὸ KA 16. ἔστιν ἄρα idem pro ἄρα ἔστιν 17. ὑπὸ (ante AHA) add. idem 18. καὶ add. idem ἐναλλάξ] ἐναλλάξ ὡς τὸ ὑπὸ $AH\Theta$ πρὸς τὸ ὑπὸ AHA , οὕτως τὸ ἀπὸ BH πρὸς τὸ ἀπὸ KH Sca, quae nos ab ipso scriptore, tanquam facile supplenda, omissa esse censemus ideoque in Latinam versionem reiecimus ὡς δὲ Sca pro δὲ ὡς 19. 20. κοινὸν — τὸ AH del. Hu 21. πρὸς τὸ ἀπὸ HK Sca pro πρὸς τὸ AHK

ἄρα ἐστὶν ὡς ἡ $\Theta\Lambda$ πρὸς ΛH , οὕτως τὸ ἀπὸ KZ πρὸς τὸ ἀπὸ HK . καὶ ἐδείχθη ἴσον τὸ ὑπὸ τῶν $\Lambda\text{H}\Lambda$ τῷ ἀπὸ HK . ἴσον ἄρα καὶ τὸ ὑπὸ τῶν $\Lambda\text{H}\Lambda\Theta$ τῷ ἀπὸ KZ . καὶ ἔστιν ἡ μὲν $\Lambda\Theta$ ἀποτομὴ πέμπτῃ, ἡ δὲ ΛH ῥητὴ· ἡ ἄρα KZ ἡ μετὰ ῥητοῦ μέσον τὸ ὕλον ποιοῦσά ἐστιν. ἐδείχθη δὲ καὶ ἡ ΛK ἐκ δύο ὀνομάτων· λοιπὴ ἄρα ἡ ΛZ ὑπεροχὴ ἐστὶν ἢ ὑπερέχει ἢ ἐκ δύο ὀνομάτων τῆς μετὰ ῥητοῦ μέσον τὸ ὕλον ποιοῦσας.

- 6 δ'. Ἐστω κύκλος ὁ $\Lambda\text{B}\Gamma$, οὗ κέντρον ἔστω τὸ E , διάμετρος δὲ ἡ $\text{B}\Gamma$, καὶ ἐφαπτομένη ἡ $\Lambda\Lambda$ συμπίπτουσα τῇ $\text{B}\Gamma$ κατὰ τὸ Λ , καὶ διήχθω ἡ ΛZ , καὶ ἐπιζευχθεῖσα ἡ ΛE ἐκβεβλήσθω ἐπὶ τὸ H , καὶ περὶ H περιέχθωσαν αἱ ZKH $\text{H}\Lambda\Theta$. οὗτοι ἴσῃ ἐστὶν ἡ EK τῇ $\text{E}\Lambda$.

Γεγονέντω καὶ ἦχθω τῇ $\text{K}\Lambda$ παράλληλος ἡ ΘEM . ἴση ἄρα καὶ ἡ ME τῇ ΘO . ἦχθω ἀπὸ τοῦ E ἐπὶ τὴν ZO κάθετος ἡ EN . ἴση ἄρα ἐστὶν ἡ ZN τῇ NO . ἦν δὲ καὶ ἡ ME τῇ ΘO . παράλληλος ἄρα ἐστὶν ἡ NE τῇ MZ . οὕτως

1. ἐστὶν Hu pro ἔσται 4. 2. τὸ ἀπὸ KZ πρὸς τὸ ἀπὸ HK Hu aucloro Sea pro τὸ ὑπὸ τῶν $\Lambda\text{H}\Lambda\Theta$ πρὸς τὸ ὑπὸ $\Lambda\text{H}\Lambda$ 4. τὸ ἀπὸ KZ — 3. τῷ ὑπὸ KZ } τὸ ἀπὸ KZ πρὸς τὸ ἀπὸ KH . καὶ ἐπεὶ τὸ ἀπὸ KH ἴσον ἐστὶ τῷ ὑπὸ $\Lambda\text{H}\Lambda$, ἔσται καὶ ὡς ἡ $\Theta\Lambda$ πρὸς ΛH , τὸ ἀπὸ KZ πρὸς τὸ ὑπὸ $\Lambda\text{H}\Lambda$. ἀλλὰ καὶ ὡς ἡ $\Theta\Lambda$ πρὸς ΛH , τὸ ὑπὸ $\Lambda\text{H}\Lambda\Theta$ πρὸς τὸ ὑπὸ $\Lambda\text{H}\Lambda$. καὶ τὸ ὑπὸ $\Lambda\text{H}\Lambda\Theta$ ἄρα πρὸς τὸ ὑπὸ $\Lambda\text{H}\Lambda$ ἴσται ὡς τὸ ἀπὸ KZ πρὸς τὸ ὑπὸ $\Lambda\text{H}\Lambda$. ἴσον ἄρα ἐστὶν τὸ ἀπὸ KZ τῷ ὑπὸ $\Lambda\text{H}\Lambda\Theta$ Sea , in quibus vir acutissimus iusto liberius scripturam traditam evagatus esse videtur (conf. adnot. ad p. 184, 48 et Lat. versionem) 2. καὶ ἐδείχθη — 3. τῷ ἀπὸ KZ } ostensum autem est rectangulum quod $\Lambda\text{H}\Lambda\Theta$ continetur quadrato ex KZ aequale esse Co , ad quae addit: ubi hoc ostensum sit, nondum comperi, nisi fortasse ipse ostenderit in superioribus, quod tamen non apparet; nos autem illud ipsum ostendere sequenti lemme nitemur (sequitur languida demonstratio quaeque longe ab elegantia Graeci scriptoris a nobis restituta abhorreat) 5. μεταρρητοῦ [] ποιοῦσα Λ , μετὰ τοῦ ῥητοῦ μέσον τὸν λόγον ποιοῦσα B^1 , corr. B^2S 6. ἡ ΛK ἐκ δύο [] ΛZ ὑπεροχὴ Λ , ἡ δὲ ἐκ δύο ὀνομάτων ΛZ B^1S , ἡ ἄρα add. B^3 , corr. Sea 7. ἡ (ante ἐκ δύο) add. Sea 9. Λ Λ^1 in marg. (BS) 11. κατὰ τὸ Λ καὶ διήχθω ἡ ΛZ Sea (quia paulo post pro ἡ ΛE , quod recte AB^3 praebent, in B^1S ἡ δὲ legitur) 13. post $\text{H}\Lambda\Theta$ add. $\alpha\theta\zeta$ S

$\frac{\partial \eta - \eta \lambda}{\eta \lambda} = \frac{\zeta \eta^2 - \kappa \eta^2}{\kappa \eta^2}$, id est $\frac{\partial \lambda}{\lambda \eta} = \frac{\kappa \zeta^2}{\kappa \eta^2}$. Et demonstravimus esse $\partial \eta \cdot \eta \lambda = \kappa \eta^2$; ergo etiam

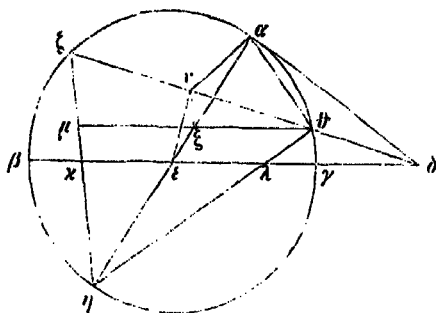
$$\frac{\partial \lambda}{\lambda \eta} = \frac{\kappa \zeta^2}{\partial \eta \cdot \eta \lambda}. \text{ Sed est etiam}$$

$$\frac{\partial \lambda}{\lambda \eta} = \frac{\partial \eta \cdot \lambda \vartheta}{\partial \eta \cdot \eta \lambda}; \text{ ergo}$$

$$\partial \eta \cdot \lambda \vartheta = \kappa \zeta^2.$$

Et est $\lambda \vartheta$ apotome quinta, et $\partial \eta$ rationalis; ergo recta $\kappa \zeta$ est quae cum rationali medium totum efficit (*elem.* 10, 96). Sed demonstravimus etiam rectam $\partial \kappa$ esse ex binis nominibus; ergo per subtractionem recta $\partial \zeta$ differentia est quae recta ex binis nominibus eam superat quae cum rationali medium totum efficit.

IV. Sit circulus $\alpha\beta\gamma$, cuius centrum sit ε , diameter Prop. $\beta\gamma$, et tangens $\alpha\delta$, quae productae $\beta\gamma$ occurrat in δ , et a puncto δ per circulum ducatur recta $\delta\vartheta\zeta$, et iuncta $\alpha\varepsilon$ producatur ad η punctum circumferentiae, et iungantur rectae $\zeta\kappa\eta$ $\eta\lambda\vartheta$; dico rectas $\varepsilon\kappa$ $\varepsilon\lambda$ inter se aequales esse.



Factum iam sit, et ipsi $\kappa\lambda$ parallela ducatur $\mu\xi\vartheta$; est igitur $\mu\xi = \xi\vartheta$. Ducatur ab ε ad $\zeta\vartheta$ perpendicularis $\varepsilon\nu$; est igitur $\zeta\nu = \nu\vartheta$ (*elem.* 3, 5). Sed erat etiam $\mu\xi = \xi\vartheta$;

ἄρα ἴση ἐστὶν ἡ ἐπὶ τῶν ΘΝΞ τῇ ἐπὶ τῶν ΝΖΜ, τοιούστιν τῇ ἐπὶ τῶν ΘΑΞ· οὕτως ἄρα ἐν κύκλῳ ἐστὶν τὰ Α Ν Ξ Θ σημεῖα· οὕτως ἄρα ἴση ἐστὶν ἡ ἐπὶ τῶν ΑΝΘ γωνία τῇ ἐπὶ τῶν ΑΞΘ, τοιούστιν τῇ ἐπὶ τῶν ΑΕΑ· οὕτως ἄρα ἐν κύκλῳ ἐστὶν τὰ Α Ν Ε Δ σημεῖα.⁵ ἔστιν δέ· ὁρθὴ γάρ ἐστιν ἑκατέρω τῶν ἐπὶ τῶν ΕΑΑ ΕΝΔ.

7 Συντεθῆσεται δὴ οὕτως. ἐπεὶ ὁρθὴ ἐστὶν ἑκατέρω τῶν ἐπὶ τῶν ΕΑΑ ΕΝΔ, ἐν κύκλῳ ἐστὶν τὰ Α Δ Ε Ν σημεῖα· ἴση ἄρα ἐστὶν ἡ ἐπὶ τῶν ΑΝΔ τῇ ἐπὶ τῶν ΑΕΑ. ἀλλ' ἡ ἐπὶ τῶν ΑΕΑ ἴση ἐστὶν τῇ ἐπὶ τῶν ΑΞΘ διὰ τὰς παραλλήλους τὰς ΕΑ¹⁰ ΞΘ· ἐν κύκλῳ ἄρα τὰ Α Ν Ξ Θ σημεῖα· ἴση ἄρα ἐστὶν ἡ ἐπὶ τῶν ΘΑΞ γωνία τῇ ἐπὶ τῶν ΘΝΞ. ἀλλ' ἡ ἐπὶ τῶν ΘΑΞ ἴση ἐστὶν τῇ ἐπὶ τῶν ΘΖΜ· παράλληλος ἄρα ἐστὶν ἡ ΖΜ τῇ ΝΞ. καὶ ἐστὶν ἴση ἡ ΖΝ τῇ ΝΘ· ἴση ἄρα ἐστὶν καὶ ἡ ΜΞ τῇ ΞΘ. καὶ ἐστὶν ὥς ἡ ΞΗ πρὸς ΗΕ, οὕτως ἡ μὲν ΞΜ πρὸς¹⁵ ΕΚ, ἡ δὲ ΘΞ πρὸς ΑΕ· καὶ ὥς ἄρα ἡ ΞΜ πρὸς ΕΚ, οὕτως ἡ ΘΞ πρὸς ΑΕ. καὶ ἐναλλάξ. καὶ ἴση ἐστὶν ἡ ΜΞ τῇ ΞΘ· ἴση ἄρα καὶ ἡ ΚΕ τῇ ΑΕ.

8 ε'. Ἐστω κύκλος ὁ ΑΒΓ, καὶ ἐφαπτόμεναι αἱ ΑΔ ΑΓ, καὶ ἐπεξεύχθω ἡ ΑΓ, καὶ διήχθω ἡ ΕΖ, ἔστω δὲ ἡ ΕΗ²⁰ ἴση τῇ ΗΖ· ὅτι καὶ ἡ ΘΗ τῇ ΗΚ ἐστὶν ἴση.

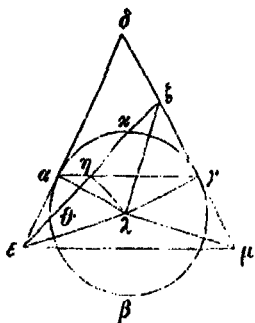
Ἠχθω τῇ ΑΓ παράλληλος ἡ ΕΜ, καὶ εἰλήφθω τὸ κέντρον τοῦ κύκλου τὸ Α, καὶ ἐπεξεύχθωσαν αἱ ΑΑ ΑΖ ΑΓ ΑΜ ΑΕ ΑΗ. ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ ΕΗ τῇ ΗΖ, ἴση ἐστὶν καὶ ἡ ΜΓ τῇ ΓΖ. καὶ ἐστὶν ἡ ΜΓ πρὸς ὁρθὰς τῇ ΓΑ·²⁵

2. τοῦτ' ἐστὶ Α, τοιούστι BS 3. τὰ ΑΝΞΘ Α, distinx. B (pro A et hic et infra passim S habet ὁ: conf. ad p. 186, 41) 5. τὰ ΑΕΝ σημεῖα Α, distinx. B, τὰ ἀενδ σημεῖα S, corr. Hu 8. τὰ ΑΔ ΕΝ ΑS, distinx. B 10. διὰ ΑΒ cod. Co, corr. S Co 10. 14. τὰς ΕΑ ΞΘ Co, τὰ ΕΞΘ Α (B cod. Co), τὰς ΕΛ ΞΘ S 11. τὰ ΑΝΞΘ Α, distinx. B (τὰ ΔΝΞΘ S) 12. ἐστὶν τῇ ἐπὶ τῶν ΘΝΞ Α (B cod. Co), ἐστὶ τῇ ἐπὶ τῶν ΘΖη S, corr. Co ἡ ΖΜ Co pro ἡ ΖΗΜ 16. ΕΚ τῇ δὲ ΘΞ πρὸς ΑΕ Α (B cod. Co), corr. S Co 16. 17. πρὸς ΘΚ οὕτως ΑΒ cod. Co, corr. S Co 17. καὶ ante ἴση add. Α' super vs. 19. Ε Α' in marg. (S., om. B 30—32. ἔστω || || || || Ζ οὕτως καὶ || || || || || η ἡχθω Α, ἔστω καὶ ἴση ἡ ηΘ τῇ ηκ (ηS B³) οὕτως καὶ

ergo parallelae sunt $\nu\xi$ $\zeta\mu$ (elem. 6, 2); itaque $\angle \vartheta\nu\xi = \angle \nu\xi\mu = \angle \vartheta\alpha\xi^*$. Ergo puncta ϑ α ν ξ sunt in circumferentia circuli (ex elem. 3, 21 *conversa*); itaque $\angle \alpha\nu\vartheta = \angle \alpha\xi\vartheta = \angle \alpha\epsilon\lambda$. Ergo puncta α ν ϵ δ sunt in circumferentia circuli. Sunt vero; nam ex constructione uterque angulorum $\epsilon\alpha\delta$ $\epsilon\nu\delta$ rectus est.

Componetur hoc modo. Quoniam uterque angulorum $\epsilon\alpha\delta$ $\epsilon\nu\delta$ rectus est, in circuli igitur circumferentia sunt puncta α δ ϵ ν , ideoque $\angle \alpha\nu\delta = \angle \alpha\epsilon\delta$. Sed propter parallelas $\epsilon\delta$ $\xi\vartheta$ est $\angle \alpha\epsilon\delta = \angle \alpha\xi\vartheta$; ergo puncta α ν ξ ϑ sunt in circuli circumferentia; itaque $\angle \vartheta\alpha\xi = \angle \vartheta\nu\xi$. Sed ex constructione est $\angle \vartheta\alpha\xi = \angle \vartheta\zeta\mu$ (sunt enim in eodem segmento $\eta\vartheta$); ergo $\angle \vartheta\zeta\mu = \angle \vartheta\nu\xi$, ideoque parallelae $\zeta\mu$ $\nu\xi$. Et est $\zeta\nu = \nu\vartheta$ (elem. 3, 3); ergo est $\mu\xi = \xi\vartheta$. Et, quia ex constructione parallelae sunt $\mu\vartheta$ $\kappa\lambda$, est $\xi\eta : \epsilon\eta = \mu\xi : \kappa\epsilon = \xi\vartheta : \epsilon\lambda$, et vicissim $\mu\xi : \xi\vartheta = \kappa\epsilon : \epsilon\lambda$. Et est $\mu\xi = \xi\vartheta$; ergo etiam $\kappa\epsilon = \epsilon\lambda$.

V. Sit circulus $\alpha\beta\gamma$, et tangentes $\alpha\delta$ $\delta\gamma$, et iungatur Prop. 5
 $\alpha\gamma$, et rectam $\alpha\gamma$ in η secans inter $\alpha\delta$ $\delta\gamma$ recta $\epsilon\zeta$ ita ducatur, ut



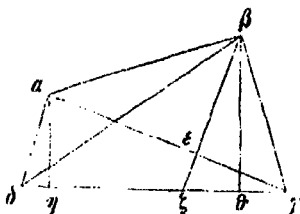
tur, ut portiones $\epsilon\eta$ $\eta\zeta$ inter se aequales sint; dico etiam $\vartheta\eta$ $\eta\kappa$ (id est portiones quae sunt intra circumum) inter se aequales esse.

Ducatur rectae $\alpha\gamma$ parallela $\epsilon\mu$, et sumatur circuli centrum λ , et iungantur $\lambda\alpha$ $\lambda\zeta$ $\lambda\gamma$ $\lambda\mu$ $\lambda\epsilon$ $\lambda\eta$. Quoniam est $\epsilon\eta = \eta\zeta$, propter parallelas $\eta\gamma$ $\epsilon\mu$ est etiam $\mu\gamma = \gamma\zeta$. Et est $\mu\gamma$ ipsi $\gamma\lambda$ perpendicularis (elem. 3, 18; ergo est

* Anguli enim $\nu\xi\mu$ $\vartheta\alpha\xi$, id est $\vartheta\zeta\eta$ $\vartheta\alpha\eta$, in eodem sunt segmento (elem. 3, 21).

..... $\eta\chi\theta\omega$ B, $\epsilon\sigma\tau\omega$ δὲ ἡ $\epsilon\eta$ $\iota\sigma\eta$ $\tau\eta$ $\eta\zeta$ οὕτως καὶ ἡ $\vartheta\eta$ $\tau\eta$ $\eta\kappa$ ἔσται $\iota\sigma\eta$. $\eta\chi\theta\omega$ S, reliqua corr. Co 22. 23. τὸ K κέντρον AB¹, x del. B³, om. S 24. AE add. S 25. ἡ AIT add. S

Ἐπεξέχθω ἡ $ΑΓ$ καὶ κάθετοι ἤχθωσαν ἐπὶ μὲν τὴν $ΓΔ$ ἢ $ΑΗ$, ἐπὶ δὲ τὴν $ΑΙ'$ ἢ $ΒΕ$. ἐπεὶ οὖν ἑκατέρα τῶν $ΑΒ$ $ΒΓ$ δοθεῖσά ἐστιν [ἢ ἐν ἀριθμοῖς], καὶ ὀρθή ἐστιν ἡ ἐπὶ $ΑΒΓ$, καὶ κάθετός ἐστιν ἡ $ΒΕ$, δοθεῖσα ἄρα ἐστὶ καὶ ἑκάστη τῶν $ΑΕ$ $ΕΓ$ $ΑΙ'$ $ΒΕ$ (καὶ γὰρ τὸ ὑπὸ $ΑΓΕ$ ἴσον ὂν τῷ ἀπὸ $ΒΓ$ γίνεταί δοθέν· καὶ δοθεῖσά ἐστιν ἡ $ΑΙ'$, ὥστε ἑκάστη τῶν $ΑΕ$ $ΕΓ$ $ΒΕ$ ἐστὶ δοθεῖσα. πάλιν ἀπεὶ δοθεῖσά ἐστιν ἑκάστη τῶν $ΑΓ$ $ΓΔ$ $ΔΑ$ ἐκ-



θεῖων, καὶ κάθετός ἐστιν ἡ $ΑΗ$, δοθεῖσά ἐστι καὶ ἑκάστη τῶν $ΑΗ$ $ΗΓ$ $ΑΗ$ (καὶ γὰρ ἡ ὑπεροχὴ τοῦ ἀπὸ $ΑΓ$ πρὸς τὸ ἀπὸ $ΔΑ$ παρὰ τὴν $ΓΔ$ παραβληθεῖσα ποιεῖ δοθεῖσαν τὴν τῆς $ΓΔ$ πρὸς $ΗΔ$ ὑπεροχὴν, ὥς ἐστι λῆμμα· ὥστε καὶ ἑκάστην τῶν $ΑΗ$ $ΗΓ$ $ΑΗ$ δεδόσθαι. καὶ ἐπεὶ ἰσογώνιον ἐστὶν τὸ $ΑΗΓ$ τρίγωνον τῷ $ΓΕΖ$ τριγώνῳ, ἔστιν ὥς ἡ $ΗΓ$ πρὸς $ΓΕ$, οὕτως ἢ τε $ΑΓ$ πρὸς $ΓΖ$ καὶ ἡ $ΑΗ$ πρὸς τὴν $ΕΖ$. καὶ ἐστὶ δοθεῖς ὁ τῆς $ΗΓ$ πρὸς $ΓΕ$ λόγος· δοθεῖσα ἄρα ἐστὶ καὶ ἑκατέρα τῶν $ΓΖ$ $ΖΕ$. ἀλλὰ καὶ ἑκατέρα τῶν $ΕΒ$ $ΒΓ$ · καὶ ἑκάστη ἄρα τῶν $ΖΒ$ $ΒΙ'$ $ΓΖ$ δοθεῖσα. ἤχθω δὲ κάθετος ἐπὶ τὴν $ΓΖ$ ἢ $ΒΘ$ · δοθεῖσα ἄρα ἐστὶν ἑκάστη τῶν $ΖΘ$ $ΘΙ'$ $ΒΘ$ · ὥστε καὶ ἑκατέρα τῶν $ΑΘ$ $ΘΒ$ δοθεῖσά ἐστι. καὶ ὀρθή ἐστιν ἡ ὑπὸ $ΒΘΑ$ · δοθεῖσα ἄρα ἐστὶν $ΒΑ$.

1. ἐξέχθω ABS , corr. Hu 2. $ΑΓ$ ἢ $ΒΕ$ — ἑκατέρα add. Sea , $ΑΓ$ ἢ $ΒΕΖ$. καὶ ἑκάστη add. Co 3. ἢ ἐν ἀριθμοῖς interpolatori tribuit Hu 4. ἢ A , ἢ B , ἢ S , del. Co Sea 6. καὶ γὰρ — 10. ἐστὶ δοθεῖσα, etsi vera ratione nituntur, tamen suspecta videntur; nam scriptor hanc demonstrationem tamquam consentaneam poterat omiltere; at vero, si ponere malebat, debuit ex ordine demonstrare primum ay , tum ae ey , denique be datas esse 9. τῶν $ΑΕ$ Co Sea pro τῶν $ΑΕ$ 10. $ΒΕ$ add. Hu 13. ἢ $ΑΗ$ Co Sea pro ἢ $ΑΗ$ 14. $ΑΗ$ add. Hu 15. 16. τὴν τῆς $ΓΔ$ Hu pro τὴν τῆς $ΓΗ$ 20. ἄρα add. Sea 21. ἑκατέρα Hu utroque loco pro ἑκάστη 22. $ΓΖ$ ante δοθεῖσα Hu pro $ΓΔ$

lungatur $\alpha\gamma$, et ducantur perpendiculares $\alpha\eta$ ad $\gamma\delta$ et $\beta\epsilon$ ad $\alpha\gamma$, et producta $\beta\epsilon$ secet ipsum $\delta\gamma$ in ζ . Iam quia utraque rectorum $\alpha\beta$ $\beta\gamma$ magnitudine data, et angulus $\alpha\beta\gamma$ rectus, et $\beta\epsilon$ perpendicularis est, singulae igitur $\alpha\epsilon$ $\epsilon\gamma$ $\alpha\gamma$ $\beta\epsilon$ datae erunt — etenim rectangulum sub $\alpha\gamma$ $\gamma\epsilon$, quippe quod quadrato ex $\beta\gamma$ aequale sit, datum est; et data $\alpha\gamma$; ergo etiam singulae $\alpha\epsilon$ $\epsilon\gamma$ $\beta\epsilon$ datae erunt³⁾. Rursus quia singulae $\alpha\gamma$ $\gamma\delta$ $\delta\alpha$ datae sunt et $\alpha\eta$ perpendicularis est, etiam singulae $\delta\eta$ $\eta\gamma$ $\alpha\eta$ datae sunt — etenim quadratorum ex $\alpha\gamma$ $\alpha\delta$ differentia ad rectam $\delta\gamma$ applicata efficit differentiam rectorum $\delta\gamma$ $\delta\eta$ datam, sicut lemmate quodam demonstratum est⁴⁾, ita ut singulae $\delta\eta$ $\eta\gamma$ $\alpha\eta$ datae sint⁵⁾. Et quoniam triangulum $\alpha\eta\gamma$ simile est triangulo $\zeta\epsilon\gamma$, est $\eta\gamma : \gamma\epsilon = \alpha\gamma : \gamma\zeta = \alpha\eta : \epsilon\zeta$. Et est proportio $\eta\gamma : \gamma\epsilon$ data (dat. 1), dataeque $\alpha\gamma$ $\alpha\eta$; ergo etiam utraque $\gamma\zeta$ $\epsilon\zeta$ data erit (dat. 2). Sed etiam utraque $\beta\epsilon$ $\beta\gamma$; ergo trianguli $\zeta\beta\gamma$ singula latera data sunt. Iam ducatur perpendicularis $\beta\theta$ ad $\zeta\gamma$; ergo, similiter ac modo demonstravimus, singulae $\zeta\theta$ $\theta\gamma$ $\beta\theta$ datae sunt. Et data est $\delta\theta$ ($= \delta\gamma - \theta\gamma$); ergo trianguli orthogonii $\delta\theta\beta$ catheti $\delta\theta$ $\theta\beta$ singulae datae sunt; data igitur est $\delta\beta$ (adnot. 3).

3) Est enim $\alpha\gamma \cdot \gamma\epsilon = \beta\gamma^2$ propter elem. 40, 33 lemma; et data est $\beta\gamma$; ergo etiam $\beta\gamma^2$ (dat. 52); itaque rectangulum $\alpha\gamma \cdot \gamma\epsilon$ magnitudine datum est. Sed quia est $\alpha\gamma^2 = \alpha\beta^2 + \beta\gamma^2$, et $\alpha\beta$ $\beta\gamma$ magnitudine datae sunt, etiam quadratum ex $\alpha\gamma$ magnitudine datum est; ergo etiam recta $\alpha\gamma$ magnitudine data (dat. 55). Et datum erat rectangulum $\alpha\gamma \cdot \gamma\epsilon$; ergo $\gamma\epsilon$ data est (dat. 57); itaque etiam $\alpha\epsilon$ (dat. 4). Denique, quia propter similitudinem triangularum est $\alpha\beta : \beta\gamma = \beta\epsilon : \epsilon\gamma$, data est etiam $\beta\epsilon$ (dat. 1. 2).

4) Hoc lemma nostra aetate non exstat; quod sic restituendum esse videtur. Propter elem. 2, 13 est

$$\alpha\gamma^2 = \alpha\delta^2 + \delta\gamma^2 - 2\delta\gamma \cdot \delta\eta, \text{ sive}$$

$$\alpha\gamma^2 - \alpha\delta^2 = \delta\gamma^2 - 2\delta\gamma \cdot \delta\eta = \delta\gamma (\delta\gamma - 2\delta\eta).$$

Et datae sunt rectae $\alpha\gamma$ $\alpha\delta$; ergo etiam quadrata, et quadratorum differentia. Et data est $\delta\gamma$; ergo secundum dat. 57 differentia $\delta\gamma - 2\delta\eta$ data est; itaque etiam differentia $\delta\gamma - \delta\eta$.

5) Differentia $\delta\gamma - \delta\eta$, quam datam esse demonstravimus, est ipsa $\eta\gamma$. Et data est $\delta\gamma$; ergo etiam $\delta\eta$ data (dat. 4). Et est $\alpha\eta^2 = \alpha\gamma^2 - \eta\gamma^2$; ergo data est $\alpha\eta$ (adnot. 3 med.).

ALITER.

VIII. Ducatur ad $\alpha\gamma$ perpendicularis $\delta\epsilon$, quae producat^{ur} ad ζ punctum sectionis cum $\beta\gamma^*)$. Quoniam singulae ad $\delta\gamma$ $\gamma\alpha$ magnitudine datae sunt^{o)}, et $\delta\epsilon$ perpendicularis est, singulae $\alpha\epsilon$ $\epsilon\gamma$ ad datae erunt (adnot. 4. 5). Et quoniam triangulum $\alpha\beta\gamma$ simile est triangulo $\zeta\epsilon\gamma$, est $\gamma\epsilon : \epsilon\zeta = \gamma\beta : \beta\alpha$. Sed data est proportio $\gamma\beta : \beta\alpha$ (dat. 1); ergo etiam $\gamma\epsilon : \epsilon\zeta$ data. Et data est $\gamma\epsilon$; ergo etiam $\epsilon\zeta$ data (dat. 2). Sed erat etiam $\delta\epsilon$ data; ergo tota $\delta\zeta$ data erit (dat. 3). Eadem ratione utraque $\beta\zeta$ $\zeta\gamma$ data esse demonstrabitur (est enim $\alpha\gamma : \gamma\beta = \zeta\gamma : \gamma\epsilon$; et data est proportio $\alpha\gamma : \gamma\beta$, ac data recta $\gamma\epsilon$; ergo data $\zeta\gamma$, itemque $\beta\gamma - \zeta\gamma = \beta\zeta$). Iam rursus a δ ducatur perpendicularis $\delta\eta$; ergo singulae $\zeta\eta$ $\eta\gamma$ datae sunt. Et data est $\beta\eta$ ($= \beta\zeta + \zeta\eta$); ergo trianguli orthogonii $\beta\eta\delta$ catheti $\beta\eta$ $\eta\delta$ singulae datae sunt; itaque $\beta\delta$ data est (adnot. 3).

IX. Sint duo aequales circuli positione et magnitudine Prop. 8
dati, quorum centra α β ; et extra sit datum punctum γ ,
per quod circulus $\gamma\epsilon\zeta$ describatur, tangens eos, quorum centra α β , in punctis ζ ϵ ; dico circuli $\gamma\epsilon\zeta$ diametrum datam esse¹⁾.

Iungantur $\epsilon\zeta\eta$ $\gamma\zeta\theta$ $\gamma\mu\pi$ $\alpha\beta$ $\gamma\epsilon$ $\pi\zeta\kappa$ $\theta\kappa$ $\theta\eta^{**})$. Fiunt igitur $\eta\theta$ $\gamma\epsilon$ parallelae, quia ad verticem anguli $\epsilon\zeta\gamma$ $\eta\zeta\theta$ inter

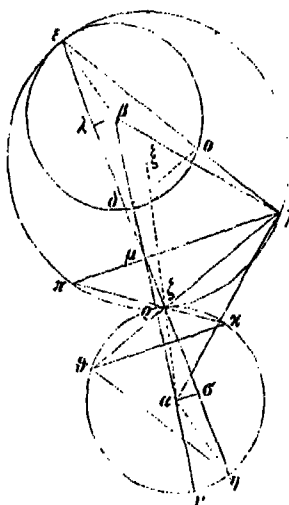
^{o)} Hic unus casus est ex pluribus quos licet statuere. Punctum enim ϵ aut extra quadrilaterum in productam $\gamma\alpha$ cadit, aut in ipsum punctum α , aut inter α γ ; atque in hoc quidem casu rectae $\delta\epsilon$ productae punctum ζ aut inter β γ cadit (quod supra supponitur), aut in ipsum β , aut inter α β . Et huius extremi casus demonstrationem addidit Commandinus, quam Graecus scriptor neulquam omisit incuria; sed uno casu demonstrato reliquos consentaneos esse existimavit.

6) Scilicet ad $\delta\gamma$ ex hypothesi, et $\gamma\alpha$ secundum adnot. 3.

4) Nonnulla eaque graviora scriptor huius theorematidis silentio omisit, quae a nobis, quantum probabili coniectura adsequi potuimus, restituta sunt. In figura lineas punctis notatas et litteras ξ θ addidimus.

^{**)} Vult igitur scriptor puncta η θ κ esse in circumferentia circuli cuius centrum α , item π in circumferentia circuli $\gamma\epsilon\zeta$; denique μ statuit punctum sectionis rectarum $\beta\alpha$ $\epsilon\zeta\eta$.

τὰς $ΕΠΖ$ $ΗΚΖ$ περιφερείας καὶ τὸ $ΕΓΖ$ τρίγωνον ἰσογώνιον τῷ $ΖΗΘ$ τριγώνῳ. καὶ διὰ τὰ αὐτὰ καὶ ἡ $ΘΚ$ τῇ $ΠΓ$ ἐστὶν παράλληλος. καὶ ἴσοι εἰσὶν οἱ κύκλοι, ὧν τὰ



κέντρα τὰ $ΑΒ$. ἴση ἄρα ἡ $ΖΗ$ τῇ $ΑΒ$. ἔχθωσαν καὶ $ΑΣ$ $ΒΑ$. ἴση ἄρα ἡ $ΑΣ$ τῇ $ΒΑ$. ὥστε καὶ ἡ μὲν $ΒΜ$ τῇ $ΜΑ$ ἐστὶν ἴση, ἡ δὲ $ΑΜ$ τῇ $ΜΣ$ (δύο γὰρ τρίγωνα ἐστὶν τὰ $ΒΑΜ$ $ΑΣΜ$ τὰς δύο γωνίας τὰς κατὰ κορυφὴν ἴσας ἔχοντα καὶ τὰς πρὸς τοῖς $ΑΣ$ σημείοις ὀρθάς, ἔχει δὲ καὶ μίαν πλευρὰν μὲν πλευρὰ $ΒΑ$ τῇ $ΑΣ$). καὶ δοθεῖσά ἐστιν ἑκάστη τῶν $ΜΑ$ $ΑΒ$ $ΜΣ$ $ΣΑ$ (οὕτως καὶ ἡ $ΖΗ$ $ΑΕ$ καὶ $ΒΑ$ $ΑΣ$). δοθεῖσα ἄρα καὶ ἑκατέρα τῶν $ΒΜ$ $ΜΑ$ εὐθειῶν. ἀλλὰ καὶ ἑκατέρα τῶν $ΑΓ$ $ΓΒ$

δοθεῖσά ἐστιν (θέσει γὰρ τὰ $ΑΒΓ$ σημεῖα · δοθέν ἄρα τὸ $ΑΒΓ$ τρίγωνον τῷ εἶδει · καὶ ἡ $ΓΜ$ ἄρα δοθεῖσα ἐστὶν (καθέντων ἀχθείσης ἀπὸ τοῦ $Γ$ ἐπὶ τὴν $ΑΒ$. καὶ ἐπεὶ $ΝΡ$ δοθεῖσά ἐστιν ἡ $ΝΡ$ διάμετρος τοῦ $ΗΘΚ$ κύκλου, ἀλλὰ καὶ

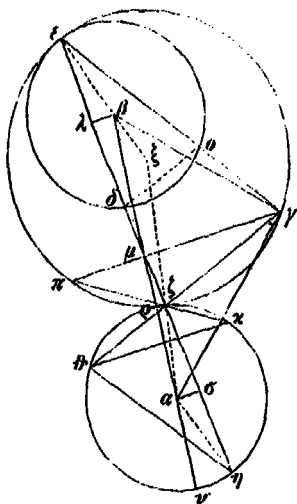
1. $ΗΚΖ$ (ante περιφερείας) Co pro $ΗΝΘ$ 2. 3. τῇ $ΠΓ$ Co pro τῇ $ΠΤ$ 9. δύο γὰρ — 16. τῇ $ΑΣ$ interpolatori tribuit Hu (scilicet scriptor huius theorematidis alia multo difficiliora omittit) 16. post τὴν $ΒΑ$ add. καὶ κάθετον $ΑΒΣ$, om. Co (interpolator καθετόν καθέτω voluisse videtur, quae vera quidem sunt, at certe abundant) 18. $ΜΣ$ $ΣΑ$ $Α$, μς $σλ$ $Β$, μς $σλ$ $Σ$, corr. Hu 18. 19. οὕτως — $ΒΑ$ $ΑΣ$, manifestam interpolationem, del. Hu 22. 23. τῶν $ΑΓ$ $ΓΒ$ δοθεῖσα ἐστὶν bis scripta in A(S), corr. B 23. θέσει $Α^2$ in marg. B¹, εὐθεῖα $Α^1Β^3$, θέσει εὐθεῖα $Σ$ 24. τὸ $ΑΒ$ τρίγωνον $ΑΒΣ$, corr. Co 25. καθέντων — ἐπὶ τὴν $ΑΒ$ forsitan interpolata sint

se aequales, et circumferentiae $\epsilon\pi\zeta$ $\eta\kappa\zeta$ similes²⁾, ideoque triangula $\epsilon\gamma\zeta$ $\eta\theta\zeta$ aequiangula sunt. Atque eadem ratione $\theta\kappa$ $\pi\gamma$ parallelae esse demonstrantur. Et ex hypothesi circuli, quorum centra α β , aequales sunt; ergo recta $\zeta\eta$ ipsi $\epsilon\delta$ aequalis est³⁾. Ducantur ad rectam $\epsilon\eta$ perpendiculares $\alpha\sigma$ $\beta\lambda$; hae igitur inter se aequales sunt (nam propter elem. 3. 14 in aequalibus circulis aequales rectae distant a centrīs aequali intervallo); itaque etiam $\alpha\mu$ $\beta\mu$, itemque $\sigma\mu$ $\lambda\mu$ inter se aequales sunt (nam duo triangula $\alpha\sigma\mu$ $\beta\lambda\mu$ binos angulos ad verticem aequales, et angulos ad σ λ rectos, et unum latus $\alpha\sigma$ uni lateri $\beta\lambda$ aequale habent). Et datae sunt singulae $\mu\lambda$ $\lambda\beta$ $\mu\sigma$ $\sigma\alpha$; ergo etiam utraque $\beta\mu$ $\mu\alpha$ data est⁴⁾. Sed data est etiam utraque $\alpha\gamma$ $\gamma\beta$ (dat. 26; nam puncta α β γ positione data sunt); ergo triangulum $\alpha\beta\gamma$ specie datum

2) Hoc tamquam consentaneum scriptor omisit demonstrare. Et sumpto circuli $\gamma\epsilon\zeta$ centro ξ iunctisque rectis $\alpha\xi$ $\xi\epsilon$ $\alpha\eta$ facile apparet, quoniam recta $\xi\alpha$ per ζ transit (elem. 3, 12), et radii sunt $\epsilon\xi$ $\xi\zeta$ $\eta\alpha$ $\alpha\zeta$, triangula $\epsilon\xi\zeta$ $\eta\alpha\zeta$ aequiangula esse. Unde nos statim concludimus angulos, qui sunt ad peripheriam, $\epsilon\gamma\zeta$ $\eta\theta\zeta$ aequales (elem. 3, 20), ideoque triangula $\epsilon\gamma\zeta$ $\eta\theta\zeta$ aequiangula esse. Verum Graecus scriptor, Euclidis elementa liberius egrediens et centri ξ mentionem evitans, lemma nititur huius modi: Si duo circuli extrinsecus se tangant, et per contactus punctum quaelibet recta, velut $\epsilon\zeta\eta$, ducatur, similes circulorum circumferentiae abscinduntur (quod quidem lemma similiter, ac modo significavimus, demonstratur; nec minus valet, si circuli intus se tangant, et a contactus puncto quaelibet recta, velut $\epsilon\delta\zeta$, ducatur, ut recte adnotat Coj. Porro ex arcuum $\epsilon\pi\zeta$ $\eta\kappa\zeta$ similitudine efficit eos, qui in his insistent, ad peripheriam angulos $\epsilon\gamma\zeta$ $\eta\theta\zeta$ aequales rectos. Denique conferatur libri VII propos. 402, ubi auxilio tangentes rectae, velut $\eta\theta$ $\gamma\epsilon$, parallelas esse demonstratur.

3) Hoc loco scriptor sic concludere videtur: Quoniam, ut supra demonstratum est, parallelae sunt $\theta\eta$ $\epsilon\gamma$, aequales sunt anguli $\zeta\eta\theta$ $\zeta\epsilon\gamma$. Sed sit σ punctum sectionis rectae $\epsilon\gamma$ et circuli, cuius centrum β , circumferentiae, et iungatur $\delta\sigma$. Ergo triangula $\zeta\eta\theta$ $\delta\epsilon\sigma$ similia sunt (utrumque enim triangulo $\zeta\epsilon\gamma$ simile). Sed eadem etiam aequalia, quia circuli circumscripti aequales sunt (elem. 3, 26. 28); ergo est $\zeta\eta = \delta\epsilon$. (At vero brevius, ut videtur, demonstrari poterat rectas $\beta\delta$ $\xi\zeta\alpha$ parallelas, ideoque triangula $\epsilon\gamma\delta$ $\eta\alpha\zeta$ similia et aequalia esse. Alia rursus ratione Commandinus ex lemimate, quod in adnot. 2 attulimus, arcus $\epsilon\delta$ $\epsilon\pi\zeta$ similes, itaque arcus $\epsilon\delta$ $\eta\kappa\zeta$ similes et aequales; ergo etiam rectas $\epsilon\delta$ $\eta\zeta$ aequales esse demonstrat. Quod si verum esse statuamus, supra abundet demonstratio de reclarum $\epsilon\gamma$ $\theta\eta$ parallelismo.)

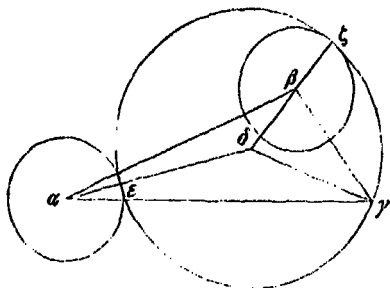
4) Argumentatio scriptoris haec esse videtur: Propter dat. 28 singulae $\epsilon\delta$ $\epsilon\zeta$ $\zeta\eta$ magnitudine datae sunt, ideoque etiam tota $\epsilon\eta$. Et datae sunt $\epsilon\lambda$ ($= \frac{1}{2}\epsilon\delta$), $\eta\sigma$ ($= \frac{1}{2}\eta\zeta$); ergo per subtractionem data est recta $\lambda\sigma$, ideoque etiam utraque $\lambda\mu$ $\mu\sigma$ (dat. 7). Tum rectas $\beta\lambda$ $\alpha\sigma$ datas esse inde effecisse videtur, quod in triangulis orthogoniis $\epsilon\lambda\beta$ $\eta\sigma\alpha$ datae sunt singu-



ἡ MA δοθεῖσα, καὶ λοιπὴ
 ἄρα ἡ MP δοθεῖσά ἐστιν.
 καὶ ἐπεὶ δοθέν ἐστιν τὸ ὑπὸ
 NMP , δοθέν ἄρα καὶ τὸ
 ὑπὸ HMZ , τουτέστιν τὸ ὑπὸ
 EMZ , τουτέστιν τὸ ὑπὸ
 τῶν $ΓΜΠ$. καὶ δοθεῖσά
 ἐστιν ἡ $ΓΜ$ · δοθεῖσα ἄρα
 καὶ ἡ $ΓΠ$. ἐπεὶ οὖν θέσει
 καὶ μεγέθει ἐστὶν κύκλος, 10
 οὗ κέντρον τὸ A , καὶ δο-
 θεῖσα τῇ θέσει καὶ τῷ με-
 γέθει ἡ $ΓΠ$, καὶ διηγμέναι
 αἱ $ΠΖΚ ΓΖΘ$, ὥστε παρ-
 ἀλληλον εἶναι τῇ $ΓΠ$ τὴν 15
 $ΚΘ$, δοθεῖσά ἐστιν ἡ διά-
 μετρος τοῦ περὶ τὸ $ΓΖΠ$

τρίγωνον κύκλου, τουτέστιν τοῦ $ΓΕΖ$.

- 14 ι'. Τρίγωνον τὸ $ΑΒΓ$ ἔχον ἐκάστην τῶν πλευρῶν δο-
 θεῖσαν, καὶ σημεῖον ἐντὸς τὸ A , καὶ ὃ ὑπερέχει ἡ $ΑΔ$ τῆς 20



$ΓΔ$, τούτῳ ὑπερ-
 εχέτω καὶ ἡ $ΓΔ$
 τῆς $ΔΒ$, καὶ ἔστω
 ὑπεροχὴ δοθεῖσα·
 ὅτι ἐκάστη τῶν $ΑΔ$ 25
 $ΔΓ ΔΒ$ δοθεῖσά
 ἐστιν.

Ἐπεὶ ἡ τῶν $ΑΔ$
 $ΔΓ$ ὑπεροχὴ δοθεῖ-
 σά ἐστιν, ἔστω τῇ 30

ὑπεροχῇ ἴση ἐκατέρα τῶν $ΑΕ ΒΖ$ · αἱ τρεῖς ἄρα αἱ $ΕΔ$
 $ΔΓ ΔΖ$ ἴσαι ἀλλήλαις εἰσὶν. γεγράφθω περὶ κέντρον τὸ

3. 4. τὸ ὑπὸ NMP Co pro τὸ ὑπὸ HMP 6. τουτέστιν τὸ add.
 Hu auctore Co 15. 16. τῇ $ΓΠ$ τῇ $ΚΘ$ $AB'S$, τὴν $ΓΠ$ τῇ $ΚΘ$ voluit
 Co, corr. B³ 19. ἡ $Α'$ in marg. (BS) 20. ἐν τοῖς | τὸ $Α(S)$, corr.
 B Sca

est (dat. 39); itaque etiam $\gamma\mu$ data erit⁵⁾. Et quia circuli $\eta\theta\alpha$ diametrus $\nu\varrho$ (dat. def. 5), itemque $\mu\alpha$ datae sunt, reliqua igitur $\mu\varrho$ data est⁶⁾. Et quia datum est $\nu\mu \cdot \mu\varrho$, datum igitur etiam $\eta\mu \cdot \mu\zeta$ (utrumque enim rectangulum propter elem. 3, 36 quadrato ex tangente aequale est), id est $\epsilon\mu \cdot \mu\zeta$, id est (elem. 3, 35) $\gamma\mu \cdot \mu\pi$. Et data est $\gamma\mu$; ergo etiam $\mu\pi$ (dat. 57) itemque $\gamma\pi$ data est. Iam quia positione ac magnitudine datus est circulus, cuius centrum α , et positione ac magnitudine data est recta $\pi\gamma$, et rectae $\pi\zeta\alpha$ $\gamma\zeta\theta$ ita ductae sunt, ut $\theta\alpha$ ipsi $\pi\gamma$ parallela sit, data est diametrus circuli circa $\gamma\zeta\pi$ triangulum descripti⁷⁾, id est circuli $\gamma\epsilon\zeta$.

X. Sit triangulum $\alpha\beta\gamma$ singula latera data habens, et ^{Prop. 9} intus punctum δ , et sit $\alpha\delta - \delta\gamma = \delta\gamma - \delta\beta$, sitque ea differentia data; dico unamquamque rectarum $\alpha\delta$ $\delta\gamma$ $\delta\beta$ datam esse.

Quoniam data est differentia $\alpha\delta - \delta\gamma$, sit ei differentiae utraque rectarum $\alpha\epsilon$ $\beta\zeta$ ⁴⁾ aequalis; ergo tres $\epsilon\delta$ $\delta\gamma$ $\delta\zeta$ inter se aequales sunt. Describatur circa centrum δ circulus $\gamma\epsilon\zeta$;

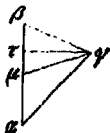
haec $\epsilon\lambda$ $\eta\sigma$ (ut statim demonstravimus), itemque $\epsilon\beta$ $\beta\eta$ (sunt enim radii circulorum magnitudine datorum: dat. defn. 5). Omnino igitur scriptor eadem ratione quam supra propos. 7 adnot. 2 et 3 demonstravimus sic procedit, ut omnia punctorum α β positione rectas $\alpha\mu$ $\mu\beta$ magnitudine datas esse ostendat. At multo brevius dicere poterat secundum dat. def. 6 puncta α β positione data esse (id quod paulo post diserle scribit); ergo rectam $\alpha\beta$ magnitudine (dat. 26), ideoque utrumque etiam rectarum $\alpha\mu$ $\mu\beta$, quippe quae inter se aequales sint, magnitudine datam esse (dat. 7).

5) Hoc aut ex ipsis datis efficitur, quoniam triangulum $\mu\beta\gamma$ specie datum est (41); sed idem etiam magnitudine (52); ergo $\gamma\mu$ magnitudine data (55). — aut, sicut vel ipse huius theorematism scriptor vel interpolator quidam significavit, a puncto γ perpendiculari ad $\alpha\beta$ ducta, quae si sit $\gamma\tau$, secundum ea quae propos. 7 adnot. 4 et 5 demonstravimus datae erunt $\tau\alpha$ $\tau\gamma$; et data etiam $\tau\mu$ (= $\tau\alpha - \mu\alpha$); ergo trianguli orthogonii $\gamma\tau\mu$ singulae catheti datae sunt, itaque etiam $\mu\gamma$ (ibid. adnot. 3).

6) Circuli enim $\eta\theta\alpha$ datus est radius $\varrho\alpha$ (dat. def. 5); et data $\mu\alpha$; ergo etiam $\mu\varrho$ data (dat. 4). Sed pro radio $\varrho\alpha$ scriptor diametrum $\nu\varrho$ ponit, quia statim in proximis tota $\nu\mu$ (= $\nu\varrho + \varrho\mu$) tanquam data utilis; itaque sic concludit: Data $\nu\varrho$; ergo etiam dimidia $\varrho\alpha$; et data $\mu\alpha$; ergo datae etiam $\mu\alpha - \varrho\alpha = \mu\varrho$, et $\mu\varrho + \nu\varrho = \nu\mu$.

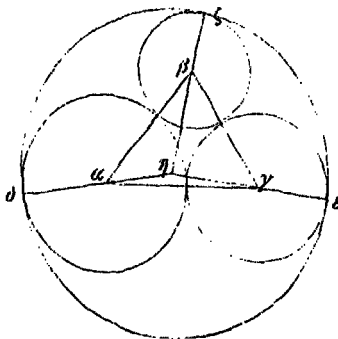
7) Vide append.

⁴⁾ Qualem punctorum ϵ ζ positionem scriptor intellexerit, statim ex proximis elucet.



Α κύκλος ὁ ΓΕΖ· διὰ δὴ τὸ προγεγραμμένον δοθεῖσά ἐστιν ἡ ΔΖ. ἥς ἡ ΒΖ ἐστὶν δοθεῖσα· ἡ λοιπὴ ἄρα ἡ ΒΑ ἐστὶν δοθεῖσα. ἀλλὰ καὶ ἑκατέρω τῶν ΑΔ ΑΓ δοθεῖσά ἐστιν· ἐκάστη ἄρα τῶν ΑΔ ΑΓ ΑΒ ἐστὶν δοθεῖσα.

- 15 1α'. Τὰ μὲν οὖν λήμματα ταῦτα, τὸ δὲ ἀρχαῖκόν· τρεῖς κύκλοι ἄνισοι ἐφαπτόμενοι ἀλλήλων δοθείσας ἔχοντες τὰς διαμέτρους, ὧν κέντρα τὰ Α Β Γ, καὶ περὶ αὐτοὺς κύκλος ἐφαπτόμενος αὐτῶν ὁ ΔΕΖ, οὗ δέον ἔστω εὑρεῖν τὴν διάμετρον.



Ἔστω δὲ αὐτοῦ τὸ 10 κέντρον τὸ Η, καὶ ἐπὶ τὰ κέντρα τὰ Α Β Γ ἐπεξέχθωσαν αἱ ΑΒ ΑΓ ΓΒ καὶ ἔτι αἱ ΗΑΔ ΗΒΖ ΗΓΕ. ἐπεὶ οὖν αἱ διάμετροι τῶν κύκλων, ὧν κέντρα τὰ Α Β Γ, δοθεῖσαι εἰσιν, γενήσεται καὶ ἐκάστη τῶν ΑΒ ΒΓ ΓΑ δοθεῖσα. καὶ αἱ τῶν ΑΗ ΗΓ ΗΒ διαφοραὶ δο-

θεῖσαι· διὰ ἄρα τὸ προγεγραμμένον δοθεῖσά ἐστιν ἡ ΑΗ. ἀλλὰ καὶ ἡ ΑΔ δοθεῖσά ἐστιν, ὥστε δοθεῖσά ἐστιν ἡ διάμετρος τοῦ ΔΕΖ κύκλου. καὶ τοῦτο μὲν ἐνθάδε μοι πέρας ἔχει, τὰ δὲ λοιπὰ ὑπογράψω.

1. ὁ γὰρ B Co, ὁ ΓΖ Α* S 2. ἥς vel ἀλλὰ καὶ Hu pro ὧν ἐστὶν δοθεῖσα ἐστὶν ἡ λοιπὴ Α(Β³S), prius ἐστὶν om. B¹, alterum Hu 3. ἑκατέρω Hu pro ἡ 3. 4. δοθεῖσά ἐστιν — τῶν ΑΔ add. Hu (alterum) ΑΓ, quod exstat in Α, omittunt insuper BS) 5. ΑΔ Α' in marg. (BS) 7. τὰ ΑΒΓ Α, distinx. BS. item vs. 12 11. κέντρον τὸ ν B Co 14. 15. ΗΑΔ ΗΒΖ ΗΓΕ Α (sed Η simile Ν), τὰς ηβζ γγ Β, τὰς ηβζ γγ S, ter η corr. Sca, ΝΑΔ ΝΒΖ ΝΓΕ Co 17. 18. τὰ ΑΗΓ ΑS, distinx. B 18. δοθεῖσαι ἐστὶν Α(Β¹), δοθεῖσα ἐστὶ Β³(S), corr. Hu auctore Co 21. 22. τῶν ΑΝ ΝΓ ΝΒ ΑΒS Co, corr. Hu 23. ἡ ΑΝ Co 25. 26. ταῦτα μὲν — ἔχεται comi. Hu

ergo propter superius lemma data est $\delta\zeta$. Cuius portio $\beta\zeta$ data est; ergo reliqua $\beta\delta$ data est. Sed etiam utraque rectorum $\alpha\delta$ ($= \delta\zeta + \beta\zeta$) et $\delta\gamma$ ($= \delta\zeta$) data est; ergo unaquaeque rectorum $\alpha\delta$ $\delta\gamma$ $\delta\beta$ data est.

XI. Haec igitur sunt lemmata; theorema autem ab initio propositum (cap. 10) iam demonstratur hunc in modum.

Sint tres circuli, inaequales, inter se tangentes, quorum ^{Prop. 10} diametri datae sint, et centra α β γ , et circa eos describatur tangens ipsos circulus $\delta\epsilon\zeta$, cuius diametrum invenire oportet¹⁾.

Sit eius centrum η , et centra α β γ iungantur rectis $\alpha\beta$ $\beta\gamma$ $\gamma\alpha$, item iungantur $\eta\alpha$ $\eta\beta$ $\eta\gamma$ producanturque ad δ ζ ϵ puncta circumferentiae circuli, cuius centrum η . Iam quia diametri circulorum, quorum centra α β γ , datae sunt, singulae etiam $\alpha\beta$ $\beta\gamma$ $\gamma\alpha$ datae erunt (elem. 3, 12). Et sunt rectorum $\alpha\eta$ $\eta\gamma$ $\eta\beta$ differentiae datae²⁾; ergo propter superius lemma recta $\alpha\eta$ data est³⁾. Sed etiam $\delta\alpha$ data est, itaque diametrum circuli $\delta\epsilon\zeta$ data est. Et haec quidem iam finem habeant; reliqua autem subiungam.

1) Accuratius, nisi fallor, scribebatur "dico eius diametrum datam esse". Praeterea scriptor determinare omittit, quibus finibus radiorum $\delta\alpha$ $\zeta\beta$ $\epsilon\gamma$ proportionibus contineantur, ut circa tres circulos α β γ unus $\delta\epsilon\zeta$ describi possit.

2) Nam quia ex hypothesi η centrum est circuli circa circulos α β γ descripti, est $\eta\alpha + \alpha\delta = \eta\gamma + \gamma\epsilon = \eta\beta + \beta\zeta$, ideoque $\eta\beta - \eta\gamma = \gamma\epsilon - \beta\zeta$, et $\eta\beta - \eta\alpha = \alpha\delta - \beta\zeta$, et $\eta\gamma - \eta\alpha = \alpha\delta - \gamma\epsilon$. Et datae sunt $\gamma\epsilon$ $\beta\zeta$ $\alpha\delta$; ergo etiam differentiae.

3) Etenim in producta $\eta\alpha$ ponatur $\alpha\theta = 2\eta\gamma - \eta\beta - \eta\alpha$; ergo est

$$\eta\beta - \eta\gamma = \eta\gamma - (\eta\alpha + \alpha\theta)$$

$$= \eta\gamma - \eta\delta.$$



Iam vero, ut propositio 9 adhiberi possit, demonstrari oportet trianguli $\delta\beta\gamma$ singula latera data esse; quod etsi neuliquam dubium videtur, tamen qua ratione effectum sit a scriptore, non satis liquet. Porro adhibita propos. 9 apparet datam esse $\delta\eta$, et, quia data est $\delta\alpha$

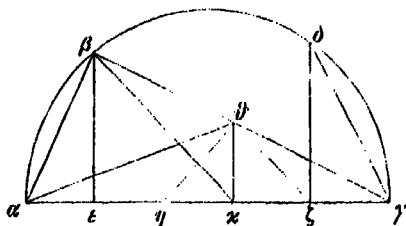
(adnot. 2), etiam $\alpha\eta$ datam esse.

16 ιβ'. "Εστω ἡμικύκλιον τὸ $ABΓ$, καὶ κεκλίσθω ἡ $ΓΒΑ$, καὶ διήχθω ἡ $ΓΔ$, καὶ ἴσῃ ἔστω ἡ $ΓΒ$ συναμφοτέρῳ τῇ AB $ΔΓ$, καὶ κάθετοι ἤχθωσαν ἐπὶ τὴν $ΑΓ$ αἱ BE $ΔΖ$. ὅτι ἡ AZ διπλασίῳ ἐστὶν τῆς BE .

Κελεύει γὰρ τῇ μὲν AB ἴση ἡ BH , τῇ δὲ AB ἴση ἡ $BΘ$, καὶ ἐπιζεύχθωσαν εὐθεῖαι αἱ $AΘ$ $ΘΗ$ $ΘΖ$, καὶ κάθετος ἤχθω ἡ $ΘΚ$, καὶ ἐπιζεύχθω ἡ BK . ἐπεὶ ἡ $ΓΒ$ ἴση ἐστὶν συναμφοτέρῳ τῇ AB $ΔΓ$, ὧν ἡ $BΘ$ τῇ BA ἐστὶν ἴση, λοιπὴ ἄρα ἡ $ΘΓ$ λοιπῇ τῇ $ΓΔ$ ἐστὶν ἴση· καὶ τὸ ἀπὸ τῆς $ΓΔ$ ἄρα ἴσον ἐστὶν τῷ ἀπὸ τῆς $ΓΘ$. τῷ δὲ ἀπὸ τῆς 10 $ΔΓ$ ἴσον ἐστὶν τὸ ὑπὸ τῶν $ΑΓΖ$ · καὶ τὸ ὑπὸ τῶν $ΑΓΖ$ ἄρα ἴσον ἐστὶν τῷ ἀπὸ τῆς $ΓΘ$. ἴση ἄρα ἐστὶν ἡ ὑπὸ τῶν $ΖΘΓ$ γωνία τῇ ὑπὸ τῶν $ΘΑΗ$ γωνία. πάλιν ἐπεὶ τὸ ὑπὸ τῶν $ΓΑΕ$ ἴσον ἐστὶν τῷ ἀπὸ τῆς AB , καὶ τὸ δις ἄρα ὑπὸ τῶν $ΓΑΕ$, τοιούτεστιν τὸ ὑπὸ τῶν $ΓΑΗ$, ἴσον ἐστὶν τῷ δις 15 ἀπὸ τῆς AB , τοιούτεστιν τῷ ἀπὸ τῆς $AΘ$. ἴση ἄρα ἐστὶν ἡ ὑπὸ τῶν $ΑΘΗ$ γωνία τῇ ὑπὸ τῶν $ΘΓΖ$ γωνία. ἐστὶν δὲ καὶ ἡ ὑπὸ τῶν $ΘΑΗ$ ἴση τῇ ὑπὸ τῶν $ΖΘΓ$. λοιπὴ ἄρα ἡ ὑπὸ τῶν $ΑΗΘ$ λοιπῇ τῇ ὑπὸ τῶν $ΘΖΓ$ ἐστὶν ἴση· καὶ ἡ ὑπὸ $ΘΗΖ$ ἄρα τῇ ὑπὸ $ΘΖΗ$ ἐστὶν ἴση. καὶ κάθετος 20 ἤχται ἡ $ΘΚ$. ἴση ἄρα ἐστὶν ἡ ZK τῇ KH . καὶ ἐπεὶ ὁρθὴ ἐστὶν ἑκατέρω τῶν ὑπὸ τῶν $ABΘ$ $AKΘ$, ἐν κύκλῳ ἐστὶν τὸ $ABΘK$ τετράπλευρον· ἴση ἄρα ἐστὶν ἡ ὑπὸ τῶν $BΘΑ$ γωνία τῇ ὑπὸ τῶν BKA . ἡμίσεος δὲ ἐστὶν ἡ ὑπὸ τῶν $BΘΑ$ · ἡμίσεος ἄρα ἐστὶν καὶ ἡ ὑπὸ τῶν BKA . ὁρθὴ δὲ 25 ἐστὶν ἡ ὑπὸ τῶν BEK . ἴση ἄρα ἐστὶν ἡ BE τῇ EK . τῆς

1. $ΓΒ ΑΓ$ in marg. (BS) 1—5. τὸ $ABΓ$ κεκλίσθω ἡ $ΓΒ$ καὶ διήχθω ἡ $ΓΔ$ καὶ | $|||||||$ συναμφοτέρῳ | $|||||||$ κάθετοι ἤχθωσαν | $|||||||$ διπλασίῳ | ἐστὶν τῆς BH καὶ κείσθω γὰρ A , similesque locutione in BS, nisi quod κεκλίσθω ἡ γὰρ B , κεκλίσθω ἡ γὰρ S , et καὶ ante κάθετοι atque ἡ $ΘΖ$ ante διπλασίῳ add. S 4. καὶ (ante κεκλίσθω) add. Sea 3. 3. ἴση συναμφοτέρῳ τῇ AB $ΔΓ$ ἡ BF Sea , ἔστω ἴση ἡ $ΓΒ$ συναμφοτέρῳ τῇ AB $ΔΓ$ Co 3. ἐπὶ τὴν $ΑΓ$ αἱ add. Sea BE $ΔΖ$ · ὅτι ἡ AZ add. Co Sea 4. τῆς BE Co Sea pro τῆς BH 5. 6. ἡ $BΘ$ καὶ A , ἡ BE καὶ B , corr. S 6. ἐπιζεύχθωσαν A , corr. BS 7. ἐπιζεύχθω A , corr. BS ἡ $ΓΒ$ Co pro ἡ $ΓΖ$

XII. Sit semicirculus $\alpha\beta\gamma$, cuius diameter $\alpha\gamma$, et ducatur angulus $\alpha\beta\gamma$, et a puncto γ ad circumferentiam ducatur $\gamma\delta$ ita, ut sit $\gamma\beta = \alpha\beta + \delta\gamma$, et ducantur ad $\alpha\gamma$ perpendiculares $\beta\epsilon$ $\delta\zeta$; dico esse $\alpha\zeta = 2\beta\epsilon$. Prop. 44



Ponatur enim $\epsilon\eta = \alpha\epsilon$, et $\beta\vartheta = \alpha\beta$, et iungantur rectae $\alpha\vartheta$ $\vartheta\eta$ $\vartheta\zeta$, et ducatur perpendicularis $\vartheta\kappa$, et iungatur $\beta\kappa$. Quoniam ex hypothesi est $\gamma\beta = \alpha\beta + \delta\gamma$,

et ex constructione $\beta\vartheta = \beta\alpha$, subtrahendo igitur est

$\vartheta\gamma = \delta\gamma$, ideoque $\vartheta\gamma^2 = \delta\gamma^2$. Sed est $\delta\gamma^2 = \alpha\gamma \cdot \gamma\zeta$ (elem. 10, 53 lemma); ergo

$\vartheta\gamma^2 = \alpha\gamma \cdot \gamma\zeta$, id est $\vartheta\gamma : \alpha\gamma = \gamma\zeta : \vartheta\gamma$; itaque

$\angle \vartheta\alpha\gamma = \angle \zeta\vartheta\gamma$. Rursus quia est (elem. I. c.)

$\alpha\beta^2 = \gamma\alpha \cdot \alpha\epsilon$, est igitur $2\alpha\beta^2 = 2\gamma\alpha \cdot \alpha\epsilon$, id est (quia ex constructione $\beta\vartheta = \alpha\beta$, et $\epsilon\eta = \alpha\epsilon$)

$\alpha\vartheta^2 = \gamma\alpha \cdot \alpha\eta$; id est $\alpha\vartheta : \gamma\alpha = \alpha\eta : \alpha\vartheta$; itaque

$\angle \vartheta\gamma\alpha = \angle \eta\vartheta\alpha$. Sed demonstravimus etiam

$\angle \zeta\vartheta\gamma = \angle \vartheta\alpha\gamma$; ergo triangulorum $\vartheta\gamma\zeta$ $\alpha\vartheta\eta$ reliqui quoque anguli aequales sunt, id est

$\angle \vartheta\zeta\gamma = \angle \alpha\eta\vartheta$; ergo etiam

$\angle \vartheta\zeta\eta = \angle \vartheta\eta\zeta$. Et perpendicularis ducta est $\vartheta\kappa$; ergo

$\zeta\kappa = \kappa\eta$. Et quia uterque angulorum $\alpha\beta\vartheta$ $\alpha\kappa\vartheta$ rectus est, circulo inscriptum est quadrilaterum $\alpha\beta\vartheta\kappa$; itaque (elem. 3, 21)

$\angle \beta\vartheta\alpha = \angle \beta\kappa\alpha$. Sed est angulus $\beta\vartheta\alpha$ dimidius rectus: ergo etiam angulus $\beta\kappa\alpha$ dimidius rectus est. Et est rectus angulus $\beta\epsilon\kappa$; ergo est

49. 20. καὶ ἡ $\widehat{H\theta}$ ἄρα τῇ $\widehat{\theta\zeta}$ ἵσται A(BS), corr. Hu 22. καὶ πάλιν B (vult καὶ ἐν $\pi\acute{\alpha}\lambda\eta$, quod expressit Co. 23 ἄρα add. Hu

δὲ ΕΚ διπλῇ ἐστὶν ἡ ΑΖ (ἐπειταρ ἡ μὲν ΑΕ τῇ ΕΗ ἐστὶν ἴση, ἡ δὲ ΖΚ τῇ ΚΗ)· καὶ τῆς ΕΒ ἄρα διπλῇ ἐστὶν ἡ ΑΖ, ὅπερ: ~

- 17 γ'. Ἐστω ἡμικύκλιον τὸ ΑΒΓ, καὶ πελάσθω ἡ ΑΒΔ, καὶ ἔστω ἴση ἡ ΑΒ τῇ ΒΔ, καὶ τῇ ΒΔ πρὸς ὀρθὰς ἦχθω ἡ ΑΕ, καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ΒΕ, καὶ αὐτῇ πρὸς ὀρθὰς ἦχθω ἡ ΕΖ, καὶ τὸ κέντρον τὸ Η, καὶ ἔστω ὡς ἡ ΑΗ πρὸς ΗΔ, οὕτως ἡ ΑΘ πρὸς ΘΖ, καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ΘΒ· ὅτι ἡ ἐπὶ τῶν ΒΕΔ γωνία ἴση ἐστὶν τῇ ἐπὶ τῶν ΔΕΘ γωνίᾳ.

Ἦχθω ἀπὸ τοῦ Η ἐπὶ τὴν ΒΕ κάθετος ἡ ΗΚ· ἴση¹⁰ ἄρα ἐστὶν ἡ ΒΚ τῇ ΚΕ. καὶ ἐστὶν ὀρθὴ ἡ ἐπὶ τῶν ΒΔΕ· αἱ τρεῖς ἄρα αἱ ΒΚ ΚΔ ΚΕ ἴσαι ἀλλήλαις εἰσὶν. καὶ παράλληλός ἐστιν ἡ ΗΚ τῇ ΕΖ, καὶ ἐπεὶ ἐξήτουν τὴν ἐπὶ τῶν ΚΕΔ γωνίαν τῇ ἐπὶ τῶν ΔΕΘ γωνίᾳ ἴσην, καὶ ἐστὶν ἴση ἡ ΔΚ τῇ ΚΕ, ὅτι ἄρα ἴση ἐστὶν ἡ ἐπὶ ΚΕΔ γωνία¹⁵ τῇ ἐπὶ ΚΔΕ, ὅτι ἄρα καὶ ἡ ἐπὶ ΚΔΕ τῇ ἐπὶ ΔΕΘ ἴση ἐστίν, ὅτι ἄρα παράλληλός ἐστιν ἡ ΔΚ τῇ ΕΘ.

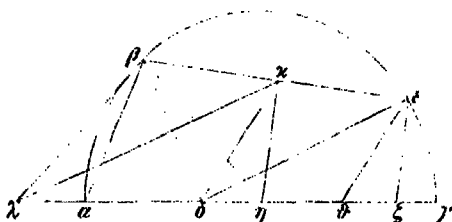
Ἦχθω καὶ τῇ ΔΕ παράλληλος ἡ ΚΑ, καὶ ἐκβεβλήσθω ἡ ΓΔ ἐπὶ τὸ Α, καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ΒΔ. ἐπεὶ οὖν ἡ μὲν ΚΑ τῇ ΔΕ ἐστὶν παράλληλος, ἡ δὲ ΚΗ τῇ ΕΖ, ζητεῖται²⁰ δὲ καὶ ἡ ΚΔ τῇ ΕΘ παράλληλος, ὅτι ἄρα διὰ τὸ ἰσχυρίον εἶναι τὸ μὲν ΚΑΗ τρίγωνον τῷ ΕΔΖ τριγώνῳ, τὸ δὲ ΔΚΗ τῷ ΕΘΖ, ἐστὶν ὡς μὲν ἡ ΑΗ πρὸς ΗΚ, ἡ ΔΖ πρὸς ΖΕ, ὡς δὲ ἡ ΚΗ πρὸς ΗΔ, ἡ ΕΖ πρὸς ΖΘ· ὅτι ἄρα καὶ ὡς ἡ ΑΗ πρὸς ΗΔ, οὕτως ἡ ΔΖ πρὸς ΖΘ (δι' ἴσον γάρ)·²⁵ ὅτι ἄρα καὶ αἱ ἡ ΑΔ πρὸς τὴν ΔΗ, οὕτως ἡ ΔΘ πρὸς τὴν ΘΖ (διελόντι γάρ). ὑπέκειτο δὲ καὶ ὡς ἡ ΔΘ πρὸς

4. $\overline{ΓΑ}$ A¹ in marg. (BS) Ἐστω etc.] hoc theorema posteriore demum aetate Pappi collectioni insertum esse videtur 13. ἐπὶ ἐξήτουν τὴν Α neque haec satis perspicua, ἐπεζεύχθωσαν τὴν Β (sed ἐζεύχθωσαν exprunctum), ἐπεὶ 8, ἐπεὶ ἐστὶν ἡ Σα, quoniam est Co, corr. Hu 14. γωνίαν τῇ ἐπὶ τῶν ΔΕΘ γωνίαν ἴσην ABS, γωνία τῇ — γωνία ἴση Σα (Co) 16. ἐπὶ ΔΕΘ ἴση AB cod. Co, corr. S Co 18. 19. ἐκβεβλήσθω ἡ ΓΔ conl. Hu 20. fortasse ἐπὶ ζητεῖται legendum esse adnotat Σα 24. ὡς δὲ ἡ ΚΗ Α¹, τε del. Α²

$\beta\epsilon = \epsilon\alpha$. Sed est $\epsilon\alpha = \frac{1}{2}\alpha\zeta$ (quoniam ex constructione est $\alpha\epsilon = \epsilon\eta$, et, ut modo demonstravimus, $\zeta\alpha = \alpha\eta$); ergo est

$$\alpha\zeta = 2\beta\epsilon, \text{ q. e. d.}$$

XIII. Sit semicirculus $\alpha\beta\gamma$, et ducatur angulus $\alpha\beta\delta$ ita, ^{Prop}
ut sit $\alpha\beta = \beta\delta$, et ipsi $\beta\delta$ perpendicularis ducatur $\delta\epsilon$ ad ¹²
circumferentiam, et iungatur $\beta\epsilon$, eique perpendicularis ducatur $\epsilon\zeta$ ad basim, et sumatur centrum η , fiatque $\delta\vartheta : \vartheta\zeta = \alpha\eta : \eta\delta^*$, et iungatur $\vartheta\epsilon$; dico angulum $\beta\epsilon\delta$ angulo $\delta\epsilon\vartheta$ aequalem esse.



Ducatur ab η ipsi $\beta\epsilon$ perpendicularis $\eta\kappa$; ergo est $\beta\kappa = \kappa\epsilon$ (elem. 3, 5). Et angulus $\beta\delta\epsilon$ rectus est; ergo tres $\beta\kappa$ $\kappa\delta$ $\kappa\epsilon$ inter se aequales sunt (elem. 3, 31). Ac parallelae sunt $\eta\kappa$ $\zeta\epsilon$; et quia propositum est demonstrare angulum $\beta\epsilon\delta$ angulo $\delta\epsilon\vartheta$ aequalem esse, atque est $\delta\kappa = \kappa\epsilon$, dico igitur angulum $\kappa\epsilon\delta$ angulo $\kappa\delta\epsilon$ aequalem esse, itaque, si propositum iam factum esse statuamus, angulum $\kappa\delta\epsilon$ angulo $\delta\epsilon\vartheta$ aequalem, itaque rectas $\delta\kappa$ $\vartheta\epsilon$ parallelas esse.

Ducatur ipsi $\delta\epsilon$ parallela $\lambda\delta$, et producat $\gamma\alpha$ ad λ , et iungatur $\beta\lambda$. Iam quia parallelae sunt $\lambda\delta$ $\delta\epsilon$, $\alpha\eta$ $\epsilon\zeta$, et propositum est demonstrare rectas $\kappa\delta$ $\epsilon\vartheta$ parallelas esse, dico igitur, quia triangulum $\lambda\kappa\eta$ triangulo $\delta\epsilon\zeta$, et triangulum $\delta\kappa\eta$ triangulo $\vartheta\epsilon\zeta$ est simile, esse

$$\lambda\eta : \eta\kappa = \delta\zeta : \zeta\epsilon, \text{ et}$$

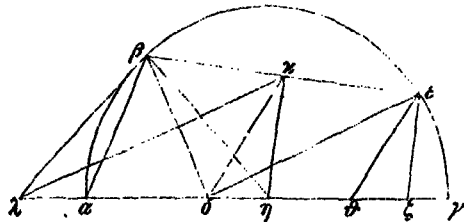
$$\alpha\eta : \eta\delta = \epsilon\zeta : \zeta\vartheta; \text{ itaque ex aequali}$$

$$\lambda\eta : \eta\delta = \delta\zeta : \zeta\vartheta; \text{ ergo dividendo}$$

$$\lambda\delta : \delta\eta = \delta\vartheta : \vartheta\zeta. \text{ Sed ex hypothesis erat}$$

* Id est, recta $\delta\zeta$ iuxta proportionem $\alpha\eta : \eta\delta$ secetur in ϑ .

ΘΖ, οὕτως ἡ ΑΗ πρὸς ΗΑ· ὅτι ἄρα ἐστὶν ὡς ἡ ΑΔ πρὸς ΔΗ, οὕτως ἡ ΔΘ πρὸς ΘΖ, τουτέστιν ἡ ΑΗ πρὸς ΗΑ· ὅτι ἄρα ἴση ἐστὶν ἡ ΑΔ τῇ ΑΗ· ὅτι ἄρα καὶ ἡ ΑΔ τῇ ΑΗ ἐστὶν ἴση. ἀλλὰ καὶ ἡ ΑΒ τῇ ΒΔ ἐστὶν ἴση· ὅτι ἄρα καὶ ἡ ΑΒ τῇ ΒΗ ἐστὶν ἴση. ἀλλὰ ἡ ΒΗ ἐκατέρωθεν τῶν ΑΔ ΑΗ ἐστὶν ἴση· ὅτι ἄρα καὶ ἡ ΒΔ τῇ ΑΔ ἐστὶν ἴση. ἔστιν δέ· ἐπεὶ γὰρ παραλλήλως ἐστὶν ἡ ΚΑ τῇ ΔΒ,



καὶ ἐστὶν ἴση ἡ ΑΚ τῇ ΚΕ, ἴση ἐστὶν καὶ ἡ ὑπὸ τῶν ΒΚΑ γωνία τῇ ὑπὸ τῶν ΑΚΔ. ἐπεὶ οὖν ἴση ἐστὶν ἡ ΒΚ τῇ ΚΑ καὶ γωνία ἡ ὑπὸ τῶν ΒΚΑ γωνία τῇ ὑπὸ τῶν ΑΚΑ¹⁰ ἐστὶν ἴση, καὶ ἡ ΒΔ ἄρα τῇ ΑΔ ἐστὶν ἴση.

- 18 Καὶ ἡ σύνθεσις ἀκολουθῶς τῇ ἀναλύσει. ἐπεὶ γὰρ ἴση ἐστὶν ἡ ΑΚ τῇ ΚΕ, ἴση καὶ γωνία ἡ ὑπὸ ΚΔΕ τῇ ὑπὸ ΚΕΑ. ἀλλ' ἡ μὲν ὑπὸ ΚΔΕ τῇ ὑπὸ ΑΚΑ ἐστὶν ἴση, ἡ δὲ ὑπὸ ΚΕΑ τῇ ὑπὸ ΒΚΑ ἐστὶν ἴση διὰ τὰς ΚΑ ΕΑ¹⁵ παραλλήλους· καὶ ἡ ὑπὸ ΒΚΑ ἄρα τῇ ὑπὸ ΑΚΑ ἐστὶν ἴση. ἔστιν δὲ καὶ ἡ ΒΚ εὐθεῖα τῇ ΚΑ ἴση· καὶ βάσεις ἄρα ἡ ΒΔ βάσει τῇ ΑΔ ἐστὶν ἴση, ὥστε καὶ γωνία ἡ ὑπὸ τῶν ΑΒΔ τῇ ὑπὸ ΒΔΑ, τουτέστιν τῇ ὑπὸ ΔΑΒ, τουτέστιν τῇ ὑπὸ ΑΒΗ. κοινὴ ἀφηρησθῶ ἡ ὑπὸ ΑΒΔ· λοιπὴ ἄρα ἡ ὑπὸ 20 ΑΒΑ λοιπὴ τῇ ὑπὸ ΔΒΗ ἐστὶν ἴση. ἀλλὰ καὶ ἡ ὑπὸ ΒΔΗ τῇ ὑπὸ ΒΔΑ ἐστὶν ἴση· δύο δὲ τρίγωνά ἐστιν τὰ ΒΔΗ ΒΔΑ τὰς δύο γωνίας ταῖς δύο γωνίαις ἴσας ἔχοντα καὶ μίαν πλευρὰν τὴν ΑΒ τῇ ΒΔ· ἴση ἄρα ἡ μὲν ΒΗ τῇ ΒΔ, ἡ δὲ ΑΗ τῇ ΑΔ, ὥστε καὶ ἡ ΑΔ τῇ ΑΗ ἐστὶν ἴση. ἐπεὶ οὖν²⁵ ὑπάρχειται ὡς ἡ ΑΗ πρὸς ΗΑ, ἡ ΔΘ πρὸς ΘΖ, ἴση δέ

3. ἡ ΑΔ τῇ ΑΗ AB, corr. S 15. ἡ δὲ ὑπὸ ΚΔΕ AB, corr. S

16. τῇ ὑπὸ ΚΑΑ AB cod. Co, corr. S Co 18. ἡ ante γωνία addi-

$\alpha\eta : \eta\delta = \delta\theta : \theta\zeta$; itaque

$\lambda\delta : \delta\eta = \alpha\eta : \eta\delta$; ergo est $\lambda\delta = \alpha\eta$; itaque

$\lambda\alpha = \delta\eta$. Sed ex hypothesis est etiam $\alpha\beta = \beta\delta$; ergo

$\lambda\beta = \beta\eta$. Sed est $\beta\eta = \alpha\eta$, et demonstravimus $\alpha\eta = \lambda\delta$; ergo

$\lambda\beta = \lambda\delta$.

Est vero; nam quia parallelae sunt $\lambda\kappa$ $\delta\epsilon$, atque, ut demonstravimus, $\delta\kappa$ $\kappa\epsilon$ aequales, angulus igitur $\beta\kappa\lambda$ angulo $\lambda\kappa\delta$ aequalis est (est enim $\angle \beta\kappa\lambda = \angle \beta\epsilon\delta = \angle \epsilon\delta\kappa = \angle \lambda\kappa\delta$). Iam quia demonstravimus esse $\beta\kappa = \kappa\delta$, et $\angle \beta\kappa\lambda = \angle \lambda\kappa\delta$, est igitur $\lambda\beta = \lambda\delta$.

Et compositio congruenter analysi decurrit. Quoniam enim est

$\delta\kappa = \kappa\epsilon$, est etiam

$\angle \kappa\delta\epsilon = \angle \kappa\epsilon\delta$. Sed propter parallelas $\lambda\kappa$ $\delta\epsilon$ est $\angle \kappa\delta\epsilon$

$= \angle \lambda\kappa\delta$, et $\angle \kappa\epsilon\delta = \angle \beta\kappa\lambda$; ergo etiam

$\angle \beta\kappa\lambda = \angle \lambda\kappa\delta$. Sed triangulorum $\beta\kappa\lambda$ $\delta\kappa\lambda$ communis est latus $\lambda\kappa$, et aequalia latera $\beta\kappa$ $\delta\kappa$; ergo etiam bases aequales, id est

$\beta\lambda = \lambda\delta$, itaque etiam $\angle \lambda\beta\delta = \angle \beta\delta\alpha$. Et est $\angle \beta\delta\alpha$
 $= \angle \beta\alpha\delta$, et $\angle \beta\alpha\delta = \angle \alpha\beta\eta$; ergo

$\angle \lambda\beta\delta = \angle \alpha\beta\eta$. Communis auferatur angulus $\alpha\beta\delta$; restat igitur

$\angle \lambda\beta\alpha = \angle \delta\beta\eta$. Sed (quoniam ex hypothesis $\alpha\beta = \beta\delta$) est etiam

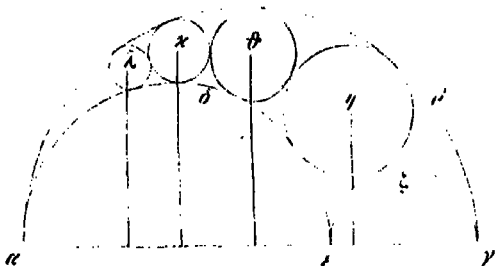
$\angle \lambda\alpha\beta = \angle \eta\delta\beta$; sunt igitur duo triangula $\lambda\alpha\beta$ $\eta\delta\beta$, quae binos angulos binis aequales et unum latus $\alpha\beta$ lateri $\delta\beta$ aequale habeant; ergo est $\beta\lambda = \beta\eta$, et $\lambda\alpha = \eta\delta$; itaque etiam

$\lambda\delta = \alpha\eta$. Iam quia ex hypothesis est $\alpha\eta : \eta\delta = \delta\theta : \theta\zeta$, et $\alpha\eta = \lambda\delta$, est igitur

tum in ABS del. Hu 19. $\tau\eta\ \acute{\epsilon}\pi\acute{o}\ \overline{B\Gamma A}$ $\tau\eta\ \acute{\epsilon}\pi\acute{o}\ \overline{B\Gamma}\ \overline{\Gamma A}$ AB, corr. S 24. $\tau\eta\ \overline{AB}$ $\tau\eta\ \overline{B\Gamma}$ A. $\tau\eta\ \overline{\alpha\beta}$ $\tau\eta\ \overline{\beta\delta}$ S, corr. B 25. $\tau\eta\ \overline{AB}$ $\acute{\epsilon}\sigma\tau\iota\upsilon$ AB, corr. S

ἡ AH τῇ AI , ἔστιν ἄρα ὡς ἡ AA πρὸς AH , ἡ 16
 πρὸς ΘZ . συνθέντι ἄρα ὡς ἡ AH πρὸς HAI , ἡ AZ πρὸς
 $Z\Theta$. ἔστιν δὲ καὶ ὡς ἡ AH πρὸς HK , ἡ AZ πρὸς ZE .
 ἐξ ἴσου ἄρα καὶ ὡς ἡ KH πρὸς HAI , ἡ EZ πρὸς $Z\Theta$. καὶ
 ἔστιν ἴση ἡ ὑπὸ EZO τῇ ὑπὸ KHI διὰ τὸ παραλλήλους
 εἶναι τὰς EZ KH . ἴση ἄρα καὶ ἡ ὑπὸ EOZ τῇ ὑπὸ KIH .
 παράλληλος ἄρα ἔστιν καὶ ἡ KI τῇ EO . ἴση ἄρα ἔστιν ἡ
 ὑπὸ KAB , τουτέστιν ἡ ὑπὸ KEI γωνία τῇ ὑπὸ $AE\Theta$.

- 19 ιδ'. Φέρεται ἔν τιςιν ἀρχαία πρότασις τοιαύτη· ὁλο-
 κείσθω τρία ἡμικύκλια ἐφαπτόμενα ἀλλήλων τὰ $AB\Gamma$ AE 10
 $EZ\Gamma$, καὶ εἰς τὸ μεταξὺ τῶν περιφερειῶν αὐτῶν χωρίον,



ὃ δὲ καλοῦσιν ἄρβηλον, ἐγγεγράφωσαν κύκλοι ἐφαπτό-
 μενοι τῶν τε ἡμικυκλίων καὶ ἀλλήλων ὁσοιδηποτοῦν, ὡς
 οἱ περὶ κέντρα τὰ $H \Theta K A$. δεῖξαι τὴν μὲν ἀπὸ τοῦ H
 κέντρου κάθετον ἐπὶ τὴν AI ἴσην τῇ διαμέτρῳ τοῦ περὶ 15
 τὸ H κύκλου, τὴν δ' ἀπὸ τοῦ Θ κάθετον διπλασίαν τῆς
 διαμέτρου τοῦ περὶ τὸ Θ κύκλου, τὴν δ' ἀπὸ τοῦ K κά-
 θετον τριπλασίαν, καὶ τὰς ἐξῆς καθέτους τῶν οἰκείων δια-
 μέτρων πολλαπλασίας κατὰ τοὺς ἐξῆς μονάδι ἀλλήλων ὑπερ-
 έχοντας ἀριθμοὺς ἐπ' ἀπειρον γινομένης τῆς τῶν κύκλων 20
 ἔγγραφης. δειχθήσεται δὲ πρότερον τὰ λαμβανόμενα.

- 20 ιε'. Ἐστωσαν δύο κύκλοι οἱ ZB BM περὶ κέντρα τὰ
 $A \Gamma$ ἐφαπτόμενοι ἀλλήλων κατὰ τὸ B , καὶ μείζων ἔστω
 ὁ BM , ἄλλος δὲ τις ἐφαπτόμενος αὐτῶν κατὰ τὰ $K A$
 περὶ κέντρον τὸ H ὁ KA , καὶ ἐπεξείχθωσαν αἱ ΓH AH 25

$\lambda\delta : \delta\eta = \delta\theta : \theta\zeta$; componendo igitur

$\lambda\eta : \eta\delta = \delta\zeta : \zeta\theta$. Sed propter parallelas $\eta\kappa$ $\zeta\epsilon$ et $\lambda\kappa$
 $\delta\epsilon$ est etiam

$\lambda\eta : \eta\kappa = \delta\zeta : \zeta\epsilon$; ex aequali igitur

$\eta\kappa : \eta\delta = \zeta\epsilon : \zeta\theta$. Et propter parallelas $\kappa\eta$ $\epsilon\zeta$ est
 $\angle \kappa\eta\delta = \angle \epsilon\zeta\theta$; ergo propter
elem. 6, 6 est

$\angle \kappa\delta\eta = \angle \epsilon\theta\zeta$; itaque parallelae sunt $\kappa\delta$ $\epsilon\theta$; ergo

$\angle \kappa\delta\epsilon = \angle \delta\epsilon\theta$. Et est $\angle \kappa\delta\epsilon = \angle \kappa\epsilon\delta$ sive $\beta\epsilon\delta$; ergo
 $\angle \beta\epsilon\delta = \angle \delta\epsilon\theta$.

XIV. Circumfertur in quibusdam libris antiqua propositio huius modi. Supponantur tres semicirculi inter se tangentes $\alpha\beta\gamma$ $\alpha\delta\epsilon$ $\epsilon\zeta\gamma$, et in spatium inter circumferentias interiectum, quod *ἄρβηλον* sive *scalprum* vocant, inscribantur circuli quotcunque, qui et semicirculos et sese invicem tangant, velut circa centra η θ κ λ ; demonstretur perpendicularem quae a centro η ad $\alpha\gamma$ ducitur aequalem esse diametro circuli η , et perpendicularem a θ duplam diametri circuli θ , et perpendicularem a κ triplam diametri circuli κ , et, quae deinceps perpendiculares ex centrīs ducuntur, eas diametrorum, quae cuiusque sunt circuli, multiplas esse secundum numerorum seriem per unitates progredientem, et ita quidem, ut circulorum inscriptio in infinitum fiat. Sed prius *lemmata*, quae ad eam propositionem adhibentur, demonstrabuntur.

XV. Sint duo circuli $\zeta\beta$ $\beta\mu$ circa centra γ α , sese in Prop.
puncto β tangentes, sitque maior $\beta\mu$, alius autem circulus $\lambda\kappa$
circa centrum η tangat eos in punctis λ κ , et iungantur $\gamma\eta$ ⁴³

2. ἄρα add. Hu auctore Co 4. $\xi\zeta$ $\gamma\sigma\alpha\iota$ ἄρα add. Hu 5. $\tau\eta\iota$
 $\delta\eta\delta$ $K\eta\eta$ ABS, corr. Co 8. $\delta\eta\delta$ (ante $K\delta\epsilon$) add. Hu $K\delta\epsilon$
 $\tau\alpha\iota\eta\eta$ $\delta\eta\delta$ A^1 , $\tau\epsilon\sigma$ superscr. A^2 , plane corr. BS 9. $\delta\eta\delta$ A^1 in marg.
(BS) 12. $\delta\eta\delta$ $\delta\eta\delta$ $\alpha\delta\eta$ A , coniunx. BS 44. $\tau\alpha$ $\gamma\eta\eta$ $\theta\kappa\lambda$ A ,
distinx. BS, Z del. Co 24. $\delta\eta\delta$ $\delta\eta\delta$ A^2 ex $\delta\eta\delta$ $\delta\eta\delta$ $\tau\alpha$ ante
 $\delta\eta\delta$ $\delta\eta\delta$ additum in AB del. S 22. $\delta\eta\delta$ add. B 22. 23. $\tau\alpha$ $\delta\eta\delta$
 A , distinx. BS 24. $\tau\alpha$ $\delta\eta\delta$ et similiter posthac A , distinx. BS
25. δ $K\lambda$ Hu auctore Co pro $\theta\kappa\lambda$

(μεσοῦνται δὴ διὰ τῶν $K A$), καὶ ἡ ἐπὶ τὰ $K A$ ἐπι-
 ζυγνυμένη εὐθεία ἐκβαλλομένη τεμεῖ μὲν τὸν ZB κύκλον,
 συμπίπτει δὲ τῇ διὰ τῶν $A Γ$ κέντρων ἐκβαλλομένη εὐθείᾳ
 διὰ τὸ μέζονα εἶναι τὴν AK πλευρὰν τῆς $Γ A$ τοῦ $AKA Γ$
 τραπέζιου· συμπίπτει οὖν κατὰ τὸ E τέμνουσα τὸν κύκλον⁵
 κατὰ τὸ A · δεῖξαι ὅτι ἔστιν ὡς ἡ AB πρὸς $B Γ$, οὕτως ἡ
 AE πρὸς $E Γ$.

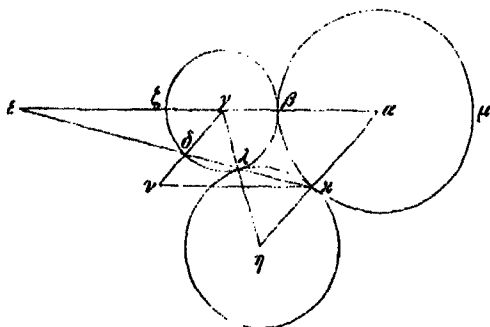
"Ἐστὶν δὲ φανερόν [ἐπιζυγνύσεως τῆς $Γ A$]· γίνεται γὰρ
 ἰσογώνια τὰ $Γ A A AKH$ τρίγωνα τὰς κατὰ κορυφὴν γωνίας
 [πρὸς τῷ A] ἴσας ἔχοντα καὶ περὶ τὰς $Γ H$ γωνίας τὰς¹⁰
 πλευρὰς ἀνάλογον [ἔχοντα], ὥστε ἴσας εἶναι τὰς ὑπὸ $ΑΓΗ$
 $ΓΗ A$ γωνίας ἐναλλάξ, καὶ παράλληλον τὴν $Γ A$ τῇ AH ,
 καὶ ὡς τὴν AE πρὸς τὴν $E Γ$, τὴν AK πρὸς $Γ A$, τουτ-
 ἔστιν τὴν AB πρὸς $B Γ$.

- 21 Καὶ τὸ ἀναστρόφιον δὲ φανερόν ἐστιν. ἐὰν γὰρ ἡ ὡς¹⁵
 ἡ AB πρὸς $B Γ$, οὕτως ἡ AE πρὸς $E Γ$, ἡ $K A$ ἐπ' εὐθείας
 γίνεται τῇ AE .

Παράλληλός τε γὰρ ἐστὶν ἡ AK τῇ $Γ A$ καὶ ἔστιν ὡς
 ἡ AB πρὸς $B Γ$, τουτέστιν ὡς ἡ AE πρὸς $E Γ$, ἡ AK
 πρὸς $Γ A$ · ἐπ' εὐθείας ἄρα ἐστὶν ἡ $K A$ τῇ AE . εἰ γὰρ²⁰
 ἡ διὰ τῶν $K E$ οὐχ ἦξει καὶ διὰ τοῦ A , ἀλλὰ διὰ τοῦ $Θ$,
 γίνεται ὡς ἡ AE πρὸς $E Γ$, ἡ AK πρὸς $Γ Θ$, ὅπερ ἀδύνα-
 τον. ὁμοίως οὐδὲ τοῦ A ἐκτὸς ἦξει τέμνουσα τὴν $Γ A$ ἐκ-

1. μεσοῦνται A²:BS), πεσοῦνται correctum ex πεσοῦσαι A¹, δισοῦσαι
 conit. Hu 2. τὸν $\overline{B}$ κύκλον A, τὸν $\overline{\beta}$ κύκλον B¹, τὸν $\overline{\beta\mu}$ κύκλον B²,
 τὸν $\overline{\eta\theta\lambda}$ κύκλον S, corr. Hu 3. συμπεσεῖται voluit Co 3. 4. ἐκ-
 βαλλομένη εὐθεῖα ||| τὸ μέζονα A, εὐθεῖα (sic) corr. altera manus in
 Paris. 2868, διὰ add. BS 4. 5. τῆς $\overline{Γ A}$ τοῦ $\overline{AK}$ $\overline{A Γ}$ τραπέζιου A,
 τῆς $\overline{\gamma\lambda}$ τοῦ $\overline{ακ\lambda\gamma}$ τραπέζιου BS, corr. Hu 5. τὴν κυκλὸν A, corr. BS
 8. ἐπιζυγνύσεως τῆς $\overline{Γ A}$ interpolatori tribuit Hu (nam iungendam esse
 dy scriptor iam supra verbis τοῦ $\overline{AKA Γ}$ τραπέζιου significavit)
 10. πρὸς τῷ $\overline{A}$ A¹, πρὸς τὸ $\overline{\lambda}$ BS, del. Hu τὰς $\overline{Γ H}$ A, distinx. BS
 11. ἔχοντα interpolatori tribuit Hu ὑπὸ $\overline{A Γ H}$ Sea (ὑπὸ $\overline{H Γ A}$ Co)
 pro ὑπὸ $\overline{A H Γ}$ 12. τῇ $\overline{A H}$] καὶ τῇ $\overline{AK}$ AS cod. Co, καὶ del. B
 Co Sea, $\overline{A H}$ corr. Hu 13. post τὴν $\overline{E Γ}$ add. τ^ς Paris. 2868 S (vo-
 luerunt οὕτως) 19. ἡ $\overline{AE}$ A² ex ἡ $\overline{A\epsilon}$ 20. ἡ $\overline{K A}$ Co Sea pro ἡ
 $\overline{Γ A}$ 23. τέμνουσα· τὴν A

βληθεῖσαν, οἷον κατὰ τὸ N · ἔσται γὰρ πάλιν ὡς ἡ AB πρὸς EG , ἡ AK πρὸς GN , ἥπερ ἀδύνατον· ἔστιν γὰρ πρὸς τὴν GA .



Ἡ οὕτως. διὰ τοῦ K τῇ AE παράλληλος ἡ KN ἤχθω, καὶ γίνεται παραλληλόγραμμον τὸ $ΑΓΝΚ$, καὶ ἴση ἡ AK τῇ GN . καὶ ἐπεὶ ἔστιν ὡς ἡ AE πρὸς EI , οὕτως ἡ AK , τουτέστιν ἡ GN , πρὸς GA , διελόντι ὡς ἡ AG πρὸς GE , ἡ NA πρὸς AG . ἐναλλάξ ὡς ἡ AI , τουτέστιν ὡς ἡ KN , πρὸς NA , οὕτως ἡ EG πρὸς GA . καὶ περὶ τὰς ἴσας γωνίας τὰς πρὸς τοῖς N $Γ$ αἱ πλευραὶ ἀνάλογόν εἰσιν· ὁμοιον ¹⁰ ἄρα ἔστιν τὸ EAG τρίγωνον τῷ ANK τριγώνῳ· ἴση ἄρα ἔστιν ἡ ὑπὸ EAG γωνία τῇ ὑπὸ NAK . καὶ ἔστιν εὐθεία ἡ GN · εὐθεῖα ἄρα καὶ ἡ $KAΕ$.

22 Λέγω δὴ ὅτι καὶ τὸ ὑπὸ KEA ἴσον ἔστιν τῷ ἀπὸ EB .

Ἐπεὶ γὰρ ὡς ἡ AB πρὸς EI , οὕτως ἡ AB πρὸς BI , ¹⁵ τουτέστιν πρὸς GZ , ἔσται καὶ ἡ λοιπὴ ἡ BE πρὸς λοιπὴν τὴν EZ ὡς ἡ AE πρὸς EI , τουτέστιν ὡς ἡ KE πρὸς EA . ἀλλ' ὡς μὲν ἡ KE πρὸς EA , οὕτως τὸ ὑπὸ KEA πρὸς τὸ ὑπὸ AB EA , ὡς δὲ ἡ BE πρὸς EZ , οὕτως τὸ ἀπὸ τῆς BE πρὸς τὸ ὑπὸ BEZ , καὶ ἔστιν ἴσον τὸ ὑπὸ AE EA ²⁰ τῷ ὑπὸ BE EZ · ἴσον ἄρα καὶ τὸ ὑπὸ KEA τῷ ἀπὸ EB .

23 ις'. Αὐτο ἡμικύκλια τὰ BHI BEA , καὶ ἐφαπτόμενος αὐτῶν κύκλος ὁ $EZHΘ$, ἀπὸ δὲ τοῦ κέντρου αὐτοῦ τοῦ A κάθετος ἤχθω ἐπὶ τὴν BI βάσιν τῶν ἡμικυκλίων ἡ AM . ὅτι ἔστιν ὡς ἡ MB πρὸς τὴν $εκ$ τοῦ κέντρου τοῦ $EZHΘ$ ²⁵

transibit, rectam $\gamma\delta$ productam, velut in ν , secans; erit enim rursus $\alpha\epsilon : \epsilon\gamma = \alpha x : \gamma\nu$, quod fieri non potest; est enim $\alpha\epsilon : \epsilon\gamma = \alpha x : \gamma\delta$.

Vel sic demonstratur. Ducatur per x ipsi $\alpha\epsilon$ parallela $x\nu$, ac sit parallelogrammum $\alpha\gamma\nu x$, et $\alpha x = \gamma\nu$. Et quoniam est

$\alpha\epsilon : \epsilon\gamma = \alpha x : \gamma\delta$, id est $= \gamma\nu : \gamma\delta$, dirimendo est

$\alpha\gamma : \gamma\epsilon = \nu\delta : \delta\gamma$. Et vicissim

$\alpha\gamma : \nu\delta = \gamma\epsilon : \delta\gamma$, id est (quia $\alpha\gamma = \nu\delta$)

$x\nu : \nu\delta = \gamma\epsilon : \delta\gamma$. Et circa aequales angulos $x\nu\gamma$ $\epsilon\gamma\nu$ triangulorum $x\nu\delta$ $\epsilon\gamma\delta$ latera proportionalia sunt; ergo $\Delta x\nu\delta \sim \Delta \epsilon\gamma\delta$; itaque

$\angle \epsilon\delta\gamma = \angle x\delta\nu$. Atque ex constructione recta est $\gamma\delta\nu$; ergo etiam recta est quae per x δ ϵ transit⁴⁾.

Dico insuper esse $x\epsilon \cdot \epsilon\lambda = \epsilon\beta^2$.

Quoniam enim est $\alpha\epsilon : \epsilon\gamma = \alpha\beta : \beta\gamma = \alpha\beta : \zeta\gamma$, per subtractionem erit $\alpha\epsilon - \alpha\beta : \epsilon\gamma - \zeta\gamma$, id est $\beta\epsilon : \epsilon\zeta = \alpha\epsilon : \epsilon\gamma = x\epsilon : \epsilon\delta$. Sed est $x\epsilon : \epsilon\delta = x\epsilon \cdot \epsilon\lambda : \epsilon\delta \cdot \epsilon\lambda$, et $\beta\epsilon : \epsilon\zeta = \beta\epsilon^2 : \beta\epsilon \cdot \epsilon\zeta$, et est $\lambda\epsilon \cdot \epsilon\delta = \beta\epsilon \cdot \epsilon\zeta$ (elem. 3, 36); ergo etiam $x\epsilon \cdot \epsilon\lambda = \epsilon\beta^2$.

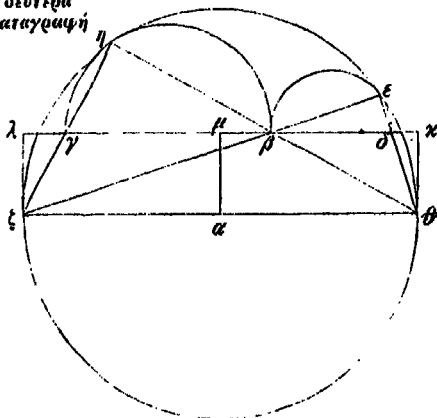
XVI. Sint duo semicirculi $\beta\eta\gamma$ $\beta\epsilon\delta$ sese tangentes in puncto β , et tangens eos circulus $\epsilon\zeta\eta\theta$, cuius a centro α ad $\beta\gamma$ basin semicirculorum ducatur perpendicularis $\alpha\mu$, et sit $\alpha\zeta$ circuli $\epsilon\zeta\eta\theta$ radius; dico esse in prima figura

4) Quia recta est $\gamma\delta\nu$, anguli $\gamma\delta x + x\delta\nu$ duobus rectis aequales sunt. Sed est $\angle x\delta\nu = \angle \epsilon\delta\gamma$; ergo etiam anguli $\epsilon\delta\gamma + \gamma\delta x$ duobus rectis aequales sunt, itaque recta est quae per x δ ϵ transit (Co).

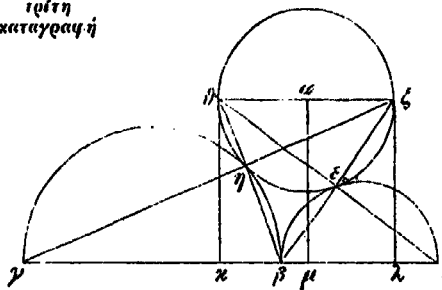
5. τὸ $\overline{A\Gamma K N}$ ABS, corr. Co 10. τοῖς $\overline{N\Gamma}$ AS, distinx. B
19. τὸ ἐπὶ $\overline{A\epsilon}$ $\overline{E\delta}$ AB cod. Co, corr. S (τὸ ἐπὶ $\overline{A\epsilon\delta}$ Co) 20. πρὸς
τὸ ἐπὶ $\overline{||Z}$ A, πρὸς τὸ $\epsilon\epsilon\epsilon$ $\overline{\beta\epsilon\zeta}$ B¹, corr. H² (τὸ ἐπὶ τῶν $\overline{\beta\epsilon\zeta}$ S) 21. ἄρα
καὶ $\overline{||}$ ἐπὶ $\overline{||}$ τοῖς A, integram scripturam servarunt BS 22. $\overline{\Gamma\zeta}$ A¹
in marg. (BS) τὰ $\overline{H\Gamma\Gamma}$ AB, τὰ $\overline{a\beta\gamma}$ S, corr. Co 23. ὁ $\overline{E\zeta}$ $\overline{H\theta}$
A(S), coniunx. B 25. αἷς add. Hu auctore Co

$\beta\mu : \alpha\zeta = \beta\gamma + \beta\delta : \beta\gamma - \beta\delta = \beta\gamma + \beta\delta : \gamma\delta$, in secunda autem et tertia figura
 $= \beta\gamma - \beta\delta : \beta\gamma + \beta\delta = \beta\gamma - \beta\delta : \gamma\delta$.

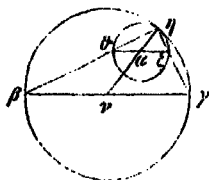
διωτέρα
καταγραφή



ισότης
καταγραφή



Ducatur per α ipsi $\beta\gamma$ parallela $\theta\zeta$. Iam quia duo circuli $\beta\eta\gamma$ $\epsilon\zeta\eta\theta$ inter se tangunt in puncto η , in iisque diametri $\beta\gamma$ $\zeta\theta$ parallelae sunt, recta erit et quae per η θ , et quae per η ζ γ transit¹⁾. Rursus quia circuli $\beta\epsilon\delta$ $\epsilon\zeta\eta\theta$ inter se tangunt in puncto ϵ , in iisque diametri $\theta\zeta$ $\beta\delta$ parallelae sunt, recta erit et quae per ζ ϵ β , et quae per θ ϵ δ transit. Ducantur a punctis θ ζ ad basim perpendiculares $\theta\alpha$ $\zeta\lambda$; erit igitur propter triangulorum $\beta\eta\gamma$ $\beta\alpha\theta$ similitudinem $\beta\gamma : \beta\eta = \beta\theta : \beta\alpha$, et



1) tangatur enim (in prima figura) $\eta\alpha$; haec igitur producta transit per ν circuli $\beta\eta\gamma$ centrum. Iam ducantur $\beta\eta$ $\theta\eta$; ergo, quia $\theta\alpha$ $\beta\nu$ parallelae sunt, estque $\theta\alpha : \beta\nu = \alpha\eta : \nu\eta$, secundum ea quae supra propos. 43 cap. 24 demonstrata sunt recta $\theta\eta$ ipsius $\beta\eta$ pars est. Item puncta η ζ γ in eadem recta esse ostenditur. Ac similis est demonstratio in reliquis figuris.

πίπτει, τῷ ἀπὸ τῆς *ΒΔ*. ἐπὶ μὲν ἄρα τῆς πρώτης κατα-
 γραφῆς ὡς ἡ *ΓΒ* πρὸς *ΒΔ*, οὕτως ἡ *ΑΒ* πρὸς τὴν *ΒΚ*,
 ὥστε καὶ συναμφοτέρος ἡ *ΓΒ ΒΔ* πρὸς τὴν ὑπεροχὴν αὐ-
 τῶν τὴν *ΓΔ*, οὕτως καὶ συναμφοτέρος ἡ *ΑΒ ΒΚ* πρὸς τὴν
 ὑπεροχὴν αὐτῶν τὴν *ΚΔ*. καὶ ἔστι συναμφοτέρου μὲν τῆς⁵
ΑΒ ΒΚ ἡμίσεια ἡ *ΒΜ* (διὰ τὸ ἴσιν εἶναι τὴν *ΚΜ* τῇ
ΜΔ), τῆς δὲ *ΔΚ* ἡμίσεια ἡ *ΜΚ*. καὶ ὡς ἄρα συναμφο-
 τέρος ἡ *ΓΒ ΒΔ* πρὸς τὴν *ΓΔ*, οὕτως ἡ *ΒΜ* πρὸς *ΜΚ*,
 τουτέστιν πρὸς τὴν ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ *ΕΖΗΘ* κύκλου.
 ἐπὶ δὲ τῆς δευτέρας καὶ τρίτης καταγραφῆς, ἐπεὶ τὸ ὑπὸ¹⁰
ΓΒΚ ἴσον δδείχθη [καὶ κοινῶς] τῷ ὑπὸ *ΑΒΔ*, ὡς ἄρα ἡ
ΓΒ πρὸς *ΒΔ*, οὕτως ἡ *ΑΒ* πρὸς τὴν *ΒΚ*. συνθέντι ὡς
 ἡ *ΓΔ* πρὸς *ΔΒ*, ἡ *ΚΔ* πρὸς *ΚΒ*. ὥστε καὶ ὡς ἡ *ΓΔ*
 πρὸς τὴν τῶν *ΓΒ ΒΔ* ὑπεροχὴν, οὕτως ἡ *ΚΔ* πρὸς τὴν
 τῶν *ΑΒ ΒΚ* ὑπεροχὴν. καὶ ἔστι τῆς μὲν *ΚΔ* ἡμίσεια ἡ¹⁵
 ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ *ΕΖΗΘ* κύκλου [ἀντὶ τῆς *ΑΜ*], ἡ δὲ
ΒΜ ἡμίσεια τῆς τῶν *ΑΒ ΒΚ* ὑπεροχῆς διὰ τὸ ἴσιν εἶναι
 τὴν *ΑΜ* τῇ *ΜΚ*, ὥστε καὶ ὡς ἡ *ΜΒ* πρὸς τὴν ἐκ τοῦ
 κέντρου τοῦ *ΕΖΗΘ* κύκλου, οὕτως ἐπὶ μὲν τῆς πρώτης
 καταγραφῆς συναμφοτέρος ἡ *ΓΒ ΒΔ* πρὸς τὴν ὑπεροχὴν²⁰
 αὐτῶν τὴν *ΓΔ*, ἐπὶ δὲ τῆς δευτέρας καὶ τῆς τρίτης ἡ τῶν
ΓΒ ΒΔ ὑπεροχὴ πρὸς συναμφοτέρον τὴν *ΓΒΔ*, τουτέστιν
 τὴν *ΓΔ* [ἀνάπαλιν γάρ].

4. 5. οὕτως καὶ — αὐτῶν τὴν add. Co, item Sea. nisi quod οὕτως
 et ἡ *λpx* scripsit (voluit ἡ *λpx*!) 5. ἔστι (sic) AS, ἔστι B, item vs. 13
 6. 7. τῇ *ΜΔ* Sea, τῇ *ΜΔ* ABS, τῇ *ΜΔ* vel potius τῇ *ΘΔ* Co
 7. ἡμίσειαν τὴν *ΜΚ* ABS, corr. Hu 9. τουτέστιν B, τουτέστιν A'S
 τοῦ *ΕΖ ΗΘ* A, continx. BS 10. ἐπὶ A² ex ἐπὶ 11. καὶ κοινῶς
 interpolatori tribuit Hu 15. 16. ἡμίσεια ἐκ τοῦ κέντρου *ΕΖ ΗΘ*
 A(BS), ἡ add. Sea, τοῦ (post κέντρον) add. Hu, ἐξῆθ continx. BS
 16. ἀντὶ τῆς *ΑΜ* interpolatori tribuit Hu 18. τῇ *ΜΚ* Sea, τῇ *ΑΚ*
 ABS cod. Co, τῇ *ΑΖ* Co 19. οὕτως ἐπὶ Co Sea pro ὅπως ἡ
 21. τῶν add. Sea 23. τὴν add. Hu ἀνάπαλιν γάρ interpolatori
 (qui significavit proportionem quae vs. 13 legitur e contrario mutatum
 esse in eam quae est vs. 18 sqq.) tribuit Hu

$\beta\gamma \cdot \beta\kappa = \beta\eta \cdot \beta\vartheta$, et propter triangulorum $\beta\lambda\zeta$ $\beta\epsilon\delta$ similitudinem $\beta\zeta : \beta\lambda = \beta\delta : \beta\epsilon$, et
 $\beta\delta \cdot \beta\lambda = \beta\zeta \cdot \beta\epsilon$, et est $\beta\eta \cdot \beta\vartheta = \beta\zeta \cdot \beta\epsilon$ (elem. 3, 56);
 ergo etiam
 $\beta\gamma \cdot \beta\kappa = \beta\delta \cdot \beta\lambda$, vel, si perpendicularis a ζ in punctum δ cadat,

$= \beta\delta^2$. Ergo in prima figura est

$\beta\gamma : \beta\delta = \beta\lambda : \beta\kappa$, itaque etiam²⁾

$\beta\gamma + \beta\delta : \beta\gamma - \beta\delta = \beta\lambda + \beta\kappa : \beta\lambda - \beta\kappa$, id est

$\beta\gamma + \beta\delta : \gamma\delta = \beta\lambda + \beta\kappa : \lambda\kappa$. Et est $\frac{1}{2} (\beta\lambda + \beta\kappa) = \beta\mu$ (quia $\kappa\mu = \mu\lambda$, itaque
 $\beta\lambda + \beta\kappa = 2\beta\mu + 2\mu\kappa = 2\beta\mu$),
 et $\frac{1}{2} \lambda\kappa = \mu\kappa$; ergo etiam

$\beta\gamma + \beta\delta : \gamma\delta = \beta\mu : \mu\kappa$, id est

$= \beta\mu : \alpha\zeta$. In secunda autem et tertia figura, quia demonstratum est

$\beta\gamma \cdot \beta\kappa = \beta\delta \cdot \beta\lambda$, est igitur

$\beta\gamma : \beta\delta = \beta\lambda : \beta\kappa$. Et componendo $\gamma\delta : \beta\delta = \lambda\kappa : \beta\kappa$;
 itaque etiam³⁾

$\gamma\delta : \beta\gamma - \beta\delta = \lambda\kappa : \beta\lambda - \beta\kappa$. Et est $\frac{1}{2} \lambda\kappa = \alpha\zeta$, et
 $\frac{1}{2} (\beta\lambda - \beta\kappa) = \beta\mu$, quia $\beta\lambda - \beta\kappa = \lambda\mu + \beta\mu - \mu\kappa + \beta\mu$, et $\lambda\mu = \mu\kappa$; itaque etiam

$\beta\gamma - \beta\delta : \gamma\delta = \beta\mu : \alpha\zeta$. Ergo est in prima figura

$\beta\mu : \alpha\zeta = \beta\gamma + \beta\delta : \beta\gamma - \beta\delta = \beta\gamma + \beta\delta : \gamma\delta$, in secunda autem et tertia figura
 $= \beta\gamma - \beta\delta : \beta\gamma + \beta\delta = \beta\gamma - \beta\delta : \gamma\delta$.

2) Quoniam enim est $\beta\gamma : \beta\delta = \beta\lambda : \beta\kappa$, primum componendo, tum e contrario, denique convertendo sunt

$\beta\gamma + \beta\delta : \beta\delta = \beta\lambda + \beta\kappa : \beta\kappa$

$\beta\delta : \beta\gamma = \beta\kappa : \beta\lambda$

$\beta\gamma : \beta\gamma - \beta\delta = \beta\lambda : \beta\lambda - \beta\kappa$; ergo ex aequali

$\beta\gamma + \beta\delta : \beta\gamma - \beta\delta = \beta\lambda + \beta\kappa : \beta\lambda - \beta\kappa$.

3) Est igitur

$\gamma\delta : \beta\delta = \lambda\kappa : \beta\kappa$, et e contrario, quia $\beta\gamma : \beta\delta = \beta\lambda : \beta\kappa$,

$\beta\delta : \beta\gamma = \beta\kappa : \beta\lambda$, et convertendo eadem proportionem

$\beta\gamma : \beta\gamma - \beta\delta = \beta\lambda : \beta\lambda - \beta\kappa$; ergo ex aequali

$\gamma\delta : \beta\gamma - \beta\delta = \lambda\kappa : \beta\lambda - \beta\kappa$.

Simul etiam demonstratur esse $\beta x \cdot \lambda \gamma = \alpha \mu^2$. Nam propter triangulorum $\beta x \theta$ $\zeta \lambda \gamma$ similitudinem⁴ est

$$\beta x : x \theta = \zeta \lambda : \lambda \gamma, \text{ atque}$$

$$\beta x \cdot \lambda \gamma = x \theta \cdot \zeta \lambda, \text{ id est quia } x \theta = \zeta \lambda = \alpha \mu, \\ = \alpha \mu^2.$$

Sed, quia est $\beta \gamma : \gamma \delta = \beta \lambda : x \lambda$ ⁵, est etiam

$$\beta \gamma \cdot x \lambda = \beta \lambda \cdot \gamma \delta,$$

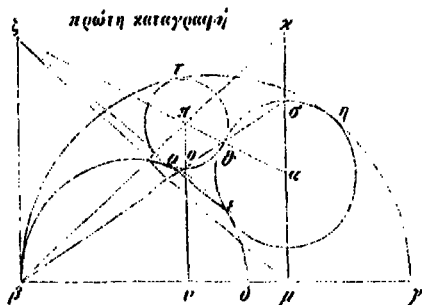
id est rectangulum ex $\beta \gamma$ et (quia $x \lambda = \theta \zeta$) circuli $\epsilon \zeta \eta \theta$ diametro aequale rectangulo $\beta \lambda \cdot \gamma \delta$.

Denique, quia est $\beta \delta : \gamma \delta = \beta x : x \lambda$ ⁶, est etiam

$$\beta \delta \cdot x \lambda = \beta x \cdot \gamma \delta,$$

id est rectangulum ex $\beta \delta$ et circuli $\epsilon \zeta \eta \theta$ diametro aequale rectangulo $\beta x \cdot \gamma \delta$.

XVII. Iisdem suppositis describatur circulus $\theta \rho \tau$, tan-
gens et semicirculos initio *descriptos* et circulum $\epsilon \theta \eta$ in punctis
 τ ρ θ , et a centrīs α π ad basim $\beta \gamma$ perpendiculares du-
cantur $\alpha \mu$ $\pi \nu$; dico esse ut $\alpha \mu$ unā cum circuli $\epsilon \theta \eta$ dia-
metro ad ipsam diametrum, ita $\pi \nu$ ad circuli $\theta \rho \tau$ diametrum
(vel brevius sic: si circulorum $\epsilon \theta \eta$ $\theta \rho \tau$ diametros notamus
Da Da, esse $\alpha \mu + Da : Da = \pi \nu : Da$). Prop. 15



Ducatur ipsi
 $\beta \gamma$ perpendicu-
laris $\beta \zeta$; haec igi-
tur semicirculum
 $\beta \eta \gamma$ tangit. Et
iuncta $\alpha \pi$ produ-
catur ad ζ . Quo-
niam propter su-
perius lemma est
in prima figura

⁴) Utrumque enim triangulorum $\beta x \theta$ $\zeta \lambda \gamma$ simile est triangulo $\beta \eta \gamma$ (Co).

⁵) Nam supra demonstratum est $\beta \gamma \cdot \beta x = \beta \delta \cdot \beta \lambda$; ergo est

$\beta \gamma : \beta \delta = \beta \lambda : \beta x$, itaque in prima figura convertendo

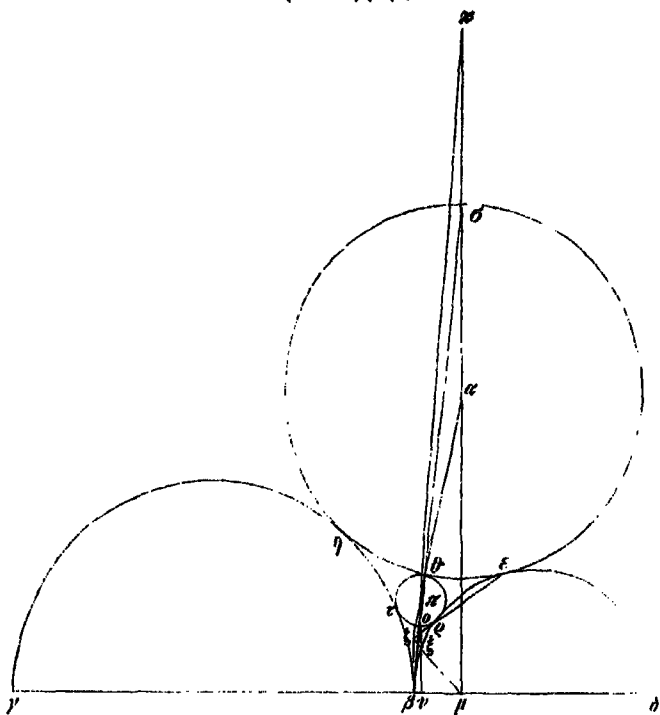
$\beta \gamma : \gamma \delta = \beta \lambda : x \lambda$. Idem in secunda et tertia figura componendo et convertendo et e contrario demonstratur (Co).

⁶) Quoniam enim statim demonstratum est

$\beta \gamma : \gamma \delta = \beta \lambda : x \lambda$, in prima figura dirimendo, in secunda et ter-
tia componendo fit

$\beta \delta : \gamma \delta = \beta x : x \lambda$.

δεύτερα καταγραφὴ



ΓΒΔ πρὸς τὴν ὑπεροχὴν αὐτῶν τὴν ΓΔ, οὕτως καὶ ἡ ΒΜ ἐπὶ μὲν τῆς πρώτης καταγραφῆς πρὸς τὴν ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ ΕΗΘ κύκλου, ἐπὶ δὲ τῆς δευτέρας καὶ τρίτης ὡς ἡ ὑπεροχὴ αὐτῶν πρὸς συναμφοτέρον, τουτέστιν ὡς ἡ τῶν ΓΒ ΒΔ ὑπεροχὴ πρὸς τὴν ΓΔ, οὕτως ἡ ΜΒ πρὸς τὴν ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ ΕΗΘ κύκλου, καὶ ἡ ΒΝ πρὸς τὴν ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ ΘΡΤ κύκλου, ἔσται ἄρα καὶ ἀναλλὰξ ὡς ἡ ΜΒ πρὸς τὴν ΒΝ, ἡ ΑΘ ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ ΕΗΘ κύκλου πρὸς τὴν

2. μὲν add. Hu 2. 3. πρὸς τὴν — κύκλου add. Co Sca 3. καὶ τρίτης add. Co 8. post τὴν βν add. S οὕτως ἡ μζ πρὸς τὴν ζξ καὶ ἡ αζ πρὸς τὴν ξπ οὕτως

ΘΠ ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ ΘΡΤ κύκλου. ἀλλ' ὡς ἡ ΜΒ πρὸς ΒΝ, ἡ ΑΖ πρὸς ΖΠ (ἐπιζευχθείσης γὰρ τῆς ΖΜ ἔσται ὡς ἡ ΜΒ πρὸς τὴν ΒΝ, οὕτως ἡ ΜΖ πρὸς τὴν ΖΞ). καὶ ὡς ἄρα ἡ ΑΖ πρὸς τὴν ΖΠ, οὕτως ἡ ΑΘ ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ ΕΗΘ κύκλου πρὸς τὴν ΘΠ ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ ΘΡΤ κύκλου. καὶ τῶν ΕΗΘ ΡΘΤ κύκλων ἐφαπτεταὶ τις κύκλος ὁ ΒΡΕΔ κατὰ τὰ Ρ Ε σημεία· διὰ ἅρα τὸ προδειχθὲν ἐστὶ θεώρημα ἢ τὰ Ρ Ε σημεία ἐπιζευγνύουσα εὐθεῖα ἐκβαλλομένη ἐπὶ τὸ Ζ σημεῖον πεσάται, καὶ ἴσον ἔσται τὸ ὑπὸ ΕΖΡ περιεχόμενον ὀρθογώνιον τῷ ἀπὸ τῆς ΘΖ τετραγώνῳ.¹⁰ ἔστιν δὲ καὶ τῷ ἀπὸ τῆς ΖΒ τετραγώνῳ ἴσον τὸ ὑπὸ ΕΖΡ· ἴσον ἄρα καὶ τὸ ἀπὸ ΖΒ τῷ ἀπὸ ΖΘ· ἴση ἄρα ἡ ΒΖ τῇ ΖΘ. ἐπεὶ δὲ καὶ ἡ μὲν ΝΑ ἐκβληθεῖσα τέμνει τὴν τοῦ ΕΗΘ κύκλου περιφέρειαν κατὰ τὸ Σ, ἡ δὲ ΠΝ τέμνει τὴν τοῦ ΘΡΤ κύκλου περιφέρειαν κατὰ τὸ Ο σημεῖον, ἴση ἄρα¹⁵ ἐστὶν ἡ μὲν ΑΘ τῇ ΑΣ, ἡ δὲ ΠΟ τῇ ΠΘ, καὶ ἡ τὰ Ο Σ σημεία ἐπιζευγνύουσα ἥξει διὰ τοῦ Θ· ἴση γάρ ἐστιν ἡ ὑπὸ ΘΑΣ γωνία τῇ ὑπὸ ΘΠΟ γωνία ἐναλλάξ, καὶ ἰσογώνιον ἔστιν τὸ ΑΘΣ τρίγωνον τῷ ΠΘΟ τριγώνῳ, καὶ ἔστιν εὐθεῖα ἡ ΑΠ· εὐθεῖα ἄρα ἔστιν καὶ ἡ διὰ τῶν²⁰ Σ Θ Ο σημείων ἀπαγομένη. ἥξει δὲ καὶ διὰ τοῦ Β· εὐθεῖα γὰρ ἡ ΘΟΒ διὰ τὸ εἶναι ὡς τὴν ΒΖ πρὸς ΖΘ, οὕτως τὴν ΟΠ πρὸς τὴν ΠΘ, ἴσων οὐσῶν τῶν ὑπὸ ΒΖΘ ΟΠΘ γωνιῶν ἐν παραλλήλοις ταῖς ΒΖ ΟΠ· καὶ τοῦτο

4. τοῦ (ante ΘΡΤ) omissum in A add. BS 4. ἀλλ' ὡς — 5. 6. ΘΡΤ κύκλου om. S 1. ὡς ἡ ΜΒ Co pro ὡς ἡ ΜΕ 4. ὡς ἄρα add. Hu 5. τὴν add. Hu 7. τὰ ΡΕ A, distinx. BS, item proximum versu 7. 8. διὰ ἅρα — σημεία add. A¹ in marg. (BS) 9. ἐπὶ τὸ Ζ Co Sea pro ἐπὶ τὸ Η 13. ἐπεὶ Hu, ἔστιν A, ἔστι BS 15. 16. ἴση ἄρα ἔστιν ἡ μὲν Hu, om. A¹, ἴση μὲν add. A² in marg. (BS) 16. ἡ δὲ ΠΟ A² ex ἡ δὲ ΠΘ ἡ (ante τὰ) add. Hu τὰ ΟC A, distinx. BS 20. 21. τῶν ΘΘ A² super evanidam primae manus scripturam, distinx. BS 21. τοῦ Β Co Sea pro τοῦ ΒΕ 21. 22. εὐθεῖ || || || || || τὸ εἶναι A¹, α γάρ η ΘΘΒ διὰ add. A²(S), εὐθεῖα γάρ ἡ ΘΘΒ διὰ τὸ εἶναι Β 23. πρὸς τὴν ΠΘ ἴσων | super evanidam primae manus scripturam A²(B²S), πρὸς τὴν πΘ B¹

$\beta\mu : \beta\nu = \alpha\theta : \pi\theta$. Sed est

$\beta\mu : \beta\nu = \zeta\alpha : \zeta\pi$ (iuncta enim recta $\zeta\xi\mu$ erit $\beta\mu : \beta\nu = \zeta\mu : \zeta\xi = \zeta\alpha : \zeta\pi$); ergo etiam

$\zeta\alpha : \zeta\pi = \alpha\theta : \pi\theta$. Et circulos $\varepsilon\theta\eta$ $\theta\varrho\tau$ tangit circulus $\beta\varrho\delta$ in punctis ε ϱ ; ergo, secundum ea quae supra theoremate XV (cap. 21) demonstrata sunt, recta, quae puncta ε ϱ iungit, producta cadet in punctum ζ , atque erit (ibid. cap. 22)

$\varepsilon\zeta \cdot \zeta\varrho = \theta\zeta^2$. Sed est etiam propter elem. 3, 36

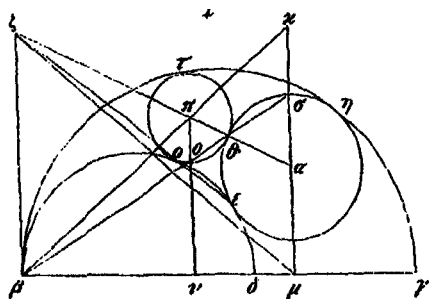
$\varepsilon\zeta \cdot \zeta\varrho = \zeta\beta^2$; ergo $\zeta\beta^2 = \theta\zeta^2$, et

$\zeta\beta = \zeta\theta$.

Sed quia $\mu\alpha$ producta circuli $\varepsilon\theta\eta$ circumferentiam secat in σ , et $\pi\nu$ circuli $\theta\varrho\tau$ circumferentiam secat in o , est igitur $\alpha\sigma = \alpha\theta$, et $\pi o = \pi\theta$,

et recta, quae puncta σ o iungit, etiam per θ transibit; anguli enim alterni $\theta\alpha\sigma$ $\theta\pi o$ aequales sunt, estque $\theta\alpha : \alpha\sigma = \theta\pi : \pi o$, itaque propter elem. 6, 7 triangula $\alpha\theta\sigma$ $\pi\theta o$ similia sunt; et recta est $\alpha\theta\pi$; ergo

recta etiam est quae per o θ σ ducitur¹⁾. Sed eadem recta etiam per β transibit; nam recta est $\theta o\beta$, quia supra demonstravimus esse $\zeta\beta = \zeta\theta$ et



$\pi o = \pi\theta$, itaque est $\zeta\beta : \zeta\theta = \pi o : \pi\theta$, et propter parallelas $\zeta\beta$ πo anguli $\beta\zeta\theta$ $o\pi\theta$ aequales sunt; nam hoc quoque supra demonstratum est decimoquinto²⁾.

1) Hoc eadem ratione ac supra propos. 13 adnot. 4 demonstratur.

2) Vide supra p. 214 sub finem vel p. 213. Proportio autem $\zeta\beta : \zeta\theta = \pi o : \pi\theta$ transponenda est in $\zeta\theta : \theta\pi = \zeta\beta : \pi o$, ut respondeat illi $\alpha\epsilon : \epsilon\gamma = \alpha x : x\delta$.

γὰρ προδεδείκται ιε'. ἐπιζευχθεῖσα δὲ καὶ ἡ ΒΠ ἐκβεβλή-
σθω καὶ συμπιπτέτω τῇ ΜΑ ἐκβληθείσῃ κατὰ τὸ Κ. ἐπεὶ
οὖν ἦν ὡς ἡ ΜΒ πρὸς ΒΝ, τουτέστιν ὡς ἡ ΚΒ πρὸς τὴν
ΒΠ, οὕτως ἡ ΑΖ πρὸς ΖΠ καὶ ἡ ΑΘ πρὸς ΘΠ, ἔσται
καὶ ὡς ἡ ΚΒ πρὸς ΒΠ, ἡ ΑΣ πρὸς ΠΟ καὶ ἡ ΣΚ πρὸς
ΠΟ· ἴση ἄρα ἡ ΑΣ τῇ ΣΚ. ἐπεὶ οὖν ὅλη ἡ ΑΚ ὅλη τῇ
διαμέτρῳ τοῦ ΕΗΘ κύκλου ἐστὶν ἴση, καὶ ἔστιν ὡς ἡ ΚΜ
πρὸς ΚΣ, οὕτως ἡ ΝΠ πρὸς ΟΠ, ἔσται καὶ ὡς ἡ ΜΚ
πρὸς τὴν ΚΑ, τουτέστιν ὡς ἡ ΜΑ μετὰ τῆς διαμέτρου
τοῦ ΕΗΘ κύκλου πρὸς τὴν διάμετρον, οὕτως ἡ ΝΠ πρὸς
τὴν τοῦ ΘΡΤ κύκλου διάμετρον, ὅπερ: ~

- 26 ιη'. Τούτων προτεθεωρημένων ὑποκείσθω ἡμικύκλιον
τὸ ΒΗΓ, καὶ ἐπὶ τῆς βάσεως αὐτοῦ τυχόν σημεῖον εἰλήφθω
τὸ Δ, καὶ ἐπὶ τῶν ΒΔ ΑΓ ἡμικύκλια γεγράψθω τὰ ΒΕΑ
ΑΥΓ, καὶ ἐγγεγράψωσαν εἰς τὸν μεταξὺ τόπον τῶν τριῶν¹⁵
περιφερειῶν τὸν καλούμενον ἄρβηλον κύκλοι ἐραπτύμενοι
τῶν ἡμικυκλίων καὶ ἀλλήλων ὅσοιδηποτοῦν, ὡς οἱ περὶ τὰ
κέντρα τὰ Α Π Ο, καὶ ἀπὸ τῶν κέντρων αὐτῶν κάθεται
ἐπὶ τὴν ΒΓ ἡχθῶσαν αἱ ΑΜ ΠΝ ΟΣ· λέγω ὅτι ἡ μὲν
ΑΜ ἴση ἐστὶν τῇ διαμέτρῳ τοῦ περὶ τὸ Α κύκλου, ἡ δὲ²⁰
ΠΝ διπλὴ τῆς διαμέτρου τοῦ περὶ τὸ Π κύκλου, ἡ δὲ ΟΣ
τριπλὴ τῆς διαμέτρου τοῦ περὶ τὸ Ο κύκλου, καὶ αἱ ἐξῆς
κάθεται τῶν οἰκείων διαμέτρων πολλαπλασίασαι κατὰ τοὺς
ἐξῆς μονάδι ἀλλήλων ὑπερέχοντας ἀριθμούς.

Ἥχθω διάμετρος ἡ ΘΖ παράλληλος τῇ ΒΓ, καὶ κά-²⁵

4. α' ἰ' ε' Α, ε' ε' S, ἐν τῷ α' ω' B (conf. ad p. 222, 7. 8) 2. τῇ
ΜΑ Co pro τῇ ΜΑ ἐκβληθείσῃ A(BS), corr. Sea (Co) 4. οὐ-
τως — ΑΘ πρὸς ΘΠ bis scripta in ABS, corr. Co Sea 5. 6. πρὸς
ΠΟ· ἴση ἄρα ἡ ΑΣ τῇ add. Hu auctore Sea, qui ἴση ἀρα ἡ αὐτῇ τῇ
πᾶσα adscripsit (πᾶσα igitur pro codicum scriptura ΣΚ intulit) 7. καὶ
ante ἴστιν super versum add. A prima, ut videtur, manu 8. ἡ ante
ΝΠ om. AS, add. B¹, rursus del. B² 11. in fine huius lemmatis
quaedam perisse videntur: vide append. 12. III A¹ in marg. (BS)
13. ἐγγράψωσαν A¹, corr. A²(BS) 17. ὅσοι δὴ ποτ' ὁδν AB, coniunx.
S ὡς ὁ περὶ ABS, corr. Hu 18. τὰ ΑΠΟ A, distinx. BS
21. post διπλὴ add. ἔστι (sic) ABS, del. Hu τοῦ Α² in rasura pro
τῆς 22. αἱ ἐξῆς αἱ AS, ἐξῆς αἱ B, corr. Hu

luncta autem $\beta\pi$ producat et rectae $\mu\alpha$ productae occurrat in κ . Iam quia est

$\beta\mu : \beta\nu = \beta\kappa : \beta\pi = \alpha\zeta : \zeta\pi$, et, ut supra demonstravimus

$\alpha\zeta : \zeta\pi = \alpha\vartheta : \pi\vartheta$, erit etiam

$\beta\kappa : \beta\pi = \alpha\vartheta : \pi\vartheta = \alpha\sigma : \pi\sigma$. Et propter parallelas $\kappa\sigma$ $\pi\sigma$ est

$\beta\kappa : \beta\pi = \kappa\sigma : \pi\sigma$; ergo

$\alpha\sigma = \kappa\sigma$.

Iam quia tota $\alpha\kappa = \alpha\sigma + \kappa\sigma$, circuli $\varepsilon\theta\eta$ diametro aequalis, et propter parallelas $\kappa\mu$ $\pi\nu$ est $\kappa\mu : \kappa\sigma = \pi\nu : \pi\sigma$, erit etiam (quia $\alpha\kappa = 2\kappa\sigma$)

$\kappa\mu : \alpha\kappa = \pi\nu : 2\pi\sigma$,

id est, ut $\alpha\mu$ una cum circuli $\varepsilon\theta\eta$ diametro ad ipsam diametrum, ita erit $\pi\nu$ ad circuli $\vartheta\varrho\tau$ diametrum (sive, ut supra p. 219, $\alpha\mu + D\alpha : D\alpha = \pi\nu : D\pi$), q. e. d.

Quodsi pro circumferentia semicirculi $\beta\eta\gamma$ sit recta linea $\beta\eta$ ad ipsam $\beta\delta$ perpendicularis, nihilominus circa descriptos circulos eadem contingent³⁾.

XVIII. His praemonstratis supponatur semicirculus $\beta\eta\gamma$, ^{Prop. 16} cuius in basi quodlibet punctum δ sumatur, et in rectis $\beta\delta$ $\delta\gamma$ describantur semicirculi $\beta\epsilon\delta$ $\delta\nu\gamma$, et in spatium quod est inter tres circumferentias, quod $\alpha\varrho\beta\eta\lambda\sigma\nu$ vocant, inscribantur circuli quotcunque, qui et semicirculos et se invicem tangant, velut qui sunt circa centra α π σ , et a centris ad $\beta\gamma$ ducantur perpendiculares $\alpha\mu$ $\pi\nu$ $\sigma\sigma$; dico

$\alpha\mu$ aequalem esse diametro circuli α ,

$\pi\nu$ duplam diametri circuli π ,

$\sigma\sigma$ triplam diametri circuli σ ,

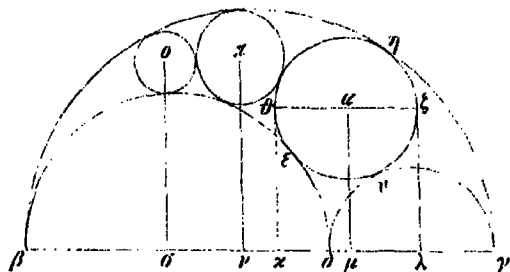
reliquas deinceps perpendiculares multiplas diametrorum, quae cuiusque sunt circuli, secundum numerorum seriem per unitates progredientem.

Ducatur diametrus $\vartheta\alpha\zeta$ ipsi $\beta\gamma$ parallela, et ad $\beta\gamma$ per-

3) Haec addidit Co: vide append. ad h. l. et infra cap. 27.

Θετοὶ αἱ $\Theta\text{Κ}$ ΖΛ · ἔσται δὲ κατὰ τὰ προγεγραμμένα τὸ μὲν ἐπὶ $\Gamma\text{Β}$ ΒΚ περιεχόμενον ὀρθογώνιον ἴσον τῷ ἐπὶ $\Lambda\text{Β}$ ΒΔ , τὸ δὲ ἐπὶ ΒΓ $\Gamma\Lambda$ τῷ ἐπὶ ΚΓ $\Gamma\Delta$. καὶ διὰ τοῦτο

πρώτη καταγραφή



ὥς ἡ ΒΚ πρὸς ΚΛ , οὕτως ἡ ΚΛ πρὸς $\Lambda\Gamma$. ἑκάτερος γὰρ λόγος ὁ αὐτός ἐστιν τῷ τῆς ΒΔ πρὸς $\Lambda\Gamma$ (ἐπεὶ γὰρ τὸ ἐπὶ $\Gamma\text{Β}$ ΒΚ ἴσον ἐστὶν τῷ ἐπὶ $\Lambda\text{Β}$ ΒΔ , ἔστιν ἄρα ὡς ἡ $\Gamma\text{Β}$ πρὸς ΒΔ , οὕτως ἡ $\Lambda\text{Β}$ πρὸς ΒΚ . ἐναλλάξ ὡς ἡ $\Gamma\text{Β}$ πρὸς ΒΔ , οὕτως ἡ $\Lambda\text{Β}$ πρὸς ΒΚ . διελόντι ὡς ἡ $\Gamma\Delta$ πρὸς $\Lambda\text{Β}$, ἡ $\Lambda\text{Κ}$ πρὸς ΚΒ . ἀνάπαλιν ὡς ἡ ΒΔ πρὸς $\Lambda\Gamma$, ἡ ΒΚ πρὸς ΚΛ . πάλιν ἐπεὶ τὸ ἐπὶ ΒΓ $\Gamma\Lambda$ ἴσον ἐστὶν τῷ ἐπὶ ΚΓ $\Gamma\Delta$, ἔστιν ἄρα ὡς ἡ ΒΓ πρὸς $\Gamma\text{Κ}$, οὕτως ἡ $\Gamma\Delta$ πρὸς $\Gamma\Lambda$. ἐναλλάξ ὡς ἡ ΒΓ πρὸς τὴν $\Gamma\Delta$, ἡ ΚΓ πρὸς τὴν $\Gamma\Lambda$. διελόντι ἄρα ἐστὶν ὡς ἡ ΒΔ πρὸς $\Lambda\Gamma$, οὕτως ἡ ΚΛ πρὸς τὴν $\Lambda\Gamma$. ἦν δὲ καὶ ὡς ἡ ΒΔ πρὸς τὴν $\Gamma\Delta$, ἡ ΒΚ πρὸς τὴν ΚΛ . καὶ ὡς ἄρα ἡ ΒΚ πρὸς τὴν ΚΛ , οὕτως ἡ ΚΛ πρὸς τὴν $\Lambda\Gamma$. ἴσον ἄρα τὸ ἐπὶ τῶν ΒΚ $\Gamma\Lambda$ τῷ ἀπὸ τῆς ΚΛ . προδεδείχεται δὲ τὸ ἐπὶ ΒΚ $\Lambda\Gamma$ ἴσον καὶ τῷ ἀπὸ ΑΜ . ἴση ἄρα ἐστὶν ἡ ΑΜ τῇ ΚΛ , τουτέστιν τῇ ΖΘ διαμέτρῳ τοῦ περὶ τὸ Λ κύκλου. ἐπεὶ δὲ καὶ τοῦτο

3. τὸ δὲ ἐπὶ ΒΓ $\Gamma\Lambda$ τὸ $\Lambda\text{Β}$, $\Gamma\Lambda$ restituit Co, τῷ corr. Λ^2 (τῷ B^o Paris. 2368) 4. πρὸς πρὸς $\Lambda\Gamma\Lambda$, sed alterum πρὸς expunctum

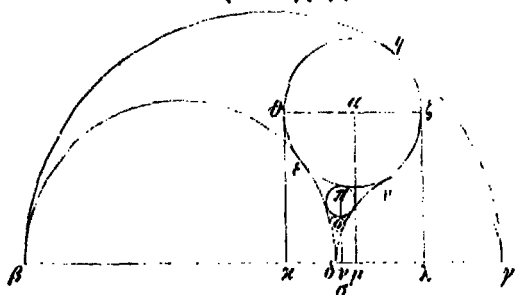
6. 7. ὡς ἡ $\Gamma\text{Β}$ — ἐναλλάξ et 11. 12. ὡς ἡ ΒΓ — ἐναλλάξ sive ab ipso huius theorematismis scriptore praeter necessitatem posita sive ab alio inculcata, quia sine dubio abundanti, omisimus in versione Lat.

pendiculares $\beta\alpha \zeta\lambda$; erit igitur secundum ea quae supra (cap. 23 p. 217) demonstrata sunt

$$\beta\gamma \cdot \beta\kappa = \beta\delta \cdot \beta\lambda, \text{ et}$$

$$\beta\gamma \cdot \gamma\lambda = \gamma\delta \cdot \gamma\kappa^*.$$

δεύτερα κατασκευή



Iam quia $\beta\gamma \cdot \beta\kappa = \beta\delta \cdot \beta\lambda$, est igitur

$$\beta\gamma : \beta\delta = \beta\lambda : \beta\kappa, \text{ et dirimendo}$$

$$\delta\gamma : \beta\delta = \kappa\lambda : \beta\kappa, \text{ et e contrario}$$

$$\beta\delta : \delta\gamma = \beta\kappa : \kappa\lambda.$$

Rursus quia $\beta\gamma \cdot \gamma\lambda = \gamma\delta \cdot \gamma\kappa$, est igitur

$$\beta\gamma : \gamma\delta = \kappa\gamma : \gamma\lambda, \text{ et dirimendo}$$

$$\beta\delta : \delta\gamma = \kappa\lambda : \lambda\gamma.$$

Sed erat etiam $\beta\delta : \delta\gamma = \beta\kappa : \kappa\lambda$; ergo

$$\beta\kappa : \kappa\lambda = \kappa\lambda : \lambda\gamma, \text{ itaque}$$

$$\beta\kappa \cdot \lambda\gamma = \kappa\lambda^2.$$

Sed supra (cap. 24) demonstravimus esse

$$\beta\kappa \cdot \lambda\gamma = \alpha\mu^2; \text{ ergo est}$$

$$\alpha\mu = \kappa\lambda = \delta\zeta, \text{ id est}$$

$$\alpha\mu \text{ aequalis diametro circuli } \alpha.$$

*) Scilicet circulus α non solum semicirculum $\beta\delta$ (unde demonstratur $\beta\gamma \cdot \beta\kappa = \beta\delta \cdot \beta\lambda$), sed etiam semicirculum $\gamma\delta$ tangit ea ratione quae initio propositionis 14 supponitur; ergo, quo facilius appareat esse $\beta\gamma \cdot \gamma\lambda = \gamma\delta \cdot \gamma\kappa$, pro litteris in priore casu ($\beta\gamma \cdot \beta\kappa = \beta\delta \cdot \beta\lambda$) ex propos. 14 repetitis

$$\beta \times \lambda \gamma$$

in hoc altero casu ad figuram primam vel secundam supra descriptam apponantur

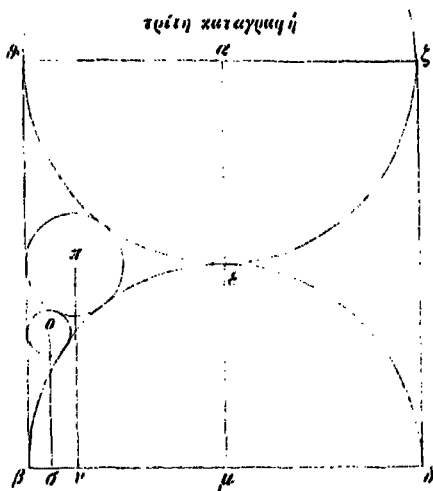
$$\gamma \lambda \times \beta.$$

14. post διελόρτι add. ὡς ABS, del. Hu 15. 16. οὕτως ἡ KA add.

Hu auctore C'o 18. ἐστὶν ἄρα A(BS, transposuit Hu

προδίδεται ὅτι ἐστὶν ὡς ἡ AM μετὰ τῆς $ZΘ$ πρὸς τὴν $ZΘ$, οὕτως ἡ $ΠΝ$ πρὸς τὴν τοῦ περὶ τὸ $Π$ κύκλου διάμετρον, καὶ ἐστὶν ἡ AM μετὰ τῆς $ZΘ$ διπλῇ τῆς $ZΘ$, οὕτως καὶ ἡ $ΠΝ$ τῆς διαμέτρου τοῦ περὶ τὸ $Π$ κύκλου διπλῇ. ἡ $ΠΝ$ ἄρα μετὰ τῆς διαμέτρου τοῦ περὶ τὸ $Π$ κύκλου τριπλασία τῆς διαμέτρου, καὶ ἐστὶν ἐν τῇ ἀντιᾷ λόγῳ ἡ $ΟΣ$ πρὸς τὴν διάμετρον τοῦ περὶ τὸ $Ο$ κύκλου· καὶ ἡ $ΟΣ$ ἄρα τριπλασία τῆς διαμέτρου τοῦ περὶ τὸ $Ο$ κύκλου. καὶ ὁμοίως καὶ ἡ τοῦ ἐξῆς κύκλου κάθετος τῆς διαμέτρου τετραπλασία, καὶ οἱ ἐξῆς κάθετοι τῶν καθ' αὐτὰς διαμέτρων εὐρεθίσονται πολλαπλασίου κατὰ τοὺς ἐξῆς μονάδι ἀλλήλων ὑπερέχοντας ἀριθμούς, καὶ τοῦτο συμβαίνει ἐπὶ τὸ ἀπειρον ἀποδεικνύσεται.

27 Ἐν δ' ἀντὶ τῶν $BHΓ$ $ΔΥΓ$ περιφερειῶν εὑρεῖται ὡς



εὑρεθῆναι πρὸς τὴν¹⁵ $ΒΔ$, ὡς ἐπὶ τῆς τρίτης ἔχει καταγραφῆς, τὰ αὐτὰ συμβήσεται περὶ τοὺς ἐγγεγραμμένους²⁰ κύκλους· αὐτόθεν γὰρ ἡ ἀπὸ τοῦ A κέντρου κάθετος ἐπὶ τὴν $ΒΔ$ ἴση γίνεται²⁵ τῇ τοῦ περὶ τὸ A κύκλου διαμέτρῳ.

Ἐν δὲ αἱ μὲν $BHΓ$ $BEΔ$ μέ-³⁰ νωσιν περιε-
ρσαι, ἀντὶ δὲ

τῆς $ΔΥΓ$ περιφέρειας εὑρεῖται ὑποτεθῆναι (ὡς ἐπὶ τῆς τετάρτης ἔχει καταγραφῆς) ἡ $ΔΖ$ ὁρθὴ πρὸς τὴν $ΒΓ$, τῆς μὲν $ΒΓ$ πρὸς τὴν $ΓΔ$ τετραγωνικὸν ἐν ἀριθμοῖς λόγον³⁵ ἐχούσης, σύμμετρος ἐστὶ ἡ ἀπὸ τοῦ A κάθετος τῇ δια-

Sed quia superiore *lemmate* etiam hoc demonstravimus, esse

$\alpha\mu + \vartheta\zeta : \vartheta\zeta = \pi\nu : \text{diam. circ. } \pi$, estque

$\alpha\mu + \vartheta\zeta = 2\vartheta\zeta$, erit etiam

$\pi\nu$ dupla diametri circuli π .

Ergo $\pi\nu$ una cum diametro circuli π tripla est *eiusdem* diametri, atque (*item propter superius lemma*) in eadem proportionem est $\sigma\sigma$ ad circuli σ diametrum; ergo est etiam

$\sigma\sigma$ tripla diametri circuli σ **).

Et similiter perpendicularis, quae ex centro proximi circuli ducitur, quadrupla est ipsius diametri, et

reliquae deinceps perpendiculares inveniuntur multiplae diametrorum, quae cuiusque sunt *circuli*. secundum numerorum seriem per unitates progredientem,

et hoc in infinitum contingere demonstrabitur.

Quodsi pro circumferentiis $\beta\eta\gamma$ $\delta\upsilon\gamma$ rectae sint lineae perpendiculares ad $\beta\delta$, ut est in tertia figura, eadem circa inscriptos circulos contingent; nam statim perpendicularis, quae a centro α ad $\beta\delta$ ducitur, aequalis sit diametro circuli α ***).

Sin vero circumferentiae $\beta\eta\gamma$ $\beta\epsilon\delta$ maneant, pro circumferentia autem $\delta\upsilon\gamma$ (ut est in quarta figura) recta linea $\delta\zeta$ supponatur ad $\beta\gamma$ perpendicularis, primum, si $\beta\gamma$ ad $\gamma\delta$ eandem proportionem habeat quam quadrata *quorumlibet* numerorum, perpendicularis ex α commensurabilis erit dia-

**) Haec, hisdem notis ac supra p. 219 adhibitis, distinctius sic describuntur: Quoniam $\pi\nu = 2D\pi$, est igitur

$\pi\nu + D\pi = 3D\pi$. Sed secundum propos. 15 (litteris scilicet convenienter mutatis) est

$\pi\nu + D\pi : D\pi = \sigma\sigma : D\sigma$; ergo $\sigma\sigma = 3D\sigma$

***)) Significat igitur scriptor circulum $\delta\epsilon\zeta$ tangere semicirculum $\beta\epsilon\delta$ in ϵ et perpendiculares $\beta\theta$ $\delta\zeta$ in θ ζ ; ergo diametrus $\vartheta\zeta$ ipsi $\beta\delta$ parallela est et aequalis; itaque $\alpha\mu$ diametro circuli α aequalis. Reliquae perinde ac supra initio huius paginae demonstrantur.

3. η ante AM add. Hu 5. η IIN A^2 ex *** IIN 40. ai add.

Hu 12. $\alpha\pi\omicron\delta\epsilon\iota\chi\theta\eta\varsigma\omicron\sigma\tau\alpha\iota$ ABS , corr. Paris. 2268 V 14. δ' add.

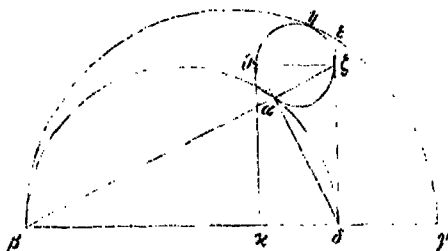
Hu auctore Co 16. BA Co pro BF , item vs. 35 21. $\alpha\upsilon\tau\acute{o}\theta\epsilon\tau\epsilon\upsilon$ A

27. $\delta\iota\alpha\mu\acute{\epsilon}\tau\epsilon\rho\omicron\varsigma$ ABS , corr. Hu auctore Co 29. $\mu\acute{\epsilon}\tau\epsilon\upsilon$ add. A^1 super vs.

34. η AZ Co pro η $A\Xi$, item p. 230, 2 et 5 36. $\sigma\upsilon\mu\mu\epsilon\tau\epsilon\rho\omicron\varsigma$ (sine o cc.) $A(B)$, corr. Paris. 2268 V (utraq. forma exstat in S)

metro circuli α , at si non, incommensurabilis. Nam omnino quam proportionem habet $\beta\gamma$ ad $\gamma\delta$, eandem habet quadratum ex $\delta\zeta$ ad quadratum ex diametro circuli α , ut deinceps (*prop. 17*) demonstrabitur. Velut si recta $\beta\gamma$ quadrupla sit ipsius $\gamma\delta$, recta $\delta\zeta$, id est perpendicularis ex α , sit dupla diametri circuli α , et perpendicularis ex π tripla diametri circuli π , et perpendicularis ex o quadrupla diametri circuli o , et sic porro secundum numerorum seriem.

XIX. Sequitur lemma quod supra dilatatum est. Sint ^{Prop. 17} semicirculi $\beta\eta\gamma$ $\beta a \delta$, et perpendicularis δa , et circulus $\vartheta\eta\zeta\alpha$, qui semicirculos et perpendiculararem tangat in η a ζ ; dico esse ut rectam $\beta\gamma$ ad $\gamma\delta$, ita quadratum ex $\delta\zeta$ ad quadratum ex diametro circuli $\vartheta\eta\zeta\alpha$.



Ducatur diameter $\vartheta\zeta$ ipsi $\beta\gamma$ parallela; ergo rectae lineae sunt $\zeta a \beta$ $\vartheta a \delta$ *). Ducatur perpendicularis $\vartheta\alpha$; ergo propter ea quae supra (*cap. 23 p. 217*) demonstravimus erit

$$\beta\gamma \cdot \beta\alpha = \beta\delta^2; \text{ ergo}$$

$$\beta\gamma : \beta\delta = \beta\delta : \beta\alpha, \text{ et convertendo}$$

$$\beta\gamma : \gamma\delta = \beta\delta : \delta\alpha, \text{ id est}$$

$$= \beta\delta : \vartheta\zeta. \text{ Sed propter parallelas } \beta\delta \text{ } \vartheta\zeta \text{ est}$$

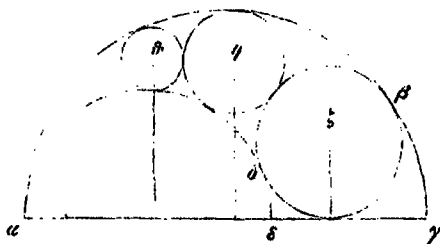
$$\beta\delta : \vartheta\zeta = \delta\alpha : \vartheta\alpha; \text{ ergo etiam}$$

$$\beta\gamma : \gamma\delta = \delta\alpha : \vartheta\alpha. \text{ Sed, quia triangulum } \vartheta\zeta\delta \text{ orthogonium est, et perpendicularis ad hypotenusam ducta } \zeta\alpha, \text{ est igitur}$$

*) Vide supra *prop. 44* cum adnot. 4.

$Z\Delta$ πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς ΘZ ὀρθογώνιον γὰρ ἐστὶν τὸ $\Theta Z\Delta$, καὶ κάθετος ἐπὶ τὴν ἐποτεινουσάν ἢ $Z\Delta$ · καὶ ὡς ἄρα ἢ $B\Gamma$ πρὸς $\Gamma\Delta$, οὕτως τὸ ἀπὸ τῆς $Z\Delta$ πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς διαμέτρου τοῦ $\Theta H Z\Delta$ κύκλου.

- 29 κ'. Ἐτι καὶ τοῦτο διὰ τῶν προγεγραμμένων λημμάτων τεθεώρηται. ἔστω ἡμικύκλια τὰ $AB\Gamma$ $ΑΔΕ$, καὶ γεγράφθωσαν ἐφαπτόμενοι τῶν περιφερειῶν αὐτῶν κύκλοι οἱ περὶ τὰ κέντρα τὰ Z H Θ , καὶ οἱ συνεχεῖς αὐτοῖς ὡς ἐπὶ τὸ A . ὅτι μὲν οὖν ἡ ἀπὸ τοῦ Z κάθετος ἐπὶ τὴν $ΑΓ'$ ἴση ἐστὶ τῇ ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ περὶ τὸ Z κύκλου δῆλον, ¹⁰ λέγω δ' ὅτι καὶ ἡ μὲν ἀπὸ τοῦ H κάθετος τριπλασία τῆς ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ περὶ τὸ H κύκλου, ἡ δὲ ἀπὸ τοῦ Θ πενταπλασία, καὶ αἱ ἑξῆς κάθετοι τῶν ἐκ τῶν κέντρων πολλαπλάσιαι κατὰ τοὺς ἑξῆς περισσοὺς ἀριθμοὺς.



Ἐπεὶ γὰρ προδεδείχεται ὡς ἡ ἀπὸ τοῦ Z κάθετος μετὰ ¹⁵ τῆς διαμέτρου πρὸς τὴν διάμετρον, οὕτως ἡ ἀπὸ τοῦ H κάθετος πρὸς τὴν ἰδίαν διάμετρον, καὶ ἔστιν ἡ ἀπὸ τοῦ Z κάθετος μετὰ τῆς διαμέτρου ἡμιολία τῆς διαμέτρου, τῆς ἄρα ἐκ τοῦ κέντρου ἔσται τριπλασία. πάλιν ἐπεὶ ἐστὶν ὡς ἡ ἀπὸ τοῦ H κάθετος μετὰ τῆς διαμέτρου πρὸς τὴν ²⁰ διάμετρον, οὕτως ἡ ἀπὸ τοῦ Θ κάθετος πρὸς τὴν διάμετρον, ἢ δ' ἀπὸ τοῦ H κάθετος μετὰ τῆς διαμέτρου πρὸς τὴν διάμετρον λόγον ἔχει ὃν ἔχει τὰ πέντε πρὸς τὰ δύο, ἔξει καὶ ἡ ἀπὸ τοῦ Θ κάθετος πρὸς τὴν διάμετρον τὸν αὐτὸν λόγον· τῆς ἄρα ἐκ τοῦ κέντρου ἔσται πενταπλασία. ²⁵ ὁμοίως δειχθήσονται καὶ αἱ ἑξῆς κάθετοι τῶν ἐκ τῶν κέντρων πολλαπλάσιαι κατὰ τοὺς ἑξῆς περισσοὺς ἀριθμοὺς.

$\delta a : a_2^2 = a_1^2 : \vartheta a$: itaque (elem. 5 def. 10. 8. 11,
 $\delta a : \vartheta a = \delta a^2 : a_1^2$. Sed est $\delta a : a_1^2 = \delta \zeta : \zeta \vartheta$; ergo
 $\delta a : \vartheta a = \delta \zeta^2 : \zeta \vartheta^2$; ergo etiam
 $\beta \gamma : \gamma \delta = \delta \zeta^2 : \zeta \vartheta^2$, id est. ad quadratum ex diametro
 circuli $\vartheta \eta_2^2 a$.

XX. Praeterea ex lemmatis quae modo perscripta sunt Prop.
 hoc quoque facile demonstratum erit. Sint semicirculi $a\beta\gamma$ ¹⁸
 $\alpha\delta\epsilon$, et describatur circa centrum ζ circulus, qui et basin $\alpha\gamma$
 et semicirculos tangat, tum circa centrum η circulus, qui et
 circum ζ et semicirculos tangat, tum similiter circulus ϑ et
 alii continuo se excipientes usque ad punctum α . Iam vero
 perpendicularem ex ζ ad $\alpha\gamma$ ductam aequalem esse radio cir-
 culi ζ manifestum est; sed dico etiam

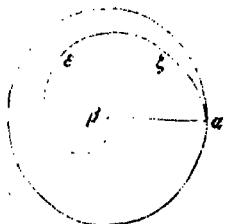
perpendicularem ex η esse triplam radii circuli η , et
 perpendicularem ex ϑ quintuplam radii circuli ϑ , et
 reliquas deinceps perpendiculares multiplas radiorum,
 qui cuiusque sunt circuli, secundum impares de-
 inceps numeros.

Quoniam enim supra (propos. 15, demonstravimus ut
 perpendicularem ex ζ unâ cum diametro circuli ζ ad ipsam
 diametrum, ita esse perpendicularem ex η ad diametrum cir-
 culi η , atque perpendicularis ex ζ unâ cum diametro ad dia-
 metrum proportionem habet 3 : 2, perpendicularis igitur ex η
 radii circuli η erit tripla. Rursus quia ut perpendicularis ex η
 unâ cum diametro circuli η ad ipsam diametrum, ita est per-
 pendicularis ex ϑ ad diametrum circuli ϑ , et perpendicularis
 ex η unâ cum diametro ad diametrum proportionem habet
 5 : 2, etiam perpendicularis ex ϑ ad diametrum circuli ϑ
 eandem proportionem habebit; radii igitur erit quintupla.
 Similiter demonstrabitur reliquas quoque perpendiculares mul-
 tiplas esse radiorum, qui cuiusque sunt circuli, secundum
 impares deinceps numeros.

5. $\overline{K} A^1$ in marg. BS. 8. $\tau\alpha ZH\theta A$, distinx. BS. 13. 14. $\kappa\alpha\iota$
 $\epsilon\tilde{\xi}\eta\varsigma \kappa\acute{\alpha}\theta\epsilon\tau\omicron\varsigma$ — $\pi\omicron\lambda\lambda\alpha\pi\lambda\alpha\sigma\iota\alpha$ (sine acc.) A; BS., corr. Hu auctore Co
 23. $\pi\rho\omicron\varsigma \tau\acute{\alpha}\varsigma | \delta\iota\omicron AB^2$, corr. B'S. 26. *et* add. A' super vs.

- 30 κα'. Τὸ ἐπὶ τῆς ἑλικος τῆς ἐν ἐπιπέδῳ γραιρομένης
θεώρημα προὔτεινε μὲν Κόνων ὁ Σάμιος γεωμέτρης, ἀπέ-
δειξεν δὲ Αρχιμήδης θανμαστῇ τινι χρησάμενος ἐπιβολῇ.
ἔχει δὲ γένεσιν ἡ γραμμὴ τοιαύτην.

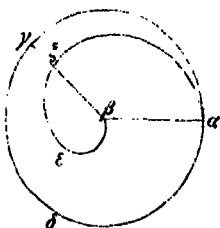
- 31 Ἔστω κύκλος οὗ κέντρον μὲν



τὸ B, ἡ δὲ ἐκ τοῦ κέντρον ἡ BA.
κεκινήσθω ἡ BA εὐθεία οὕτως
ὥστε τὸ μὲν B μένειν, τὸ δὲ A
δυνατῶς φέρεσθαι κατὰ τῆς τοῦ
κύκλου περιφερείας, ἅμα δὲ αὐτῇ¹⁰
ἀρξάμενόν τι σημεῖον ἀπὸ τοῦ B
φερέσθω κατ' αὐτῆς δυνατῶς ὡς
ἐπὶ τὸ A, καὶ ἐν ἴσῳ χρόνῳ τὸ τε

ἀπὸ τοῦ B σημεῖον τὴν BA διερχέσθω καὶ τὸ A τὴν τοῦ
κύκλου περιφέρειαν· γράψει δὴ τὸ κατὰ τὴν BA κινού-¹⁵
μενον σημεῖον ἐν τῇ περιφορᾷ γραμμὴν οὗσα ἐστὶν ἡ BEZA,
καὶ ἀρχὴ μὲν αὐτῆς ἐστὶ τὸ B σημεῖον, ἀρχὴ δὲ τῆς περι-
φορᾶς ἡ BA, αὐτὴ δὲ ἡ γραμμὴ ἑλιξ καλεῖται. καὶ τὸ
ἀρχικὸν αὐτῆς ἐστὶ σύμπτωμα τοιοῦτον.

- 32 Ἦτις γὰρ ἂν διαχθῇ πρὸς αὐτὴν ὡς ἡ BZ καὶ ἐκ-²⁰
βληθῇ, ἐστὶν ὡς ἡ BZ τοῦ κύκλου περιφέρεια πρὸς τὴν
AAΓ περιφέρειαν, οὕτως ἡ AB εὐθεῖα πρὸς τὴν BZ.



Τοῦτο δὲ συνιδεῖν ῥέδιον ἐκ
τῆς γενέσεως· ἐν ᾧ μὲν γὰρ τὸ A
σημεῖον τὴν ὕλην κύκλου περιφέ-²⁵
ρειαν διέρχεται, ἐν τούτῳ καὶ τὸ
ἀπὸ τοῦ B τὴν BA, ἐν ᾧ δὲ τὸ A
τὴν AAΓ περιφέρειαν, ἐν τούτῳ
καὶ τὸ ἀπὸ τοῦ B τὴν BZ εὐθεῖαν.
καὶ εἰσὶν αἱ κινήσεις αὗται ἑαυταῖς³⁰
ἰσοταχεῖς, ὥστε καὶ ἀνάλογον εἶναι.

- 33 Φανερόν δὲ καὶ τοῦτο ὅτι, αἵτινες ἂν διαχθῶσιν ἀπὸ

1. KA A' in marg. (BS) 2. Κόνων Ilu pro κόνων 44. ἀπὸ
τοῦ add. Ilu, ilem vs. 27 46. ἡ BZ EA ABS, corr. Co 47. περι-
φορᾶς Ilu auctore Co pro περιφερείας 48. ἐστὶν voluit Co, ἐστὶν A,
ἐστὶν BS 49. τὸ ἀπὸ τοῦ B] τὸ B τὴν B AB, τὸ β S Co, corr. Ilu

XXI. Theorema de helice sive linea spirali in plano descripta, a Conone Samio geometra propositum, Archimedes¹⁾ admirabili ratione, cum *punctorum aequabiliter procedentium motus* adhiberet, demonstravit. Hunc autem ortum linea habet²⁾.

Sit circulus, cuius centrum β et radius $\beta\alpha$. Moveatur recta $\beta\alpha$ ita, ut punctum β maneat et punctum α aequabiliter in circuli circumferentia procedat, simul autem cum recta $\beta\alpha$ punctum quoddam in eâ ipsâ a β ad α procedere incipiat, et aequali tempore hoc punctum rectam $\beta\alpha$, ac punctum α circuli circumferentiam permeet: describet igitur punctum in recta $\beta\alpha$ procedens, cum ipsa $\beta\alpha$ circumagetur, lineam qualis est $\beta\epsilon\zeta\alpha$, et initium eius erit punctum β , circumversionis autem initium recta $\beta\alpha$, ipsa autem linea helix vocatur³⁾, cuius principalis proprietas (*quod σπῆρτωμα Graeci vocant*) haec est.

Si enim quaelibet recta, velut $\beta\zeta$, ad helicem et porro *Prop.*
ad γ circuli circumferentiae punctum ducatur, est ut tota cir-¹⁹
culi circumferentia ad $\alpha\delta\gamma$ circumferentiam, ita recta $\alpha\beta$
ad $\beta\zeta$ ^{*)}.

Hoc autem facile ex ortu spiralis lineae perspicitur. Quo enim tempore punctum α totam circuli circumferentiam, eodem punctum a β procedens rectam $\beta\alpha$ permeat, et quo tempore punctum α circumferentiam $\alpha\delta\gamma$, eodem punctum a β procedens rectam $\beta\zeta$ permeat. Et sunt *punctorum motus* aequabili celeritate; ergo etiam *lineae quas diximus* sunt inter se proportionales⁴⁾.

Atque hoc etiam apparet, si quaelibet rectae sub aequa- *Prop.*
²⁰

1) De helicibus p. 217 sqq. ed. Torelli.

2) Conf. l. c. p. 219.

3) Ibidem p. 230.

4) Conf. Archim. propos. 14.

4) Propriam et accuratam demonstrationem scriptor propterea omis-
sisse videtur, quod ea facile ex Archimedis propositione 2 suppleri
posset.

τοῦ Β πρὸς τὴν ὑδατὶν ἐσθίαται τὰς περιέχουσας ὕδρας,
τῇ δὲ ἀλλήλων ὑπερέχουσιν.

34

ἐλκός καὶ τῆς ἐσθίας τῆς ἐν ἀρχῇ τῆς περιποδοῦς ἐσθίας
μέρος τοῦ περιέχοντος αὐτὴν κῆλον.

Ἐσθία γὰρ ὁ ἐκ κῆλου καὶ ἡ περιεργιστὴν ὑδατὶν, καὶ
ἐκκεκλωθεὶς παδαλλήλογον ὁδογώνιον τοῦ ΚΝΑΙΙ, καὶ
ἀνελήφθω ἡ μὲν Α' περιέβηται μέρος τι τῆς τοῦ κῆλου
περιπέρας, ἡ δὲ ΚΡ ἐσθία τῆς ΚΙΙ τοῦ αὐτοῦ μέρος, καὶ
ἐπέβηθενα ἡ τε ΓΒ καὶ ἡ ΒΔ, καὶ τῇ μὲν ΚΝ παδαλ-
λήλος ἡ ΡΓ, τῇ δὲ ΚΙΙ ἡ ΣΜ, καὶ περὶ τοῦ Β κέντρον
περιπέρας ἡ ΖΗ. ἐστὶ οὖν ἐστὶν ὡς ἡ ΑΒ ἐσθία πρὸς
ΑΗ, τοῦτοστιν ἡ ΒΓ πρὸς ΓΖ, ὅπως ἡ βῆλ τοῦ κῆλου
μεριπέρας πρὸς τὴν ΓΑ τοῦτο γὰρ ἐστὶν τοῦ ἀρχικόν τῆς
ἐλκός ἀνελκυσμα), ὡς δὲ ἡ τοῦ κῆλου περιπέρας πρὸς

τὴν ΓΑ, ἡ ΠΚ πρὸς ΚΡ, ὡς δὲ ἡ ΠΚ πρὸς τὴν ΚΡ, ἡ
ΠΚ πρὸς τὴν ΚΣ, τοῦτοστιν ἡ ΡΓ πρὸς τὴν ΡΔ, καὶ ὡς
ἀγα ἡ ΒΓ πρὸς τὴν ΓΖ, ἡ ΤΡ πρὸς ΡΔ, καὶ ἀναστέ-
ψαντι καὶ ὡς ἀγα τοῦ αὐτοῦ τῆς ΒΓ πρὸς τοῦ αὐτοῦ τῆς ΒΖ,
ὅπως τοῦ αὐτοῦ τῆς ΡΓ πρὸς τοῦ αὐτοῦ τῆς ΓΣ. ἀλλ' ὡς

μὲν τοῦ αὐτοῦ τῆς ΒΓ πρὸς τοῦ αὐτοῦ τῆς ΒΖ, ὅπως ὁ ΑΒΓ
τοῦτος πρὸς τὸν ΖΒΗ τοῦτος. ὡς δὲ τοῦ αὐτοῦ ΡΤ πρὸς
τοῦ αὐτοῦ ΓΣ, ὅπως ὁ αὐτοῦ ΚΤ παδαλλήλογον

κῆλον πρὸς τὸν ΝΤ πρὸς τὸν αὐτοῦ ΜΤ
παδαλλήλογον πρὸς τὸν αὐτοῦ αἵονα, καὶ

ὡς ἀγα ὁ ΓΒΓ τοῦτος πρὸς τὸν ΖΒΗ τοῦτος, ὅπως ὁ
αὐτοῦ ΚΤ παδαλλήλογον κῆλον πρὸς τὸν αὐτοῦ αἵονα

3. ἐπεὶ οὕτως, sic, omissum in AB add. S 3. ΚΒ Α' in marg.

3. 4. τῆς ἐλκός καὶ τῆς ἐσθίας δις scripta in ABS 7. το
κῆλ, ΚΝ ΑΙΙ (sine το), Α, κῆλ S 8. ἡ μὲν ΑΗΓ περιεργιστὴν
μέρος ἐστὶν τι Α(ΒS), corr. (το el manus quaedam recentior (non sca-
ligeri) in S 10. ἡ ΒΔ (το pro ἡ ΚΑ 11. τῇ δὲ ΚΙΙ Η pro τῇ
δὲ ΚΜ (τῇ δὲ ΚΡ (το S man. rec.) 13. ὅπως ἡ add. S man. rec.

23. πρὸς τὸν ΖΒΗ, Η τοῦτος Α 26. τὸν ΖΒΗ Α' ex τὸν ΖΒΗ 4
omissum in AB add. S

ΝΤ πρὸς τὸν ἀπὸ τοῦ ΜΤ παραλληλογράμμου κύλινδρον
 35 περὶ τὸν αὐτὸν ἄξονα. ὁμοίως δὲ ἐὰν τῇ μὲν ΑΓ ἴσην
 θῶμεν τὴν ΓΔ, τῇ δὲ ΚΡ ἴσην τὴν ΡΧ, καὶ τὰ αὐτὰ κατα-
 σκευάσωμεν, ἔσται ὡς ὁ ΔΒΓ τομεὺς πρὸς τὸν ΕΒΘ, οὕ-
 τως ὁ ἀπὸ τοῦ ΡΦ παραλληλογράμμου κύλινδρος περὶ ἄξονα⁵
 τὸν ΤΦ πρὸς τὸν ἀπὸ τοῦ ΞΦ παραλληλογράμμου κύλιν-
 δρον περὶ τὸν αὐτὸν ἄξονα. τῷ δ' αὐτῷ τρόπῳ ἐφοδεύ-
 σαντες δεῖξομεν ὡς ὅλον τὸν κύκλον πρὸς πάντα τὰ ἐγγε-
 γραμμένα τῇ ἔλικι ἐκ τομέων σχήματα, οὕτως τὸν ἀπὸ τοῦ
 ΝΠ παραλληλογράμμου κύλινδρον περὶ ἄξονα τὸν ΝΑ πρὸς¹⁰
 πάντα τὰ τῷ ἀπὸ τοῦ ΚΝΑ τριγώνου περὶ τὸν ΑΝ ἄξονα
 κώνῳ ἐγγραφόμενα ἐκ κυλίνδρων σχήματα, καὶ πάλιν ὡς
 τὸν κύκλον πρὸς πάντα τὰ περιγραφόμενα τῇ ἔλικι ἐκ το-
 μέων σχήματα, οὕτως τὸν κύλινδρον πρὸς πάντα τὰ τῷ
 αὐτῷ κώνῳ ἐκ κυλίνδρων περιγραφόμενα σχήματα, ἐξ οὗ¹⁵
 φανερὸν ὅτι ὡς ὁ κύκλος πρὸς τὸ μεταξὺ τῆς ἔλικος καὶ
 τῆς ΑΒ εὐθείας σχῆμα, οὕτως ὁ κύλινδρος πρὸς τὸν κώνον.
 τριπλάσιος δὲ ὁ κύλινδρος τοῦ κώνου· τριπλάσιος ἄρα καὶ
 ὁ κύκλος τοῦ εἰρημένου σχήματος.

36 κγ'. Τῷ δ' αὐτῷ τρόπῳ δεῖξομεν ὅτι, καὶ διαχθῇ τις²⁰
 εἰς τὴν ἔλिका ὡς ἡ ΒΖ καὶ διὰ τοῦ Ζ περὶ τὸ κέντρον τὸ
 Β γραφῇ κύκλος, τὸ περιεχόμενον σχῆμα ὑπὸ τε τῆς ΖΕΒ
 ἔλικος καὶ τῆς ΖΒ εὐθείας τρίτον μέρος ἐστὶν τοῦ περι-
 εχομένου σχήματος ὑπὸ τε τῆς ΖΗΘ περιφερείας τοῦ κύκλου
 καὶ τῶν ΖΒΘ εὐθειῶν.²⁵

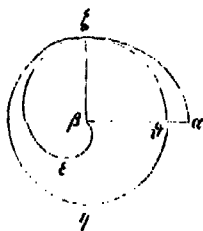
37 Ἡ μὲν οὖν ἀπόδειξις τοιαύτη τίς ἐστίν, ἐξῆς δὲ γρά-
 φομεν θεώρημα περὶ τὴν αὐτὴν γραμμὴν ὑπάρχον ἰστορίας
 ἄξιον.

αδ'. Ἐστω γάρ ὁ τε κύκλος ὁ προειρημένος ἐν τῇ γε-

4. τὸν ΕΒΘ ὁ pro τὸν ΕΘΗ 6. τοῦ ΞΦ παραλληλογράμμου:
 quod plenius "parallelogrammo ξηφο" in Lat. versione scriptissimus, litte-
 ram quidem O, quae in Graeco contextu non exstat, figura in codicibus
 tradita exhibet 46. πρὸς τὸ Α, πρὸς τὰ Β'S 17. σχῆμα Hu auc-
 tore ὁ pro σχήματα 20. Κ' Α' in marg. (BS) 22. post σχήμα
 repetunt γραφῇ Α(BS), del. ὁ 25. καὶ τῶν ΖΒΗ ABS, et rectis li-
 neis ΖΒ ΒΘ ὁ. corr. Hu 29. Κ' Α' in marg. (BS)

diximus cylindrus ad alterum. Ac similiter, si circumferentiae $\alpha\gamma$ aequalem $\gamma\delta$, et rectae $\kappa\epsilon$ aequalem $\epsilon\chi$ posuerimus eademque construxerimus, erit ut sector $\delta\beta\gamma$ ad sectorem $\epsilon\beta\theta$, ita cylindrus, qui circa axem $\tau\phi$ a parallelogrammo $\epsilon\tau\phi\chi$ oritur, ad eum cylindrum, qui circa eundem axem fit ex parallelogrammo $\xi\tau\phi\theta$. Eadem autem ratione progredientes demonstrabimus ut totum circulum ad omnes figuras helici ex sectoribus inscriptas, ita esse cylindrum, qui circa axem $\nu\lambda$ a parallelogrammo $\kappa\nu\lambda\pi$ oritur, ad omnes ex cylindris figuras inscriptas cono, qui circa axem $\nu\lambda$ a triangulo $\kappa\nu\lambda$ ortum habet, et rursus ut circulum ad omnes ex sectoribus figuras helici circumscriptas, ita esse cylindrum ad omnes ex cylindris figuras eidem cono circumscriptas, unde apparet esse ut circulum ad figuram quae helice et recta $\alpha\beta$ continetur, ita cylindrum ad conum. Est autem cylindri tertia pars conus; ergo etiam circuli tertia pars est ea quam diximus figura³.

XXIII. Eadem ratione demonstrabimus, si ad helicem



$\alpha\zeta\epsilon\beta$ quaelibet recta, velut $\beta\zeta$, ducatur et circa centrum β per punctum ζ circulus describatur, figuram quae helice $\zeta\epsilon\beta$ et recta $\zeta\beta$ continetur tertiam partem esse figurae quae circuli circumferentia $\zeta\eta\theta$ et rectis $\zeta\beta$ $\beta\theta$ continetur.

Hoc igitur modo illa quam supra instituimus fit demonstratio; iam vero subiungimus aliud theorema cura ac studio dignum, quod ad eandem lineam pertinet.

XXIV. Sit enim et circulus, qualem de ortu helices dis- Prop. 22

3; Ad hanc demonstrationem ex Euclidis elementis nihil nisi libri 12 propositionem 10 ($\pi\acute{\alpha}\varsigma \kappa\acute{\alpha}\nu\omicron\varsigma \kappa\alpha\lambda\iota\sigma\tau\epsilon\omicron\upsilon\varsigma \tau\epsilon\lambda\iota\omicron\tau \mu\epsilon\tau\omicron\varsigma$ etc.) licet citare; neque ex Archimede, nisi fallor, quidquam afferri potest, quod proprie ad hunc locum pertineat; attamen haec Pappi argumentandi ratio tota ex Archimedis ingenio et auctoritate pendere videtur.

serentes posuimus, et ipsa helix $\alpha\zeta\epsilon\beta$; dico, si quaelibet recta, velut $\beta\zeta$, ad helicem ducatur, esse ut figuram quae tota helice et recta $\alpha\beta$ continetur ad figuram quae helice $\zeta\epsilon\beta$ et recta $\beta\zeta$ continetur, ita cubum ex $\alpha\beta$ ad cubum ex $\beta\zeta$ *).

Describatur enim per ζ circa centrum β circulus $\zeta\eta\theta$. Iam quia ut figura quae linea $\alpha\zeta\epsilon\beta$ et recta $\alpha\beta$ continetur ad figuram quae linea $\zeta\epsilon\beta$ et recta $\zeta\beta$ continetur, ita est circulus $\alpha\gamma\delta$ ad figuram quae circumferentia $\zeta\eta\theta$ et rectis $\zeta\beta$ $\beta\theta$ continetur (nam utramque ex superioribus figuris utriusque ex posterioribus tertiam partem esse demonstravimus *propos.* 24), et circulus $\alpha\gamma\delta$ ad figuram quae rectis $\zeta\beta$ $\beta\theta$ et circumferentia $\zeta\eta\theta$ continetur habet proportionem compositam ex eâ quam circulus $\alpha\gamma\delta$ habet ad circulum $\zeta\eta\theta$ et illâ quam circulus $\zeta\eta\theta$ habet ad figuram quae rectis $\zeta\beta$ $\beta\theta$ et circumferentia $\zeta\eta\theta$ continetur, sed ut circulus $\alpha\gamma\delta$ ad circulum $\zeta\eta\theta$, ita est $\alpha\beta^2$ ad $\beta\zeta^2$, ut autem circulus $\zeta\eta\theta$ ad eam quam statim diximus figuram, ita est tota circuli circumferentia ad circumferentiam $\zeta\eta\theta$ (*elem.* 6, 33; id est circuli $\alpha\gamma\delta$ circumferentia ad circumferentiam $\gamma\delta\alpha$, id est propter proprietatem spiralis lineae (*propos.* 19) recta $\alpha\beta$ ad $\beta\zeta$: ergo etiam figura inter helicem $\alpha\zeta\epsilon\beta$ et rectam $\alpha\beta$ ad figuram inter helicem $\zeta\epsilon\beta$ et rectam $\beta\zeta$ habet proportionem compositam ex $\alpha\beta^2$ ad $\beta\zeta^2$ et $\alpha\beta$ ad $\beta\zeta$. Haec autem proportio eadem est ac cubi ex $\alpha\beta$ ad cubum ex $\beta\zeta$.

* Quo magis elegantia demonstrationis huius theorematís apparent, ad Arinecorum verborum interpretationem quae supra legitur hic breviorẽ formularum conspectum iuvat addere. Sit area circuli $\alpha\gamma\delta = A$, circuli $\zeta\eta\theta = B$, sector inter rectas $\zeta\beta$ $\beta\theta$ et circumferentiam $\zeta\eta\theta = C$, figura inter helicem $\alpha\zeta\epsilon\beta$ et rectam $\alpha\beta = D$, eiusdem pars inter $\zeta\epsilon\beta$ et $\beta\zeta = E$; est igitur (*propos.* 24) $D = \frac{1}{3}A$, et $E = \frac{1}{3}C$; ergo $D : E = A : C$. Sed est

$$\frac{A}{C} = \frac{A}{B} \cdot \frac{B}{C}, \text{ et in his } \frac{A}{B} = \frac{\alpha\beta^2}{\beta\zeta^2}, \text{ atque}$$

$$\frac{B}{C} = \frac{\text{circumf. } B}{\text{circumf. } \zeta\eta\theta} = \frac{\text{circumf. } A}{\text{circumf. } \gamma\delta\alpha} = \frac{\alpha\beta}{\beta\zeta} \text{ (propos. 49); ergo}$$

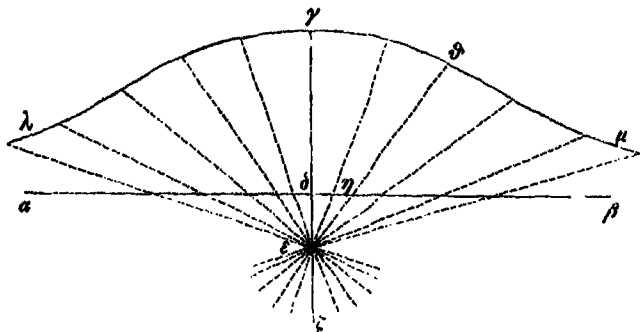
$$\frac{A}{C} = \frac{\alpha\beta^2}{\beta\zeta^2} \cdot \frac{\alpha\beta}{\beta\zeta}, \text{ id est } \frac{D}{E} = \frac{\alpha\beta^3}{\beta\zeta^3}.$$

lore Cu 30. καὶ ἐκ 1/οὐ Α, καὶ ἐκ τοῦ Β1, καὶ ἐκ τῆ τοῦ Β3S

34. παρὰ τὸ Α, corr. BS

Pappus I.

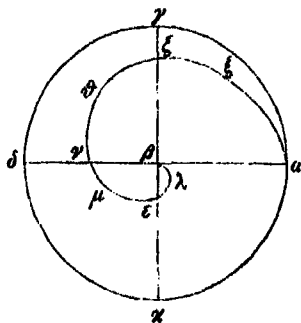
- 38 κα'. Ἐκ δὴ τούτων φανερόν ἐστι, ἐὰν τῆς ἑλικος ἐποκειμένης καὶ τοῦ περὶ αὐτὴν κύκλου ἐκβληθῇ ἡ AB ἐπὶ τὸ A καὶ πρὸς ὁρθὰς αὐτῇ ἀχθῇ ἡ ΓZBK , οἷον ἐστὶν ἐνὸς τὸ μεταξὺ τῆς $B\Lambda E$ γραμμῆς καὶ τῆς BE εὐθείας χωρίον, τοιούτων ἐστὶν τὸ μὲν μεταξὺ τῆς NMB γραμμῆς καὶ τῶν NBE εὐθειῶν χωρίον ἑπτὰ, τὸ δὲ μεταξὺ τῆς ZON γραμμῆς καὶ τῶν ZBN εὐθειῶν ἰθ', τὸ δὲ μεταξὺ τῆς $A\epsilon Z$ γραμμῆς καὶ τῶν ABZ εὐθειῶν λζ' (δηλα γὰρ ταῦτα ἐκ τοῦ προδεδειγμένου θεωρήματος), καὶ ὅτι οἷον ἐστὶν ἡ AB δ', ἡ μὲν ZB τριῶν, ἡ δὲ BN δύο, ἡ δὲ BE ἐνός· καὶ γὰρ τοῦτο δηλὸν ἔκ τε τοῦ τῆς γραμμῆς συμπτώματος καὶ τοῖς τὰς $AG \Gamma A AK KA$ περιφερείας ἴσας εἶναι.
- 39 κας'. Εἰς τὸν διπλασιασμόν τοῦ κύβου παράγεται τις ὑπὸ Νικομήδους γραμμὴ καὶ γένεσιν ἔχει τοιαύτην. Ἐκκεῖσθω εὐθεῖα ἡ AB , καὶ αὐτῇ πρὸς ὁρθὰς ἡ ΓAZ , καὶ εἰλήφθω τι σημεῖον ἐπὶ τῆς ΓAZ δοθέν τὸ E , καὶ



μένοντος τοῦ E σημείου ἐν ᾧ ἐστὶν τόπω ἡ ΓAEZ εὐθεῖα φερέσθω κατὰ τῆς AB εὐθείας ἑλκομένη διὰ τοῦ E σι-

1. $\overline{KE} A^1$ in marg. (BS) 3. ἡ $\Gamma Z \overline{EK} AS$, coniunx. B 4. τῆς [ante $B\Lambda E$]; add. Hu 5. 6. τῶν NB εὐθειῶν $A(B)$, corr. S (τῶν NH BE voluū Co, 6. χωρίον $\epsilon\pi\alpha A$, corr. BS 6. 7. τῆς ZON γραμμῆς ABS , corr. Co 7. τῶν ZB BN et 8. τῶν AB BZ voluū Co 8. 9. ἐκ-τετοῦ $A(B$ Paris. 2268), corr. S 9. 10. ἡ AB δ') ἡ $\overline{AB} A$ AB , ἡ $\alpha\beta$

XXV. Ex hoc igitur apparet, si, helice et circulo circa ipsam positis, recta $\alpha\beta$ ad δ punctum circumferentiae produca-



tur, eique perpendicularis ducatur diametrus $\gamma\delta\epsilon\zeta$, ac spatium inter lineam $\beta\lambda\epsilon$ et rectam $\beta\epsilon$ pro unitate ponatur, tales unitates spatio inter lineam $\nu\mu\epsilon$ et rectas $\nu\beta\beta\epsilon$ inesse 7, spatio autem inter lineam $\zeta\theta\nu$ et rectas $\zeta\beta\beta\nu$ 19, denique spatio inter lineam $\alpha\xi\zeta$ et rectas $\alpha\beta\beta\zeta$ 37; haec enim ex superiore theoremate manifesta sunt¹⁾. Item constat rectas $\alpha\beta\beta\zeta\beta\nu\beta\epsilon$ inter sese esse ut 4 : 3 : 2 : 1; nam hoc

quoque et ex spiralis lineae proprietate (propos. 19) et inde manifestum est, quod circumferentiae $\alpha\gamma\gamma\delta\delta\kappa\kappa\alpha$ inter se aequales sunt.

XXVI. Ad duplicationem cubi a Nicomede²⁾; linea quaedam inducitur, quae huiusmodi ortum habet.

Exponatur recta $\alpha\beta$ eique perpendicularis recta $\gamma\delta\zeta$, et in hac sumatur punctum quoddam datum ϵ , et, cum punctum ϵ suo loco maneat, recta $\gamma\delta\epsilon\zeta$ seratur in recta $\alpha\delta\beta$ per

1) Quia rectae $\alpha\beta\beta\zeta\beta\nu\beta\epsilon$ inter se sunt ut 4 : 3 : 2 : 1 (propos. 19), et spatia inter spiralem et quamque earum rectarum contenta inter se sunt ut cubi ex ipsis rectis (propos. 22), si spatium inter spiralem $\beta\lambda\epsilon$ et rectam $\beta\epsilon$ pro unitate ponitur, tales unitates spatium inter $\nu\mu\epsilon\lambda\beta$ et $\beta\nu$ habet 8, spatium inter $\zeta\theta\nu\mu\epsilon\lambda\beta$ et $\beta\zeta$ 27, denique spatium inter totam helicem et rectam $\alpha\beta$ 64. Unde illa quae supra posita sunt sponte efficiuntur.

2) Eutocius in Archim. de sphaera et cylindro II p. 146 ed. Torell.: $\gamma\rho\alpha\iota\gamma\epsilon\iota\ \delta\epsilon\ \kappa\alpha\iota\ \text{Νικομήδης ἐν τῷ ἐπιγεγραμμένῳ πρὸς αὐτοῦ περὶ κορυφωδῶν συγγραμμάτων ὀργάνου κατασκευὴν τὴν αὐτὴν ἀποπληροῦντος χρεῖται.}$ Ac porro Eutocius p. 146—149 Nicomedis et instrumentum et demonstrationem latius exponit.

τεσσάρων S 42. $\overline{K\zeta}$ A¹ in marg. (BS) 43. καὶ αὐτὴ α πρὸς ὁρθὰς A, καὶ αὐτὴ α etc. B, corr. S 47. ἡ γδζ εὐθεία S

μείου οὕτως ὥστε διὰ παντός φέρεσθαι τὸ Δ ἐπὶ τῆς AB εὐθείας καὶ μὴ ἐκπλήττειν ἐλκομένης τῆς $\Gamma\Delta\epsilon\zeta$ διὰ τοῦ B . τοιαύτης δὴ κινήσεως γενομένης ἐφ' ἑκάτερα φανερόν ἐστι τὸ Γ σημεῖον γράψει γραμμὴν οἷα ἐστὶν ἡ $\Lambda\Gamma\text{M}$, καὶ ἐστὶν αὐτῆς τὸ σύμπτωμα τοιοῦτον. ὥς ἂν εὐθεία προσπίπτῃ⁵ τις ἀπὸ τοῦ E σημείου πρὸς τὴν γραμμὴν, τὴν ἀπολαμβανομένην μεταξὺ τῆς τε AB εὐθείας καὶ τῆς $\Lambda\Gamma\text{M}$ γραμμῆς ἴσην εἶναι τῇ $\Gamma\Delta$ εὐθείᾳ· μενούσης γὰρ τῆς AB καὶ μένοντος τοῦ E σημείου, ὅταν γένηται τὸ Δ ἐπὶ τὸ H , ἡ $\Gamma\Delta$ εὐθεία τῇ $\text{H}\Theta$ ἐφαρμόσει καὶ τὸ Γ σημεῖον ἐπὶ τὸ Θ ¹⁰ πεσῇται· ἴση ἄρα ἐστὶν ἡ $\Gamma\Delta$ τῇ $\text{H}\Theta$. ὁμοίως καὶ ἂν ἑτέρα τις ἀπὸ τοῦ E σημείου πρὸς τὴν γραμμὴν προσπέσῃ, τὴν ἀποτεμνομένην ὑπὸ τῆς γραμμῆς καὶ τῆς AB εὐθείας ἴσην ποιήσει τῇ $\Gamma\Delta$ [ἐπειδὴ ταύτῃ ἴσαι εἰσὶν αἱ προσπίπτουσαι]. καλεῖσθω δέ, φησιν, ἡ μὲν AB εὐθεία κανὼν,¹⁵ τὸ δὲ σημεῖον πόλος, διάστημα δὲ ἡ $\Gamma\Delta$, ἐπειδὴ ταύτῃ ἴσαι εἰσὶν αἱ προσπίπτουσαι πρὸς τὴν $\Lambda\Gamma\text{M}$ γραμμὴν, αὐτὴ δὲ ἡ $\Lambda\Gamma\text{M}$ γραμμὴ κοχλοειδὴς πρώτη [ἐπειδὴ καὶ ἡ δευτέρα καὶ ἡ τρίτη καὶ ἡ τετάρτη ἐκτίθεται εἰς ἄλλα θεωρήματα χρησιμεύουσαι].

20

- 40 κζ'. Ὅτι δὲ ὀργανικῶς δύναται γράφεσθαι ἡ γραμμὴ καὶ ἐπ' ἑλαττον ἀεὶ συμπορεύεται τῇ κανόνι, τουτέστιν ὅτι πασῶν τῶν ἀπὸ τινων σημείων τῆς $\Lambda\Gamma\Theta$ γραμμῆς ἐπὶ τὴν AB εὐθείαν καθέτων μεγίστη ἐστὶν ἡ $\Gamma\Delta$ κάθετος, ἀεὶ δὲ ἡ ἔγγιον τῆς $\Gamma\Delta$ ἀγομένη κάθετος τῆς ἀπώταρον²⁵ μεῖζων ἐστίν, καὶ ὅτι, εἰς τὸν μεταξὺ τόπον τοῦ κανόνος καὶ τῆς κοχλοειδοῦς ἂν τις ἢ εὐθεία, ἐκβαλλομένη τμηθήσεται ὑπὸ τῆς κοχλοειδοῦς, αὐτὸς ἀπέδειξεν ὁ Νικο-

2. τῆς $\Gamma\Delta$ $\overline{E\zeta}$ AB , coniunx. S 6. τις Sca [quasiplam Co] pro τῆς 8. εἶναι] ποιεῖ Hu τὴν $\Gamma\Delta$ εὐθεῖαν A(BS), corr. man. rec. in S 11. πεσῇται add. Hu 14. 45. ἐπειδὴ — προσπίπτουσαι ex proximis inepte huc translata del. Hu 17. αἱ om. AB¹ S, add. B² 18. κοχλοειδὴς A¹, corr. A² BS 49. ἐκτίθενται Hu 24. KZ A¹ in marg. (BS) 23. συμπορεύεσθαι ABS, corr. Hu auclore Co 25. δὲ η εγγύτιον A. spirital. et acc. add. B, corr. S 27. κοχλοειδοῦς AB²

punctum ϵ attracta ita, ut punctum δ semper in recta $\alpha\beta$ moveatur neque, dum recta $\gamma\delta\epsilon\zeta$ per punctum ϵ attrahitur, exoidat³⁾. Itaque cum huiusmodi motus in utramque partem fiat, punctum γ apparet describere lineam qualis est $\lambda\gamma\mu$, cuius proprietas haec est. Utcunque recta quaedam a puncto ϵ ad lineam ducitur, eius rectae pars inter rectam $\alpha\beta$ et lineam $\lambda\gamma\mu$ abscissa aequalis est rectae $\gamma\delta$; nam cum et recta $\alpha\beta$ et punctum ϵ maneant, si punctum δ pervenerit in punctum η , recta $\gamma\delta$ cum $\eta\theta$ congruet et punctum γ cadet in punctum θ ; ergo aequales sunt rectae $\gamma\delta$ $\eta\theta$. Similiter, si alia recta a puncto ϵ ad lineam ducatur, haec partem inter lineam et rectam $\alpha\beta$ abscissam aequalem rectae $\gamma\delta$ officiet. Et vocetur, inquit⁴⁾, recta $\alpha\beta$ canon, punctum ϵ polus, recta $\gamma\delta$ intervallum, quoniam huic rectae aequales sunt quaecunque ad lineam $\lambda\gamma\mu$ eo quo diximus modo ducuntur; ipsa autem $\lambda\gamma\mu$ linea conchoides prima appelletur (quoniam etiam secunda et tertia et quarta exponuntur, quae ad alia theoremata utiles sunt).

XXVII. Sed eam lineam instrumenti ope describi posse, eamque propius semper ad canonem accedere, id est, omnium perpendicularium quae a quibuscunque lineae $\lambda\gamma\theta\mu$ punctis ad rectam $\alpha\beta$ ducuntur maximam esse $\gamma\delta$, et semper perpendicularem quae propius $\gamma\delta$ ducitur maiorem esse remotiorem, et, si recta quaedam in spatium inter canonem et conchoidem incidat, hanc productam a conchoide secari, ipse

3) Rectae $\gamma\delta\epsilon\zeta$ motum, qualis animo scriptoris observatur, in figura lineis per puncta expressis significavimus.

4) Eutoc. p. 147: γραμμήσεται τις γραμμή, ὅα ἐστὶν ἡ AMN (apud Pappum ἡ ATM), ἥτινα καλεῖ Νικομήδης κογχοειδὴ πρώτην γραμμὴν, καὶ διάστημα μὲν τῆς γραμμῆς τὸ EK (apud Pappum τὸ $ΓΔ$; μέγεθος τοῦ κενότος, πόλον δὲ τὸ A apud Pappum τὸ L).

om. B¹) S, sed λ expunxit et γ superser. prima, ut videtur, manus in A, item proximo versu η : διαχθῆ cont. Hu 28. ἐπεδείξεν ABS, corr. Hu

Nicomedes demonstravit⁵⁾; et nos in *commentario* ad Diodori analemma⁶⁾, cum angulum tripartito secare institueremus, illa linea usi sumus.

Iam ex his quae diximus manifestum est, si angulus, Prop. 23
velut $\eta\alpha\beta$, et punctum extra angulum, velut γ , data sint, rectam $\gamma\eta$ ita duci posse, ut eius pars $\kappa\eta$, quae est inter lineam *conchoidem* et rectam $\alpha\beta$, aequalis sit datae rectae¹⁾.

Ducatur a puncto γ ad rectam $\alpha\beta$ perpendicularis $\gamma\delta$ et usque eo producat, ut $\delta\delta$ datae rectae aequalis sit, et polo γ ac dato intervallo, id est $\delta\delta$, et canone $\alpha\beta$ describatur linea *conchoides* prima $\epsilon\delta\eta$; haec igitur, ut statim diximus, cum recta $\alpha\eta$ concurrent. Concurrat in puncto η , et iungatur recta $\gamma\eta$; erit igitur eius pars $\kappa\eta$ aequalis datae rectae.

XXVIII. Sunt tamen qui *commodiorem* usum sequentes regulam puncto γ apponant ac moveant, donec experiendo recta inter rectam $\alpha\beta$ et lineam $\epsilon\delta\eta$ abscissa aequalis datae facta sit, quod cum ita se habeat, demonstratur id quod ab initio (XXVI) propositum est (scilicet cubus cubi duplus invenitur). Sed prius, datis duabus rectis duae mediae in continua proportionem sumuntur, quarum constructionem tantum Nicomedes exposuit, nos autem demonstrationem quoque ad constructionem aptavimus hunc in modum.

5) Vide Eutoc. p. 147 sq.

6) Libri mathematici titulus *ἀνάλημμα* iure suspectus videatur, quare nos in adnot. ad Graeca coniecimus ad Diodori lemma primum vel unum et vicesimum vel aliud quotumcunque hunc Pappi commentarium scriptum esse.

1) Idem Nicomedis problema exstat apud Eutoc. p. 148 sq.

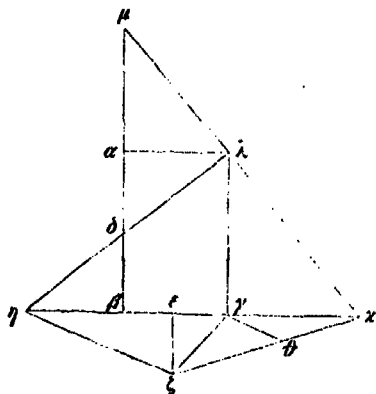
p. 149, attamen apud Pappum τὸ *πρὸς ἐξέρχθαι* recte scriptum esse videtur, quoniam hic illud Nicomedis, quod est apud Eutocium p. 148, non demonstravit, sed tantummodo commemoravit (supra p. 244, 26)
13. ἐπιτεύχθω A, corr. BS 15. $KH A'$ in marg. (BS) παρατε-
θέντες ABS, corr. Hu auctore Co 16. 17. ἀπολαμβανόμενη A^2 ex
ἀπολαμβάνομεν ἢ 19. λέγω — εἰρήσεται Interpolata esse videntur
22. μόρον Hu (tantum Co) pro μόνην

13 Ἰσοδύναμον γὰρ δύο εὐθείαι αἱ $\Gamma\Lambda$ $\Lambda\Lambda$ πρὸς ὁρθὰς ἀλλήλαις, ὧν δεῖ δύο μέσας ἀνάλογον κατὰ τὸ συνεχὲς εὐρεῖν, καὶ συμπληρωσθῶ τὸ $\Lambda\text{Β}\Gamma\Lambda$ παραλληλόγραμμον, καὶ τεμῆσθω διχα ἑκατέρα τῶν $\Lambda\text{Β}$ $\text{Β}\Gamma$ τοῖς Δ Ε σημείοις, καὶ ἐπιτευχθεῖσα μὲν ἡ $\Lambda\Lambda$ ἐκβεβλήσθω καὶ συμπιπτέτω εἰς τὴν $\Gamma\text{Β}$ ἐκβληθείᾳ κατὰ τὸ Η , τὴν δὲ $\text{Β}\Gamma$ πρὸς ὁρθὰς ἡ ΕΖ , καὶ προσβεβλήσθω ἡ $\Gamma\text{Ζ}$ ἴση οὖσα τῇ $\Lambda\Lambda$, καὶ ἐπεξεύχθω ἡ ΖΗ καὶ αὐτῇ παράλληλος ἡ $\Gamma\Theta$, καὶ γωνίας οὗσης τῆς ὑπὸ τῶν $\text{Κ}\Gamma\Theta$ ἀπὸ δοθέντος τοῦ Ζ διήχθω ἡ $\text{Ζ}\Theta\text{Κ}$ ποιοῦσα ἴσην τὴν $\Theta\text{Κ}$ τῇ $\Lambda\Lambda$ ἢ τῇ $\Gamma\text{Ζ}$ (τοῦτο γὰρ ὡς δυνατόν ἐδελχθῇ διὰ τῆς κοχλοειδοῦς γραμμῆς), καὶ ἐπιτευχθεῖσα ἡ $\text{Κ}\Lambda$ ἐκβεβλήσθω καὶ συμπιπτέτω εἰς τὴν $\Lambda\text{Β}$ ἐκβληθείᾳ κατὰ τὸ Μ . λέγω ὅτι ἐστὶν ὡς ἡ $\Lambda\Gamma$ πρὸς $\text{Κ}\Gamma$, ἡ $\text{Κ}\Gamma$ πρὸς $\text{Μ}\Lambda$, καὶ ἡ $\text{Μ}\Lambda$ πρὸς τὴν $\Lambda\Lambda$.

Ἐπεὶ ἡ $\text{Β}\Gamma$ τέμνεται διχα τῷ Ε καὶ πρόσκειται αὐτῇ ἡ $\text{Κ}\Gamma$, τὸ ἄρα ὑπὸ $\text{ΒΚ}\Gamma$ μετὰ τοῦ ἀπὸ $\Gamma\text{Ε}$ ἴσον ἐστὶν τῷ ἀπὸ ΕΚ . κοινὸν προσκεῖσθω τὸ ἀπὸ ΕΖ . τὸ ἄρα ὑπὸ $\text{ΒΚ}\Gamma$ μετὰ τῶν ἀπὸ $\Gamma\text{ΕΖ}$, τούτέστιν τοῦ ἀπὸ $\Gamma\text{Ζ}$, ἴσον ἐστὶν τοῖς ἀπὸ ΚΕΖ , τούτέστιν τῷ ἀπὸ ΚΖ . καὶ ἐπεὶ ὡς ἡ $\text{Μ}\Lambda$ πρὸς $\Lambda\text{Β}$, ἡ $\text{Μ}\Lambda$ πρὸς $\Lambda\text{Κ}$, ὡς δὲ ἡ $\text{Μ}\Lambda$ πρὸς $\Lambda\text{Κ}$, οὕτως ἡ $\text{Β}\Gamma$ πρὸς $\Gamma\text{Κ}$, καὶ ὡς ἄρα ἡ $\text{Μ}\Lambda$ πρὸς $\Lambda\text{Β}$,

1 sqq. Ἰσοδύναμον etc. usque ad finem cap. 43 item o Nicomedis libro περὶ κοχλοειδῶν γραμμῶν repetita habet Eutocius in Archimedis de sphaera et cylindro librum II p. 449 ed. Torell. 4. αἱ $\Gamma\Lambda$ $\Lambda\Lambda$ ABS Eutocius, et sic ubique in hac demonstratione Λ occurrit, ubi rectius Pappus III cap. 24 Δ habet, et vice versa Δ pro Λ . 3. κατὰ τὸ συνεχὲς $\text{Β}\Gamma$ Eutoc., τὸ om. AS, expunx. B². 3. συμπληρωσθῶ] hinc usque similis est demonstrationis contextus ei qui apud Pappum supra III cap. 24 legitur. τὸ $\Lambda\text{Β}\Gamma\Lambda$ Eutoc., τὸ $\Lambda\text{Β}\Gamma\Delta$ ABS. 4. τοῖς $\Delta\text{Ε}$ A, τοῖς δὲ B, distinx. S. 5. ἐπιτευχθεῖσαν (sine acc.) A, corr. BS. 7. προσβεβλήσθω ABS Eutoc., ἐπεξεύχθω Pappus supra p. 60, 2. 8. καὶ (ante γωνίας) add. Eutoc. et Pappus p. 60, 3. 9. ἀποδοθέντος AB, distinx. S. 11. κοχλοειδοῦς ABS, sed in A prima, ut videtur, manus 2 expunxit et γ superser. 15. Ἐπεὶ ABS Eutoc., Ἐπεὶ γὰρ Pappus p. 60, 20. 16. ἄρα ὑπὸ $\text{ΒΚ}\Gamma$ Pappus p. 60, 21 Eutoc., ἄρα ὑπὸ $\text{Β}\Gamma\text{Κ}$ ABS. τοῦ ἀπὸ $\Gamma\text{Ε}$ Pappus l. c. Eutoc., τοῦ $\Gamma\text{Ε}$ AB, τοῦ γ S. 18. μετὰ τῶν ἀπὸ $\Gamma\text{ΕΖ}$ Pappus p. 60, 23, μετὰ τῶν ἀπὸ $\Lambda\text{ΕΖ}$ ABS, μετὰ τῶν ἀπὸ $\Gamma\text{Ε}$ ΕΖ Eutoc.

Datae enim sint duae rectae $\gamma\lambda$ $\lambda\alpha$ inter se perpendiculari- Prop. 24⁶⁾
res, quarum duae mediae continuo proportionales inveniantur.



Compleatur $\alpha\beta\gamma\lambda$ parallelogrammum, et rectae $\alpha\beta$ $\beta\gamma$ in punctis δ ϵ bifariam secantur, et iuncta $\lambda\delta$ producatur rectaeque $\gamma\beta$ productae occurrat in puncto η , et rectae $\beta\gamma$ perpendicularis ducatur $\epsilon\zeta$, cuius punctum ζ ita sumatur, ut iuncta $\gamma\zeta$ aequalis sit rectae $\alpha\delta$, et iungatur $\zeta\eta$ eique parallela du-

catur $\gamma\theta$, et producta $\beta\gamma$ ad punctum κ (adhuc definiendum), cum datus sit angulus $\kappa\gamma\theta$ **, a dato puncto ζ recta $\zeta\theta\kappa$ ita ducatur, ut $\theta\kappa$ aequalis sit rectae $\alpha\delta$ sive $\gamma\zeta$ (hoc enim fieri posse per conchoidem lineam *propos.* 23 demonstratum est, et iuncta $\kappa\lambda$ producatur occurratque rectae $\beta\alpha$ productae in puncto μ ; dico esse $\lambda\gamma : \gamma\kappa = \gamma\kappa : \mu\alpha = \mu\alpha : \alpha\lambda$.

Quoniam $\beta\gamma$ bifariam secta est in puncto ϵ eique in eadem recta addita est $\gamma\kappa$, est igitur (*elem.* 2, 6.

$$\beta\kappa \cdot \kappa\gamma + \gamma\epsilon^2 = \epsilon\kappa^2. \text{ Commune addatur } \epsilon\zeta^2; \text{ est igitur}$$

$$\beta\kappa \cdot \kappa\gamma + \gamma\epsilon^2 + \epsilon\zeta^2 = \epsilon\kappa^2 + \epsilon\zeta^2, \text{ id est}$$

$$\beta\kappa \cdot \kappa\gamma + \gamma\zeta^2 = \kappa\zeta^2. \text{ Et quoniam propter parallelas } \alpha\lambda$$

$\beta\kappa$ est

$$\mu\alpha : \alpha\beta = \mu\lambda : \lambda\kappa, \text{ et propter parallelas } \mu\beta \lambda\gamma$$

$$\mu\lambda : \lambda\kappa = \beta\gamma : \gamma\kappa, \text{ est igitur etiam}$$

^{*)} Conf. supra III *propos.* 3, viii, *Eutoc.* p. 149.

^{**) Quoniam rectanguli $\alpha\beta\gamma\lambda$ latera $\alpha\lambda$ $\lambda\gamma$ positione et magnitudine data sunt et $\alpha\delta$ dimidia $\alpha\beta$ est, ex constructione igitur triangulum $\eta\beta\delta$ triangulo $\lambda\alpha\delta$ aequale et simile est; ergo, quia recta est $\lambda\delta\eta$, punctum η datum est. Sed propter dat. 43 triangulum $\epsilon\gamma\zeta$ specie datum est, et, quia $\epsilon\gamma$ $\gamma\zeta$ magnitudine datae sunt, datum est etiam punctum ζ . Ergo propter dat. 41 angulus $\epsilon\eta\zeta$ datus est, itaque etiam, qui huic aequalis est, angulus $\kappa\gamma\theta$.}

$\mu\alpha : \alpha\beta = \beta\gamma : \gamma\kappa$. Et est $\alpha\beta = 2\alpha\delta$, et $\beta\gamma = \frac{1}{2}\gamma\zeta$
(quia $\eta\beta = \alpha\lambda = \beta\gamma$); ergo erit
etiam

$\mu\alpha : \alpha\delta = \eta\gamma : \gamma\kappa$. Sed propter parallelas $\eta\zeta$ $\gamma\vartheta$ est
 $\eta\gamma : \gamma\kappa = \zeta\vartheta : \vartheta\kappa$; ergo etiam
componendo

$\mu\delta : \alpha\delta = \zeta\kappa : \vartheta\kappa$. Sed ex hypothesi est $\alpha\delta = \vartheta\kappa$;
ergo etiam $\mu\delta = \zeta\kappa$, et

$\mu\delta^2 = \kappa\zeta^2$. Et propter elem. 2, 6 est

$\mu\delta^2 = \beta\mu \cdot \mu\alpha + \alpha\delta^2$, et supra demonstratum est

$\kappa\zeta^2 = \beta\kappa \cdot \kappa\gamma + \gamma\zeta^2$. Iam in his est $\alpha\delta^2 = \gamma\zeta^2$ (nam
ex hypothesi est $\alpha\delta = \gamma\zeta$); ergo
etiam subtrahendo

$\beta\mu \cdot \mu\alpha = \beta\kappa \cdot \kappa\gamma$, id est proportione facta (elem. 6, 16)

$\mu\beta : \beta\kappa = \gamma\kappa : \mu\alpha$. Sed propter parallelas $\mu\beta$ $\lambda\gamma$ est
 $\mu\beta : \beta\kappa = \lambda\gamma : \gamma\kappa$; ergo etiam

$\lambda\gamma : \gamma\kappa = \gamma\kappa : \mu\alpha$. Sed propter parallelas $\beta\kappa$ $\alpha\lambda$ est
 $\mu\beta : \beta\kappa = \mu\alpha : \alpha\lambda$, ideoque

$\gamma\kappa : \mu\alpha = \mu\alpha : \alpha\lambda$; ergo etiam

$\lambda\gamma : \gamma\kappa = \gamma\kappa : \mu\alpha = \mu\alpha : \alpha\lambda$.

XXIX. Hoc demonstrato apparet, quomodo, dato cubo, Prop.
aliud cubum iuxta datam proportionem invenire oporteat. 25

Sit enim data proportio $\alpha : \beta$, et rec-
tarum $\alpha\beta$ duae mediae in continua propor-
tione sumantur $\gamma\delta$; erit igitur $\alpha : \beta =$
 $\alpha^3 : \gamma^3$; hoc enim manifestum est ex ele-
mentis 5 def. 11. 8. 12. 11. 33).

XXX. Ad circuli quadraturam a Dinostrato¹⁾, Nicomede

1) Conf. Chasles, *Aperçu historique* etc., p. 28 versionis German.,
Bretschneider, *Geometrie vor Euklides*, p. 96, Hermann Hankel, *Geschichte
der Mathematik*, p. 454.

Eutoc., τὸ ἀπὸ $\overline{HMA}$ ABS 24. ἡ $\overline{ΓΚ}$ πρὸς $\overline{ΜΑ}$ Pappus p. 62, 9. 10,
ἡ $\overline{ΚΓ}$ πρὸς $\overline{ΑΜ}$ Eutoc. V², ἡ $\overline{ΑΓ}$ πρὸς $\overline{ΓΚ}$ ABSV 22. καὶ αὐτὴ ὡς
ἦεν add. Pappus p. 62, 10 Eutoc. V² 22. 23. ἡ $\overline{ΓΚ}$ πρὸς $\overline{ΑΜ}$ —
ἡ $\overline{ΜΒ}$ πρὸς $\overline{ΒΚ}$ Pappus p. 62, 14. 12, ἡ $\overline{ΓΚ}$ πρὸς $\overline{ΑΜ}$. ἔστι δὲ καὶ ὡς
ἡ $\overline{ΑΓ}$ πρὸς $\overline{ΓΚ}$ Eutoc., om. ABS 26. $\overline{ΚΘ}$ $\overline{Α^1}$ in marg. (BS, 29. τῶν
 $\overline{ΑΒ}$ $\overline{ΑΣ}$, distinx. B 30. αὖ $\overline{ΓΔ}$ $\overline{Α}$, distinx. BS 33. $\overline{λ}$ $\overline{Α^1}$ in marg. (BS.

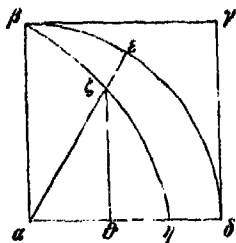
ὑπὸ Δεινοστράτου καὶ Νικομήδους γραμμὴ καὶ τινων ἄλλων νεωτέρων ἀπὸ τοῦ περὶ αὐτὴν συμπτώματος λαβοῦσα τοῦτο καλεῖται γὰρ ὑπ' αὐτῶν τετραγωνίζουσα καὶ γένειν ἔχει τοιαύτην.

Ἐκκελεσθῶ τετράγωνον τὸ $ABΓΔ$ καὶ περὶ κέντρον τοῦ A περιφέρεια γεγράφθῳ ἢ $HEΔ$, καὶ κινεσθῶ ἡ μὲν AB οὕτως ὥστε τὸ μὲν A σημεῖον μένειν τὸ δὲ B φέρεσθαι κατὰ τὴν $BEΔ$ περιφέρειαν, ἢ δὲ $ΒΓ$ παράλληλος αἰεὶ διαμένουσα τῇ $ΑΔ$ τῷ B σημείῳ φερομένη κατὰ τῆς BA συνακολουθεῖτω, καὶ ἐν ἴσῳ χρόνῳ ἢ τε AB κινουμένη ἡμαλῶς τὴν ὑπὸ $BAΔ$ γωνίαν, τουτέστιν τὸ B σημεῖον τὴν $BEΔ$ περιφέρειαν, διανύτω, καὶ ἡ $ΒΓ$ τὴν BA εὐθείαν παροδεύτω, τουτέστιν τὸ B σημεῖον κατὰ τῆς BA φερέσθω. συμβήσεται δὴλον τῇ $ΑΔ$ εὐθείᾳ ἕνα ἐφαρμόζειν ἑκατέραν τὴν τε AB καὶ τὴν $ΒΓ$. τοιαύτης δὲ γινομένης κινήσεως ¹⁰ τεμοῦσιν ἀλλήλας ἐν τῇ προϋ αἱ $ΒΓ$ BA εὐθεῖαι κατὰ τὸ σημεῖον αἰεὶ συμμεδιστάμενον αὐταῖς, ὅφ' οὐ σημείου γράφεται τις ἐν τῷ μεταξὺ τούτων τῶν τε $BAΔ$ εὐθειῶν καὶ τῆς $BEΔ$ περιφέρειας γραμμὴ ἐπὶ τὰ αὐτὰ κόλλη, οἷα ἐστὶν ἡ BZH , ἣ καὶ χρειώδης εἶναι δοκεῖ πρὸς τὸ τῷ δοθέντι ²⁰ κύκλῳ τετράγωνον ἴσον εὑρεῖν. τὸ δὲ ἀρχικὸν αὐτῆς σύμπτωμα τοιοῦτόν ἐστιν. ἥτις γὰρ ἂν διαχθῇ τυχοῦσα πρὸς τὴν περιφέρειαν, ὡς ἡ AZK , ἔσται ὡς ὅλη ἡ περιφέρεια πρὸς τὴν BA , ἢ BA εὐθεῖα πρὸς τὴν $ZΘ$. τοῦτο γὰρ ἐκ τῆς γενέσεως τῆς γραμμῆς φανερόν ἐστιν.

46 λα'. Δυσσαρεστεῖται δὲ αὐτῇ ὁ Σπύρος εὐλόγως διὰ

1. ὑπὸ Νικοστράτου B Νικοδήμου AB^3 , Νικομήδου B^1 To, corr. S 8. τὸ $AB \Gamma Δ$ AS, coniunx. B καὶ add. To auctore Co 6. ἢ add. Hu 9. τῷ B A To, τὸ β B, τῷ σ τὸ β Paris. 2368 S σημεῖον φέρον ἐν ᾧ ABS, corr. To κατὰ τῆς BA To pro κατὰ τῆς B 10. συνακολουθεῖ τῷ AS, συνακολουθεῖ τὸ B, corr. Sch To καὶ add. To κινουμένης AB^3 S, corr. B¹ 12. περιφέρειαν add. To auctore Co 13. παροδεύτω Hu, ////εὐέτω A (sed initio vestigia litterarum παρ comparent),εὐέτω B¹ S, παραλυέτω B³, παραβεβέτω o "cod. Vat." affert aliquo inde παραβαινέτω scribit To 14. δὴλον: δὴ vel δηλονότι conl. Hu ἑκατέρω A, ἑκατέρω B, corr. S 20. ἢ add. Hu χρειώδης ABS, corr. To auctore Co 22. 23. πρὸς τὴν —

aliisque nonnullis recentioribus linea quaedam adsumpta est, quae ex ipsius proprietate nomen accepit. Quadratrix enim ab illis vocatur et huiusmodi ortum habet.



Exponatur quadratum $\alpha\beta\gamma\delta$, et circa centrum α circumferentia $\beta\epsilon\delta$ describatur, et recta quidem $\alpha\beta$ ita moveatur, ut punctum α maneat ac β feratur in circumferentia $\beta\epsilon\delta$, recta autem $\beta\gamma$, parallela semper ipsi $\alpha\delta$ manens, punctum β , dum fertur in $\beta\alpha^*$, comitetur, atque eodem tempore et recta $\alpha\beta$ aequabiliter progrediens angulum $\beta\alpha\delta$, id est punctum β circumferentiam $\beta\epsilon\delta$, percurrat, et recta $\beta\gamma$ ipsam $\beta\alpha$ praetervehatur, id est punctum β rectam $\beta\alpha$ permeet. Eveniet igitur, ut simul et $\alpha\beta$ et $\beta\gamma$ cum recta $\alpha\delta$ congruant. Itaque, dum huiusmodi motus peragitur, rectae $\alpha\beta$ $\beta\gamma$ in eo motu se invicem secabunt in puncto aliquo semper cum ipsis progrediente, a quo puncto in spatio inter rectas $\beta\alpha$ $\alpha\delta$ et circumferentiam $\beta\epsilon\delta$ linea quaedam ad easdem partes concava, qualis est $\beta\zeta\eta$, describitur, quae quidem ullis esse videtur ad quadratum dato circulo aequale inveniendum. Principalis autem eius proprietas haec est, ut, si quaelibet recta, velut $\alpha\zeta\epsilon$, ad circumferentiam ducatur, sit ut tota circumferentia $\beta\epsilon\delta$ ad $\epsilon\delta$, ita recta $\beta\alpha$ ad $\zeta\theta$; hoc enim ex ortu lineae manifestum est.

XXXI. Sed ea linea Sporo his de causis iure displicet¹⁾.

*) Punctum β , pro utriusque rectarum $\alpha\beta$ $\beta\gamma$ peculiari motu, diverso sensu accipiendum esse apparet; est enim I: rectae $\alpha\beta$ terminus ac fertur in circuli quadrante, II: rectae $\beta\gamma$ initium ac fertur in $\beta\alpha$, totam $\beta\gamma$ parallelam sibi ipsi semper manentem secum trahens

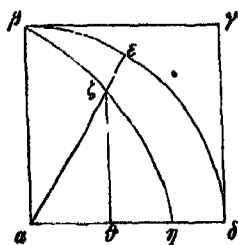
4) Haec argumenta, quae contra lineae constructionem afferuntur, non ita magni momenti esse demonstrat Bretschneider l. c.

ὁλῆ η add. Hu auctore Co (ἐὸ θεία πρὸς τὴν περιφέρειαν, ὡς ἡ BZE, ἔσται ὁλῆ ἡ BBA add. To) 24. ἡ BA ἡ BA περιφέρειαν AB, ἡ BI To, corr. S Co 26. 2a (sic: A¹ in marg. [S], om. B αὐτῶ propter proximum λαμβάνει: conf. p. 255 adnot. 2) conl. Hu

ταῦτα. πρῶτον μὲν γὰρ πρὸς ὃ δοκεῖ χρειώδης εἶναι πρᾶγμα, τοῦτ' ἐν ὑποθέσει λαμβάνει. πῶς γὰρ δυνατόν, δύο σημείων ἀρξαμένων ἀπὸ τοῦ Β κινεῖσθαι, τὸ μὲν κατ' εὐθείας ἐπὶ τὸ Α, τὸ δὲ κατὰ περιφερείας ἐπὶ τὸ Α ἐν ἴσῳ χρόνῳ συναποκαταστήσαι μὴ πρότερον τὸν λόγον τῆς ΑΒ εὐθείας πρὸς τὴν ΒΕΔ περιφέρειαν ἐπιστάμενον; ἐν γὰρ τούτῳ τῇ λόγῳ καὶ τὰ εὐχρη τῶν κινήσεων ἀνάγκη εἶναι. ἐπεὶ πῶς οἶόν τε συναποκαταστήναι τάχιστα ἀκρίτοις χρόμιστα, πλὴν εἰ μὴ ἂν κατὰ εὐχρη ποτὲ συμβῇ; τοῦτο δὲ πῶς οὐκ ἄλογον; ἔπειτα δὲ τὸ πέρας αὐτῆς ὃ χρόνῳ πρὸς τὸν τετραγωνισμὸν τοῦ κύκλου, τουτέστιν καθ' ὃ τέμνει σημεῖον τὴν ΑΔ εὐθείαν, οὐχ εὐρίσκεται. νοείσθω δὲ ἐπὶ τῆς προκειμένης τὰ λεγόμενα καταγραφῆς· ὅπου γὰρ αἱ ΓΒ ΒΑ φερόμεναι συναποκατασταθῶσιν, ἐφαρμόσουσιν τῇ ΑΔ καὶ τομὴν οὐκέτι ποιήσουσιν ἐν ἀλλήλαις· παύεται γὰρ ἡ τομὴ πρὸ τῆς ἐπὶ τὴν ΑΔ ἐφαρμογῆς ἢ περ τομῆς πέρας αὐτῆς ἐγένετο τῆς γραμμῆς, καθ' ὃ τῇ ΑΔ εὐθείᾳ συνέπιπτεν. πλὴν εἰ μὴ λέγοι τις ἐπινοεῖσθαι προσεκβαλλομένην τὴν γραμμὴν, ὥς ὑποτιθέμεθα τὰς εὐθείας, ὥς τῆς ΑΔ· τοῦτο δ' οὐχ ἔπεται ταῖς ὑποκειμέναις ἀρχαῖς, ἀλλ' ὥς ἂν ληφθεῖν τὸ Η σημεῖον προσειλημμένον τοῦ τῆς περιφερείας πρὸς τὴν εὐθείαν λόγον. χωρὶς δὲ τοῦ δοθῆναι τὸν λόγον τοῦτον οὐ χρὴ τῇ τῶν εὐρόντων ἀνδρῶν δόξῃ πιστεύοντας παραδέχεσθαι τὴν γραμμὴν μηχανικωτέραν πῶς οὖσαν [καὶ

3. post δυνατόν add. ἡσὶ το (inquit Co; 4. ἐπὶ τὸ ΔΕ ἴσῳ Α, ἐπὶ τὸ ΔΕ ἴσῳ Β, corr. S 5. συναποκαταστήναι ABS, corr. Hu τὸν λόγον S, τόλον et initio superscr. ὁ Α (prima manu), unde τὸ ὅλον Β et Torelli "cod. Vat." 6. 7. ἐν γὰρ τῇ αὐτῇ λόγῳ conl. Hu 7. ἀνάγκη εἶναι Hu, ἀναγκαῖον ABS, ἀναγκαῖον εἶναι το (omisso posthac ἐπεὶ) 7. 8. ἔπει πῶς οἰοῦνται (sine acc.) Α, πῶς οἰοῦνται γὰρ το, corr. BS 8. συναποκαταστήσαι conl. Hu ἀκρίτοις το invitis ABS χρόμιστα AB, χρόμιστα S, χρόμιστα conl. Hu 9. ἂν del. το (probat ac συμβαῖν conl. Hu) ποτὲ το pro τότε 13. γὰρ add. Hu 14. τὴν ΑΔ ABS, ἐπὶ τὴν ΑΔ το, corr. Hu 16. πρὸ το nuctore Co pro πρὸς αὐ Hu pro ἄν 19. ὅπο τε θέμεθα Α, corr. BS 20. ἀλλ' ὥς δ' ἂν AB το, ἄλλως δ' ἂν S, corr. Hu 21. 22. προσειληθῆαι δεῖ τὸν — λόγον voluit (o cum vertit: sed utrumque sumatur

Primum enim, *inquit*, ad quod linea utilis esse videtur, id in hypothesis ista²⁾ praesumit. Quomodo enim, si duo puncta α β moveri coeperint, efficias, ut alterum per rectam ad α , alterum per circumferentiam ad δ eodem tempore deducatur, nisi prius proportionem rectae $\alpha\beta$ ad circumferentiam cognoveris? Nam in eadem proportionem etiam celeritates motuum esse oportet. Nempe quomodo illa puncta, celeritate motuum non definita, eo quo diximus deduci possunt, nisi aliquando casu fortuito id contingat? An vero id non absurdum est? Praeterea lineae terminus, quem ad quadraturam circuli adhibent, id est punctum, in quo linea rectam $\alpha\delta$ secat, nequaquam invenitur. Intellegantur autem



haec quae dicimus in figura proposita. Nam si rectae $\alpha\beta$ $\beta\gamma$ simul ad finem motus deductae erunt, cum ipsa $\alpha\delta$ congruent neque amplius sese invicem secabunt. Desinunt enim secari, antequam cum $\alpha\delta$ congruunt, et tamen hanc ipsam sectionem isti voluerunt terminum lineae esse, in quo cum recta $\alpha\delta$ concurre-

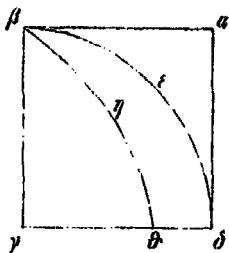
ret. Nisi forte quis dicat ab extremo sectionis puncto intelligi lineam usque ad $\alpha\delta$, proinde ac rectas lineas constituimus, produci; quod quidem ex iis quae initio supposita sunt minime sequitur, sed hoc potius, punctum η sumi non posse, nisi prius proportio circumferentiae ad rectam sumpta sit. Haec igitur proportio nisi data sit, cavendum est ne virorum qui lineam invenerunt auctoritati obsequentes constructionem eius admittamus, quippe quae ad mechanicam magis rationem accedat [et

2) Demonstratumne an Nicomedem an alium quempiam Sporus hoc loco dixerit, incertum est.

punctum η , praecedere debet proportio circumferentiae ad rectam lineam, et similiter To: ratio circumferentiae ad rectam utique praesumpta est, id est $\pi\sigma\sigma\iota\lambda\eta\eta\tau\alpha\iota$ δ — λόγος 23. οὐ Hu, η A, η BS, ἀδύνατον. η To 24. καὶ — p. 256, 4. μηχανικοῦ interpolatori tribuit Hu

εἰς πολλὰ προβλήματα χρησιμεύουσιν τοῖς μηχανικοῖς· ἀλλὰ πρότερον παραδεκτέον ἔστι τὸ δι' αὐτῆς δεικνύμενον πρόβλημα.

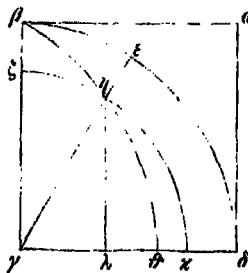
47



Τετραγώνου γὰρ ὄντος τοῦ $AB\Gamma\Delta$ καὶ τῆς μὲν περὶ τὸ κέντρον τὸ Γ περιφερείας τῆς $BE\Delta$, τῆς δὲ $B\eta\Theta$ τετραγωνιζούσης γινόμενης, ὡς προείρηται, δείκνται, ὡς ἡ $\Delta E B$ περιφέρεια πρὸς τὴν $B\Gamma$ εὐθεΐαν, οὕτως ἡ $B\Gamma$ πρὸς τὴν $\Gamma\Theta$ εὐθεΐαν. εἰ γὰρ μὴ ἔστιν, ἦτοι πρὸς μείζονα ἔσται τῆς $\Gamma\Theta$ ἢ πρὸς ἐλάσσονα.

48

Ἐστω πρότερον, εἰ δυνατόν, πρὸς μείζονα τὴν ΓK , καὶ περὶ κέντρον τὸ Γ περιφέρεια ἡ ZHK γεγραφῶν τέμνουσα τὴν γραμμὴν κατὰ τὸ H , καὶ κάθετος ἡ $H\Lambda$, καὶ ἐπιτευχθεῖσα ἡ ΓH ἐκβεβλήσθω ἐπὶ τὸ E . ἐπεὶ οὖν ἔστιν ὡς ἡ $\Delta E B$ περιφέρεια πρὸς τὴν $B\Gamma$ εὐθεΐαν, οὕτως ἡ $B\Gamma$ τουτέστιν ἡ $\Gamma\Delta$, πρὸς τὴν ΓK , ὡς δὲ ἡ $\Gamma\Delta$ πρὸς τὴν ΓK , ἡ $BE\Delta$ περιφέρεια πρὸς τὴν ZHK περιφέρειαν (ὡς γὰρ ἡ διάμετρος τοῦ κύκλου πρὸς τὴν διάμετρον, ἡ περι-



φέρεια τοῦ κύκλου πρὸς τὴν περιφέρειαν), φανερὸν ὅτι ἴση ἔστιν ἡ ZHK περιφέρεια τῇ $B\Gamma$ εὐθείᾳ. καὶ ἐπειδὴ διὰ τὸ σύμπτωμα τῆς γραμμῆς ἔστιν ὡς ἡ $BE\Delta$ περιφέρεια πρὸς τὴν $E\Delta$, οὕτως ἡ $B\Gamma$ πρὸς τὴν $H\Lambda$, καὶ ὡς ἄρα ἡ ZHK πρὸς τὴν HK περιφέρειαν, οὕτως ἡ $B\Gamma$ εὐθεΐα πρὸς τὴν $H\Lambda$. καὶ ἐδείχθη ἴση ἡ ZHK περιφέρεια τῇ $B\Gamma$ εὐθείᾳ· ἴση ἄρα καὶ ἡ HK περιφέρεια τῇ $H\Lambda$ εὐθείᾳ, ὅπερ ἄτοπον. οὐκ ἄρα ἔστιν ὡς ἡ $BE\Delta$ περιφέρεια πρὸς τὴν $B\Gamma$ εὐθεΐαν, οὕτως ἡ $B\Gamma$ πρὸς μείζονα τῆς $\Gamma\Theta$.

49 λβ'. Λέγω δὲ ὅτι οὐδὲ πρὸς ἐλάσσονα. εἰ γὰρ δυνατόν, ἔστω πρὸς τὴν $K\Gamma$, καὶ περὶ κέντρον τὸ Γ περιφέρεια

ad multa problemata sit mechanicis utilis]. Sed primum illud problema quod per lineam *quadratricem* demonstrari *dicimus* (XXX) tradamus.

Si enim quadratum sit $\alpha\beta\gamma\delta$, et circumferentia $\beta\epsilon\delta$ circa ^{Prop. 26*)} centrum γ et linea $\beta\eta\theta$ quadratrix, ut supra exposuimus, ducta sit, demonstratur esse ut circumferentiam $\beta\epsilon\delta$ ad rectam $\beta\gamma$, ita rectam $\beta\gamma$ ad $\gamma\theta$. Si enim non est, erit ut circumferentia $\beta\epsilon\delta$ ad rectam $\beta\gamma$, ita $\beta\gamma$ aut ad maiorem quam $\gamma\theta$ aut ad minorem.

Sit primum, si fieri possit, ad maiorem, *velut* $\gamma\kappa$, et circa centrum γ describatur circumferentia $\zeta\eta\kappa$, quae lineam *quadratricem* in puncto η secet, et ducatur perpendicularis $\eta\lambda$, et iuncta $\gamma\eta$ producat ad ϵ punctum $\beta\epsilon\delta$ circumferentiae. Iam quia *ex hypothesi*, ut $\beta\epsilon\delta$ circumferentia ad rectam $\beta\gamma$, ita est $\beta\gamma$, id est $\gamma\delta$, ad $\gamma\kappa$, atque ut $\gamma\delta$ ad $\gamma\kappa$, ita $\beta\epsilon\delta$ circumferentia ad $\zeta\eta\kappa$ circumferentiam — nam circulorum circumferentiae inter se sunt ut diametri¹⁾ — apparet circumferentiam $\zeta\eta\kappa$ rectae $\beta\gamma$ aequalom esse. Et quia propter lineae proprietatem (XXX) ut circumferentiae $\beta\epsilon\delta$ $\epsilon\delta$, ita inter se sunt rectae $\beta\gamma$ $\eta\lambda$, ergo etiam ut circumferentiae $\zeta\eta\kappa$ $\eta\kappa$, ita inter se sunt rectae $\beta\gamma$ $\eta\lambda$. Et demonstravimus circumferentiam $\zeta\eta\kappa$ rectae $\beta\gamma$ aequalem esse; itaque circumferentia $\eta\kappa$ rectae $\eta\lambda$ aequalis est, quod quidem absurdum. Ergo non est ut $\beta\epsilon\delta$ circumferentia ad rectam $\beta\gamma$, ita $\beta\gamma$ ad maiorem quam $\gamma\theta$.

XXXII. Sed nego etiam ad minorem. Si enim fieri possit, sit ad $\gamma\kappa$, et circa centrum γ describatur circumferentia

*) Conf. Bretschneider l. c. p. 453 sq.

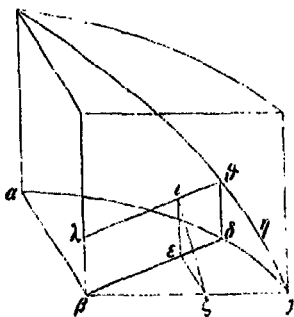
1) Hoc theorema exstat V propos. 44 et VIII propos. 22; simul autem scriptor tacite efficit circulorum arcus quibus aequales anguli insistant inter se esse ut radios. Vide infra propos. 36 adnot. 4.

2. ἀλλὰ Hu, πολὺ ABS (πολὺ δὲ voluit Cu, item δὲ post πρότερον add. To) παραδοτόν conl. Hu 4. 5. τοῦ ΑΒΓΔ Cu pro τοῦ ΑΒΓ 7. τῆς δὲ ΒΗΘ To pro τῆς δὲ ΗΚΘ 12. 13. τῆς ΓΗΗ προσελεύσσου AB', corr. B2S 28. ὥς ἡ ΒΔ Α, sed E superscr. prima m. 35. ΑΒ Α' in marg. 'S', om. B

γεγραμθῶ ἐν ZMK , καὶ πρὸς ὁρθὰς τῇ $ΓΔ$ ἢ KH τέμνουσα τὴν τετραγωνίζουσαν κατὰ τὸ H , καὶ ἐπιζευχθεῖσα ἢ $ΓH$ ἐκβεβλήσθω ἐπὶ τὸ E . ὁμοίως δὲ τοῖς προγεγραμμένοις δείξομεν καὶ τὴν ZMK περιφέρειαν τῇ $BΓ$ εὐθείᾳ ἴσην, καὶ ὡς τὴν $BEΔ$ περιφέρειαν πρὸς τὴν $ΕΔ$, τούτῳ ἔστιν ὡς τὴν ZMK πρὸς τὴν MK , οὕτως τὴν $BΓ$ εὐθεῖαν πρὸς τὴν HK . ἐξ ὧν φανερόν ἐστι ἴση ἔσται ἡ MK περιφέρεια τῇ KH εὐθείᾳ, ὅπερ ἄτοπον. οὐκ ἄρα ἔσται ὡς ἢ $BEΔ$ περιφέρεια πρὸς τὴν $BΓ$ εὐθεῖαν, οὕτως ἢ $BΓ$ πρὸς ἐλάσσονα τῆς $ΓΘ$. ἐδείχθη δὲ ὅτι οὐδὲ πρὸς μεί-
ζονα πρὸς αὐτὴν ἄρα τὴν $ΓΘ$.

- 50 Ὅτι δὲ καὶ τοῦτο φανερόν ἐστι ἡ τῶν $ΘΓGB$ εὐθειῶν τρίτη ἀνάλογον λαμβανομένη εὐθεῖα ἴση ἔσται τῇ $BEΔ$ περιφερείᾳ, καὶ ἡ τετραπλασίον αὐτῆς τῇ τοῦ ὅλου κύκλου περιφερείᾳ. εὐρημένης δὲ τῇ τοῦ κύκλου περιφερείᾳ ἴσης εὐθείας πρόδηλον ὡς δὴ καὶ αὐτῷ τῇ κύκλῳ ῥαδίον ἴσον τετράγωνον συστήσασθαι· τὸ γὰρ ὑπὸ τῆς περιμέτρου τοῦ κύκλου καὶ τῆς ἐκ τοῦ κέντρου διπλασίον ἔστι τοῦ κύκλου, ὡς Ἀρχιμήδης ἀπέδειξεν.

51



λγ'. Αὕτη μὲν οὖν ἡ γέ-
νεσις τῆς γραμμῆς ἔστιν, ὡς
εἴρηται, μηχανικωτέρα, γεωμε-
τρικῶς δὲ διὰ τῶν πρὸς ἐπι-
φανείαις τόπων ἀναλύεσθαι
δύναται τὸν τρόπον τοῦτον.

Θέσει κύκλον τεταρτημό-
ριον τὸ $ABΓ$, καὶ διήχθω, ὡς
ἔνθεν, ἐν $ΒΔ$, καὶ κάθετος ἐπὶ
τὴν $BΓ$ ἢ EZ λόγον ἔχουσα

3. δὴ Hu pro δὲ 5. 6. τοῦτό ἐστιν AB, corr. S. 6. πρὸς τὴν
MK οὕτως τὴν BΓ εὐθεῖαν his scripta in A'B', corr. S. 13. τρίτη
ἀνάλογον λαμβανομένη ABS, corr. To 16. δὴ S, δεῖ AB To ῥα-
δίον AB, ῥαδίως To 20 sqq.] cap. 51—56 stilo multis in rebus di-
verso a vulgari veterum mathematicorum consuetudine composita sunt
20. ΑΓ Α' in marg. [S], om. B 23. 24. προσεπιγεγραμμένης A [B To],
πρὸς ἐπιγεγραμμένης S. conf. p. 270, 48. 26. τετάρτη μέρειον A, coniunct.

δοθέντα πρὸς τὴν ΔΓ περιφέρειαν· ὅτι πρὸς γραμμὴν τὸ Ε.

Νοεῖσθω γὰρ ἀπὸ τῆς ΑΔΓ' περιφερείας ὀρθοῦ κυλίνδρου ἐπιφάνεια, καὶ ἐν αὐτῇ ἔλιξ γεγραμμένη δεδομένη τῇ θέσει ἢ Γ'ΗΘ, καὶ πλευρὰ τοῦ κυλίνδρου ἢ ΘΑ, καὶ τῷ τοῦ κύκλου ἐπιπέδῳ ὀρθαὶ ἤχθωσαν αἱ ΕΙ ΒΑ [ἀνεσταμέναι ὀρθαί], διὰ δὲ τοῦ Θ τῇ ΒΑ παράλληλος ἢ ΘΑ. ἔπει λόγος τῆς ΕΙ εὐθείας πρὸς τὴν ΔΓ περιφέρειαν ἔστιν δοθεὶς διὰ τὴν ἔλικα, δοθεὶς δὲ καὶ ὁ τῆς ΕΖ λόγος πρὸς τὴν ΔΓ, ἔσται καὶ τῆς ΕΖ πρὸς ΕΙ λόγος δοθεὶς. καὶ 10 εἰσὶν αἱ ΖΕ ΕΙ παρὰ θέσει· καὶ ἢ ΖΙ ἄρα ἐπιζυγυθεῖσα παρὰ θέσει. καὶ ἔστιν κάθετος ἐπὶ τὴν ΒΓ'· ἐν τέμνοντι ἄρα ἐπιπέδῳ ἢ ΖΙ, ὥστε καὶ τὸ Ι. ἔστιν δὲ καὶ ἐν κυλινδρικῇ ἐπιφανείᾳ [φέρεται γὰρ ἢ ΘΑ διὰ τε τῆς ΘΗΓ' ἔλικος καὶ τῆς ΑΒ εὐθείας καὶ αὐτῆς τῇ θέσει δεδομένης] 15 αἰεὶ παράλληλος οὖσα τῷ ὑποκειμένῳ ἐπιπέδῳ, πρὸς γραμμὴν ἄρα τὸ Ι, ὥστε καὶ τὸ Ε. τοῦτο μὲν οὖν ἀνελύθη καθόλου, ἂν δ' ὁ τῆς ΕΖ εὐθείας πρὸς τὴν ΔΓ περιφέρειαν

4. πρὸς γραμμὴν ABS, corr. Hu, item vs. 16. 47. (conf. cap. 82 sub fin. πρὸς ἢ τὸ Κ αἱ πρὸς γραμμὴν ἄρα) 4. ἐν om. S γεγραμμένη δεδομένη Α, corr. B γεγραμμένη δεδομένη S) 5. πλεονή S, πλ AB cod. Co 6. αἱ ΕΙΒΑ Α, distinct. B (αἱ εἰ λβ S) 6. 7. ἀνεσταμέναι ὀρθαί interpolatori tribuit Co 7. διὰ δὲ τοῦ Κ ABS, corr. Co 8. ἐπὶ λόγος Α, ἐπι(λόγος e suo "cod. Vat." afferit To, corr. BS 8. τῆς ΕΙ — 10. λόγος δοθεὶς) τῆς ΕΖ εὐθείας πρὸς τὴν ΔΓ περιφέρειαν τῆς ΔΓ ΔΓ διὰ τὴν ἔλικα λόγος πρὸς τὴν ΔΘ ἔσται καὶ τῆς ΕΖ πρὸς ΗΓ λόγος δοθεὶς ABS, τῆς ΕΖ εὐθείας πρὸς τὴν ΔΓ περιφέρειαν ὁ αὐτός ἐστι τῷ τῆς ΕΙ, τοιούτοις τῆς ΔΘ, πρὸς τὴν ΔΓ περιφέρειαν διὰ τὴν ἔλικα, καὶ δοθεὶς ἐστι ὁ τῆς ΕΖ λόγος πρὸς τὴν ΔΓ, ἔσται καὶ τῆς ΕΙ πρὸς ΔΓ λόγος δοθεὶς To partim auctore Co, corr. Hu 41. παραθέσει ABS, distinct. Hu, item proximo vs. 42. 43. ἐν τέμνοντι ἄρα Hu, εἰ / ||||| ἄρα Α, B¹S, ἔστω ἐν B², ἔσται δὲ ἐν To 43. 44. κυλινδρικῇ ἐπιφανείᾳ Hu, x||||| / |||φανεῖται Α, ἐπιφανείᾳ BS, κυλινδρικοῦ ἐπιφανείᾳ To (vide apud hunc p. 95 adn. 9) 44. διὰ τε To pro διὰ δὲ 46. 47. πρὸς γραμμὴν ABS (conf. ad vs. 4) 48. πρὸς τὴν ΔΘ περιφέρειαν ABS, corr. Co

luris ad $\beta\gamma$ recta $\epsilon\zeta$ proportionem datam habens ad circumferentiam $\delta\gamma$; dico punctum ϵ ad lineam², esse.

Fingatur enim ex circumferentia $\alpha\delta\gamma$ constructa recti cylindri superficies, in eaque descripta helix $\gamma\eta\theta$ ³) positio-
data, et sit cylindri latus $\theta\delta$, et ad circuli planum perpen-
diculares ducantur *ei* $\beta\lambda$, et per punctum θ rectae $\beta\delta$ paral-
lela $\theta\lambda$. Quoniam proportio rectae *ei* ad circumferentiam $\delta\gamma$
data est propter helicis proprietatem³), itemque ex *hypothesi*
proportio rectae $\epsilon\zeta$ ad eandem circumferentiam data est, pro-
portio etiam rectae $\epsilon\zeta$ ad *ei* data erit (*dat. 8*). Et sunt rectae
 $\zeta\delta$ *ei* positione *datae*⁴); ergo etiam iuncta $\zeta\epsilon$ positione *data*
erit (*dat. 41. 29*). Eademque perpendicularis est ad $\beta\gamma$;
ergo $\zeta\epsilon$ in plano est quod cylindrum secat; itaque etiam
punctum ϵ . Sed idem est in superficie cylindrica — nam
recta $\lambda\theta$ et per helicem $\theta\eta\gamma$ et per rectam $\lambda\beta$ ⁵*) ipsam
quoque positione datam fertur, semper plano subiecto paral-
lela manens — ergo ad lineam est punctum ϵ ; itaque etiam ϵ .
Sic igitur *problema* generaliter solvimus; si vero rectae $\epsilon\zeta$
ad circumferentiam $\delta\gamma$ proportio eadem sit ac rectae $\beta\alpha$ ad

2) Qualis haec "linea" intellegatur ex Chaslesii p. 28 interpretatione
divinare licet. Neque tamen unum casum, ex quo quadratrix fit, sed
in universum omnes idoneos sectionum casus, unde corlae quaedam
curvae in planum subiectum projiciuntur, Graecus scriptor respexisse
videtur (conf. adnot. 36 apud Chasles.). Quae paucis quidem explicari
non possunt, sed accuratiori investigatione quam maxime digna sunt.

1*) Nimirum agitur de helice in cylindro descripta (*Schraubelinie*),
quam Hero defin. 8. 2 explicat, non de helice in plano ducta, de qua
supra propos. 19—22 expositum est. Vide etiam Heronis defin. 8, 4.

3) *Τῆς ΕΙ ὑπόστατος* brevius scriptor dixit pro *τῆς ΕΙ, τοῦτέστιν*
τῆς ΑΘ ὑπόστατος. Data autem est proportio rectae $\delta\theta$ ad circumferen-
tiam $\delta\gamma$, quia et circuli quadrans et helix positione data sunt. Est au-
tem helicis quae in cylindro describitur proprietas, ut, quaecunque
perpendicularis, velut $\beta\delta$, ab helice ad planum subiectum ducatur, haec
et ad circumferentiam $\delta\gamma$ et ad lineam $\theta\eta\gamma$ constantem proportionem
habeat.

4) In Graecis *παρὰ θέσει* et hic et infra cap. 59 pro simplici *θέσει*
positum esse videtur, qui quidem dicendi usus, ab Euclidis datis alie-
nus, hanc habeat excusationem, quod omnis recta quae *παρὰ θέσει* est
(*dat. defin. 15*) ipsa quoque positione est data (*ibid. propos. 28*).

5*) Ne forte "per rectam $\delta\theta$ " conicias, conf. proximum problema,
cuius similitudo omnino huc pertinet ad quaedam difficiliora explicanda.

λόγος ὁ αὐτὸς ἢ τῇ τῆς ΒΑ πρὸς τὴν ΑΔΓ, ἢ προσειρη-
μένη τετραγωνίζουσα γίνεται γραμμῇ.

- 52 λδ'. Δύναται δὲ καὶ διὰ τῆς ἐν ἐπιπέδῳ γραινομένης
ἑλικος ἀναλῦσθαι τὸν ὅμοιον τρόπον. ἔστω γὰρ ὁ τῆς ΕΖ
πρὸς τὴν ΔΓ περιφέρειαν λόγος ὁ αὐτὸς τῷ τῆς ΑΒ πρὸς 5
τὴν ΑΔΓ περιφέρειαν, καὶ ἐν ᾧ ἡ ΑΒ εὐθεῖα περὶ τὸ Β
κινουμένη παροδεύει τὴν ΑΔΓ περιφέρειαν, σημειῖον ἐπ'
αὐτῆς ἀρξάμενον ἀπὸ τοῦ Α ἐπὶ τὸ Β παραγινέσθω θέσιν
λαβούσης τὴν ΓΒ τῆς ΑΒ, καὶ ποιείτω τὴν ΒΗΑ ἑλικά.
ἔστιν ἄρα ὡς ἡ ΑΒ πρὸς ΒΗ, ἡ ΑΔΓ περιφέρεια πρὸς 10
τὴν ΓΔ, καὶ ἐναλλάξ. ἀλλὰ καὶ ἡ ΕΖ πρὸς ΔΓ. ἴση ἄρα
ἡ ΒΗ τῇ ΖΕ. ἤχθω τῷ ἐπιπέδῳ ὁρθῇ ἡ ΚΗ ἴση τῇ ΒΗ.
ἐν κυλινδροειδεῖ ἄρα ἐπιφανείᾳ τῇ ἀπὸ τῆς ἑλικος τὸ Κ.
ἀλλὰ καὶ ἐν κωνικῇ (ἐπιζευχθεῖσα γὰρ ἡ ΒΚ ἐν κωνικῇ
γίνεται ἐπιφανείᾳ ἡμίσειαν ὁρθῆς κεκλιμένη πρὸς τὸ ὑπο- 15
καίμενον καὶ ἡγμένη διὰ δοθέντος τοῦ Β)· πρὸς γραμμῇ
ἄρα τὸ Κ. ἤχθω διὰ τοῦ Κ τῇ ΕΒ παράλληλος ἡ ΑΚΙ,
καὶ ὁρθαὶ τῷ ἐπιπέδῳ αἱ ΒΑ ΕΙ· ἐν πλεκτοειδεῖ ἄρα
ἐπιφανείᾳ ἡ ΑΚΙ (φέρεται γὰρ διὰ τε τῆς ΒΑ εὐθείας
θέσει οὖσης καὶ διὰ θέσει γραμμῆς πρὸς ἣ τὸ Κ)· καὶ 20
τὸ Ι ἄρα ἐν ἐπιφανείᾳ. ἀλλὰ καὶ ἐν ἐπιπέδῳ (ἴση γὰρ
ἡ ΖΕ τῇ ΕΙ, ἐπεὶ καὶ τῇ ΒΗ, καὶ γίνεται παρὰ θέσει
ἡ ΖΙ κάθετος οὖσα ἐπὶ τὴν ΒΓ)· πρὸς γραμμῇ ἄρα τὸ Ι,

3. $\overline{AA}$ A¹ in marg. (S), om. B

Co 7. τὴν ΑΔΓ Co pro τὴν ΑΔ

τοῦ Β ἐπὶ τὸ Γ παραγινέσθω To

$\overline{HI}$ A et 11. πρὸς Δ Γ Α, coniunx. BS

S 15. κεκλιμένης AB, corr. S

γραινομένην B¹, corr. B² (vel B³) To

κελινδροειδεῖ coni. Co (probavit To), corr. B (nam etiamsi πληκτοειδῶν

in codicibus infra cap. 58 redeat, tamen forma per + verbis quae

cap. 57 sq. leguntur: γραμμὰ ἐκ κινήσεων ἐπιπεπλεγμένων γεννώμεναι

et ἐπιπλοκῆς confirmatur)

22. παραθέσει ABS, distinx. Hu

B, προσγραμμῇ S, corr. To

τὸ Ι Co, τὸ Ι σ Α BS

5. περιφέρειαν add. Hu nucleore

8. τοῦ Α ἐπὶ τὸ Β Hu pro

9. ΓΒ τῆς add. Hu τὴν

14. $\overline{BK}$ ἐν γωνικῇ Α (B), corr.

16. πρὸς γραμμῇ AS, πρὸς γε-

48. πληκτοειδεῖ (sine acc.) A(S),

20. διαθέσει ABS, distinx. To

24. ἐν

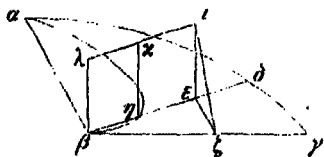
ἐπιφανείᾳ To auctore Co, ἐπιφανεῖα (sine acc.) Α, ἐπιφάνεια BS

23. προσγραμμῇ Α, πρὸς γραμμῇ

τὸ Ι Co, τὸ Ι σ Α BS

circumferentiam $\alpha\delta\gamma$, illa quae supra (XXX), dicta est linea quadratrix oritur.

XXXIV. Sed etiam per helicem in plano descriptam *pro-* Prop. 29 *)
blema solvi potest simili ratione.



Sit enim rectae $\epsilon\zeta$ ad circumferentiam $\delta\gamma$ proportio eadem ac rectae $\alpha\beta$ ad circumferentiam $\alpha\delta\gamma$, et dum recta $\alpha\beta$ circa centrum β mota circumferentiam $\alpha\delta\gamma$ permeat,

punctum in eadem recta progrediens a puncto α ad punctum β eodem momento perveniat quo recta $\beta\alpha$ positionem $\beta\gamma$ sumpserit, et id punctum helicem $\beta\eta\alpha$ officiat ¹⁾. Est igitur ut recta $\beta\gamma$, id est $\alpha\beta$, ad $\beta\eta$, ita circumferentia $\gamma\delta\alpha$ ad $\gamma\delta$, et vicissim ut recta $\alpha\beta$ ad circumferentiam $\alpha\delta\gamma$, ita recta $\beta\eta$ ad circumferentiam $\delta\gamma$. Sed ex hypothesi recta $\epsilon\zeta$ ad circumferentiam $\delta\gamma$ in eadem proportione est; ergo rectae $\beta\eta$ $\epsilon\zeta$ inter se aequales sunt. Ducatur ad planum subiectum perpendicularis $x\eta$ ipsi $\beta\eta$ aequalis; ergo punctum x est in superficie cylindroidae quae sit ab helice. Sed idem in conica (nam iuncta βx est in conica superficie, quae sub dimidio angulo recto ad planum subiectum inclinata et per datum punctum β ducta est); ergo ad lineam est punctum x . Ducatur per x rectae $\epsilon\beta$ parallela $\lambda\mu$, et plano subiecto perpendiculares $\beta\lambda$ $\epsilon\iota$; ergo recta $\lambda\mu\iota$ in plectoide superficie est (nam fertur ipsa $\lambda\mu\iota$ et per rectam $\beta\lambda$ positione datam et per lineam positione datam, ad quam est punctum x); ergo etiam punctum ι in ea superficie est. Sed idem etiam in plano (nam $\zeta\epsilon$ rectae $\epsilon\iota$ aequalis est, quoniam item rectae $\beta\eta$, et $\zeta\epsilon$ positione data, quoniam ad $\beta\gamma$ perpendicularis est); ergo punctum

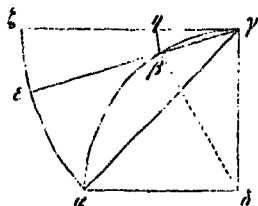
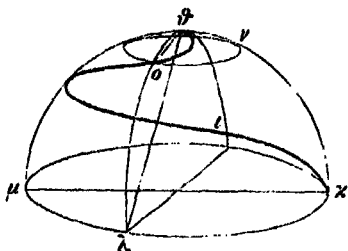
*) Conf. Chasles l. c. Figura item a Torellio restituta est.

¹⁾ Duo eaque gravissima hoc loco notanda sunt, primum helicem describi, quae ad quadrantem circuli eandem rationem habet quam helix Archimedeae ad totum circulum (propos. 49), tum eius helicis initium a puncto α et recta $\alpha\beta$ statui, cum rectius vice versa a puncto β et recta $\beta\gamma$ usque ad $\beta\alpha$ incipiendum fuerit; sed hic magis verborum, quam rei error est.

ὥστε καὶ τὸ E . καὶ δὴλον ὅτι, ἂν ἀρθῇ ἡ ἢ ὑπὸ $ABΓ$ γωνία, ἡ προειρημένη τετραγωνίζουσα γραμμὴ γίνεσθαι.

53 λέ'. Ὡσπερ ἐν ἐπιπέδῳ νοεῖται γινομένη τις ἑλὶξ φε-
ρομένου σημείου κατ' εὐθείας κύκλον περιγραφούσης, καὶ
ἐπὶ σφαίρῳ φερομένου σημείου κατὰ μιᾶς πλευρᾶς τιν' ὁ
ἐπιφάνειαν περιγραφούσης, οὕτως δὲ καὶ ἐπὶ σφαίρας ἑλικά
νοεῖν ἀκόλουθόν ἐστι γραφομένην τὸν τρόπον τοῦτον.

54 Ἐστω ἐν σφαίρᾳ μέγιστος κύκλος ὁ KAM περὶ πόλον
τὸ Θ σημείον, καὶ ἀπὸ τοῦ Θ μεγίστον κύκλον τεταρτι-
μόριον γεγράφθω τὸ ΘNK , καὶ ἡ μὲν ΘNK περιφέρεια, 10



περὶ τὸ Θ μένον φερομένη κατὰ τῆς ἐπιφανείας ὡς ἐπὶ
τὰ AH μέρη, ἀποκαθιστάσθω πάλιν ἐπὶ τὸ αὐτό, ση-
μεῖον δέ τι φερόμενον ἐπ' αὐτῆς ἀπὸ τοῦ Θ ἐπὶ τὸ K
παραγινέσθω· γράφει δὴ τινα ἐπὶ τῆς ἐπιφανείας ἑλικά,
οἷα ἐστὶν ἡ ΘOIK , καὶ ἥτις ἂν ἀπὸ τοῦ Θ γραφῇ μεγί- 15
στον κύκλου περιφέρεια, πρὸς τὴν KA περιφέρειαν λόγον
ἔχει ὅν ἡ AO πρὸς τὴν ΘO . λέγω δὲ ὅτι, ἂν ἐκτεθῇ τεταρ-
τημόριον τοῦ μεγίστου ἐν τῇ σφαίρᾳ κύκλου τὸ $ABΓ$ περὶ
κέντρον τὸ A , καὶ ἐπιζευχθῇ ἡ $ΓA$, γίνεσθαι ὡς ἡ τοῦ
ἡμισφαιρίου ἐπιφάνεια πρὸς τὴν μεταξὺ τῆς ΘOIK ἑλίκας 20
καὶ τῆς $KN\Theta$ περιφερείας ἀπολαμβανομένην ἐπιφάνειαν,
οὕτως ὁ $ABΓA$ τομεὺς πρὸς τὸ $ABΓ$ τμήμα.

1. ἡ ἢ Hu , ἡ A , ἡ B , ἡ S To 3. $\overline{A}^1$ in marg. S , om. B
ἐν add. Hu auctore Co 3. 4. φερομένη/ἡμείου A , restituerunt BS
4. 3. κύκλ./.../γ/αφούσης καὶ | ἐπ./.../.../ φερομένου A , κύκλῳ
περιγραφούσης· καὶ ἐπ.....λῳ φερομένου B , κύκλῳ γραφούσης
καὶ ἐπ.....φερομένου S , restit. Hu pro καὶ ἐπὶ στερεῶν Co voluit καὶ

et ad lineam est; itaque etiam punctum ϵ . Et apparet, si angulus $\alpha\beta\gamma$ rectus sit, illam quae supra dicta est lineam quadratricem oriri.

XXXV. Quemadmodum in plano helix existere intellegitur, si in recta circulum describente punctum quoddam fertur (XXI), atque in solidis, *velut cylindris aut conis*¹⁾, si punctum in uno latere superficiem quandam describente fertur, ita in sphaera quoque helicis descriptionem cognoscere consentaneum est hoc modo.

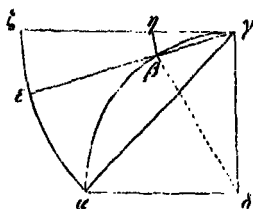
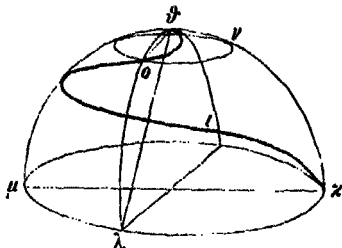
Sit in sphaera maximus circulus $\lambda\mu$ eiusque polus punctum ϑ , et a ϑ maximi circuli quadrans $\vartheta\alpha\chi$ describatur, et circumferentia $\vartheta\alpha\chi$ circa punctum ϑ , quod maneat, in superficie *sphaerae* versus $\lambda\mu$ feratur eoque unde egressa est redeat, atque *eodem tempore* punctum quoddam in circumferentia progrediens a puncto ϑ ad α perveniat; hoc igitur in superficie helicem, qualis est $\vartheta\alpha\chi$, describit, cuius *proprietas est*, ut, si quaelibet a puncto ϑ describatur maximi circuli circumferentia (*circulum $\lambda\mu$ primum in λ , helicem autem primum in α secans*), haec ad circumferentiam $\alpha\lambda$ eandem proportionem habeat quam circumferentia $\lambda\vartheta$ ad $\vartheta\alpha$. Iam dico, si maximi in sphaera circuli quadrans $\alpha\beta\gamma$ circa centrum δ exponatur et recta $\alpha\gamma$ iungatur, esse ut dimidiae sphaerae superficiem ad eam superficiem quae inter helicem $\vartheta\alpha\chi$ et circumferentiam $\vartheta\alpha\chi$ continetur, ita sectorem $\alpha\beta\gamma\delta$ ad segmentum $\alpha\beta\gamma$.

¹⁾ Conf. Chasles p. 26, Bretschneider p. 484.

1) Sic ex nostra coniectura, quoniam praeter helicem in cylindro descriptam (propos. 28) aliae etiam eius generis lineae, velut conica helix (Chasles p. 28 adnot. 35), construuntur. Quodsi quis in una helice ab Herone definita consistere velit, is *ἐπὶ κατέρχου* et *τὴν ἐπιγάνειται* praeferat.

ἐπειτα; de coniectura καὶ ἐπὶ κατέρχου vide lat.; 5. *τιν'* pro *τὴν* Hu 6. *οὕτως δὲ* Hu pro *οὕτω δὲ* 8. 9. *περὶ πόλιν* Θ A(BS), corr. Hu 11. 12. *ἐπὶ τὰ Ἀ.Α.Μ* A(BS), corr. Co 13. *μεγίστον* Hu auctore Co pro *μεγίστη* τοῦ 16. 17. *περιφέρεια* — *δὲ* add. Hu 18. *τὸ ΑΒΓ* περὶ Hu pro τοῦ ΑΒΓ περιφέρεια 21. *ἀπολαμβάνομεν* της ABS, corr. Hu auctore Co

"Ηχθω γὰρ ἐφαπτομένη τῆς περιφερείας ἡ ΓΖ, καὶ περὶ κέντρον τὸ Γ διὰ τοῦ Α γεγράφθω περιφέρεια ἡ ΑΕΖ, ἴσος ἄρα ὁ ΑΒΓ·¹ τομεὺς τῷ ΑΕΖΓ (διπλασία μὲν γὰρ ἡ πρὸς τῷ Α γωνία τῆς ἐπὶ ΑΓΖ, ἡμῖσι δὲ τὸ ἀπὸ Α·² τοῦ ἀπὸ ΑΓ)· ὅτι ἄρα καὶ ὡς αἱ εἰρημίναι ἐπιφάνειαι πρὸς ἀλλήλας, οὕτως ὁ ΑΕΖΓ τομεὺς πρὸς τὸ ΑΒΓ τμήμα.³ 55 ἔστω, ὃ μέρος ἡ ΚΑ περιφέρεια τῆς ὕλης τοῦ κύκλου περιφερείας, καὶ τὸ αὐτὸ μέρος περιφέρεια ἡ ΖΕ τῆς ΖΑ,



καὶ ἐνεχέσθω ἡ ΕΓ· ἔσται δὲ καὶ ἡ ΒΓ τῆς ΑΒΓ τὸ αὐτὸ μέρος.⁴ ἡ δὲ μέρος ἡ ΚΑ τῆς ὕλης περιφερείας, τὸ αὐτὸ καὶ ἡ ΘΟ τῆς ΘΟΑ· καὶ ἔστιν ἴση ἡ ΘΟΑ τῇ ΑΒΓ· ἴση ἄρα καὶ ἡ ΘΟ τῇ ΒΓ. γεγράφθω περὶ πόλον τὸν Θ διὰ τοῦ Ο περιφέρεια ἡ ΟΝ, καὶ διὰ τοῦ Β περὶ τὸ Γ κέντρον ἡ ΒΗ. ἐπεὶ οὖν ὡς ἡ ΑΚΘ σφαιρικὴ ἐπιφάνεια πρὸς τὴν ΟΘΝ, ἡ ὅλη τοῦ ἡμισφαιρίου ἐπιφάνεια πρὸς τὴν τοῦ τμήματος ἐπιφάνειαν οὕτως ἡ ἐκ τοῦ πόλου ἔστιν ἡ ΘΟ, ὡς δ' ἡ τοῦ ἡμισφαιρίου ἐπιφάνεια πρὸς τὴν τοῦ τμήματος ἐπιφάνειαν, οὕτως ἔστιν τὸ ἀπὸ τῆς τὰ Θ Α ἐπιξενυγούσης εὐθείας τετραγώνου πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς ἐπὶ τὰ Θ Ο, ἢ τὸ ἀπὸ τῆς ΕΓ τετραγώνου πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς⁵

6. ὁ ΑΕΖΖ Α² S, corr. B 7. ὁ add. Ilu 8. περιφέρεια ἡ Ilu.
 α δὲ μέρῳ ἡ Α, ὁ δὲ μέρος ἡ Β, ὁ δὲ μέρος S 11. ἡ ὅλη Β¹, ἡ ΘΟ ΑΒ² (vol B³) S 15. πρὸς τὴν ΘΘ Ν ἡ ὅλη τοῦ ἡμισφαιρίου ἐπιφάνεια add. Α² in marg. (BS), om. Α¹ 16. τὴν τοῦ τμήματος Co, τὴν τοῦ ἡμισφαιρίου ABS, τὴν ἐν τῷ τοῦ ἡμισφαιρίου conl. Ilu οὐ ἡ Co pro οὐκ 17. δ' ἡ Ilu auctore Co pro δὴ 18. τὰ Θ Α, distinx. B¹ S τὰ Θ Α Β¹ 20. τὰ Θ ο ἡ Β, τὰ ΘΟ ἡ Α, τὰ ΘΟ S, τὰ Θ Ο. τοιούτοις Co

Ducatur enim circumferentiam tangens recta $\gamma\zeta$, et circa centrum γ per punctum α describatur circumferentia $\alpha\epsilon\zeta$; ergo sector $\alpha\beta\gamma\delta$ sectori $\alpha\epsilon\zeta\gamma$ aequalis est, quoniam $\angle \alpha\delta\gamma = 2 \angle \alpha\gamma\zeta$, et $\alpha\gamma^2 = 2\alpha\delta^2$ **); dico igitur esse ut eas quas supra posui superficies inter sese, ita sectorem $\alpha\epsilon\zeta\gamma$ ad segmentum $\alpha\beta\gamma$. Quae pars totius circuli circumferentiae est circumferentia $\alpha\lambda$, eadem pars circumferentiae $\zeta\alpha$ sit circumferentia $\zeta\epsilon$, et iungatur recta $\epsilon\gamma$; erit igitur circumferentiae $\alpha\beta\gamma$ eadem pars circumferentiae $\beta\gamma$ ***). Sed quae pars totius circumferentiae est circumferentia $\alpha\lambda$, eadem pars circumferentiae $\theta\alpha\lambda$ est circumferentia $\theta\alpha$ ex heliceis proprietate. Et ex constructione est circumf. $\theta\alpha\lambda =$ circumf. $\alpha\beta\gamma$; ergo etiam circumf. $\theta\alpha =$ circumf. $\beta\gamma$. Describatur circa polum θ per punctum α circulus $\alpha\nu$, et per punctum β circa centrum γ circumferentia $\beta\eta$. Iam quia est ut sphaerae superficiei sector², $\lambda\theta\alpha$ ad sectorem $\alpha\theta\nu$, ita tota dimidiae sphaerae superficies ad superficiem eius segmenti quod polum θ basimque circulum $\alpha\nu$ habet³), atque ut dimidiae sphaerae superficies ad eiusdem segmenti superficiem, ita, iunctis rectis $\theta\lambda$ $\theta\alpha$, est $\theta\lambda^2$ ad $\theta\alpha^2$:), sive $\epsilon\gamma^2$ ad $\beta\gamma^2$, erit igitur ut is qui

**) Sector $\alpha\beta\gamma\delta$ est quarta pars circuli cuius radius $\alpha\delta$, et sector $\alpha\epsilon\zeta\gamma$ octava pars circuli cuius radius $\alpha\gamma$. Et sunt inter sese circuli ut quadrata ex radiis; ergo 4 sect. $\alpha\beta\gamma\delta$: 8 sect. $\alpha\epsilon\zeta\gamma = \alpha\delta^2 : \alpha\gamma^2 = \alpha\delta^2 : 2\alpha\delta^2$, id est sect. $\alpha\beta\gamma\delta =$ sect. $\alpha\epsilon\zeta\gamma$ (Co).

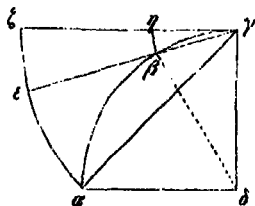
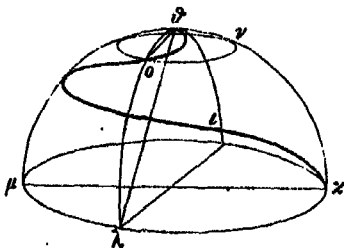
***) Est enim circumf. $\zeta\alpha$: circumf. $\zeta\epsilon = \angle \zeta\gamma\alpha : \angle \zeta\gamma\epsilon$. Sed est $\angle \zeta\gamma\alpha = \frac{1}{2} \angle \alpha\delta\gamma$, et $\angle \zeta\gamma\epsilon = \frac{1}{2} \angle \beta\delta\gamma$ [id quod efficitur ex elem. 3, 32 et 20]; ergo circumf. $\zeta\alpha$: circumf. $\zeta\epsilon =$ circumf. $\alpha\beta\gamma$: circumf. $\beta\gamma$. (Commandinus in eo errat, quod arcum $\lambda\alpha$ maximi circuli $\mu\lambda\alpha$ quadrantem esse opinatur, at vero punctum λ ad libitum sumptum est.)

2) Sector superficiei sphaerae ex usu Graeci scriptoris (vid. p. 268, 4 et 4) similiter dicitur ac sector in plano circuli.

3) Quia arcubus $\lambda\alpha$ or $\alpha\nu$ idem angulus insistit, arcus $\lambda\alpha$ est eadem pars circuli $\mu\lambda\alpha$, quae pars est arcus $\alpha\nu$ circuli $\alpha\nu$, unde id quod supra positum est facile demonstratur. Conf. etiam adnot. $\frac{1}{2}$.

†) Secundum Archim. de sphaer. et cylindr. 4 propos. 35, et quia quadratum ex $\theta\lambda$ aequale est duplo quadrato ex radio sphaerae, dimidia sphaerae superficies aequalis est circulo cuius radius recta $\theta\lambda$; tum secund. Archim. ibid. propos. 48 segmenti $\theta\alpha\nu$ superficies aequalis est circulo cuius radius recta $\theta\alpha$. Et sunt circuli inter se ut quadrata ex radiis; ergo dunc quae dictae sunt superficies inter se sunt ut $\theta\lambda^2$ ad $\theta\alpha^2$.

$ΒΓ'$, ἔσται ἄρα καὶ ὡς ὁ $ΚΛΘ$ τομεὺς ἐν τῇ ἐπιφανείᾳ πρὸς τὸν $ΟΘΝ$, οὕτως ὁ $ΕΖΓ$ τομεὺς πρὸς τὸν $ΒΗΓ'$. ὁμοίως δεῖξομεν ὅτι καὶ ὡς πάντες οἱ ἐν τῇ ἡμισφαιρίῳ τομεῖς οἱ ἴσοι τῷ $ΚΛΘ$, οἳ εἰσιν ἡ ὕλη τοῦ ἡμισφαιρίου ἐπιφάνεια, πρὸς τοὺς περιγραφομένους περὶ τὴν ἑλικά τομέως ὁμοταγεῖς τῷ $ΟΘΝ$, οὕτως πάντες οἱ ἐν τῷ $ΑΖΓ$ τομεῖς οἱ ἴσοι τῷ $ΕΖΓ$, τοιούστιν ὅλος ὁ $ΑΖΓ$ τομεὺς,



πρὸς τοὺς περιγραφομένους περὶ τὸ $ΑΒΓ$ τμήμα τοὺς ὁμοταγεῖς τῷ $ΓΒΗ$. τῷ δ' αὐτῷ τρόπῳ δειχθήσεται καὶ ὡς ἡ τοῦ ἡμισφαιρίου ἐπιφάνεια πρὸς τοὺς ἐγγραφομένους τῇ ἑλικῇ τομέας, οὕτως ὁ $ΑΖΓ$ τομεὺς πρὸς τοὺς ἐγγραφομένους τῷ $ΑΒΓ$ τμήματι τομέας, ὥστε καὶ ὡς ἡ τοῦ ἡμισφαιρίου ἐπιφάνεια πρὸς τὴν ὑπὸ τῆς ἑλικὸς ἀπολαμβάνομένην ἐπιφάνειαν, οὕτως ὁ $ΑΖΓ$ τομεὺς, τοιούστιν 56 τὸ $ΑΒΓΔ$ τεταρτημόριον, πρὸς τὸ $ΑΒΓ$ τμήμα. συνάγεται 15 δὲ διὰ τούτου ἡ μὲν ἀπὸ τῆς ἑλικὸς ἀπολαμβανομένη ἐπιφάνεια πρὸς τὴν $ΘΝΚ$ περιφέρειαν ὀκταπλασία τοῦ $ΑΒΓ$ τμήματος (ἐπεὶ καὶ ἡ τοῦ ἡμισφαιρίου ἐπιφάνεια τοῦ $ΑΒΓΔ$ τομέως), ἡ δὲ μεταξὺ τῆς ἑλικὸς καὶ τῆς βάσεως τοῦ ἡμισφαιρίου ἐπιφάνεια ὀκταπλασία τοῦ $ΑΓΔ$ τριγώνου, τοιού- 20 ἔστιν ἴση τῷ ἀπὸ τῆς διαμέτρου τῆς σφαίρας τετραγώνῳ.

2. πρὸς εἰ 3. ὡς add. Hu auctore Co 1. οἰοῖται οἱ ὅλη τοῦ ΑΒΓ, corr. S 6. τῷ ΟΘΝ Hu auctore Co pro τῷ ΟΘΗ πάντες εἰ 10. ἐπιφάνεια add. Hu auctore Co 15. ὡς ante τὸ ΑΒΓΔ additum in ABS del. Hu 16. ἀπὸ| μεταξὺ supra p. 264, 20, inter Co, ἐπὶ conl. Hu 17. καὶ τῆς ΘΝΚ περιμέτρου conl. Hu

est in superficie *sphaerae* sector $\lambda\theta\kappa$ ad sectorem $o\theta\nu$, ita in *plano* sector $\epsilon\zeta\gamma$ ad sectorem $\beta\eta\gamma$ ^{††}. Similiter demonstrabimus esse etiam ut omnes sectores qui in dimidia *sphaerae superficie* describuntur sectori $\lambda\kappa\theta$ aequales⁴⁾, quorum summa efficit totam dimidia *sphaerae superficie*, ad sectores helici circumscriptos ac sectori $o\theta\nu$ respondentes, ita omnes qui sunt in $\alpha\zeta\gamma$ sectores ipsi $\epsilon\zeta\gamma$ aequales, id est totum sectorem $\alpha\zeta\gamma$, ad sectores segmento $\alpha\beta\gamma$ circumscriptos ac sectori $\gamma\beta\eta$ respondentes. Atque eadem ratione demonstrabitur esse ut dimidia *sphaerae superficie* ad summam sectorum qui helici inscribuntur, ita sectorem $\alpha\zeta\gamma$ ad summam sectorum qui segmento $\alpha\beta\gamma$ inscribuntur; ergo etiam ut dimidia *sphaerae superficie* ad superficiem quae inter helicem et circumferentiam $\theta\nu\kappa$ continetur, ita erit sector $\alpha\zeta\gamma$, id est quadrans $\alpha\beta\gamma\delta$, ad segmentum $\alpha\beta\gamma$. Unde colligitur superficiem quae ab helice ad circumferentiam $\theta\nu\kappa$ pertinet octuplam esse segmenti $\alpha\beta\gamma$ (quoniam item, id quod ex Archim. de sphaer. et cyl. 1, 35 efficitur, dimidia *sphaerae superficie* octupla est quadrantis $\alpha\beta\gamma\delta$), et superficiem quae inter helicem et basim dimidia *sphaerae* continetur octuplam esse trianguli $\alpha\gamma\delta$, id est aequalem quadrato quod fit ex *sphaerae diametro*⁵⁾.

††) Supponit igitur Graecus scriptor similes sectores inter se esse ut quadrata ex radiis, quod lemma per se consentaneum, si opus sit, demonstretur ex elem. 5, 16. 12, 2; sunt enim similes sectores eadem suorum circulorum partes. Simile lemma infra legitur V propos. 13; et conf. ibid. propos. 47 adnot. * ac supra p. 337.

4) Fuit cum verba *of tauti tē KΛΘ* et paulo post *of tauti tē EZT* delenda esse suspicarer; nam cum arcus $\lambda\kappa$ ad libitum sumptus sit, non necesse est summam aequalium sectorum ipsam dimidia *sphaerae superficie* efficere, ac stat demonstratio, etiamsi quilibet sectores illi $\lambda\kappa\theta$ non aequales sumantur. Verum ratio ab Archimede inventa probat hunc quoque scriptorem in quotquot minimas partes inter se aequales circumferentiam maximi circuli dividi voluisse; ergo hoc loco tacite supponere videtur arcum $\lambda\kappa$ totius circumferentiae esse partem toto, non fractionem, numero expressam.

5) Scilicet $8 \Delta \alpha\gamma\delta = 4 a\delta^2 = '2 a\delta^2$; et dupla $a\delta$ est diameter *sphaerae*.

- 57 λς'. Τὴν δοθεῖσαν γωνίαν εὐθύγραμμον εἰς τρία ἴσου
 τεμεῖν οἱ παλαιοὶ γεωμέτραι θελήσαντες ἠπόρησαν δι' αἰ-
 τίαν τοιαύτην. τρία γένη φαινόμενα εἶναι τῶν ἐν γεωμετρίᾳ
 προβλημάτων, καὶ τὰ μὲν αὐτῶν ἐπίπεδα καλεῖσθαι, τὰ
 δὲ στερεά, τὰ δὲ γραμμικά. τὰ μὲν οὖν δι' εὐθείας καὶ
 κύκλου περιφερείας δυνάμενα λύεσθαι λέγουσι ὅτι εὐκρίτως
 ἐπίπεδα· καὶ γὰρ αἱ γραμμαὶ δι' ὧν εὐρίσκεται τὰ τρι-
 αῦτα προβλήματα τὴν γένεσιν ἔχουσιν ἐν ἐπιπέδῳ. ὅσα δὲ
 λύεται προβλήματα παραλαμβανομένης εἰς τὴν εὔρεσιν μιᾶς
 τῶν τοῦ κώνου τομῶν ἢ καὶ πλειόνων, στερεὰ ταῦτα κέ- 10
 κληται· πρὸς γὰρ τὴν κατασκευὴν χρῆσασθαι στερεῶν σχι-
 μάτων ἐπιφανείαις, λέγω δὲ ταῖς κωνικαῖς, ἀναγκαῖον.
 τρίτον δὲ τι προβλημάτων ὑπελείπεται γένος τὸ καλούμενον
 γραμμικόν· γραμμαὶ γὰρ ἔσονται παρὰ τὰς εἰρημένας εἰς τὴν
 κατασκευὴν λαμβάνονται ποικιλωτέραν ἔχουσαι τὴν γένεσιν 15
 καὶ βεβιασμένην μᾶλλον, ἐξ ἀτακτοτέρων ἐπιφανειῶν καὶ
 58 κινήσεων ἐπιτεπλεγμένων γεννώμεναι. τοιαῦται δὲ εἰσιν
 αἱ τε ἐν τοῖς πρὸς ἐπιφανείαις καλούμενοις τύποις εὐρι-
 σκόμεναι γραμμαὶ ἑτεραὶ τε τούτων ποικιλωτέραι καὶ πολλαὶ
 τὸ πλεῖθος ὑπὸ Δημητρίου τοῦ Ἀλεξανδρέως ἐν ταῖς γραμ- 20
 μικαῖς ἐπιστάσεσι καὶ Φίλωνος τοῦ Τυανέως ἐξ ἐπιπλοκῆς
 πλεκτοειδῶν τε καὶ ἑτέρων παντοίων ἐπιφανειῶν εὐρισκό-
 μεναι πολλὰ καὶ θαυμαστὰ συμπτώματα περὶ αὐτὰς ἔχον-
 σαι. καὶ τινες αὐτῶν ὑπὸ τῶν νεωτέρων ἠξιώθησαν λέγειν
 πλείονος, μία δὲ τις ἐξ αὐτῶν ἐστὶν ἣ καὶ παράδοξος ἐπὶ 25
 τοῦ Μενελάου κληθεῖσα γραμμὴ. τοῦ δὲ αὐτοῦ γένους ἑτεραι
 ἑλικές εἰσιν τετραγωνίζουσαι τε καὶ κοχλοειδεῖς καὶ κισσο-
 59 ειδεῖς. δοκεῖ δὲ πως ἀμάρτημα τὸ τοιοῦτον οὐ μικρὸν εἶναι
 τοῖς γεωμέτραις, ὅταν ἐπίπεδον πρόβλημα διὰ τῶν κωνι-
 κῶν ἢ τῶν γραμμικῶν ὑπὸ τινος εὐρίσκηται, καὶ τὸ σύνολον 30
 ὅταν ἐξ ἀνοικείου λύηται γένους, οἷον ἐστὶν τὸ ἐν τῇ πέμπτῃ

4. λς Α' in marg. (B²S) 5. οὖν om. S 9. εἰς τὴν γένεσιν ABS,
 εἰς τὴν κατασκευὴν Co, corr. Hu 43. δέ τι] item supra p. 54, 46 cor-
 rigas pro δ' ἐτι 47. γενώμεναι et alterum v prim. m. superscr. A
 21. φίλωνος το τυανέως A 22. πλεκτοειδῶν ABS, corr. Hu (conf.
 p. 269, 48) 23. περὶ αὐτὰς ABS, corr. Hu 26. 27. ἑτερὰ εἰσιν

XXXVI. Datum angulum rectilineum cum antiqui geometrae in tres partes secare vellent, hac de causa haesitaverunt. Tria genera problematum geometricorum statuimus, quorum alia plana, alia solida, alia linearia vocamus¹⁾. Quae igitur per rectas lineas et circuli circumferentias solvi possunt, ea merito plana dicantur, quoniam lineae, per quas eiusmodi problemata solvuntur, in plano originem habent. Quorum autem problematum resolutio adsumptis una pluribusve conic sectionibus invenitur, haec solida appellata sunt; nam ad eorum constructionem solidarum figurarum superficiibus, nimirum conicis, uti necesse est. Tertium autem relinquitur problematum genus quod lineare vocatur; nam praeter eas quas diximus lineas aliae variae et contortiores originem habentes, quae ex superficiibus minus ordinatis et motibus implicatis gignuntur, ad constructionem adhibentur. Quales sunt et lineae in locis qui ad superficies vocantur²⁾ repertae, et permultae aliae magis etiam variae a Demetrio Alexandrino in "linearibus constitutionibus" et a Philone Tyanaeo ex implicatione plectoidium³⁾ aliarumque variarum superficierum inventae, in quibus multae et mirabiles proprietates insunt. Et nonnullas ex his lineis longiore tractatione dignas iudicaverunt recentiores; sed una quidem vel maxime excellit, quam "mirabilem" Menolaus nuncupavit⁴⁾. Atque eiusdem generis aliae sunt, *velut helices sive spirales, tetragonizusae sive quadratrices, conchoides sive conchiformes, cissoides sive hederæ similes*. At geometrae non mediocriter errare videntur, si quando planum problema per conicas vel alias curvas lineas, atque omnino si quid per alienum genus solvunt,

1) Confer supra III cap. 20.

2) Conf. supra IV propos. 28.

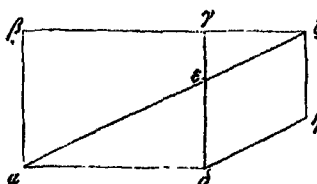
3) Ibidem propos. 29.

4) Chasles, *Aperçu historique*, p. 23 versionis German.

καὶ ἑλίκες καὶ τετραγωνίζουσαι καὶ κοχλ. ut scribamus, suadet libri III cap. 20 similitudo (nisi forte scriptor huius loci ἑλίκες omisit, quo delicto τε post τετραγ. recte positum esse apparet) 27. κοχχοειδείς S invitis AB 34. πέμπτῃ immo πρώτῃ (vide adnot. 5 ad Latina;

τῶν Ἀπολλωνίου κωνικῶν ἐπὶ τῆς παραβολῆς πρόβλημα καὶ ἡ ἐν τῷ περὶ τῆς ἑλικος ὑπὸ Ἀρχιμήδους λαμβανομένη στερεοῦ νέυσις ἐπὶ κύκλον· μηδενὶ γὰρ προσχωρῶμενον στερεοῦ δυνατόν εὑρεῖν τὸ ὑπ' αὐτοῦ γραφόμενον θεώρημα, λέγω δὴ τὸ τὴν περιμέτρεϊαν τοῦ ἐν τῇ πρώτῃ περιφορᾷ κύκλου ἴσην ἀποδείξαι τῇ πρὸς ὀρθᾶς ἀγομένη εὐθείᾳ τῇ ἐκ τῆς γενέσεως ἕως τῆς ἐφαπτομένης τῆς ἑλικος. τοιαύτης δὴ τῆς διαφορᾶς τῶν προβλημάτων ὑπαρχούσης οἱ πρότεροι γεωμέτραι τὸ προειρημένον ἐπὶ τῆς γωνίας πρόβλημα τῇ φύσει στερεὸν ὑπάρχον διὰ τῶν ἐπιπέδων ζητούντες οὐχ οἷοι τ' ἴσαν εὐρίσκειν· οὐδέπω γὰρ αἱ τοῦ κώνου τομαὶ συνήθεις ἴσαν αὐτοῖς, καὶ διὰ τοῦτο ἠπόρησαν· ὕστερον μέντοι διὰ τῶν κωνικῶν ἐτριχοτόμησαν τὴν γωνίαν εἰς τὴν εὐρεσιν χρησάμενοι τῇ ὑπογεγραμμένη νέυσει.

- 60 Παράλληλογράμμον δοθέντος ὀρθογωνίου τοῦ $ABΓΔ$ καὶ ἐκπληθείσης τῆς $BΓ$, δέον ἔστω διαγαγόντα τὴν $ΑΕ$ ποιεῖν τὴν $ΕΖ$ εὐθείαν ἴσην τῇ δοθείᾳ.



Γεγονέτω, καὶ ταῖς $ΕΖ$ $ΕΔ$ παράλληλοι ἤχθωσαν αἱ $ΔΗ$ $ΗΖ$. ἐπεὶ οὖν δοθεῖσά 20 ἔστιν ἡ $ΖΕ$ καὶ ἔστιν ἴση τῇ $ΔΗ$, δοθεῖσα ἄρα καὶ ἡ $ΔΗ$. καὶ δοθέν τὸ $Δ$ · τὸ $Η$ ἄρα πρὸς θύσει κύκλον περιφερείᾳ. καὶ ἐπεὶ τὸ ὑπὸ $BΓΔ$ δοθὲν καὶ ἔστιν ἴσον τῷ ὑπὸ $BΖ$ 25 $ΕΔ$, δοθὲν ἄρα καὶ τὸ ὑπὸ $BΖ$ $ΕΔ$, τουτέστιν τὸ ὑπὸ $BΖΗ$.

2. ἡ add. Hu περὶ τῆς ἑλικος] περὶ ἑλίκων accuratius scriptor posuit infra cap. 78 3. 3. στερεὰ νέυσις Α, στερεὰ νέυσις Β, στερεὰ νέυσις Σ, corr. Hu 3. κύκλον Hu pro κύκλον 6. ἀγομένη εὐθεία Α, corr. BS 6. 7. ἐκ τῆς γενέσεως] ἐκ τῆς ἐν τῇ γενέσει coll. cap. 71 vel ἐκ τοῦ ἐν ἀρχῇ conl. Hu 7. ἕως add. Hu 9. γωνίας paene evanuit in Α 10. τ' add. Hu 13. ἐτριχοτόμησαν (sine spir. et acc.) Α, corr. BS 18. γεγονέτω Α² ex γεγονέν τω 18. ταῖς ΕΖ ΖΖ — 30. αὐτὴ ΔΗ ΗΘ ABS, corr. Co 34. προσθεῖσαι ABS, distinx. Hu auctore Co, Item p. 274, 1 35. 36. ταῖς ὑπὸ ΒΚ ΖΔ et τὸ ὑπὸ ΒΚΖΖ ABS, corr. Co 36. ὑπὸ ΒΖΗ Co pro ὑπὸ ΒΚΗ

quale est in quinto Apollonii conicorum libro problema de parabola⁵⁾, vel illa quae in libro de helicibus ab Archimede adsumitur solidi inclinatio in circulum⁶⁾; neque enim solidum adhibere opus est, ut theorema ab illo propositum inveniri possit, scilicet ut demonstretur circumferentiam circuli prima conversione *descripti* aequalem esse rectae quae a principio helicis ad tangentem ducitur⁷⁾. Sic igitur cum problemata inter se differant, priores geometrae illud de anguli sectione problema, quod natura solidum est, per plano inquirentes solvere non potuerunt; nondum enim coni sectionibus uti consueverant eaque de causa ambigebant. Sed postea alii per conica angulum tripartito secuerunt, quod ut invenirent hanc quae sequitur inclinationem adhibuerunt.

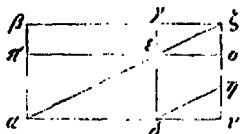
Dato parallelogrammo rectangulo $\alpha\beta\gamma\delta$ et producta recta $\beta\gamma$, oporteat rectam $\alpha\epsilon\zeta$ ita ducere, ut eius segmentum $\epsilon\zeta$ inter $\delta\gamma$ et productam $\beta\gamma$ abscissum datae rectae aequale sit. Prop. 34

Factum iam sit, et rectis $\epsilon\zeta$ $\delta\delta$ parallelae ducantur $\delta\eta$ $\eta\zeta$. Iam quia recta $\epsilon\zeta$ et data et ipsi $\delta\eta$ aequalis est, data igitur est $\delta\eta$. Et datum est punctum δ ; ergo punctum η est ad circumferentiam circuli positione dati (*dat. defin. 6*). Et quoniam rectangulum $\beta\gamma\delta$ et datum est et rectangulo quod rectis $\beta\zeta$ $\delta\delta$ continetur aequale, datum igitur rectangulum sub $\beta\zeta$ $\delta\delta$, id est rectangulum $\beta\zeta\eta$ ^{*)}. Ergo punctum η est

5) Quinto Apollonii conicorum libro ab Halleio ex Arabico sermone in Latinum converso theoremata de maximis et minimis continentur et in his complura de parabola inveniuntur; sed nullum est problema, quod ad hunc Pappi locum referri possit. Quare in promptu est suspicari *πρώτη* pro *πέντη* legendum esse, ac vituperari Apollonii primi libri propositionem 52, id est problema de parabolae in plano constructione. At vero alia quaestio est, num iure Apollonius reprehensus sit.

6) Conf. infra adnot. 4 ad propos. 42.

7) Idem theorema accuratius enuntiatur vide apud Archim. de helic. propos. 18.

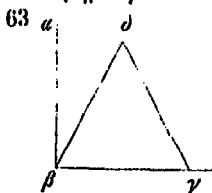


Pappus 1.

*) Quia propter elem. 4, 43 rectangulum $\beta\gamma\eta$ rectangulo $\epsilon\sigma\delta$ aequale est, rectangulum igitur $\alpha\beta\gamma\delta$ aequale est rectangulo $\alpha\sigma\sigma$, id est rectangulo sub $\beta\zeta$ $\epsilon\delta$, id est sub $\beta\zeta$ $\zeta\eta$ (*Co.*).

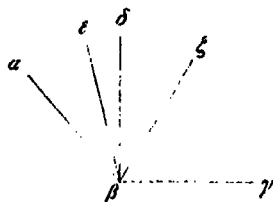
αλληλογράμμον ἡ ZA ἐκβεβλήσθω ἐπὶ τὸ E , καὶ παραλληλογράμμον ὄντος ὀρθογωνίου τοῦ ΓZ κλεισθῶ μεταξὺ τῶν EA · εὐθεΐα ἡ EA νεύουσα ἐπὶ τὸ B ἴση τῇ διπλασίᾳ τῆς AB (τοῦτο γὰρ ὡς δυνατόν γενέσθαι προέγγραπται)· λέγω δὴ ὅτι τῆς δοθείσης γωνίας τῆς ὑπὸ ABI τρίτον μέρος ἐστὶν ἡ ὑπὸ EBI .

Τετμήσθω γὰρ ἡ EA διχα τῷ H , καὶ ἐπεζεύχθω ἡ AH · αἱ τρεῖς ἄρα αἱ $\angle H, \angle H, \angle H$ ἴσαι εἰσὶν· διπλῇ ἄρα ἡ $\angle A$ τῆς AH . ἀλλὰ καὶ τῆς AB διπλῇ· ἴση ἄρα ἐστὶν ἡ $\angle B$ τῇ AH , καὶ ἡ ὑπὸ ABA γωνία τῇ ὑπὸ AHA . ἡ δὲ ὑπὸ AHA διπλασία τῆς ὑπὸ AEA , τουτέστιν τῆς ὑπὸ ABI · καὶ ἡ ὑπὸ ABA ἄρα διπλῇ ἐστὶν τῆς ὑπὸ ABI . καὶ ἐὰν τὴν ὑπὸ ABA διχα τέμωμεν, ἔσται ἡ ὑπὸ ABI γωνία τρίχα τετμημένη.



19'. Ἐὰν δὲ ἡ δοθεῖσα γωνία ὀρθὴ¹³ τυγχάνη, ἀπολαβόντες τινὰ τὴν BG ἰσοπλευρον ἐπ' αὐτῆς γράψομεν τὸ BAI , καὶ τὴν ὑπὸ ABI γωνίαν διχα τεμόντες ἔξομεν τρίχα τετμημένην τὴν ὑπὸ ABI γωνίαν.

64 μ'. Ἐστω δὲ ἀμβλεία ἡ γωνία καὶ τῇ GB πρὸς ὀρθὰς ἐν BA , καὶ τῆς μὲν ὑπὸ ABG τρίτον ἀπειλήσθω μέρος ἡ



ὑπὸ ABZ , τῆς δὲ ὑπὸ ABA ὀξείας γωνίας τρίτον ἡ ὑπὸ EBZ (ταῦτα γὰρ ἡμῖν προ-²⁵ δέδεικται)· καὶ ὅλης ἄρα τῆς ὑπὸ ABG γωνίας τρίτον μέρος ἐστὶν ἡ ὑπὸ EBZ . ἐὰν δὲ τῇ ὑπὸ EBZ ἴσην συστησώμεθα πρὸς ἑκατέραν τῶν ABG , τρίχα τεμοῦμεν τὴν δοθείσαν³⁰ γωνίαν.

65 μα'. Τὸ δὲ ὑπερτεθὲν πρόβλημα νῦν ἀναλύσομεν. Θέσει οὖσων δύο εὐθειῶν τῶν ABG καὶ δοθέντος σημείου τοῦ

7. ἡ AH Co pro ἡ AE 12. διπλῇ bis scriptum in A, sed prius expunctum 13. ὑπὸ ABA διχατεμωμεν (sic) ἴσται ἡ ὑπὸ bis scripta

parallelogrammo $\alpha\gamma\beta\zeta$ producat^{ur} $\zeta\alpha$ ad punctum ϵ , quod quidem ita sumatur, ut, iuncta $\beta\epsilon$, segmentum eius $\delta\epsilon$ inter rectas $\epsilon\alpha$ $\alpha\gamma$ abscissum aequale sit duplæ $\alpha\beta$ (hoc enim, si sit parallelogrammum rectangulum, velut $\alpha\gamma\beta\zeta$, fieri posse superiore problemate demonstratum est); iam dico dati anguli $\alpha\beta\gamma$ tertiam partem esse angulum $\epsilon\beta\gamma$.

Bifariam enim recta $\delta\epsilon$ secetur in puncto η , et iungatur $\alpha\eta$; aequales igitur inter se sunt rectae $\delta\eta$ $\eta\alpha$ $\eta\epsilon$; ideoque $\delta\epsilon = 2\alpha\eta$. Sed ex constructione est $\delta\epsilon = 2\alpha\beta$; ergo $\alpha\beta = \alpha\eta$, et $\angle\alpha\beta\delta = \angle\alpha\eta\beta$. Sed est $\angle\alpha\eta\beta = 2\angle\alpha\epsilon\beta = 2\angle\delta\beta\gamma$; ergo etiam $\angle\alpha\beta\delta = 2\angle\delta\beta\gamma$. Itaque, si angulum $\alpha\beta\delta$ bifariam secuerimus, angulus $\alpha\beta\gamma$ erit tripartito sectus.

XXXIX. Sed si datus angulus $\alpha\beta\gamma$ rectus sit, sumemus rectae $\beta\gamma$ quodlibet punctum γ , et in basi $\beta\gamma$ aequilaterum triangulum $\beta\delta\gamma$ describemus, et angulo $\delta\beta\gamma$ bifariam secto habebimus angulum $\alpha\beta\gamma$ tripartito sectum.

XL. Sit autem angulus $\alpha\beta\gamma$ obtusus, et rectae $\beta\gamma$ perpendicularis ducatur $\beta\delta$, et anguli $\delta\beta\gamma$ abscindatur tertia pars angulus $\delta\beta\zeta$, atque item anguli acuti $\alpha\beta\delta$ tertia pars angulus $\epsilon\beta\delta$ — haec enim a nobis supra (XXXIX et XXXVIII) demonstrata sunt — ergo totius $\alpha\beta\gamma$ anguli tertia pars est angulus $\epsilon\beta\zeta$. Iam si angulo $\epsilon\beta\zeta$ aequalem ad utramque rectarum $\alpha\beta$ $\beta\gamma$ constituerimus, datum angulum obtusum tripartito secabimus.

XLI. Iam vero problema supra (XXXVII) dilatatum solvemus¹⁾. Duabus rectis $\alpha\beta$ $\beta\gamma$, angulum quemvis ad β con-

33

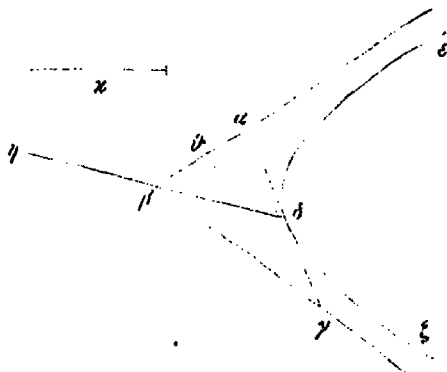
¹⁾ Nam quia rectus est angulus $\delta\alpha\epsilon$, punctum α est in circumferentia semicirculi $\delta\alpha\epsilon$, cuius centrum η . (Co.)

²⁾ Idem problema breviori ratione solvit Apollonius conic. 2 propos. 4, neque tamen haec quam Pappus tradit resolutio propria quadam laude caret. Unus problematis casus, si rectum angulum asymptoti contineant, infra VII propos. 204 tractatur, ubi vide adnot. 1.

in A 45. $\alpha\theta$ α^1 in marg. (S), om. B 48. $\epsilon\pi\sigma$ $\overline{IT}$ $\gamma\omega\sigma\tau\alpha\nu$ AB, corr. S 21. μ α^1 in marg. (S), om. B 26. $\delta\lambda\eta\varsigma$ Hu auctore Co pro $\delta\lambda\eta$ 28. 29. $\epsilon\lambda\alpha\nu$ $\delta\epsilon$ $\tau\eta$ $\epsilon\pi\sigma$ EBZ add. Hu 29. $\alpha\sigma\tau\eta\sigma\omega\mu\epsilon\delta\alpha$ AS, $\alpha\tau\eta\sigma\omega\mu\epsilon\delta\alpha$ B 32. $\mu\alpha$ α^1 in marg. (S), om. B

Δ γράψαι διὰ τοῦ Δ περὶ ἀσύμπτωτους τὰς $AB\Gamma$ ὑπερβολήν.

Γεγονέντω, καὶ γεγράφθω ἡ $E\Delta Z$, καὶ ἦχθω ἀπὸ τοῦ Δ ἐφαπτομένη αὐτῆς ἡ $A\Delta\Gamma$, καὶ διάμετρος ἡ $HB\Delta$, καὶ τῇ $B\Gamma$ παράλληλος ἡ $\Lambda\Theta$. Θέσει ἄρα αἱ $H\Delta$ $\Lambda\Theta$, καὶ



δοθέν τὸ Θ . καὶ ἐπεὶ ἀσύμπτωτοί εἰσιν αἱ $AB\Gamma$ τῆς ὑπερβολῆς, καὶ ἐφαπτομένη ἡ $\Lambda\Gamma$, ἴση ἄρα ἡ $\Lambda\Delta$ τῇ $\Lambda\Gamma$, καὶ τὸ ἀφ' ἐκατέρας αὐτῶν τετραγώνων ἴσον ἐστὶν τῷ τετάρτῳ τοῦ πρὸς τῇ $H\Delta$ εἵδους· ταῦτα γὰρ ἐν τῷ δευτέρῳ τῶν κωνικῶν ἀποδείκνυται. ἐπεὶ οὖν ἴση ἡ $\Gamma\Delta$ τῇ $\Lambda\Delta$,¹⁰ ἴση καὶ ἡ $B\Theta$ τῇ $\Theta\Lambda$. καὶ δοθεῖσα ἡ $B\Theta$ · δοθεῖσα ἄρα καὶ ἡ $\Theta\Lambda$. καὶ δοθέν τὸ Θ · δοθέν ἄρα καὶ τὸ Λ · θέσει ἄρα ἡ $\Lambda\Delta\Gamma$. καὶ δοθεῖσα τῷ μεγέθει ἡ $\Lambda\Gamma$, ὥστε καὶ τὸ ἀπὸ $\Lambda\Gamma$ δοθέν ἐστίν. καὶ ἔστιν ἴσον τῷ πρὸς τῇ $H\Delta$ εἵδει· δοθέν ἄρα καὶ τὸ πρὸς τῇ $H\Delta$ εἶδος. καὶ δοθεῖσα¹⁵ ἡ $H\Delta$ (διπλὴ γάρ ἐστιν τῆς $B\Delta$ τῷ μεγέθει δεδομένης διὰ τὸ δοθέν ἐκάτερον εἶναι τῶν $B\Delta$)· δοθεῖσα ἄρα καὶ ἡ ὀρθία τοῦ εἵδους πλευρά. γέγονεν δὲ πρόβλημα τοιοῦτον· θέσει καὶ μεγέθει δύο δοθεισῶν εὐθειῶν τῆς τε $H\Delta$ καὶ τῆς ὀρθίας γράψαι περὶ διάμετρον τὴν $H\Delta$ ὑπερβολήν, ἥς²⁰

3. ἀπὸ] διὰ voluit Co (ut Graecus scriptor hoc significasse videtur:

(*linentibus?*), positione datis, datoque puncto δ , describatur per δ hyperbola circa asymptotos $\alpha\beta$ $\beta\gamma$.

Factum iam sit, et sit descripta hyperbola $\epsilon\delta\zeta$, et ducatur per punctum δ tangens eam recta $\alpha\delta\gamma$, et diametrus $\eta\beta\delta$, et rectae $\beta\gamma$ parallela $\delta\vartheta$. Ergo rectae $\eta\delta$ $\delta\vartheta$ positione datae sunt (*dat. 26. 28*), et datum punctum ϑ (*dat. 25*). Et quoniam sunt rectae $\alpha\beta$ $\beta\gamma$ asymptoti hyperbolae, et tangens recta $\alpha\gamma$, aequales igitur sunt rectae $\alpha\delta$ $\delta\gamma$, et id quod ab utraque fit quadratum aequale est quartae parti figurae ad diametrum $\eta\delta$ constitutae (haec enim ab Apollonio secundi conicorum libri *propositione 3* demonstrata sunt). Iam quia est $\gamma\delta = \delta\alpha$, propter parallelas $\gamma\beta$ $\delta\vartheta$ est etiam $\beta\vartheta = \vartheta\alpha$. Et data est $\beta\vartheta$; ergo etiam $\vartheta\alpha$ data est (*dat. 2*). Et datum est punctum ϑ ; ergo etiam α datum est (*dat. 27*); itaque recta $\alpha\delta$ positione ac magnitudine data est (*dat. 26*), itemque $\alpha\gamma$ (quia $\alpha\delta = \delta\gamma$). Ergo etiam quadratum ab $\alpha\gamma$ datum est (*dat. 52*), et est aequale figurae ad $\eta\delta$ constitutae³; ergo haec quoque figura data est. Et magnitudine data est recta $\eta\delta$ (est enim dupla $\beta\delta$, quae propter *dat. 26* magnitudine data est, quia utrumque punctorum β δ positione datum); ergo etiam rectum figurae latus (*sive parametrum*) datum est (*dat. 57*). Itaque problema huc reductum est: positione et magnitudine rectis $\eta\delta$ et altera, quae rectum latus vocatur, datis, circa diametrum $\eta\delta$ describatur hyperbola,

3) Haec addita sunt ex Apollonii I. c.: "Ἐκώσαν δύο εἰςθεῖαι αὐτῶν ΑΒ ΑΓ τοιοῦσαν γωνίαν περιέχουσιν τὴν πρὸς τῷ Α.

3) Τὸ πρὸς τῇ ΗΔ εἰδος dicitur rectangulum quod diametro $\eta\delta$ et parametro α continetur. Conf. Apollon. conic. 2 propos. 4 et ipsum Pappum infra VII propos. 204, ac vide proximam adnot.

a puncto δ in utramque partem ducatur tangens $\delta\alpha$ $\delta\gamma$. 5. αὐτῶν ΑΒS, corr. Co 12. καὶ ἡ $\epsilon\delta\zeta$ Α² in rasura (pro καὶ $\epsilon\delta\zeta$, ut videtur) 13. καὶ (ante $\delta\delta\epsilon\iota\chi\alpha\iota$, add. Hu auctore C'o 14. τὸ ἀπὸ ΑΓ C'o, τὸ ΓΑ Α²S, τὸ $\delta\gamma$ B cod. C'o 16. 17. διδομένη διὰ $\delta\delta\epsilon\iota\chi\alpha\iota$ Α, διδομένη διὰ $\delta\delta\epsilon\iota\chi\alpha\iota$ BS, corr. Hu auctore C'o 17. τῶν ΒΓ AS, distinx. B

cuius recta ad quam quadrata applicantur erit altera illa quam diximus, et eas quae ordinatim ad $\eta\delta$ deducuntur parallelae erunt rectae cuidam positione datae, scilicet $\alpha\gamma^*)$. Hoc autem solutum est primi conicorum libri propositione 53.

XLII. Componetur hoc modo. Sint rectae positione datae $\alpha\beta$ $\beta\gamma$, et datum punctum δ , et ipsi $\beta\gamma$ parallela ducatur $\delta\theta$, et ponatur $\theta\alpha = \beta\theta$, et iuncta $\alpha\delta$ producat ad γ , atque item iuncta $\delta\beta$ producat, ipsique $\delta\beta$ aequalis ponatur $\beta\eta$, et quadrato ab $\alpha\gamma$ aequale sit rectangulum quod recta $\eta\delta$ et altera quadam κ continetur, et circa diametrum $\eta\delta$ et rectum latus (sive parametrum) κ describatur hyperbola $\epsilon\delta\zeta$, ita ut eas quae ordinatim deducuntur ad $\eta\delta$ ipsi $\alpha\gamma$ parallelae sint; ergo recta $\alpha\gamma$ coni sectionem tangit (conic. 1, 32). Et est $\alpha\delta = \delta\gamma$ (propter parallelas $\delta\theta$ $\gamma\theta$, quia $\alpha\theta = \theta\beta$), atque apparet quadratum ab utraque rectarum $\alpha\delta$ $\delta\gamma$ quartam partem esse figurae quae est ad $\eta\delta^{**})$; ergo rectae $\alpha\beta$ $\beta\gamma$ asymptoti sunt hyperbolae $\epsilon\delta\zeta$ (conic. 2, 1. 2); itaque per punctum δ circa datas rectas asymptotos hyperbola descripta est.

XLIII. Aliter datae circumferentiae tertia pars, non Prop. adsumpta inclinatione, abscinditur per huiusmodi locum solidum. ³⁴

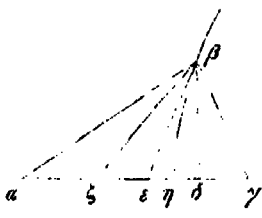
*) Horum verborum explicatio cum ex omni Apollonii conicorum opere tum e libri primi propos. 42 et 53 pendet. Capita doctrinae Apollonianae breviter ac luculenter exponit Chasles, *Aperçu* etc. p. 45 sq. versionis German.

**) Quoniam ex constructione est $\alpha\gamma^2 = \kappa \cdot \eta\delta$, et $\alpha\delta = \delta\gamma = \frac{1}{2} \alpha\gamma$, est igitur $\alpha\delta^2 = \delta\gamma^2 = \frac{1}{4} \alpha\gamma^2 = \frac{1}{4} \kappa \cdot \eta\delta$. Rectangulum autem quod rectis κ $\eta\delta$ continetur ipsa est figura quae supra "ad $\eta\delta$ " (τὸ πρὸς τῇ $ΗΔ$ εἶδος) dicitur (adnot. 2).

4. δύναται AB, δύναται S ἢ λοιπῇ) ἢ K coni. Co 'at conf. ἐτέρως τινὸς cap. 66 et παρὰ τὴν ἐτέραν εὐθείαν Apollon. conic. 1, 53;

5. μβ add. S 11. 12. καὶ περὶ διάμετρον τὴν HJ καὶ ὁρθάν τῇ add. A² in marg. (BS); post τῇ in A una littera perit margine folii decurtato, itaque lacuna in S, α autem interpolavit B, τὴν K corr. Co 20. μΓ A¹ in marg. BS;

Θάσει ἡ διὰ τῶν $A \Gamma$, καὶ ἀπὸ δοθέντων ἐπ' αὐτῆς τῶν $A \Gamma$ κεκλᾶσθω ἡ $AB \Gamma$ διπλασίαν ποιοῦσα τὴν ὑπὸ $A \Gamma B$ γωνίαν τῆς ὑπὸ $\Gamma A B$ · ὅτι τὸ B πρὸς ὑπερβολῇ.



Ἦχθω κάθετος ἡ BA , καὶ ⁵

τῇ ΓA ἴση ἀπειλήφθω ἡ AE ·

ἐπιτενχθεῖσα ἄρα ἡ BE ἴση

ἔσται τῇ AB . κείσθω καὶ τῇ

AE ἴση ἡ EZ · τριπλασία ἄρα

ἡ $I'Z$ τῆς ΓA . ἔστω καὶ ἡ ¹⁰

$A \Gamma$ τῆς ΓH τριπλασία· ἔσται

δὴ δοθὲν τὸ H , καὶ λοιπὴ

ἡ AZ τῆς HA τριπλασία. καὶ ἐπεὶ τῶν ἀπὸ BE EZ

ὑπεροχὴ ἔστιν τὸ ἀπὸ BA , ἔστιν δὲ καὶ τὸ ὑπὸ AA AZ

τῶν αὐτῶν ὑπεροχὴ, ἔσται ἄρα τὸ ὑπὸ AAZ , τουτέστιν ¹⁵

τὸ τρις ὑπὸ $A \Gamma H$, ἴσον τῷ ἀπὸ BA · πρὸς ὑπερβολῇ ἄρα

τὸ B , ἥς πλαγία μὲν τοῦ πρὸς ἄξονι εἶδους ἡ AH , ἡ δὲ

ὀρθία τριπλασία τῆς AH . καὶ φανερόν ὅτι τὸ Γ σημεῖον

ἀπολαμβάνει πρὸς τῇ H κορυφῇ τῆς τομῆς τὴν ΓH ἡμί-

σειαν τῆς πλαγίας τοῦ εἶδους πλευρᾶς τῆς AH . ²⁰

Καὶ ἡ σύνθεσις φανερά· δέησει γὰρ τὴν $A \Gamma$ τεμεῖν

ὥστε διπλασίαν εἶναι τὴν AH τῆς $H \Gamma$, καὶ περὶ ἄξονα

τὸν AH γράψαι διὰ τοῦ H ὑπερβολὴν, ἥς ὀρθία τοῦ εἶδους

πλευρὰ τριπλασία τῆς AH , καὶ δεικνύναι ποιοῦσαν αὐτὴν

τὸν εἰρημένον διπλασίον λόγον τῶν γωνιῶν. καὶ ὅτι τῆς ²⁵

δοθείσης κύκλου περιφερείας τὸ γ' ἀποτεμνεί μέρος ἡ τοῦ-

1. τῶν $A \Gamma AB$, distinx. B² (vel B³) S ἐπ' Hu auctore Co pro
ἀπ' 2. τῶν $A \Gamma AS$, distinx. B ποιοῦσαν AS, corr. B 3. τῇ
ὑπὸ ΓB Co pro τὴν ὑπὸ $AB \Gamma$ 4. προσυπερβολὴ A, πρὸς ὑπερ-
βολὴν B, corr. S 10. ἔστω] κείσθω conit. Hu 43. 44. τῶν pro
τὸ corr. et τὸ ἀπὸ BA add. Co 45. ἄρα Hu pro ἴσον 46. τρις
ὑπὸ $A \Gamma H$ Co pro τρις ὑπὸ $A \Gamma H$ προσυπερβολὴ AB, corr. S
49. τὴν ΓH om. S 24. δεικνύναι Hu pro δείκνεται 25. τῶν
γωνιῶν om. S 26. τὸ Γ ἀποτεμνείν ABS, corr. Hu auctore Co
ἡ B, η A, ἡ S

Positione data sit recta $\alpha\gamma$, et a datis in ea punctis α γ inflectatur $\alpha\beta\gamma$, quae angulum $\alpha\gamma\beta$ duplum anguli $\gamma\alpha\beta$ efficiat¹⁾; dico punctum β esse ad hyperbolam²⁾.

Ducatur perpendicularis $\beta\delta$, et ipsi $\gamma\delta$ aequalis abscindatur $\delta\epsilon$; ergo iuncta $\beta\epsilon$ erit $\angle\beta\epsilon\gamma = \angle\beta\gamma\epsilon = 2\angle\gamma\alpha\beta$ (ex hypothesi). Sed est etiam $\angle\beta\epsilon\gamma = \angle\gamma\alpha\beta + \angle\alpha\beta\epsilon$; ergo $\angle\gamma\alpha\beta = \angle\alpha\beta\epsilon$, itaque erit $\beta\epsilon = \alpha\epsilon$. Ponatur etiam $\epsilon\zeta = \delta\epsilon$; ergo est $\gamma\delta = \frac{1}{2}\gamma\zeta$. Sed ponatur etiam $\gamma\eta = \frac{1}{2}\alpha\gamma$ (elem. 6, 9); ergo datum erit punctum η (dat. 2. 27); et erit $\gamma\eta - \gamma\delta = \frac{1}{2}(\alpha\gamma - \gamma\zeta)$, id est $\eta\delta = \frac{1}{2}\alpha\zeta$. Et quia est $\beta\epsilon^2 - \epsilon\zeta^2 = \beta\delta^2$ (est enim $\beta\delta^2 = \beta\epsilon^2 - \epsilon\delta^2$, et $\epsilon\delta = \epsilon\zeta$), et $\beta\epsilon^2 - \epsilon\zeta^2 = \delta\alpha \cdot \alpha\zeta$ (est enim propter elem. 2, 6 $\delta\alpha \cdot \alpha\zeta = \alpha\epsilon^2 - \epsilon\zeta^2$, et, ut demonstravimus, $\alpha\epsilon = \beta\epsilon$), est igitur $\delta\alpha \cdot \alpha\zeta = \beta\delta^2$, id est (quia demonstravimus esse $\alpha\zeta = 3\eta\delta$) $3\delta\alpha \cdot \delta\eta = \beta\delta^2$.

Ergo punctum β est ad hyperbolam, cuius transversum latus figurae ad axem constitutae est $\alpha\eta$, rectum autem latus triplo maius quam $\alpha\eta$ ³⁾. Et apparet rectam $\gamma\eta$, quae inter punctum γ et coni sectionis verticem η abscinditur, dimidiam partem esse transversi figurae lateris $\alpha\eta$.

Et compositio manifesta est. Oportebit enim rectam $\alpha\gamma$ ita secare, ut $\alpha\eta$ duplo maior sit quam $\eta\gamma$, et circa axem $\alpha\eta$ per punctum η describere hyperbolam, cuius rectum figurae latus sit triplo maius quam $\alpha\eta$, et demonstrare eam efficere duplam quam diximus angulorum proportionem. Atque hyperbolam hac ratione descriptam abscindere tertiam datae.

1) Id est, punctum β ita sumatur, ut trianguli $\alpha\beta\gamma$ angulus $\alpha\gamma\beta$ duplus sit alterius qui est ad basin. Sed angulus $\alpha\gamma\beta$ aut acutus est, ut in hac demonstratione ac figura scriptor supponit, aut reclus, aut obtusus, quibus de casibus vide append.

2) Significat scriptor, quocumque puncta β hoc modo sumantur, ea omnia esse ad eam hyperbolam quam postea ipse describit.

3) Cum enim rectangulum $\delta\alpha \cdot \alpha\zeta$, hoc est quadratum ex $\beta\delta$, triplum sit rectanguli $\alpha\delta \cdot \delta\eta$, habebit quadratum ex $\beta\delta$ ad rectangulum $\alpha\delta \cdot \delta\eta$ proportionem eandem quam figurae rectum latus ad transversum, quare ex conversa 21. primi libri conicorum punctum β in hyperbola erit (Co. Et conf. p. 281 adnot. *).

τον γραφομένη τὸν τρόπον ὑπερβολὴ συνιδεῖν ῥᾶδιον τῶν
 $Α Γ$ σημείων περᾶτων τῆς περιμετρίας ὑποκειμένων.

- 68 μδ'. Ἐτέρως δὲ τὴν ἀνάλυσιν τοῦ τρίχα τεμεῖν τὴν
 γωνίαν ἢ περιμέτριαν ἐξέθεντο τινες ἄνθρωποι τῆς νεύσεως.
 ἔστω δὲ ἐπὶ περιμετρίας ὁ λόγος· οὐδὲν γὰρ διαφέρει γωνί-
 ναν ἢ περιμέτριαν τεμεῖν.

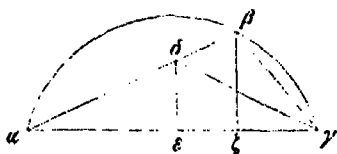
Γεγονέτω δὴ, καὶ τῆς $ΑΒΓ$ περιμετρίας τρίτον ἀπει-
 λίρθω μέρος ἡ $ΒΓ$, καὶ ἐπεζεύθωσαν αἱ $ΑΒ ΒΓ ΓΑ$.
 διπλασίων ἄρα ἡ ὑπὸ $ΑΓΒ$ τῆς ὑπὸ $ΒΑΓ$. τετμήσθω
 δίχα ἡ ὑπὸ $ΑΓΒ$ τῇ $ΓΔ$, καὶ κάθεται αἱ $ΔΕ ΖΒ$. ἴση ἄρα ¹⁰
 ἡ $ΑΔ$ τῇ $ΔΓ$, ὥστε καὶ ἡ $ΑΕ$ τῇ $ΒΓ$. δοθέν ἄρα τὸ $Β$.
 ἐπεὶ οὖν ἐστὶν ὡς ἡ $ΑΓ$ πρὸς $ΓΒ$, οὕτως ἡ $ΑΔ$ πρὸς $ΔΒ$,
 τουτέστιν ἡ $ΑΕ$ πρὸς $ΕΖ$, καὶ ἐναλλάξ ἄρα ἐστὶν ὡς ἡ $ΓΑ$
 πρὸς $ΑΕ$, ἡ $ΒΓ$ πρὸς $ΕΖ$. διπλῇ δὲ ἡ $ΓΑ$ τῇ $ΑΕ$. διπλῇ
 ἄρα καὶ ἡ $ΒΓ$ τῆς $ΕΖ$. τετραπλάσιον ἄρα τὸ ἀπὸ $ΒΓ$, ¹⁵
 τουτέστιν τὰ ἀπὸ τῶν $ΒΖΓ$, τοῦ ἀπὸ τῆς $ΕΖ$. ἐπεὶ οὖν
 δύο δοθέντα ἐστὶν τὰ $Ε Γ$, καὶ ὁρθὴ ἡ $ΒΖ$, καὶ λόγος
 ἐστὶν τοῦ ἀπὸ $ΕΖ$ πρὸς τὰ ἀπὸ τῶν $ΒΖΓ$, τὸ $Β$ ἄρα πρὸς
 ὑπερβολῇ. ἀλλὰ καὶ πρὸς θέσει περιμετρίας· δοθέν ἄρα
 τὸ $Β$. καὶ ἡ σύνθεσις φανερά. 20

- 69 με'. Τὸ μὲν οὖν τὴν δοθεῖσαν γωνίαν ἢ περιμέτριαν τρίχα
 τεμεῖν σπερδὸν ἐστὶν, ὡς προδεδείχεται, τὸ δὲ τὴν δοθεῖσαν
 γωνίαν ἢ περιμέτριαν εἰς τὸν δοθέντα λόγον τεμεῖν γραμ-
 μικόν ἐστὶν καὶ δέδεικται μὲν ὑπὸ τῶν νεωτέρων, γραφή-
 σται δὲ καὶ ὑφ' ἡμῶν διχῶς. 25

1. συνιδεῖν Α, corr. BS 4. 2. τῶν $ΑΓ$ Α, distinct. BS 3. $μ. Γ$
 $Α'$ in marg. (BS) 5. οὐδὲν Hu auctore Co pro οὐδὲ 8. post $α'$
 $ΑΒ ΗΓ$ add. μέρος ἡ $ΒΓ$ ABS, del. Co 9. ἄρα ἡ $ΑΓΒ$ AB³, ἄρα ἡ
 $αβγ$ B¹, corr. S 10. αἱ $ΔΕΖΒ$ Α, distinct. BS 11. ἡ $ΑΔ$ τῆς AS, τῇ
 corr. S 15. ἡ $ΒΓ$ ante τῆς EZ: Co pro ἡ Β 17. τὰ $ΕΓ$ AB¹ S,
 distinct. B³ [vol B²] 18. 19. προσυπερβολῇ Α, acc. gravem add. B,
 corr. S 19. καὶ τὰ προσθέσει περιμετρίας ABS, corr. Hu auctore
 Co 21. $μ. Α'$ in marg. (BS) 23. ἡ περιμετρία Α¹, ἡ περι-
 μετρίαν corr. recentior manus diversa, ut videtur, ab Α², ἡ περι-
 μέτριαν BS

circuli circumferentiae partem facile intellegitur, siquidem puncta α γ termini circumferentiae supponuntur³⁾.

XLIV. Alia ratione nonnulli resolutionem *problematis* de tripartita anguli vel circumferentiae sectione exposuerunt sine inclinatione. Sit autem in circumferentia proportio; nihil enim differt, angulumne an circumferentiam secemus.



Factum iam sit, et circumferentiae $\alpha\beta\gamma$ tertia pars $\beta\gamma$ sit abscissa, et iungantur rectae $\alpha\beta$ $\beta\gamma$ $\gamma\alpha$; ergo est $\angle \alpha\gamma\beta = 2 \angle \beta\alpha\gamma$. Bifariam secetur angulus $\alpha\gamma\beta$ recta $\gamma\delta$, et ducantur

perpendiculares $\delta\epsilon$ $\beta\zeta$; est igitur $\alpha\delta = \delta\gamma^{**})$, itaque etiam $\alpha\epsilon = \epsilon\gamma$; ergo datum est punctum ϵ (*dat.* 7. 27). Iam quia est $\alpha\gamma : \gamma\beta = \alpha\delta : \delta\beta$ (*elem.* 6, 3. = $\alpha\epsilon : \epsilon\zeta$, vicissim igitur est $\alpha\gamma : \alpha\epsilon = \gamma\beta : \epsilon\zeta$. Sed est $\alpha\gamma = 2\alpha\epsilon$; ergo etiam $\gamma\beta = 2\epsilon\zeta$, ideoque $\gamma\beta^2 = 4\epsilon\zeta^2$, id est $\beta\zeta^2 + \zeta\gamma^2 = 4\epsilon\zeta^2$. Iam quia data sunt duo puncta ϵ γ , et perpendicularis ducta est $\beta\zeta$, et *data*⁴⁾ est proportio $\epsilon\zeta^2 : \beta\zeta^2 + \zeta\gamma^2$, punctum igitur β est ad hyperbolam⁵⁾. Sed idem est ad circumferentiam positione *datam*; ergo datum est punctum β . Et compositio manifesta est.

XLV. Datum quidem angulum vel circumferentiam tri-
partitò secare solidum est, ut demonstravimus; at datum an-
gulum vel circumferentiam secare in datam proportionem li-
neare est, idque demonstratum a recentioribus; sed a nobis
quoque duabus rationibus ostendetur.

3) Latius problematis compositionem persequitur Commandinus; praeterea multa hoc loco addi possunt, quae ad omne $\tau\acute{o}\lambda\omega\nu \sigma\tau\epsilon\phi\acute{\omega}\nu$ genus pertineant.

***) "Quia anguli $\delta\alpha\gamma$ $\delta\gamma\alpha$ sunt aequales" V².

4) Est scilicet $\epsilon\zeta^2 : \beta\zeta^2 + \zeta\gamma^2 = 1 : 4$, ut statim demonstratum est.

5) "Demonstratur hoc a Pappo ad finem septimi libri propositione 237" *Co*; nihilo tamen minus idem Interpres suo ingenio aliam et resolutionem et compositionem problematis apposuit.

Sit enim circuli $\alpha\lambda\theta$ circumferentia $\lambda\theta$, quam in datam proportionem secare oporteat.

Ad centrum circuli ducantur rectae $\lambda\beta$ $\theta\beta$, et ipsi $\theta\beta$ perpendicularis $\beta\kappa$, et per punctum κ describatur linea quadratrix $\kappa\alpha\delta\gamma$ rectam $\beta\lambda$ in puncto α secans¹⁾, et ducta perpendicularis $\alpha\epsilon$ in puncto ζ ita secetur, ut proportio $\alpha\zeta : \zeta\epsilon$ aequalis sit datae proportioni, in quam angulum secare volumus, et rectae $\beta\gamma$ parallela ducatur $\zeta\delta$, et iuncta $\beta\delta$ producatur ad μ punctum circumferentiae, et ducatur perpendicularis $\delta\eta$. Iam quia propter proprietatem lineae quadratricis est ut $\alpha\epsilon$ ad $\delta\eta$, id est ad $\zeta\epsilon$, ita angulus $\alpha\beta\gamma$ ad angulum $\delta\beta\gamma$ ²⁾, dirimendo igitur est ut $\alpha\zeta$ ad $\zeta\epsilon$, id est ut data proportio, ita angulus $\alpha\beta\delta$ ad angulum $\delta\beta\gamma$, id est circumferentia $\lambda\mu$ ad $\mu\theta$.

XLVI. Aliter autem circuli $\alpha\eta\gamma$ circumferentia $\alpha\gamma$ secatur hoc modo³⁾.

Similiter ad centrum ducantur rectae $\alpha\beta$ $\gamma\beta$, et ab initio β describatur helix $\beta\zeta\delta\gamma$, cuius genetrix sit recta $\beta\gamma$ ⁴⁾, et datae proportioni aequalis sit $\delta\epsilon : \epsilon\beta$, et per punctum ϵ circa centrum β describatur circuli circumferentia $\epsilon\zeta$ helicom in ζ secans, et iuncta $\beta\zeta$ producatur ad η punctum circumferentiae circuli $\eta\alpha\gamma$; est igitur propter heliceis proprietatem ut recta $\delta\beta$ ad $\beta\zeta$, id est ad $\beta\epsilon$, ita circumferentia $\gamma\eta\alpha$ ad $\gamma\eta$ ⁵⁾, et dirimendo ut $\delta\epsilon$ ad $\epsilon\beta$, ita circumferentia $\alpha\eta$ ad

1) Tacito igitur scriptor supponit datam circumferentiam minorem esse circuli quadranto.

*) Ex huius libri cap. 45 (XXX) extr. efficitur esse ut circumferentias $\alpha\theta : \lambda\theta : \mu\theta$, ita rectas $\alpha\beta : \alpha\epsilon : \delta\eta$; ergo propter elem. 6, 33 est $\alpha\epsilon : \delta\eta = \angle \lambda\theta\delta : \angle \mu\beta\theta$.

2) Conf. Klügel, *Mathematisches Wörterbuch* vol. IV p. 442.

3*) Conf. supra cap. 34, unde apparet hoc loco τῆς ἐν τῇ γενέσει εὐθείας, quam nos breviter genetricem diximus, eandem esse atque illam ἀρχὴν τῆς περιφορᾶς.

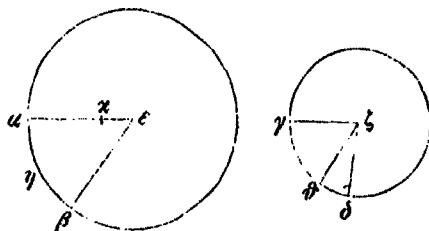
4**) Hoc ipsum demonstrat Archimedes de helic. propos. 44; sed idem etiam ex huius libri propos. 49 sine negotio efficitur.

A ($\beta\theta$ et, ut videtur, cod. Co), $\alpha\delta\gamma$ B¹, corr. S Co
corr. S 29. $\omega\varsigma$ ἢ $\overline{AB}$ AB cod. Co, corr. S Co
pro ἢ $\overline{AT}$

28. $\epsilon\sigma\tau\alpha\iota$ AB,
30. ἢ $\overline{AH}$ Co

ΗΙ'. ὁ δὲ τῆς ΔΕ πρὸς ΕΒ λόγος ἐστὶν ὁ αὐτὸς τῷ δοθέντι· καὶ ὁ τῆς ΑΗ ἄρα περιφερείας πρὸς τὴν ΗΙ' λόγος ὁ αὐτὸς ἐστὶν τῷ δοθέντι· τέτμηται ἄρα: ~

- 72 μζ'. Ἐκ δὴ τούτου φανερόν ὡς δυνατόν ἐστὶν ἀπὸ δύο κύκλων ἀνίσωιν ἴσας περιφερείας ἀφελῆν. 5



Γεγονέτω γάρ, καὶ ἀφηγήσθωσαν ἴσαι αἱ ΑΗΒ ΓΘΔ, ἔστω δὲ μείζων ὁ περὶ κέντρον τὸ Β· μείζων ἄρα ἢ ὁμοία τῇ ΓΘΔ τῆς ΑΗΒ. ἔστω οὖν τῇ ΑΗΒ ὁμοία ἢ ΓΘ· λόγος ἄρα ὁ τῆς ΑΗΒ πρὸς ΓΘ δοθείς· ὁ γὰρ αὐτὸς ἐστὶν ταῖς ὕλαις τῶν κύκλων περιφερείαις ἢ ταῖς τῶν κύκλων διαμέ- 10 τροις. ἴση δὲ ἢ ΑΗΒ τῇ ΓΘΔ· λόγος ἄρα δοθείς καὶ τῆς ΓΘΔ πρὸς τὴν ΓΘ. καὶ διελόντι. γέγονεν οὖν τέμνειν τὴν ΓΘΔ περιφέρειαν εἰς δοθέντα λόγον κατὰ τὸ Θ· τοῦτο δὲ προέγραπται.

- 73 μν'. Ἰσοσκελὲς τρίγωνον συστήσασθαι ἔχον ἑκατέραν¹⁵ τῶν πρὸς τῇ βάσει γωνιῶν λόγον ἔχουσαν δοθέντα πρὸς τὴν λοιπήν.

Γεγονέτω, καὶ συναστιάτω τὸ ΑΒΓ, καὶ περὶ κέντρον τὸ Β διὰ τῶν Α Γ κύκλος γεγραμμένος ὁ ΑΔΓ, καὶ ἐκβε-

4. μζ' Α' in marg. (BS) 7. ἢ ὁμοία Α (ἢ prima m. super vs.), ἢ ὁμοία BS 8. τῇ ΓΘΔ τῆς ΑΗΒ Hu auclore Co pro ΓΘΔ τῇ ΑΗΒ οὖν τῇ Ηu, συντῆμι Α, σὺν τῇ Β cod. Co, τῇ S Co 45. μν' add. Β, μν S συστήσας AB cod. Co, corr. S (συστῆσαι Co) 48. τὸ (ante ΑΒΓ) BS, ὁ Α 49. τῶν ΑΓ Α, distinx. BS

$\eta\gamma$. Sed proportio $\delta\epsilon : \alpha\beta$ aequalis est datae; ergo etiam circumferentiae $\alpha\eta$ ad $\eta\gamma$ proportio aequalis est datae; itaque secta est circumferentia in datam proportionem.

XLVII. Hinc manifestum est fieri posse, ut a duobus ^{Prop. 36} circulis inaequalibus aequales circumferentiae abscindantur.

Factum enim sit, et abscissae sint aequales circumferentiae $\alpha\eta\beta$ $\gamma\theta\delta$: sit autem maior circulus $\alpha\eta\beta$, cuius centrum ϵ ; ergo quae ipsi $\gamma\theta\delta$ similis est circumferentia maior est quam $\alpha\eta\beta$. Iam sit circumferentiae $\alpha\eta\beta$ similis $\gamma\theta$; ergo proportio circumferentiae $\alpha\eta\beta$ ad $\gamma\theta$ data est, quippe quae eadem sit ac proportio totarum utriusque circuli circumferentiarum sive diametrorum¹⁾. Sed ex hypothesi circumferentiae $\alpha\eta\beta$ $\gamma\theta\delta$ inter se aequales sunt; ergo etiam proportio circumferentiae $\gamma\theta\delta$ ad $\gamma\theta$ data est. Et dirimendo data est proportio circumferentiae $\delta\theta$ ad $\theta\gamma$; ergo problema eo reductum est, ut circumferentiam $\gamma\theta\delta$ in datam proportionem in puncto θ secemus, id quod superiore propositione demonstratum est.

Componetur sic. Sit minoris circuli centrum ζ , et ponatur $ax = \gamma\zeta$, atque circumferentiae $\gamma\theta\delta$ aequalem in circulo $\alpha\eta\beta$ abscindere oporteat. Sectur circumferentia $\delta\theta\gamma$ in proportionem ac — $\gamma\zeta : \gamma\epsilon$, id est $ex : xa$, et circumferentiae $\gamma\theta$ similis abscindatur circumferentia $\alpha\eta\beta$; hanc igitur ipsi $\gamma\theta\delta$ aequalis erit²⁾.

XLVIII. Aequiquire triangulum constituatur, cuius uter- ^{Prop. 37} que ad basim angulus ad reliquum habeat datum proportionem.

Factum iam sit, et constitutum sit triangulum $\alpha\beta\gamma$, et circa centrum β per α γ describatur circulus $\alpha\gamma\delta$, et produ-

1) Similes inaequalium circulorum arcus in eadem proportionem esse ac totas circumferentias Graecus scriptor effici voluit ex elem. 5, 15; nimirum arcus, quibus aequales anguli insident, sunt eadem totarum circumferentiarum partes etc. Circulorum autem circumferentias inter se esse ut diametros (itaque etiam ut semidiametros, ut est in compositione huius problematis, itemque IV propos. 36 et 39 in hac Pappi collectione demonstratum invenitur V propos. 41 et VIII propos. 22.

2) Haec addenda esse censuimus, quo facilius verba, quae sub finem analyseos Graecus scriptor posuit, intellegerentur. Paulo latius eadem explicat Co.

Pappus 1.

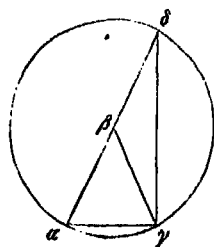
βλήσθω ἡ AB ἐπὶ τὸ A , καὶ ἐπεξεύχθω ἡ $ΔΓ$. ἐπεὶ οὖν λόγος ἐστὶν δοθεὶς τῆς ὑπὸ τῶν $ΓAB$ γωνίας πρὸς τὴν ὑπὸ τῶν $ABΓ$, καὶ ἐστὶν τῆς ὑπὸ $ABΓ$ ἡμίσεια ἡ πρὸς τῷ A , λόγος ἄρα δοθεὶς καὶ τῆς ὑπὸ $ΓAA$ γωνίας πρὸς τὴν ὑπὸ $AAΓ$, ὥστε καὶ τῆς $ΔΓ$ περιφέρειας πρὸς τὴν $ΔΓ$ λόγος. ἐπεὶ οὖν ἡ $ΑΓΔ$ περιφέρεια τοῦ ἡμικυκλίου εἰς δοθέντα λόγον τέμνεται, δοθέν ἐστὶν τὸ $Γ$, καὶ δοθέν τῷ εἶδει τὸ $ABΓ$ τρίγωνον.

Συντεθήσεται δὲ οὕτως. ἔστω γὰρ ὁ δοθεὶς λόγος, ὃν ἔδει ἔχειν ἑκατέραν τῶν πρὸς τῇ βάσει γωνιῶν πρὸς τὴν 10 λοιπὴν, ὁ τῆς EZ πρὸς ZH , καὶ τετμήσθω ἡ ZH διχα τῷ $Θ$, καὶ ἐκκελίσθω κύκλος ὁ $ΑΔΓ$ περὶ κέντρον τὸ B καὶ διάμετρον τὴν $ΑΔ$, καὶ τετμήσθω ἡ $ΑΓΔ$ περιφέρεια κατὰ τὸ $Γ$, ὥστε εἶναι ὡς τὴν $ΔΓ$ περιφέρειαν πρὸς τὴν $ΓΑ$, οὕτως τὴν EZ πρὸς $ZΘ$ (τοῦτο γὰρ προοιχεύεται, καὶ 15 καθόλου πῶς ἡ δοθεῖσα περιφέρεια εἰς δοθέντα λόγον τέμνεται), καὶ ἐπεξεύχθωσαν αἱ $BΓ$ $ΓΑ$ $ΓΔ$. ἐπεὶ οὖν ἐστὶν ὡς ἡ $ΔΓ$ περιφέρεια πρὸς τὴν $ΓΑ$, τουτέστιν ὡς ἡ ὑπὸ $ΔΑΓ$ γωνία πρὸς τὴν ὑπὸ $ΑΔΓ$, οὕτως ἡ EZ πρὸς $ZΘ$, καὶ τὰ διπλάσια τῶν ἐπομένων, ὡς ἄρα ἡ ὑπὸ $ΓAB$ πρὸς 20 τὴν ὑπὸ $ABΓ$, οὕτως ἡ EZ πρὸς ZH . ἰσοσκελὲς ἄρα τρίγωνον συνέσταται τὸ $ABΓ$ ἔχον ἑκατέραν τῶν πρὸς τῇ βάσει γωνιῶν λόγον ἔχουσαν τὸν δοθέντα πρὸς τὴν λοιπὴν.

74 μϛ. Δεδειγμένου δὴ τούτου φανερὸν ὡς δυνατόν ἐγγράψαι πολύγωνον εἰς κύκλον ἰσόπλευρον καὶ ἰσογώνιον 25 πλευρὰς ἔχον ὅσας ἂν τις ἐπιτάξῃ.

1. ἡ $ΑΓ$ ἐπὶ τὸ AB cod. Co, corr. S Co 2. τῆς ὑπὸ τῶν AB AB cod. Co, corr. S Co 3. τῶν Co pro τὴν τῆς ὑπὸ AB ἡμίσεια A B cod. Co), corr. S Co 7. δοθέν ἐστὶν τὸ $Γ$ ἐστὶν non perspicuum, τὸ $Γ$ paene evanidum in A extremo folio (τὸ $Γ$ om. B¹ cod. Co, restit. B² S Co), δοθεῖσαι εἰσιν αἱ πρὸς τῷ B γωνίαι coni. Hu (vide Latina) 45. καὶ — 47. τέμνεται interpolatori tribuit Hu 48. ἡ $ΔΓ$ paene evanuit in A, ay B, restituit S ἡ (ante ὑπὸ $ΑΔΓ$) om. AS, add. B 49. πρὸς $ZΘ$ om. AB cod. Co, add. S Co 20. ἡ ὑπὸ $ΓAB$ paene evanuerunt in A, ἡ ὑπὸ $δΑγ$ S, ἡ ὑπὸ $γδβ$ cod. Co, restituit B (Co) 20. 21. πρὸς τῇ Hu auctore Co pro πρὸς τὸ 24. μϛον¹ add. B, μϛ Paris. 2368

catur $\alpha\beta$ ad δ punctum circumferentiae, et iungatur $\delta\gamma$. Iam quia proportio anguli $\gamma\alpha\beta$ ad angulum $\alpha\beta\gamma$ data est, et an-



gulus $\alpha\delta\gamma$ est dimidius $\alpha\beta\gamma$, data igitur est proportio anguli $\gamma\alpha\delta$ ad angulum $\alpha\delta\gamma$, itaque etiam circumferentiae $\delta\gamma$ ad $\alpha\gamma$ (*elem. 6, 33*). Iam quia semicirculi circumferentia $\alpha\gamma\delta$ in datam proportionem secta est, datum est punctum γ^* , et triangulum $\alpha\beta\gamma$ specie datum.

Componetur hoc modo. Sit enim data proportio, quam, ut proposuimus, uterque ad basim angulus ad reliquum habeat, $\epsilon\zeta : \zeta\eta$, et recta $\zeta\eta$ bifariam secetur in θ , et exponatur circulus $\alpha\delta\gamma$ circa centrum β et diametrum $\alpha\delta$, et circumferentia $\alpha\gamma\delta$ in puncto γ ita secetur, ut circumferentia $\delta\gamma$ ad $\gamma\alpha$ in eadem proportionem sit ac recta $\epsilon\zeta$ ad $\zeta\theta$ (hoc enim supra *propos. 35* demonstratum est), et iungantur rectae $\beta\gamma$ $\gamma\alpha$ $\gamma\delta$. Iam quia est ut circumferentia $\delta\gamma$ ad $\gamma\alpha$, id est ut angulus $\delta\alpha\gamma$ ad $\alpha\delta\gamma$ (*elem. 6, 33*), ita recta $\epsilon\zeta$ ad $\zeta\theta$, itemque

$$\angle \delta\alpha\gamma : 2 \angle \alpha\delta\gamma = \epsilon\zeta : 2 \zeta\theta, \text{ est igitur}$$

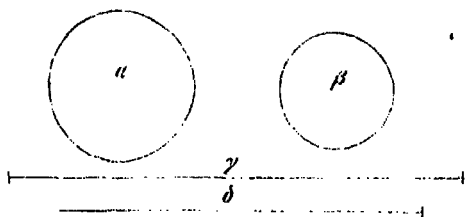
$$\angle \gamma\alpha\beta : \angle \alpha\beta\gamma = \epsilon\zeta : \zeta\eta.$$

Ergo aequicrurum triangulum $\alpha\beta\gamma$ constitutum est, cuius uterque ad basim angulus ad reliquum habeat datam proportionem.

II. Hoc igitur demonstrato apparet fieri posse, ut in *Prop. 38* circulum inscribatur polygonum aequilaterum et aequiangulum, quocumque quis praeceperit latera habens.

*) Quia semicirculus $\alpha\gamma\delta$ in datam proportionem sectus est, in eandem anguli secti sunt; ergo datus uterque angulorum $\alpha\beta\gamma$ $\gamma\beta\delta$ (dat. 7), unde statim efficitur triangulum $\alpha\beta\gamma$ specie datum esse, nam uterque ad basim angulus dimidio $\gamma\beta\delta$ aequalis est. Ergo Graeca $\delta\omicron\delta\epsilon\gamma \tau\alpha\upsilon\tau\omicron \Gamma$ suspecta nobis videntur, eaque in annotatione critica emendare templavimus. Quae si tamen servanda sunt, scriptor $\delta\omicron\delta\epsilon\gamma \tau\alpha\upsilon\tau\omicron \Gamma$ minus accurate posuit pro "positione data est recta $\beta\gamma$ ", atque ex dat. 30 et 40 conclusit triangulum specie datum esse.

- 75 Πῶς δ' εὐρίσκεται κύκλος οὗ ἡ περιφέρεια ἴση ἔστιν τῇ δοθείσῃ εὐθείᾳ, συνιδεῖν εὐκολόν.



Εὐρίσθω γὰρ τῇ Γ εὐθείᾳ ἴση ἡ τοῦ A κύκλου περιφέρεια, καὶ ἐκκείσθω κύκλος τυχὼν ὁ B , καὶ τῇ περιφερείᾳ αὐτοῦ ἴση διὰ τῆς τετραγωνιζούσης εὐρίσθω ἡ A εὐθεία.⁵ ἔστιν ἄρα ὡς ἡ Γ πρὸς τὴν A , οὕτως ἡ ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ A κύκλου πρὸς τὴν ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ B . λόγος δὲ τῆς A πρὸς Γ · λόγος ἄρα καὶ τῶν ἐκ τοῦ κέντρου πρὸς ἀλλήλας. καὶ ἔστιν δοθεῖσα ἡ ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ B · δοθεῖσα ἄρα καὶ ἡ ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ A , ὥστε καὶ αὐτὸς¹⁰ ὁ A . καὶ φανερὰ ἡ σύνθεσις.

- 76 ν'. Εὐθείας τῇ θέσει καὶ τῇ μεγέθει δεδομένης τῆς AB γράψαι διὰ τῶν $A B$ κύκλον περιφέρειαν λόγον ἔχουσαν τὸν δοθέντα πρὸς τὴν AB εὐθεΐαν.

Γεγράφθω ἡ $ΑΓΒ$, καὶ ἐκκείσθω τεταρτημόριον κύκλου¹⁵ θέσει δεδομένον τὸ ZHE , καὶ γεγράφθω τετραγωνίζουσα ἡ ZOK , καὶ τῇ βεβηκυῖα γωνίᾳ ἐπὶ τῆς $ΑΓ$ περιφερείας πρὸς τῇ ZE περιφερείᾳ ἴση συνεστιάτω ἡ ὑπὸ $ΕΗΑ$, καὶ ἵχθωσαν κάθετοι αἱ $ΑΜ ΘΝ$. ἔσται οὖν διὰ τὸ ἰδιωμα τῆς γραμμῆς ὡς ἡ $ΕΑΖ$ περιφέρεια πρὸς τὴν ZH εὐθεΐαν,²⁰ τουτέστιν ὡς ἡ $ΑΗ$ πρὸς $ΗΚ$, οὕτως ἡ $ΑΕ$ περιφέρεια πρὸς τὴν $ΘΝ$ εὐθεΐαν. ἀλλὰ καὶ ὡς ἡ $ΘΗ$ πρὸς τὴν $ΗΑ$,

3. ἴση ἡ BS , evanuerunt in A 5. τετραγωνιζούσης A , corr. BS

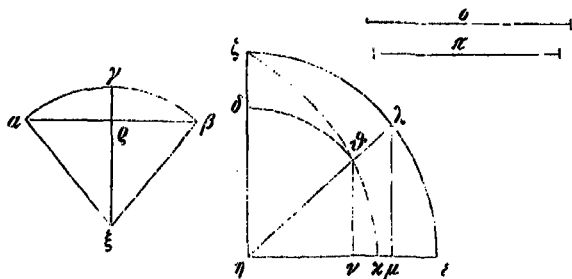
11. φανερὰ αἱ συνθέσεις S 12. ἴσων' add. B , ν S 13. $ΑΕ$ γράψαι AS , corr. B τῶν $ΑΒ A$, distinx. BS 14. τὸ $ZHK A^2S$, τὸ $ZHK A^1B$

15. τῇ $ZE Hu$ pro τῇ λοιπῇ; sed potius verba πρὸς τῇ λοιπῇ περιφέρειᾳ, quae Commendinus quoque corrupta iudicat, delenda esse vi-

Sed hoc quoque facile perspicitur, quomodo circulus in-
veniat, cuius circumferentia datae rectae aequalis sit. Prop. 39

Inventa iam sit circuli α circumferentia rectae γ aequalis, et exponatur quilibet circulus β , cuius circumferentiae aequalis recta δ inveniat per quadratricem (*propos. 26 extr.*). Est igitur ut γ ad δ , ita radius circuli α ad radium circuli β *). Sed data est proportio $\delta : \gamma$, ergo etiam radiorum proportio data est. Et datus est radius circuli β ; ergo etiam circuli α radius datus est (*dat. 2*), itemque ipso circulus α (*dat. defin. 5*). Et compositio manifesta est.

L. Recta $\alpha\beta$ positione et magnitudine data, per puncta Prop. 40
 α β describatur circuli circumferentia, quae ad rectam $\alpha\beta$
habeat datam proportionem.



Descripta iam sit circumferentia $\alpha\gamma\beta$, et exponatur circuli quadrans $\zeta\eta\epsilon$ positione datus, et describatur quadratrix $\zeta\theta\chi$, et centri angulo qui in circumferentia $\alpha\gamma$ consistit aequalis constituatur angulus $\epsilon\eta\lambda$, et ducantur perpendiculares $\lambda\mu$ $\vartheta\nu$. Iam propter lineae quadratricis proprietatem (XXX) erit ut circumferentia $\epsilon\lambda\zeta$ ad rectam $\zeta\eta$, id est ut recta $\lambda\eta$ ad $\eta\chi$ (*propos. 26*); ita circumferentia $\lambda\epsilon$ ad rectam $\vartheta\nu$. Sed est

*) Vide supra p. 289 adnot. 1.

dentur $\sigma\upsilon\upsilon\epsilon\sigma\tau\alpha\tau\omega$ * $\epsilon\pi\omicron$ A, η add. BS 21. $\sigma\upsilon\tau\omega\varsigma$ η AE Co pro $\sigma\upsilon\tau\omega\varsigma$ η AB 22. $\omega\varsigma$ η OH Co pro $\omega\varsigma$ η OB $\pi\rho\theta\varsigma$ $\tau\eta\nu$ HA AS, sed in A non satis perspicuum est A, unde $\pi\rho\theta\varsigma$ $\tau\eta\nu$ $\nu\alpha$ B

ut recta $\vartheta\eta$ ad $\iota\lambda$, ita $\vartheta\nu$ ad $\lambda\mu$; ergo etiam *ex aequali in perturbata proportionem* (elem. 5, 23) est ut $\vartheta\eta$ ad $\iota\lambda$, ita circumferentia $\varepsilon\lambda$ ad rectam $\lambda\mu$ *). Iam sumatur circumferentiae $\alpha\gamma\beta$ centrum ξ , et rectae $\alpha\beta$ perpendicularis ducatur $\xi\varrho\gamma$; ergo *ex constructione* angulus $\gamma\xi\alpha$ angulo $\varepsilon\eta\lambda$ aequalis est. Et sunt centra $\xi\eta$; ergo ut circumferentia $\alpha\gamma$ ad rectam $\alpha\varrho$, id est ut recta $\vartheta\eta$ ad $\eta\kappa$ **), ita circumferentia $\alpha\gamma\beta$ ad rectam $\alpha\beta$. Et *ex hypothesisi data est* proportio circumferentiae $\alpha\gamma\beta$ ad rectam $\alpha\beta$; ergo etiam rectae $\vartheta\eta$ ad $\eta\kappa$ proportio data est. Et magnitudine¹⁾ data est $\eta\kappa$, ergo etiam $\vartheta\eta$ magnitudine data (dat. 2); itaque punctum ϑ est ad circuli circumferentiam, quae centro η ac radio $\eta\vartheta$ describitur. Sed *ex hypothesisi* idem punctum est ad lineam $\zeta\vartheta\kappa$; ergo punctum ϑ positione datum est, ideoque recta $\eta\vartheta$, sive $\eta\vartheta\lambda$, data positione (dat. 26; ergo etiam angulus $\varepsilon\eta\lambda$ datus est²⁾). Et est aequalis angulo $\gamma\xi\alpha$, et positione data est $\gamma\xi$ datumque punctum α ; ergo $\alpha\xi$ positione data est, itaque etiam circumferentia $\alpha\gamma\beta$ ³⁾.

Et compositio manifesta est. Oportet enim datae pro-

*) Haec brevius, si circumferentiam uncis () significamus, sic perscribuntur. Quoniam est

$$\begin{aligned} \lambda\eta : \eta\kappa &= (\varepsilon\lambda) : \vartheta\nu \\ \text{et } \vartheta\eta : \eta\lambda &= \vartheta\nu : \lambda\mu \end{aligned} \quad \left\{ \begin{array}{l} \text{multiplicando fit} \\ \frac{\vartheta\eta}{\eta\kappa} = \frac{(\varepsilon\lambda)}{\lambda\mu} \end{array} \right.$$

**) "Proxima enim ostensum est, ut $\vartheta\eta$ ad $\eta\kappa$, ita esse circumferentiam $\varepsilon\lambda$ ad rectam lineam $\lambda\mu$, hoc est circumferentiam $\alpha\gamma$ ad $\alpha\varrho$ rectam" Co, et conf. supra p. 289 adnot. 4 (etenim rectae $\lambda\mu$ $\alpha\varrho$ inter se sunt ut radii circulorum, quorum centra η ξ).

4) Quamquam initio resolutionis scriptor quadrantem $\zeta\eta$ positione tantummodo, non magnitudine, datum esse supponit, tamen, posito et descripto illo quadrante, recta $\eta\kappa$ (cuius ad η proportio data est ex proprietate quadratricis) data esse dicitur etiam magnitudine, quae quidem proportionaliter pendet ex magnitudine rectae $\eta\kappa$. Ergo datorum doctrina ab Euclide tradita paulo amplificata esse videtur a scriptore huius problematis. Sed tota ea quaestio, ut admodum digna est quae accuratius pertractetur, ita fines huius editioni propositos egreditur.

2) Hoc ex datorum 30 conversa scriptor effectuisse videtur.

3) Quoniam circuli circumferentiae punctum α datum est, datusque angulus $\alpha\xi\beta$ (est enim duplex $\alpha\xi\gamma$), ex datorum 30 efficitur datum esse punctum β ; ergo recta $\alpha\beta$ positione et magnitudine data est (dat. 26; itaque etiam circumferentia $\alpha\gamma\beta$ (dat. definit. 8).

τὸν αὐτὸν ποιῆσαι τὸν τῆς ΔH πρὸς HK , καὶ περὶ κέντρον τὸ H διὰ τοῦ Δ γράψαι περιφέρειαν, καὶ λαβεῖν τὸ Θ , καὶ ὃ τέμνει τὴν τετραγωνίζουσαν, καὶ διαιδεῦσαι τὴν ΘH , καὶ δίχα τέμνοντα τὴν AB καὶ ὁρθὴν ἀναστήσαντα τὴν $\text{P}\Xi$ καταγαγεῖν τὴν $\text{A}\Xi$ περιέχουσαν μετὰ τῆς ΞP γωνίαν ἴσην τῇ ὑπὸ $\text{KH}\Theta$, καὶ περὶ κέντρον τὸ Ξ διὰ τοῦ Δ γράψαι κύκλου περιφέρειαν τὴν $\text{A}\Gamma\text{B}$ ἔχουσαν λόγον πρὸς τὴν AB βάσιν τὸν αὐτὸν τῷ δοθέντι.

- 77 γὰρ. Οὐκ ἀπίθανον δὲ οὐδὲ τὸ γωνίας ἀσυμμέτρους εἶρεῖν. διὰ τούτου γὰρ καὶ τοῦ αὐτοῦ κύκλου ἀσύμμετροι 10 ληφθήσονται περιφέρειαι, καὶν ῥητὴν ὑποστυώμεθα τὴν μίαν γωνίαν ἢ περιφέρειαν, ἄλλογος ἢ λοιπὴ γενήσεται.

Ἐκκείσθω τὸ $\text{AB}\Gamma$ τεταρτημόριον, καὶ ἐν αὐτῷ τετραγωνίζουσα ἡ $\text{AE}\Delta\text{Z}$, καὶ διήχθω ἡ BE , καὶ τῇ $\text{B}\Gamma$ παράλληλος ἡ EH , καὶ ἀπειλήφθω ἡ $\text{B}\Theta$ ἀσύμμετρος μήκει τῇ 15 BH , καὶ ἤχθω παράλληλος ἡ $\Delta\Theta$, καὶ ἐπεξεύχθω ἡ ΔB . λέγω ὅτι ἀσύμμετρος ἔστω ἡ ἀπὸ EBZ γωνία τῇ ὑπὸ ΔBZ .

Ἦχθω κάθετος ἡ ΔN . ἔστιν ἄρα διὰ τὴν γραμμὴν ὡς ἡ EK πρὸς ΔN , οὕτως ἡ ὑπὸ EBZ γωνία πρὸς τὴν ὑπὸ ΔBZ . ἀσύμμετρος δὲ ἡ EK τῇ ΔN (ἐπεὶ καὶ ἡ HB τῇ 20 $\text{B}\Theta$). ἀσύμμετρος ἄρα καὶ ἡ γωνία τῇ γωνία, καὶν ῥητὴν

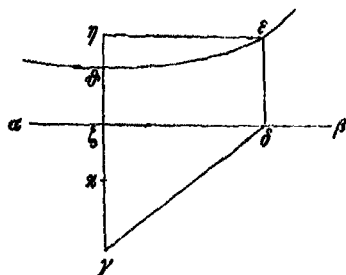
1. ποιῆσαι Hu , προῖκεται A^2 in ipsis primae manus ductibus, qui iam cognosci non possunt, item B , προῖχθαι S , constituere Co τῆς ZH πρὸς $\text{H}\Delta$ ABS , corr. Co 3. τέμνει B , idem voluit A^2 , qui scripturam primae manus τέμνοντα (ut videtur) corrigere studuit neque tamen ei distince dedit, om. S ἐπιξεύδει Hu auctore Co , ἐπιχειροῦ $\text{A}(\text{BS})$ 4. δίχα τέμνονται $\text{A}(\text{BS})$, sed litteras ἀ τέμνο A^2 exaravit obducta prima scriptura, in B α superscriptum est super $\alpha\iota$, sed id rursus deletum, corr. Hu 5. κατὰγειν AS , καταγεῖν B , corr. Hu γωνίας ABS , corr. Hu auctore Co 7. ἔχουσαν Hu pro ἔχειν αὐτῆς 9. γωνίαν add. B , γὰ S τὸ γωνίας Hu , ἄγωνίας AS , γωνίας mutavit prima manus in B , unde idem in B ἀσυμμετρος A , reslitt. B Paris. 2368 10. διὰ ante τοῦ αὐτοῦ repetitum in ABS del. Hu 12. ἡ περιφέρεια A^2 ἢ λοιπὴ A , item cum lacuna BS cod. Co , corr. Co 13. τεταρτημύριον A^2 | | | | ἐν αὐτῇ A , τεταρτημύριον καὶ ἐν αὐτῇ S cod. Co , αὐτῇ corr. Co 18. ἡ ΔN Co pro ἡ ΔH 18. 19. ὡς ἡ EK πρὸς ΔN Co , ὡς ἡ A^2 A , ὡς ἡ πρὸς ΔN B^1 ante ΔN superscr. ε B^3 , ὡς ἡ τῇ ΔH S 20. 21. δὲ ἡ $\text{B}\Gamma$ τῇ

ὑποστησώμεθα τὴν ὑπὸ EBZ γωνίαν [κἂν ἡμίσειαν ὀρθῆς], ἄλλογος ἔσται ἡ ὑπὸ ABZ .

- 78 νβ'. Τῆς ὑπὸ Ἀρχιμήδους ἐν τῷ περὶ ἐλλίκων βιβλίῳ λαμβανομένης νεύσεως τὴν ἀνάλυσιν σοι κατέταξα, ἵνα τὸ βιβλίον διερχόμενος [περὶ τῶν ἐλλίκων] μὴ διαπορῇς. λαμ-

βάνονται δὲ εἰς αὐτὴν οἱ ὑπογεγραμμένοι τόποι καὶ πρὸς ἄλλα πολλὰ τῶν στερεῶν προβλημάτων χρήσιμοι.

10



Θέσει εὐθεῖα ἡ AB , καὶ ἀπὸ δοθέντος σημείου τοῦ Γ προσπιπτέτω τις ἡ $ΓΔ$, καὶ πρὸς ὀρθὰς τῇ AB ἢ $ΔΕ$, ἔστω δὲ 15 λόγος τῆς $ΓΔ$ πρὸς $ΔΕ$. ὅτι τὸ E πρὸς ὑπερβολῇ.

Ἦχθω διὰ τοῦ Γ τῇ πρὸς ὀρθὰς παράλληλος ἡ ΓZ . δοθέν ἄρα τὸ Z . καὶ τῇ AB παράλληλος ἡ BH , καὶ τῷ τῆς $ΓΔ$ πρὸς $ΔΕ$ λόγῳ ὁ αὐτὸς ἔστω τῆς ΓZ πρὸς ἑκα-20 τέραν τῶν $Z\Theta$ ZK . δοθέν ἄρα ἑκάτερον τῶν Θ K . ἐπεὶ οὖν ἔστιν ὡς τὸ ἀπὸ τῆς $ΓΔ$ πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς $ΔΕ$, οὕτως τὸ ἀπὸ τῆς ΓZ πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς $Z\Theta$, καὶ λοιποῦ ἄρα τοῦ ἀπὸ τῆς $ZΔ$, τουτέστιν τοῦ ἀπὸ τῆς BH , πρὸς λοιπὸν τὸ ὑπὸ τῶν $KH\Theta$ λόγος ἔστιν δοθείς. καὶ ἔστι δοθέντα 25

1. ὑπὸ EBZ Hu pro ὑπὸ ABZ κἂν ἡμίσειαν ὀρθῆς del. Hu
2. νβον' add. B, νβ S 4. ἀνάλυσιν οὐ ABS, οὐ om. Co, corr. Hu
5. περὶ τῶν bis scripta in A, περὶ τῶν ἐλλίκων om. Co 14. ἡ $ΓΔ$
Co pro ἡ $ΓB$ 17. πρὸς ὑπερβολὴν ABS, corr. Hu 18. ὀρθὰς Hu,
 $ΔΕ$ A² obducta prima scriptura (BS) ἡ ΓZ add. Hu (idem alieno
loco add. Co) 19, 20. καὶ τῇ τῆς] τῷ in A vix perspicuum, unde
τοῦ B 20. λόγῳ Hu auctore Co pro λόγος 21. τῶν ΘK A, distinx.
BS 22. πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς $ΔΕ$, οὕτως add. Hu auctore Co 24. τῆς
 EH Co pro τῆς BH

et, si angulum $\epsilon\beta\zeta$ rationalem supposuerimus, irrationalis erit angulus $\delta\beta\zeta$.

III. Inclinationis eius quae ab Archimede in libro de *Prop. helicibus* adhibetur¹⁾ resolutionem tibi apposui, ne illum librum percurrrens haesitares. Quam ad *resolutionem* hi qui sequuntur loci adhibentur, qui ad alia quoque permulta problemata solida utiles sunt.

Sit recta linea $\alpha\beta$ *positione data*, eique a dato puncto γ occurrat recta quaedam $\gamma\delta$, et ipsi $\alpha\beta$ perpendicularis *ducatur* $\delta\epsilon$; sit autem proportio $\gamma\delta : \delta\epsilon$ *data*; dico punctum ϵ ad hyperbolam esse.

Ducatur per γ perpendiculari parallela $\gamma\zeta$; ergo punctum ζ datum est (*dat. 28. 25*). Et rectae $\alpha\beta$ parallela ducatur $\epsilon\eta$, productae $\gamma\zeta$ in η occurrens, et fiat $\gamma\delta : \delta\epsilon = \gamma\zeta : \zeta\vartheta = \gamma\zeta : \zeta\kappa^*$; ergo utrumque punctorum ϑ & κ datum est²⁾. Iam quia est $\gamma\delta^2 : \delta\epsilon^2 = \gamma\zeta^2 : \zeta\vartheta^2$, quarum proportionum utraque *data est* (*dat. 50*); data igitur est etiam quae subtrahendo

1) Quoniam vel ipse Pappus vel alius scriptor, cuius problemata Pappus in hanc collectionis partem receperit, non solum hoc loco, sed etiam supra cap. 59 disertis verbis dicit ab Archimede in libro de helicibus iniuria solidi problematis constructionem adhibitam esse, et hinc omnis argumentatio scriptoris, eaque ingeniosissima, pendet, primum cavendum esse videtur, ne forte temere et imperite Archimedis rationem reprehensam esse existimemus. At vero si statuere liceat non eam Archimedis operum editionem quae ad nostra tempora pervenit, sed aliam quandam interpolatam illi scriptori in manibus fuisse, et haec reprehensio, quam apud Pappum legimus, in interpolatorem, non in Archimedem, cadat, et extrema huius libri verba facile explicentur, quibus rursus Archimedem (immo interpolatorem) scriptor vituperat, ac tamen veram rationem (id est demonstrationem per planam, quae quidem sola reperitur cum in toto Archimedis ipsius de helicibus libro tum propositione duodevicesima) e theorematibus de helice repeti posse profitetur. Denique tertium restat, quod in cogitationem inducamus: fieri potuisse ut hic scriptor in Archimedis per planam demonstratione occultam latere solidorum problematum rationem ludicaret, quae quidem quaestio hic paucis dissolvi nequit.

*) Id est, cum magnitudine data sit $\gamma\zeta$ (adnot. 2), iuxta datam proportionem $\gamma\delta : \delta\epsilon$ a recta $\gamma\eta$ abscondatur $\zeta\vartheta$, et ei aequalis $\zeta\kappa$.

2) Quoniam data sunt puncta γ ζ , recta $\gamma\zeta$ magnitudine data est (*dat. 26*); ergo etiam $\zeta\vartheta$ & $\zeta\kappa$ magnitudine datae (3); atque eodem positione (38); ergo etiam puncta ϑ & κ data (27).

fit $\zeta\delta^2 : x\eta \cdot \eta\theta^{**})$, id est $\varepsilon\eta^2 : x\eta \cdot \eta\theta$. Et data sunt puncta x θ ; ergo punctum ε ad hyperbolam est quae transit per θ $\varepsilon^{**})$.

LIII. Sit recta $\alpha\beta$ positione et magnitudine data, eique Prop. perpendicularis ducatur $\gamma\delta$, et sit rectangulum quod rectis $\alpha\gamma$ $\gamma\beta$ continetur aequale ei quod datà quadam et $\gamma\delta$ continetur; dico punctum δ positione parabolam attingere. 43

Recta enim $\alpha\beta$ bifariam secetur in puncto ε , et perpendicularis ducatur $\varepsilon\zeta$, et quadrato ab $\varepsilon\beta$ aequale sit rectangulum quod datà rectà et $\varepsilon\zeta$ continetur; ergo punctum ζ datum est ¹⁾. Et rectae $\alpha\beta$ parallela ducatur $\eta\delta$; ergo per subtractionem quadratum ab $\varepsilon\gamma$, id est ab $\eta\delta$, aequale est rectangulo quod datà rectà et $\zeta\eta$ continetur ²⁾. Et datum est punctum ζ ; ergo punctum δ parabolam per puncta α ζ β transeuntem, cuius axis est $\varepsilon\zeta$, attingit ³⁾.

LIV. His demonstratis *problema ab initio* (LII) *propositum solvitur hunc in modum* ⁴⁾. 44

^{**}) Propter elem. 2, 4 est $\delta\varepsilon^2 = \zeta\delta^2 + \theta\eta^2 + 2\zeta\theta \cdot \theta\eta$. Sed est $2\zeta\theta \cdot \theta\eta = x\theta \cdot \theta\eta$, et $\theta\eta^2 + x\theta \cdot \theta\eta = x\eta \cdot \eta\theta$ (elem. 2, 3); ergo $\delta\varepsilon^2 = \zeta\delta^2 + x\eta \cdot \eta\theta$. Itaque $\delta\varepsilon^2 - \zeta\theta^2 = x\eta \cdot \eta\theta$ (Co). Data est autem proportio $\zeta\delta^2 : x\eta \cdot \eta\theta$ propter dat. 4.

^{***)} Erit enim eius hyperbolae transversum latus (sive diameter) θx , et rectum (sive parametrum) illud quod ad θx est ut $\varepsilon\eta^2 : \theta\eta \cdot \eta x$ ex 21. primi libri conicorum Apollonii (Co).

1) Rectu enim $\varepsilon\zeta$ magnitudinis datà est (dat. 57); atque eadem positione (30); ergo punctum ζ datum (27).

2) Sit data recta θ ; itaque ex constructione est

$\varepsilon\beta^2 = \theta \cdot \varepsilon\zeta$. Sed propter elem. 2, 5 est

$\varepsilon\beta^2 = \alpha\gamma \cdot \gamma\beta + \varepsilon\gamma^2$, et ex hypothesi $\alpha\gamma \cdot \gamma\beta = \theta \cdot \gamma\delta$; ergo

$\theta \cdot \varepsilon\zeta - \theta \cdot \gamma\delta = \varepsilon\gamma^2$, id est $\theta \cdot \zeta\eta = \varepsilon\gamma^2 = \eta\delta^2$.

3) Quia ex constructione est $\varepsilon\beta^2 = \theta \cdot \varepsilon\zeta$, et, ut statim (adnot. 2) demonstratum est, $\eta\delta^2 = \theta \cdot \zeta\eta$, est igitur

$\varepsilon\beta^2 : \eta\delta^2 = \varepsilon\zeta : \zeta\eta$;

itaque per puncta α ζ δ β parabolam transire efficitur ex Apollonii conic. 1, 30.

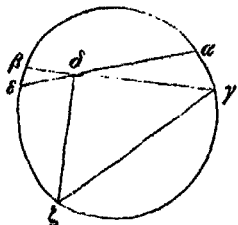
4) Operam infinitam, ut videbatur, ac saepius desperatam tandem eo usque absolvimus, ut legi problema posset et, quid voluisset scriptor, quodammodo divinari. Item figuram nostram conjectura delineavimus. Itaque via quasi praemonstrata fieri poterit, ut, si quid aliis quoque utile ad propositum venerit in mentem, totus locus in integrum restituatur.

$AB\Gamma$ καὶ θέσει ἐν αὐτῇ εὐθείας τῆς $B\Gamma$, καὶ δοθέντος ἐπὶ τῆς περιφερείας τοῦ A , θεῖναι μεταξὺ τῆς $B\Gamma$ εὐθείας καὶ τῆς $BZ\Gamma$ περιφερείας ἴσην τῇ τεθείσῃ νεύουσαν πρὸς τὸ Γ .

Γεγονέτω γάρ, καὶ κείσθω τῇ BA ἴση, καὶ τῇ BI^5 πρὸς ὁρθὰς ἤχθω ἡ AZ ἴση τῇ AA . ἐπεὶ οὖν πρὸς θέσει τὴν BI ἀπὸ δοθέντος τοῦ A προσβέβληται ἡ AA , καὶ ἴση τῇ πρὸς ὁρθὰς ἐφέστηκεν ἡ ἀπὸ το πρὸς ὑπερβολῇ (ἐπεὶ ἴσον ἐστὶν τὸ ὑπὸ $BA\Gamma$ τῷ ὑπὸ AAE , τούτεστιν τῷ ὑπὸ ZAE). καὶ ἔστιν δοθεῖσα ἡ AE . τὸ 10 ἄρα ὑπὸ $BA\Gamma$ ἴσον ἐστὶν τῷ ὑπὸ δοθείσης καὶ τῆς AZ . τὸ Z ἄρα πρὸς παραβολῇ· δοθέν ἄρα τὸ Z . ἀναλο..... τῷ προβλήματι χρῆται ὁ Ἀρχιμήδης πρὸς τὸ δεῖξαι κύκλου· περιφερείᾳ ἴσην εὐθεῖαν. αἰτιῶνται δὲ αὐτοῦ τινες ὥς οὐ δεόντως χρησαμένον στερεῷ προβλήματι 15 δεικνύουσιν ὥς καὶ διὰ τῶν ἐπιπέδων εὐρεῖν ἔστιν εὐθεῖαν ἴσην τῇ τοῦ κύκλου περιφερείᾳ χρησάμενον τοῖς ἐπὶ τῆς ἑλικοῦ εἰρημένους θεωρήμασιν.

4. αὐτῇ Hu , αὐτῇ S τῆς $B\Gamma$ Hu , τῆς BI AB^2S , τῆς $\gamma\epsilon$ B^1
 δοθέντος Hu pro δοθέν ὡς 2. μεταξὺ B , μετὰ AS 3. περιφέρειαν
 ἴσην τῇ θέσει νεύουσαν B τῇ δοθείσῃ conl. Hu 5. τῇ ea S , τῇ
 EA AB 6. πρὸς ὁρθὰς ἤχθω $paeno$ $evanuerunt$ in A 6. 7. προσ-
 θέσει τῇ $B\Gamma$ A , προσδέσει τῇ $\beta\gamma$ B , πρὸς θέσει τῇ $\beta\gamma$ S , τὴν corr. Hu
 7. τοῦ A Hu pro τοῦ A προσβέβληται Hu , πρ//ληται A , προσβέβλη-
 ται S , om. B ἡ AA AS , τῇ ad B^3 , om. B^1 8. ἴση Hu , ἴση/ A ,
 ἴσην BS τῇ AA πρὸς ὁρθὰς ἐφέστηκεν ἡ AZ , τὸ ἄρα Z ση-
 μείον ἐστὶν conl. Hu 9. πρὸς ὑπερβολῇ Hu , |||| ὑπερβολῇ $A(B)$,
 πρὸς ὑπερβολῇ S τὸ ὑπὸ $BA\Gamma$ τῷ ὑπὸ $AA\Gamma$ ABS , corr. Hu
 10. δοθεῖσα ἡ AE AB^2S , corr. B^1 11. καὶ τῆς $\delta\zeta$ B , καὶ τῆς $α\zeta$ S ,
 καὶ τῆς γZ A (incertum utrum A an δ) 12. τὸ Z ἄρα πρὸς Hu .
 tot litterae evanidae in A , ὡς προσ B , ἄρα πρὸς S παρα-
 βολῇ Hu , υπερβολῇ $aege$ $comparat$ in A , υπερβολῇ BS ἀναλό|||/|||
 $A(B^1S)$, ἀνάλογον θέσει αὐτῇ B^3 , ἀνάλυσις (quae fuerit glossa margini
 adscripta), tum tούτῃ conl. Hu 14. περιφερείας ABS , corr. Hu
 B^1 αὐτ// A , αὐτῷ B , αὐτῷ S , corr. Hu 15. χρησάμενον AB^2S , corr.
 B^1 post προβλήματι viginti fere litterae evanuerunt in A 16. δεικ-
 νύουσιν A (sine ν S), δεικνύν B^1 , δεικνύντα B^3 ὡς add. Hu
 16. 17. post εὐρεῖν quindecim fere litterae evanuerunt in A , ἔστιν sup-

Positione datis circulo $\alpha\beta\gamma$ in eoque recta $\beta\gamma$, et in circumferentia puncto α dato, construat inter rectam $\beta\gamma$ et circumferentiam $\beta\zeta\gamma$ recta, quae cui-dam positione datae aequalis sit et ad punctum γ inclinet.



Factum iam sit, et constructa sit recta $\gamma\zeta$ ipsi $\alpha\alpha$ aequalis, et rectae $\beta\gamma$ perpendicularis ducta $\delta\zeta$ ipsi $\alpha\delta$ aequalis. Iam quia ad $\beta\gamma$ positione *datum* a dato puncto α deducta est $\alpha\delta$, eique aequalis perpendicularis constituta $\delta\zeta$ (*propos. 42*), punctum igitur ζ est ad hyperbolam (quoniam est $\beta\delta \cdot \delta\gamma = \alpha\delta \cdot \delta\epsilon = \zeta\delta \cdot \delta\epsilon$). Et est data $\delta\epsilon$; ergo rectangulum quod rectis $\beta\delta \cdot \delta\gamma$ continetur aequale est ei quod data recta et $\delta\zeta$ continetur (*propos. 43*); ergo punctum ζ est ad parabolam. Sed idem ad hyperbolam esse demonstravimus; ergo datum est punctum ζ hoc problemate Archimedes utitur, ut rectam circuli circumferentiae aequalem inveniri posse demonstret. Sunt autem qui illum minus recte solido problemate usum esse coarguant ipsique demonstrent fieri posse, ut per plana rectam circuli circumferentiae aequalem inveniamus, siquidem theorematum quae de helice proposita sunt utamur.

plot Hu, εὐθείαν B³S, ἴσην τῇ B³ 48. Ἐλῖ/// εἰρημέρ/// Λ, restit. BS
post θεωρήμασιν add. πᾶν πον συναγωγῆς ὅπερ ἐστὶν αὐθρῶν (sic)
θεωρημάτων ἐπιπέδων καὶ στερεῶν καὶ γραμμικῶν Λ³, τέλος τοῦ τῆς
πάντων τοῦ ἀλεξανδρείως συναγωγῆς τετάρτου ὅπερ ἐστὶν ἀνθρῶν
θεωρημάτων ἐπιπέδων etc. B, τοῦ δ' οὐ βιβλίου τέλος S

ΠΑΠΠΟΥ ΑΛΕΞΑΝΔΡΕΩΣ ΣΥΝΑΓΩΓΗΣ Ε.

Περιέχει δὲ συγκαρίσεις τῶν ἰσὶν περιμέτρων ἐχόντων ἐπιπίδων σχημάτων πρὸς ἀλλήλα τε καὶ τὸν κύκλον, καὶ συγκαρίσεις τῶν ἰσὶν ἐπιφάνειαν ἐχόντων τριεῶν σχημάτων πρὸς ἀλλήλα τε καὶ τὴν σφαίραν.

- 1 Σοφίας καὶ μαθημάτων ἔννοιαν ἀρίστην μὲν καὶ τελειο-
τάτην ἀνθρώποις θεὸς ἔδωκεν, ὃ κράτιστε Μεγέθιον, ἐκ
μέρους δὲ πον καὶ τῶν ἀλόγων ζώων μοῖραν ἀπένειμὲν
εἶσιν. ἀνθρώποις μὲν οὖν ἅτε λογικοῖς οὖσι τὸ μετὰ λόγου
καὶ ἀποδείξεως παρέσχεν ἕκαστα ποιεῖν, τοῖς δὲ λοιποῖς
ζώοις ἄνει λόγον τὸ χρήσιμον καὶ βιωφελές αὐτὸ μόνον¹⁰
κατὰ τινα φυσικὴν πρόνοιαν ἑκάστοις ἔχειν ἐδωρήσατο.
τοῦτο δὲ μάθαι τις ἂν ἐπ' αὐτὸν καὶ ἐν ἑτέροις μὲν πλεί-
στοις γένεσιν τῶν ζώων, οὐχ ἥκιστα δὲ καὶ ταῖς μελίσσαις.
ἢ τε γὰρ εὐταξία καὶ πρὸς τὰς ἡγουμένας τῆς ἐν αὐταῖς
πολιτείας εὐπείθεια θαυμασὴ τις, ἢ τε φιλοτιμία καὶ¹⁵
καθαριότης ἢ περὶ τὴν τοῦ μέλιτος συναγωγὴν καὶ ἢ περὶ
τὴν φυλακὴν αὐτοῦ πρόνοια καὶ οἰκονομία πολὺ μάλλον
θαυμασιωτέρα. πεπιστευμένοι γὰρ, ὥς εἰκός, παρὰ θεῶν
χομίζουσιν τοῖς τῶν ἀνθρώπων μουσικοῖς τῆς ἀμβροσίας ἀπό-
μοιραν τινα ταύτην οὐ μάτην ἔχειν εἰς γῆν καὶ ξύλον ἢ²⁰
τινα ἑτέραν ἀσχήμονα καὶ ἄτακτον ὕλην ἠξιώσαν, ἀλλ' ἐκ
τῶν ἡδίστων ἐπὶ γῆς φρομένων ἀνθρώπων συνάγουσαι τὰ κάλ-
ιστα κατασκευάζουσιν ἐκ τοῦτων εἰς τὴν τοῦ μέλιτος ὑπο-
δοχὴν ἀγγεῖα τὰ καλούμενα κηρία πάντα μὲν ἀλλήλοις ἴσα²⁵
2 καὶ ὅμοια καὶ παρακείμενα, τῷ δὲ σχήματι ἐξάγωνα. τοῦτο δ'
ὅτι κατὰ τινα γεωμετρικὴν μηχανῶνται πρόνοιαν οὕτως
ἂν μάθοιμεν. πάντως μὲν γὰρ ὥντο δεῖν τὰ σχήματα
παρακεῖσθαι τε ἀλλήλοις καὶ κοινωνεῖν κατὰ τὰς πλευράς,
ἵνα μὴ τοῖς μεταξὺ παραπληρώμασιν ἐμπέμποντά τινα ἕτερον

4—4. παπποι ἀλεξανδρείως συναγωγῆς τ περιεχει δε συγκαρίσεις
των ἰσων περιμέτρων ἔχοντων επιπίδων σχημάτων ιεροσολλήγατε και ἡ
κύκλων (supersect. o) και συγκαρίσεις τ ἰσων επιφανειαν ἔχοντ στερεῶ σχημά
πρὸς ἀλλήλα τε και τ σφ. A³(BS) 3. τὸν κύκλον B, τοὺς κύκλους
Paris. 2368 SV de A³ vide supra) 4. στερεῶν om. B 6. μεγε-

Pappi Alexandrini collectionis liber V.

Continet figurarum planarum aequalem perimetrum habentium inter se et cum circulo comparationes, item figurarum solidarum aequalem superficiem habentium inter se et cum sphaera comparationes.

PARS PRIMA.

Figurarum planarum comparationes.

Sapientiae ac mathematicorum cognitionem optimam quidem et perfectissimam, clarissime Megethio, hominibus concessit deus, sed particulam quandam etiam nonnullis animalibus rationis expertibus impertivit. Hominibus igitur ratione praeditis tribuit, ut considerate et scienter omnia agerent, reliqua autem animalia sine ratione id ipsum quod ad vitae necessitates utile est naturali quodam instinctu quaerere voluit. Atque hoc ita comparatum esse cum in aliis animalium generibus permultis, tum maxime in apibus cognoscas, quarum non solum disciplina et erga reginas obedientia admirabilis est, sed diligentia ac munditia in colligendo melle, et in eodem custodiendo prudentia atque assiduitas multo etiam admirabilior. Ambrosiae enim, opinor, libamenta quaedam a diis se perferre confidunt ad eos homines qui artibus ingenuis student, quae munera cum in humum vel lignum vel aliam quamecunque deformem rudemque materiam temere nolint effundere, ex suavissimis qui in terris nascuntur floribus praestantissimos conquirunt sucos atque inde mellis receptacula, quae favi vocantur, omnia inter se aequalia et similia et cohaerentia, specie autem hexagona comparant. Sed eam operam geometrica quadam prudentia peragi hac ratione intellegamus. Omnino apes vasculorum latera inter se componenda et colliganda esse putabant, ut ne alienae res in

θειον (sine acc.) A, *μεγέθειον* BS, corr. Hu 44. καὶ add. Sea
44. 45. τῆς ἐν αὐταῖς πολιτείαις A(B³), ταῖς πολιτείαις S, αὐταῖς corr.
Hu, πολιτείας B¹ 45. εὐπιθειν A(B), corr. S 46. ἡ περὶ (post
καθαριότητος) Hu pro ποιῇ 47. πολλὴ A, corr. BS 20. γῆν ἢ
ξύλον conl. Hu 27. πάντως Sea pro πάντες

λυμήνηται αὐτῶν τὰ ἔργα. τρία δὲ σχήματα εὐθύγραμμα
 τὸ προκείμενον διπτελεῖν ἐδύνατο, λέγω δὲ τεταγμένα τὰ
 ἰσοπλευρά τε καὶ ἰσογώνια, τὰ δ' ἀνόμοια ταῖς μελίσσαις
 οὐκ ἤρρεσεν. τὰ μὲν οὖν ἰσοπλευρά τριγωνα καὶ τετραγωνα
 καὶ τὰ ἑξάγωνα χωρὶς ἀνομοίων παραπληρωμάτων ἀλλήλοις
 δύναται παρακαίμενα τὰς πλευρὰς κοινὰς ἔχειν [ταῦτα γὰρ
 δύναται συμπληροῦν ἐξ αὐτῶν τὸν περὶ τὸ αὐτὸ σημεῖον
 τόπον, ἐτέρῳ δὲ τεταγμένῳ σχήματι τοῦτο ποιεῖν ἀδύνατον].
 ὁ γὰρ περὶ τὸ αὐτὸ σημεῖον τόπος ὑπὸ ζ' μὲν τριγώνων
 ἰσοπλευρῶν καὶ διὰ ζ' γωνιῶν, ὧν ἑκάστη διμοίρου ἐστὶν 10
 ὀρθῆς, συμπληροῦται, τεσσάρων δὲ τετραγώνων καὶ δ' ὀρ-
 θῶν γωνιῶν [αὐτοῦ], τριῶν δὲ ἑξαγώνων καὶ ἑξαγώνου γω-
 νιῶν τριῶν, ὧν ἑκάστη α' γ' ἐστὶν ὀρθῆς. πεντάγωνα δὲ
 τὰ τρία μὲν οὐ φθάνει συμπληρῶσαι τὸν περὶ τὸ αὐτὸ
 σημεῖον τόπον, ὑπερβάλλει δὲ τὰ τέσσαρα· τρεῖς μὲν γὰρ 15
 τοῦ πενταγώνου γωνίαι δ' ὀρθῶν ἐλάσσονές εἰσιν (ἑκάστη
 γὰρ γωνία μιᾶς καὶ ε' ἐστὶν ὀρθῆς), τέσσαρες δὲ γωνίαι
 μείζους τῶν τεσσάρων ὀρθῶν. ἑπτάγωνα δὲ οὐδὲ τρία περὶ
 τὸ αὐτὸ σημεῖον δύναται τίθεσθαι κατὰ τὰς πλευρὰς ἀλλή-
 λοις παρακαίμενα· τρεῖς γὰρ ἑπταγώνου γωνίαι τεσσάρων 20
 ὀρθῶν μείζοντες (ἑκάστη γὰρ ἐστὶν μιᾶς ὀρθῆς καὶ τριῶν
 ἐξιδόμων). ἔτι δὲ μᾶλλον ἐπὶ τῶν πολυγωνοτέρων ὁ αὐτὸς
 ἐφαρμόσασθαι δυνήσεται λόγος. ὅντων δὴ οὖν τριῶν σχημά-
 των τῶν ἐξ αὐτῶν δυναμένων συμπληρῶσαι τὸν περὶ τὸ
 αὐτὸ σημεῖον τόπον, τριγώνου τε καὶ τετραγώνου καὶ ἑξα- 25
 γώνου, τὸ πολυγωνότερον εἴλαντο διὰ τὴν σοφίαν αἱ μέ-
 λισσαι πρὸς τὴν παρασκευὴν, ἅτε καὶ πλείον ἑκατέρου τῶν
 λοιπῶν αὐτὸ χωρεῖν ὑπολαμβάνουσαι μέλι.

- 3 Καὶ αἱ μέλισσαι μὲν τὸ χρήσιμον αὐταῖς ἐπίστανται
 μόνον τοῦθ' ὅτι τὸ ἑξαγώνον τοῦ τετραγώνου καὶ τοῦ τρι- 30
 γώνου μείζον ἐστὶν καὶ χωρῆσαι δύναται πλείον μέλι τῆς
 ἴσης εἰς τὴν ἑκάστου κατασκευὴν ἀναλίσκομένης ὕλης,

2. post ἐδύνατο add. σχῆμα τὰ τεταγμένα ABS, del. Sca (suaal
 olim in margine glossa σχήματα τεταγμένα) 3. ἰσογώνια τὰ δ' add.
 Sca 6. ταῦτα γὰρ — 8. ἀδύνατον interpolatori tribuit Hu 12. αἱ-

intervalla incidere et mellificia corrumpere possent. Tres autem figurae hoc quod propositum erat efficere poterant: ordinatas dico et aequilateras et aequiangulas; nam inaequalia apibus displicebant. Nimirum aequilatera triangula et quadrata et hexagona absque dissimilibus supplementis inter se connexa possunt latera communia habere; nam locus qui circa idem punctum est aut sex triangulis aequilateris ac sex angulis, quorum quisque duarum partium recti est, completur, aut quattuor quadratis ac quattuor rectis angulis, aut tribus hexagonis ac tribus hexagoni angulis, quorum quisque unum rectum et tertiam eius partem continet. Pentagona quidem tria non sufficiunt ad locum qui circa idem punctum est replendum, quattuor autem superant, quia tres pentagoni anguli minores quattuor rectis (nam unusquisque rectum angulum cum quinta parte continet), quattuor autem maiores sunt. Nec vero tria heptagona circa idem punctum ita collocari possunt, ut latera inter se contingant, siquidem tres heptagoni anguli quattuor rectos superant (nam unusquisque rectum angulum cum tribus septimis continet); eoque magis ad polygona quae plura etiam latera habent haec ratio transferri poterit. Sic igitur cum tres figurae, eaeque aut tribus aut quattuor aut sex angulis, per se locum qui circa idem punctum est replere valerent, propter *insitam* sapientiam apes ad mellificium eam eligebant formam, quae, cum plures angulos haberet, etiam maiorem mellis copiam quam reliquae duae formae recipere posset.

Et apes quidem nihil nisi hoc quod ipsis conducit noverunt, formam hexagonam maiorem esse et plus mellis recipere posse quam quadratam aut triangulam, siquidem aequalis materies in constructionem cuiusque formae consuma-

τοῦ spurium, nisi forte αὐτῶν dedit scriptor 43. ἃ ἴ' A, ἃ ἴ' BS
 44. οὐ γ-θάρει] οὐκ ἄρχει vel οὐ πέφυκε coni. Hu 45. γὰρ add. Hu
 47. καὶ ε' A(S), καὶ ε' B 48. οὐδέ] οὔτε coni. et lacunam post τριῶν
 ἐβδόμων statuit Hu 22. πολυγωνωτέραν A, corr. prima man.
 24. αὐτῶν (sine acc.) A, αὐτῶν BS, corr. Hu 26. ἔλαττο ABS
 28. αὐτὸ Sra pro αὐτὰ 29. αὐταῖς ABS, corr. Hu

ἡμεῖς δὲ πλεόν τῶν μελισσῶν σοφίας μέρος ἔχειν ὑπισχυρί-
μενοι ζητήσομέν τι καὶ περισσότερον. τῶν γὰρ ἴσην ἔχον-
των περιμέτρον ἰσοπλευρῶν τε καὶ ἰσογωνίων ἐπιπέδων
σχημάτων μεῖζόν ἐστιν αἰ τὸ πολυγωνότερον, μέγιστος δ'
ἐν πᾶσιν ὁ κύκλος, ὅταν ἴσην αὐτοῖς περιμέτρον ἔχη. δείξο-
μεν δὲ πρότερον ὅτι τῶν ἀνισοπληθεῖς μὲν ἐχόντων τὰς
γωνίας τεταγμένων πολυγώνων, τὴν δὲ περιμέτρον ἴσην, τὸ
πολυγωνότερον αἰ καὶ μεῖζόν ἐστιν.

- 4 α'. Ἐστω δύο πολύγωνα ἰσόπλευρά τε καὶ ἰσογώνια
τὰ $ΑΒΓ ΔΕΖ$, καὶ ἔστωσαν ἴσαι μὲν αὐτῶν αἱ περιμέτροι, 11
πολυγωνότερον δὲ τὸ $ΔΕΖ$. λέγω ὅτι τὸ $ΔΕΖ$ μεῖζον τοῦ
 $ΓΑΒ$.

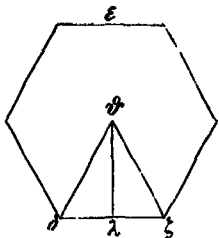
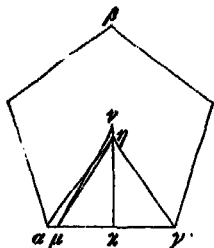
Εἰλήφθω γὰρ τὰ κέντρα τῶν περιγραφομένων αὐτοῖς
κύκλων τὰ $Η Θ$, κάθεται ἡχθωσαν αἱ $ΗΚ ΘΑ$, καὶ ἐπε-
ζεύχθωσαν αἱ $ΑΗ ΗΓ ΘΔ ΘΖ$. ἐπεὶ οὖν πολυγωνότερόν 15
ἐστιν τὸ $ΕΔΖ$ τοῦ $ΑΒΓ$, πλεονάκεις ἢ $ΔΖ$ τὴν τοῦ $ΔΕΖ$
πολυγώνου καταμετρεῖ περιμέτρον ἥπερ ἡ $ΑΓ$ τὴν τοῦ $ΑΒΓ$
μεῖζων ἄρα ἡ $ΑΓ$ τῆς $ΔΖ$. ἴσαι γὰρ ὑπόκεινται αἱ περι-
μέτροι, ὥστε καὶ ἡ $ΑΚ$ μεῖζων τῆς $ΔΑ$ ἡμίσεια γὰρ ἑκα-
τέρα ἑκατέρας). κείσθω τῇ $ΔΑ$ ἴση ἡ $ΚΜ$, καὶ ἐπεζεύχθω 20
ἡ $ΜΗ$. καὶ ἐπεὶ, ὃ μέρος ἐστὶν ἡ $ΑΓ$ εὐθεΐα τῆς τοῦ
 $ΑΒΓ$ πολυγώνου περιμέτρον, τὸ αὐτὸ μέρος ἐστὶν καὶ ἡ
ὑπὸ $ΑΗΓ$ γωνία τεσσάρων ὀρθῶν (ἐπειδὴ ἰσόπλευρόν ἐστι
τὸ πολύγωνον), ὁμοίως δὲ καὶ, ὃ μέρος ἐστὶν ἡ $ΔΖ$ τῆς
τοῦ $ΔΕΖ$ περιμέτρον, τὸ αὐτὸ μέρος ἐστὶν ἡ ὑπὸ $ΔΘΖ$ 25
γωνία τεσσάρων ὀρθῶν, καὶ εἰσὶν ἴσαι αἱ περιμέτροι ἀλ-
λήλαις καὶ αἱ δ' ὀρθαὶ ταῖς δ' ὀρθαῖς, ἐστὶν ἄρα ὡς ἡ $ΑΓ$
πρὸς τὴν $ΑΒΓ$ περιμέτρον, οὕτως ἡ $Η$ γωνία πρὸς δ' ὀρ-
θάς. ὡς δὲ ἡ περιμέτρος τοῦ $ΔΕΖ$, τουτέστιν τοῦ $ΑΒΓ$,
πρὸς τὴν $ΔΖ$, αἱ δ' ὀρθαὶ πρὸς τὴν ὑπὸ $ΔΘΖ$ γωνίαν 30

9. α' add. Hu 14. κύκλος (sine acc.) A, corr. BS καὶ κά-
θεται conl. Hu αἱ ΗΚΘΑ A, distinx. BS 25. ἡ ὑπὸ ΔΕΖ AB,
corr. S 27. καὶ αἱ δ' ὀρθαὶ ταῖς δ' ὀρθαῖς] quoniam eiusmodi
res per se consonantes veteres mathematici interdum adnotant, tamen
haec verba maiorem interpretamenti quam genuinae scripturae speciem
prae se ferunt

tur; nos autem, qui maiorem apibus sapientiae indolem profitemur, subtilius de ea re quaeremus. Nam figurarum planarum aequilaterarum et aequiangularum, quae aequalem ambitum habent, ea semper maior est quae plures angulos habet; omnium autem maximus est circulus, si aequalem cum illis perimetrum habeat. Sed primum demonstrabimus

polygonorum ordinatorum (*id est regularium*, quae in-Prop. aequalem angulorum numerum et aequalem perimetrum habent, id quod plures angulos habet semper etiam maius esse.

1. Sint duo polygona aequilatera et aequiangulara $\alpha\beta\gamma\delta\epsilon\zeta$, et sint aequales eorum perimetri, plures autem angulos habeat $\delta\epsilon\zeta$; dico $\delta\epsilon\zeta$ maius esse quam $\alpha\beta\gamma$.



Sumantur circulorum circa polygona descriptorum centra η θ , et ducantur perpendiculares $\eta\kappa$ $\theta\lambda$, et iungantur $\alpha\eta$ $\eta\gamma$ $\delta\theta$ $\theta\zeta$. Iam quia polygonum

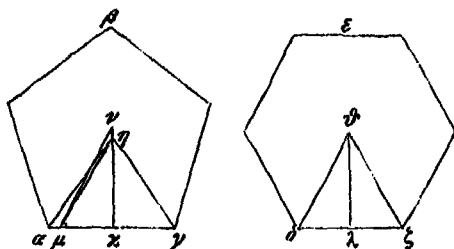
$\epsilon\delta\zeta$ plures angulos habet quam $\alpha\beta\gamma$, pluries recta $\delta\zeta$ metitur polygoni $\delta\epsilon\zeta$ ambitum quam $\alpha\gamma$ polygoni $\alpha\beta\gamma$ (nam perimetri aequales suppositae sunt); ergo $\alpha\gamma$ maior est quam $\delta\zeta$; itaque etiam $\alpha\kappa$ maior quam $\delta\lambda$ quoniam $\alpha\kappa = \frac{1}{2} \alpha\gamma$, et $\delta\lambda = \frac{1}{2} \delta\zeta$. Ponatur $\kappa\mu = \lambda\delta$, et iungatur $\mu\eta$. Et quia, quota pars est recta $\alpha\gamma$ polygoni $\alpha\beta\gamma$ perimetri, eadem pars est angulus $\alpha\eta\gamma$ quattuor rectorum quoniam aequilaterum est polygonum et propter elem. 3, 26. 28 *aequales anguli in aequilibus lateribus consistunt*; ac perinde, quota pars est recta $\delta\zeta$ polygoni $\delta\epsilon\zeta$ perimetri, eadem pars est angulus $\delta\theta\zeta$ quattuor rectorum, et aequales sunt perimetri, est igitur

$\alpha\gamma$: perim. $\alpha\beta\gamma = \angle \alpha\eta\gamma$: $\frac{1}{4} R$. Sed est

perim. $\delta\epsilon\zeta$: $\delta\zeta = \frac{1}{4} R$: $\angle \delta\theta\zeta$, et perim. $\alpha\beta\gamma =$ perim.

$\delta\epsilon\zeta$; ergo ex aequali

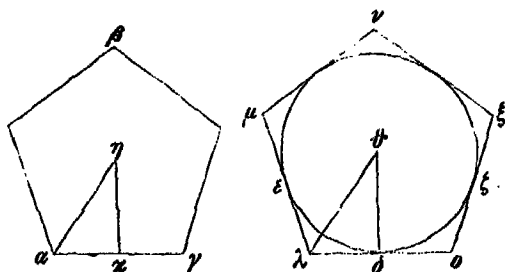
δι' ἴσον ἄρα ὡς ἡ $ΑΓ$ πρὸς τὴν $ΑΖ$, οὕτως ἡ ὑπὸ $ΑΗΓ$ πρὸς τὴν ὑπὸ $ΑΘΖ$ · καὶ ὡς ἄρα ἡ $ΑΚ$ πρὸς τὴν $ΑΔ$, τουτέστιν πρὸς $ΚΜ$, οὕτως ἡ ὑπὸ $ΑΗΚ$ πρὸς τὴν ὑπὸ $ΑΘΑ$.



ἡ δὲ $ΑΚ$ πρὸς τὴν $ΚΜ$ μείζονα λόγον ἔχει ἥπερ ἡ ὑπὸ $ΑΗΚ$ πρὸς τὴν ὑπὸ $ΜΗΚ$ (τοῦτο γὰρ ἐν τοῖς εἰς τὰ σφαιρικά⁵ λήμμασιν δέδεικται)· καὶ ἡ ὑπὸ $ΑΗΚ$ ἄρα γωνία πρὸς τὴν ὑπὸ $ΑΘΑ$ μείζονα λόγον ἔχει ἥπερ ἡ ὑπὸ $ΑΗΚ$ γωνία πρὸς τὴν ὑπὸ $ΜΗΚ$ · μείζων ἄρα ἡ ὑπὸ $ΜΗΚ$ τῆς ὑπὸ $ΑΘΑ$. ἔστιν δὲ καὶ ἡ πρὸς τῷ $Κ$ ὀρθὴ ἴση τῇ πρὸς τῷ $Α$ · λοιπὴ ἄρα ἡ ὑπὸ $ΗΜΚ$ τῆς ὑπὸ $ΘΔΑ$ ἐλάσσων.¹⁰ ἔστω τῇ ὑπὸ $ΘΔΑ$ ἴση ἡ ὑπὸ $ΚΜΝ$ · καὶ ἔστιν ἴση ἡ $ΑΔ$ τῇ $ΚΜ$ · καὶ ἡ $ΑΘ$ ἄρα τῇ $ΚΝ$ ἴση ἐστίν· μείζων ἄρα ἡ $ΘΑ$ τῆς $ΚΗ$. ἴσαι δὲ αἱ περιμέτροι· μείζων ἄρα τὸ ὑπὸ $ΑΘ$ καὶ τῆς περιμέτρου τοῦ $ΔΕΖ$ περιεχόμενον ὀρθογώνιον τοῦ ὑπὸ τῆς $ΚΗ$ καὶ τῆς περιμέτρου τοῦ $ΑΒΓ$. καὶ ἔστιν¹⁵ τῶν εἰρημένων χωρίων ἡμίση τὰ πολύγωνα· μείζων ἄρα τὸ $ΔΕΖ$ πολύγωνον τοῦ $ΑΒΓ$. (τὸ γὰρ ὕψος ἴσον ἐστὶ τῆς περιμέτρου τῆς αὐτῆς οὐσῆς τῶν δύο εὐθυγράμμων, καὶ αἱ βάσεις ἄνισοι αἱ $ΘΑ$ $ΗΚ$, καὶ ὡς ἡ $ΘΑ$ βάσις πρὸς τὴν $ΗΚ$ βάσιν, οὕτως τὸ παραλληλόγραμμον τὸ ὑπὸ $ΘΑ$ καὶ²⁰ τῆς περιμέτρου τοῦ $ΔΕΖ$ πολυγώνου πρὸς τὸ παραλληλόγραμμον τὸ ὑπὸ τῆς $ΗΚ$ καὶ τῆς περιμέτρου τοῦ $ΑΒΓ$, καὶ τὰ ἡμίση πολύγωνα ἄνισα, ὥστε μείζων τὸ $ΔΕΖ$ τοῦ $ΑΒΓ$.)

5 ζ'. Ἐστω πάλιν τὸ πολύγωνον τὸ $ΑΒΓ$ ἰσοπλευρὸν τε καὶ ἰσογώνιον ἴσην ἔχον τὴν περίμετρον τῇ τοῦ $ΔΕΖ$ κύκλου²⁵ περιφερείᾳ· λέγω ὅτι μείζων ἐστὶν ὁ $ΔΕΖ$ κύκλος τοῦ $ΑΒΓ$ πολυγώνου.

Εἰλήφθω τοῦ μὲν ΔEZ κύκλου κέντρον τὸ Θ , τοῦ δὲ περὶ τὸ $AB\Gamma$ πολυγώνου περιγεγραμμένον κύκλου κέντρον τὸ H , καὶ περιγεγράφθω περὶ τὸν κύκλον πολυγώνον ὅμοιον



τῷ $AB\Gamma$ τὸ $\Lambda MN\Xi O$, καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ΘA , καὶ κάθετος ἀπὸ τοῦ H ἐπὶ τὴν $A\Gamma$ ἥχθω ἡ HK . ἔπει οὖν μείζων ἔστιν ἡ τοῦ $\Lambda MN\Xi O$ πολυγώνου περίμετρος τῆς τοῦ ΔEZ κύκλου περιφέρειας, ὥς ἐν τῷ περὶ σφαίρας καὶ κυλίνδρου Ἀρχιμήδου ὑπόκειται [διὰ τὸ περιέχειν αὐτήν], ἡ δὲ τοῦ κύκλου περιφέρεια ἴση ἐστὶν τῇ τοῦ $AB\Gamma$ πολυγώνου περιμέτρῳ, καὶ ἡ τοῦ $\Lambda MN\Xi O$ πολυγώνου περίμετρος μείζων τῆς τοῦ $AB\Gamma$ πολυγώνου περιμέτρου. καὶ ἔστιν ὅμοια τὰ πολύγωνα· μείζων ἄρα ἡ ΛA τῆς AK . καὶ ἔστιν ὅμοιον τὸ AHK τρίγωνον τῷ $\Lambda\Theta A$ τριγώνῳ (καὶ γὰρ τὰ ὅλα πολύγωνα ὅμοιά ἐστι)· μείζων ἄρα καὶ ἡ ΘA τῆς HK . ἴση δὲ ἡ τοῦ ΔEZ κύκλου περιφέρεια τῇ τοῦ $AB\Gamma$ πολυγώνου περιμέτρῳ· μείζον ἄρα τὸ ὑπὸ τῆς $\Lambda\Theta$ καὶ τῆς τοῦ ΔEZ κύκλου περιφέρειας τοῦ ὑπὸ τῆς HK καὶ τῆς τοῦ $AB\Gamma$ πολυγώνου περιμέτρου. καὶ ἔστι τὸ μὲν ὑπὸ τῆς $\Lambda\Theta$ καὶ τῆς τοῦ κύκλου περιφέρειας διπλάσιον τοῦ ΔEZ κύκλου (καὶ τοῦτο γὰρ ὑπὸ Ἀρχιμήδους ἐν τῷ περὶ τῆς τοῦ κύκλου περιφέρειας δέδεικται), τὸ δὲ ὑπὸ τῆς HK καὶ τῆς τοῦ $AB\Gamma$ πολυγώνου περιμέτρου διπλάσιον τοῦ $AB\Gamma$ πολυγώνου, καὶ τὰ ἡμίση· μείζων ἄρα ὁ κύκλος τοῦ $AB\Gamma$ πολυγώνου.

6 γ'. Ὅτι μὲν οὖν τὸ ὑπὸ τῆς περιμέτρου τοῦ κύκλου καὶ τῆς ἐκ τοῦ κέντρου διπλάσιόν ἐστι τοῦ κύκλου Ἀρχι-

Sumatur circuli $\delta\epsilon\zeta$ contrum ϑ , et circuli qui circa polygonum $\alpha\beta\gamma$ describitur centrum η , et describatur circa circulum $\delta\epsilon\zeta$ polygonum $\lambda\mu\nu\xi\omicron$ simile polygono $\alpha\beta\gamma$, et latus $\lambda\omicron$ circulum tangat in δ , et iungatur $\vartheta\delta$, et ab η ad $\alpha\gamma$ ducatur perpendicularis $\eta\kappa$. Iam quia polygoni $\lambda\mu\nu\xi\omicron$ perimetris maior est circuli $\delta\epsilon\zeta$ circumferentiâ, ut in primo libro de sphaera et cylindro (*propos. 2.* ab Archimede expositum est, et circuli $\delta\epsilon\zeta$ circumferentiâ aequalis est polygoni $\alpha\beta\gamma$ perimetro, est igitur

perim. $\lambda\mu\nu\xi\omicron$ > perim. $\alpha\beta\gamma$. Et sunt similia polygona;
ergo

$\lambda\delta > \alpha\kappa$. Et quia tota polygona similia sunt, est etiam
 $\Delta \lambda\vartheta\delta \sim \Delta \alpha\eta\kappa$; itaque

$\vartheta\delta > \eta\kappa$.

Sed circuli $\delta\epsilon\zeta$ circumferentiâ aequalis est polygoni $\alpha\beta\gamma$ perimetro; ergo rectangulum quod rectâ $\vartheta\delta$ et circuli $\delta\epsilon\zeta$ circumferentiâ continetur maius est quam id quod rectâ $\eta\kappa$ et polygoni $\alpha\beta\gamma$ perimetro. Et est rectangulum quod rectâ $\vartheta\delta$ et circuli $\delta\epsilon\zeta$ circumferentiâ continetur duplum circuli $\delta\epsilon\zeta$ — nam hoc quoque ab Archimede in libro de circuli circumferentiâ demonstratum est¹⁾ — sed rectangulum quod rectâ $\eta\kappa$ et polygoni $\alpha\beta\gamma$ perimetro continetur duplum est polygoni $\alpha\beta\gamma$; atque ut tota, ita inter se sunt dimidia; ergo circulus $\delta\epsilon\zeta$ maior est polygono $\alpha\beta\gamma$.

III. Etsi rectangulum quod circuli perimetro et radio Prop. continetur circuli duplum esse Archimedes demonstravit, ta-³

1) Sic a scriptore liberius citatur Archimedis *κέκλον μέτρησις*, cuius prima propositio est: *πᾶς κύκλος ἴσος ἔστι τριγώνῳ ὀρθογώνῳ, οὗ ἡ μὲν ἐκ τοῦ κέντρου ἴση μὲν τῶν περὶ τὴν ὀρθήν, ἡ δὲ περιμετρὸς τῇ λοιπῇ.*

2. τὸ $\triangle AB\Gamma$ Co pro τὸ $\triangle \overline{AB}$ 8. διὰ — ἀντὶν interpolatori tribuit
Hu 14. τῇ $\triangle HK \Lambda(B)$, corr. S 16. περιμέτρον AB, corr. S
τησούτων $\triangle EZ \Lambda(BS)$, sed in B allerum τὸν expunctum 17. τοῦ
 $\triangle AB\Gamma$ Co pro τοῦ $\triangle AB$ 24. περιμετρίας] μετρήσεως coni. Co (conf.
adnot. ad Lat. 25. $\overline{\Gamma\omicron\nu}$ add. B, S)

μίδης ἀπέδειξεν, οὐδὲν δὲ ἦττον καὶ ἐξῆς δειχθήσεται τοῦτο πρὸς τὸ μὴ δεῖσθαι τοῦ Ἀρχιμηδεῖου συντάγματος ἕνεκεν μόνου τοῦ θεωρήματος τούτου.

Ἔστω γὰρ κύκλος ὁ $ABΓΔ$, καὶ τοῦ ὑπὸ τῆς περιμέτρου αὐτοῦ καὶ τῆς ἐκ τοῦ κέντρου ἡμῖς ἔστω τὸ Z χωρίον· λέγω ὅτι ἴσον ἐστὶν τὸ Z χωρίον τῇ $ABΓΔ$ κύκλῳ.

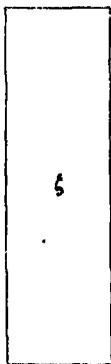
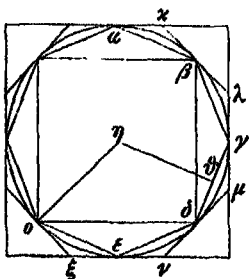
7 Ἔστω γὰρ πρότερον, εἰ δυνατόν, ἔλασσον. δυνατόν ἄρα ἐστὶν ἀκαλούθως τῇ ἀγωγῇ τῇ ἐν τῇ δωδεκάτῃ τῶν στοιχείων ἐγγράφαι εἰς τὸν $ABΓΔ$ κύκλον πολύγωνον, ὥστε 10 τὸ ἐγγραφὲν πολύγωνον μείζον εἶναι τοῦ Z χωρίου, εἰ πρότερον ἐγγραφεῖν τετράγωνον εἰς τὸν κύκλον καὶ αἱ περιφέρειαι τῶν περιλειπομένων τμημάτων αἰεὶ δίχα τέμνονται, μέχρις ἂν λειφθῇ τινὰ τμήματα ἐλάσσονα ὄντα τῆς ὑπεροχῆς ἣ ὑπερέχει ὁ $ABΓΔ$ κύκλος τοῦ Z χωρίου. ἐγγε- 15 γράφω, καὶ ἔστω τὸ $ABΓΔΕ$, καὶ ἀπὸ τοῦ H κέντρου ἤχθω ἐπὶ μίαν πλευρὰν τοῦ $ABΓΔΕ$ πολυγώνου ἐπὶ τὴν $ΓΔ$ κάθετος ἡ $HΘ$. ἐπεὶ οὖν ἡ περίμετρος τοῦ $ABΓΔ$ κύκλου μείζων ἐστὶ τῆς περιμέτρου τοῦ $ABΓΔΕ$ ὅποσα- γώνου, ἡ δ' ἐκ τοῦ κέντρου μείζων τῆς $HΘ$, τὸ ἄρα ὑπὸ 20 τῆς περιμέτρου τοῦ $ABΓΔ$ κύκλου καὶ τῆς ἐκ τοῦ κέντρου μείζον ἐστὶν τοῦ ὑπὸ τῆς περιμέτρου τοῦ $ABΓΔΕ$ πολυγώνου καὶ τῆς $HΘ$. καὶ τὰ ἡμίση· μείζον ἄρα τὸ Z χωρίον τοῦ $ABΓΔΕ$ πολυγώνου, ὅπερ ἀδύνατον· ἐπὶκύεται γὰρ ἔλασσον· οὐκ ἄρα μείζων ἐστὶν ὁ $ABΓΔ$ κύκλος τοῦ Z 25 χωρίου.

8 Λέγω δὴ ὅτι οὐδὲ ἐλάσσων. εἰ γὰρ δυνατόν, ἔστω ἐλάσσων· δυνατόν ἄρα περιγράψαι περὶ τὸν $ABΓΔ$ κύκλον πολύγωνον, ὥστε τὸ Z χωρίον μείζον εἶναι τοῦ περιγεγραμμένου πολυγώνου, εἰ πρότερον τετράγωνον περιγε- 30 φεῖν περὶ τὸν κύκλον καὶ δίχα αἰεὶ τεμνομένων τῶν ἀπο-

4. ὁ $ABΓ$ et 10. τὸν $ABΓ$ ABS, corr. Co 13. ὁ $AB ΓΔ$ A, coniunx.
BS 18. ἡ $HΘΕ$ ἐπὶ αἰ ABS, corr. Co 25. ὁ $ABΓ$ ABS, corr. Co
27. ἔστω A^1 corr. ex ἔστω

men a nobis idem deinceps ostendetur, ne propter hoc unum theorema Archimedis librum *adire* necesse sit.

Sit enim circulus $\alpha\beta\gamma\delta$, et rectanguli quod circuli perimetro et radio continetur dimidia pars sit spatium ζ ; dico spatium ζ circulo $\alpha\beta\gamma\delta$ aequale esse.



Sit enim primum, si fieri possit, minus. Ergo convenienter iis quae duodecimo elementorum (*propos. 2*) traduntur in circulum $\alpha\beta\gamma\delta$ licet polygonum ita inscribere, ut id ipsum maius sit spatio ζ , siquidem primum quadratum in circulum inscribatur et circumferentiae segmentorum

quae extra relinquuntur semper bifariam secantur, donec segmenta quaedam relictas sint minora eo excessu quo circulus $\alpha\beta\gamma\delta$ spatium ζ superat. Inscriptum sit eiusmodi polygonum $\alpha\beta\gamma\delta\epsilon$ *, et a centro η ad unum eius latus, velut $\gamma\delta$, ducatur perpendicularis $\eta\theta$. Iam quia circuli $\alpha\beta\gamma\delta$ perimetris maior est perimetro polygoni $\alpha\beta\gamma\delta\epsilon$, ac circuli radius maior quam $\eta\theta$, rectangulum igitur quod circuli $\alpha\beta\gamma\delta$ perimetro et radio continetur maius est quam quod polygoni $\alpha\beta\gamma\delta\epsilon$ perimetro et recta $\eta\theta$. Atque item dimidia pars; ergo spatium ζ maius polygono $\alpha\beta\gamma\delta\epsilon$, quod quidem fieri non potest; nam ex hypothesis minus est; ergo non maior est circulus $\alpha\beta\gamma\delta$ spatio ζ .

Sed nego etiam circulum minorem esse spatio ζ . Si enim fieri possit, sit minor; ergo circa circulum $\alpha\beta\gamma\delta$ licet polygonum ita describere, ut spatium ζ maius sit quam id quod circumscriptum est polygonum, siquidem primum quadratum circa circulum describatur, et circumferentiis, quae

*) Figura in codice tradita pentagonum circulo inscriptum atque alterum circumscriptum exhibet.

λειομένων περιφερειῶν ἄγοντο ἐφαπτόμεναι, μέχρις ἂν ἀπολειφθῇ τινα τμήματα τῶν ἐκτὸς σχημάτων, ἃ ἔσται ἐλάσσονα τῆς ὑπεροχῆς ἣ ὑπερέχει τὸ Z χωρίον τοῦ $ABΓΔ$ κύκλου· τοῦτο γὰρ ὡς δυνατόν ἀνάγκη γενέσθαι δέδεικται. περιγεγράφθω οὖν, ὡς εἴρηται, τὸ πολυγώνιον καὶ ἔστω τὸ $KΛΜΝΞ$, καὶ ἐπεξέχθω ἀπὸ τοῦ H κέντρον ἐπὶ μίαν τῶν συναφῶν τὴν O ἢ HO . ἐπεὶ οὖν ἡ περιμέτρος τοῦ $KΛΜΝΞ$ πολυγώνου μείζων ἐστὶν τῆς περιμέτρου τοῦ $ABΓΔ$ κύκλου, τὸ ἄρα ἐπὶ τῆς περιμέτρου τοῦ $KΛΜΝΞ$ πολυγώνου καὶ τῆς HQ μείζον ἐστὶν τοῦ ἐπὶ τῆς περιμέτρου τοῦ $ABΓΔ$ κύκλου καὶ τῆς HO . καὶ τὰ ἡμίση· τὸ ἄρα $KΛΜΝΞ$ πολυγώνον μείζον τοῦ Z χωρίου, ὑπερ ἀδύνατον· ὑπόκειται γὰρ ἐλάσσον· οὐκ ἄρα τὸ Z χωρίον μείζον τοῦ $ABΓΔ$ κύκλου.

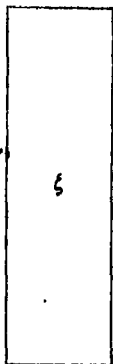
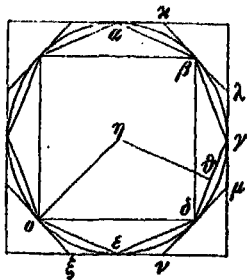
Ἐδείχθη δὲ ὅτι οὐδὲ ἐλάσσον· ἴσον ἄρα. καὶ ἔστι τοῦ Z χωρίου διπλασίον τὸ ἐπὶ τῆς περιμέτρου τοῦ $ABΓΔ$ κύκλου καὶ τῆς ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ κύκλου.

9 ὁ. Οὐ μόνον δὲ τῶν τεταγμένων ἐπιπέδων σχημάτων, ἃ ἐστὶν ἰσοπλευρά τε καὶ ἰσογώνια, ὁ κύκλος γίνεται μείζων, ἀλλὰ καὶ τῶν ἀνισοπλευρῶν καὶ τῶν ἀνομοιογωνίων, ὅταν τὴν αὐτὴν αὐτοῖς περίμετρον ἔχη. δειχθήσεται γὰρ ὅτι καὶ τῶν ἰσοπεριμέτρων σχημάτων πολυγώνων καὶ πλεονεξῶς ἰσοπληθεῖς ἐχόντων τὸ μέγιστον ἰσοπλευρὸν τέ ἐστιν καὶ ἰσογώνιον. πρότερον οὖν τὰ εἰς τὴν ἀποδείξιν αὐτοῦ λαμβανόμενα θεωρήματα προγράψομεν.

10 Ἐστω τρίγωνον τὸ $ABΓ$ μείζονα ἔχον τὴν AB τῆς $ΒΓ$, καὶ εὐθεῖα ἡ E , ἥτις ἔστω ἐλάσσων μὲν τῆς AB , μείζων δὲ τῆς $ΒΓ$ · ὅτι δυνατόν ἐστιν ἐπὶ τῆς $ΑΓ$ δύο εὐθείας ἀνιστάσθαι, ὥστε συναμφοτέρως μὲν ἴσας εἶναι ταῖς $ABΓ$, μίαν δὲ αὐτῶν ἴσην τῇ E .

4. ἀνάγκη Λ , ἀνάγκη BS, del. Co διευθίσαι Λ BS, corr. Co (conf. cap. 7) 6. ἐπιεξέχθω Λ , corr. BS 7. ἡ HO Λ , sed O non satis perspicuum, unde ἡ θ BS 8. μείζον Λ B, corr. S 16. τὸ ἐπὶ θ Λ (illud Co) pro τοῦ ἐπὶ 18. θ add. B(S), numerus huius lemmatis infra cap. 18 citatur 27. ἔστω Hu pro ἐστὶν

inter bina contactus puncta relinquuntur, semper bifariam sec-
tis tangentes ducantur, donec figurarum, quae extra sunt, re-
linquantur quaedam segmenta minora eo excessu quo spatium



ζ circulum $\alpha\beta\gamma\delta$ su-
perat; hoc enim fieri
posse demonstratum
est (elem. 12, 2). Cir-
cumscriptum igitur sit
cuiusmodi polygonum
 $\kappa\lambda\mu\nu\xi$, et a centro η
ad unum contactus
punctum σ iungatur
 $\eta\sigma$. Iam quia polygoni
 $\kappa\lambda\mu\nu\xi$ perimetris ma-
ior est circuli $\alpha\beta\gamma\delta$
perimetro, rectangu-

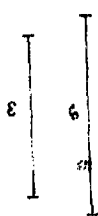
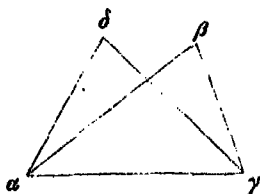
lum igitur quod polygoni $\kappa\lambda\mu\nu\xi$ perimetro et recta $\eta\sigma$ conti-
netur maius est quam quod circuli $\alpha\beta\gamma\delta$ perimetro et eadem
 $\eta\sigma$. Atque item dimidia partes; ergo polygonum $\kappa\lambda\mu\nu\xi$ maius
spatio ζ , quod quidem fieri non potest; nam ex hypothesi
minus est; ergo non maius est spatium ζ circulo $\alpha\beta\gamma\delta$.

Sed demonstravimus etiam non minus esse; ergo ae-
quale est. Et est spatii ζ duplum rectangulum quod circuli
 $\alpha\beta\gamma\delta$ perimetro et radio continetur.

IV. Neque solum planis figuris ordinatis, quae aequi-
laterae et aequiangularae sunt, circulus maior est, sed etiam
iis quae inaequalia latera et dissimiles angulos habent, si-
quidem eandem atque illae perimetrum habeat. Demonstra-
bimus enim polygonorum, quae aequalem perimetrum eun-
demque laterum numerum habent, maximum esse aequi-
laterum et aequiangularum. Iam primum theorematum, quae ad
eam demonstrationem adsumuntur, praemitteremus.

Sit triangulum $\alpha\beta\gamma$, cuius latus $\alpha\beta$ maius quam $\beta\gamma$, et Prop.
recta ϵ minor quam $\alpha\beta$ ac maior quam $\beta\gamma$; dico fieri posse
ut in basi $\alpha\gamma$ duae rectae constituentur, quarum summa ae-
qualis sit ipsis $\alpha\beta + \beta\gamma$, una autem aequalis ipsi ϵ .

Ὅσον γὰρ ὑπερέχουσιν αἱ AB $BΓ$ τῆς E , ἔστω ἡ Z .
 ἡ Z ἄρα τῆς μὲν AB ἐλάσσων ἐστίν (ὅτι συναμφοτέραι
 αἱ $ABΓ$ ταῖς E Z ἴσαι εἰσίν, ὧν ἡ E τῆς $ΓB$ μείζων),



τῆς δὲ $ΓB$ μείζων (ἐπεὶ
 συναμφοτέραι πάλιν αἱ
 $ABΓ$ ταῖς E Z ἴσαι,
 ὧν ἡ E τῆς AB ἐλάσ-
 σων). ἐπεὶ οὖν αἱ
 $ABΓ$ τῆς $ΑΓ$ μείζονες
 εἰσιν, καὶ αἱ E Z ἄρα
 τῆς $ΑΓ$ μείζονες εἰσιν.

ἐπεὶ δὲ καὶ αἱ $ΑΓB$ τῆς AB μείζονες εἰσιν, καὶ ἔστι
 τῆς μὲν $ΓB$ μείζων ἡ E , τῆς δὲ AB ἐλάσσων ἡ Z ,
 πολλῷ ἄρα αἱ $ΑΓ E$ τῆς Z μείζονες εἰσιν. ὁμοίως ἐπεὶ
 αἱ $ΑΓB$ τῆς AB μείζονες, ἀλλὰ τῆς μὲν $ΓB$ μείζων ἡ Z ,
 τῆς δὲ AB ἐλάσσων ἡ E , πολλῷ ἄρα αἱ $ΑΓ Z$ τῆς E
 μείζονες εἰσιν. δυνατόν ἄρα ἐστίν ἐκ τῶν $ΑΓ E$ Z τρί-
 γωνον συστήσασθαι. συνεστήτω τὸ $ΑΓΔ$ *** [καὶ φανερόν
 ὅτι εἰ μὲν ἴσαι εἰσίν αἱ E Z , ἰσοσκελὲς ἔσται τὸ $ΑΓΔ$
 τρίγωνον, εἰ δὲ ἀνισοί, ἡ μείζων αὐτῶν ἴση ἔσται τῇ $ΓΔ$].

- 11 ε'. Τῶν ἰσοπεριμέτρων τριγώνων καὶ τὴν αὐτὴν βάσιν
 ἐχόντων τὸ ἰσοσκελὲς μέγιστόν ἐστιν, καὶ αἰεὶ τὸ ἰσοσκελέ-
 στερον μείζον.

Ἐπὶ γὰρ τῆς $BΓ$ βάσεως ἰσοπερίμετρα ἔστω τρίγωνα,
 ἰσοσκελὲς μὲν τὸ $ABΓ$, ἰσοσκελέστερον δὲ τὸ $BAΓ$ τοῦ $BΕΓ$
 (δυνατόν γὰρ κατασκευάσαι διὰ τὸ προδειχθέν ἔναγχος).
 λέγω ὅτι μέγιστον μὲν ἐστὶ τὸ $ABΓ$, μείζον δὲ τὸ $BAΓ$
 τοῦ $BΕΓ$.

2. ὅτι] in promptu est ἐπεὶ conicere; sed ὅτι hoc sensu infra sae-
 pius redit 3. ταῖς EZ A , distinx. BS, item vs. 6 4. post

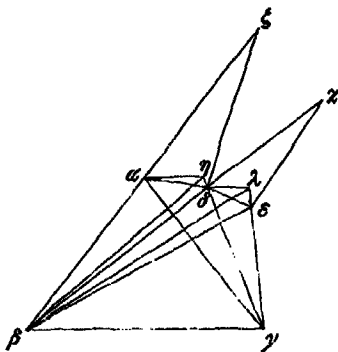
τῆς δὲ $ΓB$ μείζων add. ἡ Z ABS , del. *Hu* (aliter *Co*, qui tamen cor-
 ruptelam auxit, non sustulit) 10. καὶ αἱ EZ A , distinx. BS

14. αἱ $ΑΓE$ AB Paris. 2368, αἱ $α γ ε$ S , item αἱ $ΑΓZ$ etc. vs. 16

15. τῆς μὲν $ΓE$ AB , corr. S 17. ἐκ τῶν $ΑΓ EZ$ ABS , distinx. *Co*

18. lacunam indicavit et in Latinis explevit, item καὶ φανερόν — 20. τῇ

Ἐκβεβλήσθω ἡ BA , καὶ κείσθω τῇ $ΓΑ$ ἴση ἡ AZ , καὶ ἐπεξέχθωσαν αἱ $ZΔ$ $ΔΑ$. ἐπεὶ οὖν αἱ ZAB τῆς BZ μείζονες εἰσιν, καὶ τῶν $BAΓ$ ἄρα μείζονες εἰσιν ἴση γὰρ ἡ $ΑΓ$ τῇ AZ . ἀλλ' αἱ $BAΓ$ ταῖς $BAΓ$ ἴσαι εἰσιν· καὶ αἱ BAZ ἄρα τῶν $BAΓ$ μείζονες εἰσιν. κοινῆς ἀφαιρεθείσης τῆς BA λοιπὴ ἡ $ZΔ$ τῆς $ΑΓ$ μείζων ἐστίν. δύο δὲ αἱ $ZΔΑ$ διὰ ταῖς $ΓΑΔ$ ἴσαι εἰσιν ἑκατέρω ἑκατέρω· καὶ βάσις ἡ ZA βάσεως τῆς $ΑΓ$ μείζων· γωνία ἄρα ἡ ὑπὸ ZAA γωνίας τῆς ὑπὸ $ΔΑΓ$ μείζων ἐστίν· ἡ ἄρα ὑπὸ ZAI τῆς ὑπὸ $ΔΑΓ$ μείζων ἐστίν ἢ διπλῇ. διπλῇ δέ ἐστιν τῆς ὑπὸ $ABΓ$, τουτέστιν τῆς ὑπὸ $ΑΓB$ (ἰσοσκελὲς γὰρ τὸ τρίγωνον· καὶ ἡ ὑπὸ $ΑΓB$ ἄρα μείζων ἐστίν τῆς ὑπὸ $ΔΑΓ$.



κείσθω αὐτῇ ἴση ἡ ὑπὸ $ΓΑΗ$ · παράλληλος ἄρα ἐστίν ἡ AH τῇ $BΓ$ διὰ τὰς ἐναλλὰξ γωνίας ἴσας. ἐκβληθείσης οὖν τῆς $ΓΔ$ ἐπὶ τὸ H καὶ ἐπιτεταθείσης τῆς BH φανερόν ὅτι τὸ $ABΓ$ τρίγωνον τοῦ $BAΓ$ μείζον ἐστίν· ἴσον γὰρ τὸ $BAΓ$ τῷ $BHΓ$. πάλιν ἐκβεβλήσθω ἡ BA ἐπὶ τὸ K ,

καὶ κείσθω τῇ $ΑΓ$ ἴση ἡ AK , καὶ ἐπεξέχθωσαν αἱ KE $ΑΕ$. ἐπεὶ αἱ BEK τῆς BK , τουτέστιν τῶν $BAΓ$, τουτέστιν τῶν BEG μείζονες εἰσιν, κοινῆς ἀφαιρεθείσης τῆς BE λοιπὴ ἡ EK τῆς $ΕΓ$ μείζων ἐστίν. δύο δὲ αἱ $KAΕ$ δυοὶ ταῖς $ΓΑΕ$ ἴσαι εἰσιν ἑκατέρω ἑκατέρω· καὶ βάσις ἡ KE βάσεως τῆς $ΕΓ$ μείζων· γωνία ἄρα ἡ ὑπὸ $KAΕ$ γωνίας τῆς ὑπὸ $ΓΑΕ$ μείζων ἐστίν· μείζων ἄρα ἡ ὑπὸ $KAΓ$ ἢ διπλῇ τῆς ὑπὸ $ΓΑΕ$. τῆς δὲ ὑπὸ $ΑΓB$ ἐλάσσων ἢ διπλῇ ἡ αὐτὴ ἡ ὑπὸ $KAΓ$ (μείζων γὰρ ἐστίν ἡ ὑπὸ $ΑΓB$ τῆς ὑπὸ $ABΓ$ · ἴσαι γὰρ αἱ ὑπὸ $ABΓ$ $ΑΓB$)· μείζων ἄρα ἡ ὑπὸ $ΑΓB$ τῆς ὑπὸ $ΓΑΕ$. συνεσταῖτω πρὸς τῇ $ΑΓ$ καὶ τῷ A τῇ ὑπὸ $ΑΓB$ ἴση ἢ ὑπὸ $ΓΑΑ$ · φανερόν γὰρ ὅτι μεταξὺ τῶν $ΑΕ$ AK ἢ $ΑΑ$

Producatur $\beta\alpha$, et ponatur $\alpha\zeta = \alpha\gamma$, et iungantur $\zeta\delta$ $\delta\alpha$,
 iam quia sunt

$\zeta\delta + \delta\beta > \beta\zeta$, sunt igitur etiam (quia $\alpha\zeta = \alpha\gamma$,
 $> \beta\alpha + \alpha\gamma$. Sed ex constructione sunt
 $\beta\alpha + \alpha\gamma = \beta\delta + \delta\gamma$; ergo etiam
 $> \beta\delta + \delta\gamma$. Auferatur communis $\beta\delta$; restat
 igitur

$\zeta\delta > \delta\gamma$. Iam quia in triangulis $\zeta\alpha\delta$ $\gamma\alpha\delta$ est $\zeta\alpha = \gamma\alpha$,
 et $\alpha\delta = \alpha\delta$, et $\zeta\delta > \gamma\delta$, est igitur

$\angle \zeta\alpha\delta > \angle \gamma\alpha\delta$; ergo

$\angle \zeta\alpha\gamma > 2 \angle \gamma\alpha\delta$. Sed est $\angle \zeta\alpha\gamma = 2 \angle \alpha\beta\gamma = 2 \angle \alpha\gamma\beta$
 (nam triangulum $\alpha\beta\gamma$ aequiurere est);
 ergo est

$\angle \alpha\gamma\beta > \angle \gamma\alpha\delta$.

Ponatur $\angle \gamma\alpha\gamma = \angle \alpha\gamma\beta$; ergo $\alpha\eta$ $\beta\gamma$ parallelae sunt propter
 aequales angulos alternos. Iam producta $\gamma\delta$ ad η et iuncta
 $\beta\eta$ apparet esse

$\Delta \alpha\beta\gamma > \Delta \delta\beta\gamma$, quia $\Delta \alpha\beta\gamma = \Delta \eta\beta\gamma$.

Rursus producatur $\beta\delta$ ad κ , et ponatur $\delta\kappa = \delta\gamma$, et iungan-
 tur $\kappa\epsilon$ $\delta\epsilon$. Quia sunt

$\beta\epsilon + \epsilon\kappa > \beta\kappa$, id est
 $> \beta\delta + \delta\gamma$, id est
 $> \beta\epsilon + \epsilon\gamma$, communi sublata $\beta\epsilon$ restat

$\epsilon\kappa > \epsilon\gamma$. Iam quia in triangulis $\kappa\delta\epsilon$ $\gamma\delta\epsilon$ est $\kappa\delta = \gamma\delta$,
 et $\delta\epsilon = \delta\epsilon$, et $\kappa\epsilon > \gamma\epsilon$, est igitur

$\angle \kappa\delta\epsilon > \angle \gamma\delta\epsilon$. Ergo

$\angle \kappa\delta\gamma > 2 \angle \gamma\delta\epsilon$. Sed est

$\angle \kappa\delta\gamma < 2 \angle \delta\gamma\beta$ (est enim $\angle \kappa\delta\gamma = \angle \delta\gamma\beta + \angle \delta\beta\gamma$,
 et $\angle \delta\gamma\beta > \angle \delta\beta\gamma$, quia $\angle \delta\gamma\beta >$
 $\angle \alpha\gamma\beta$, et $\angle \delta\beta\gamma < \angle \alpha\beta\gamma$, et $\angle \alpha\gamma\beta$
 $= \angle \alpha\beta\gamma$; ergo

$\angle \delta\gamma\beta > \angle \gamma\delta\epsilon$.

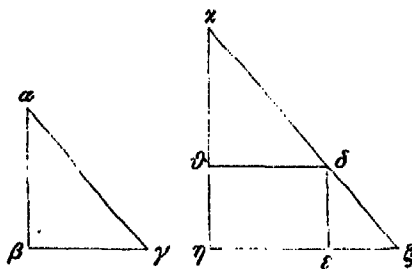
Construatur ad rectam $\gamma\delta$ punctumque δ angulo $\beta\gamma\delta$ aequa-
 lis $\gamma\delta\lambda$; apparet enim rectam $\delta\lambda$ inter $\delta\epsilon$ $\delta\kappa$ esse, quoniam

2. at Z. AB. $\tau\eta\zeta$ A 23. $\tau\eta\zeta$ A 24. $\mu\epsilon\iota\sigma\tau\epsilon\rho$ sine acc. A,
 corr. BS 24. at $\epsilon\alpha\delta$ AB $\epsilon\alpha\delta$ ABS, corr. Co Sea 25. $\alpha\phi\delta\epsilon$ $\tau\eta\zeta$
 AB, corr. S

ἔσται παράλληλος οὖσα τῇ $BΓ$ διὰ τὰς ἐναλλάξ γωνίας· ἐκβληθείσης ἄρα τῆς $ΓΕ$ ἄχρι τῆς $ΔΔ$ παραλλήλου καὶ συμμιπτούσης κατὰ τὸ $Α$ καὶ ἐπιτευχθείσης τῆς $ΒΑ$ ἔσται τὸ $ΒΓΑ$ τρίγωνον ἴσον τῷ $ΒΑΓ$ ἐπὶ τῆς αὐτῆς βάσεως τῆς $ΓΒ$ καὶ παραλλήλων τῶν $ΒΓ$ $ΔΔ$, ὥστε μείζον εἶναι τὸ $ΑΒΓ$ τρίγωνον τοῦ $ΒΕΓ$ ἐλάσσονος ὄντος τοῦ $ΒΔΓ$.

- 12 ζ'. Πάλιν ἔστω δύο τρίγωνα ὀρθογώνια ὅμοια τὰ $ΑΒΓ$ $ΑΕΖ$ ἴσας ἔχοντα τὰς $Γ$ $Ζ$ γωνίας· λέγω ὅτι τὸ ἀπὸ $ΑΓ$ $ΑΖ$ ὥς μιᾶς ἴσον ἐστὶ τῷ τε ἀπὸ $ΒΓ$ $ΕΖ$ ὥς μιᾶς καὶ τῷ ἀπὸ $ΑΒ$ $ΔΕ$ ὥς μιᾶς.

10



Ἐκβεβλήσθω γὰρ ἡ $ΕΖ$ ἐπὶ τὸ H , καὶ κείσθω τῇ $ΒΓ$ ἴση ἡ $ΕΗ$, καὶ διὰ μὲν τοῦ H παραλλήλος τῇ $ΑΕ$ ἀχθείτω συμμιπτέτω τῇ $ΔΖ$ ἐκβληθείσῃ κατὰ τὸ K , διὰ δὲ τοῦ $Α$ παραλλήλος τῇ $ΖΗ$ ἡ $ΑΘ$. ἐπεὶ οὖν ἴση ἐστὶν ἡ $ΑΘ$ τῇ $ΗΕ$ ἐν παραλληλογράμμῳ, τούτέστιν τῇ $ΒΓ$, καὶ ἡ ἐπὶ τῷ $KΑΘ$ γωνία τῇ $Ζ$ ἴση, τούτέστιν τῇ $Γ$, καὶ ὀρθὴ ἡ $Θ$ τῇ $Β$, καὶ λοιπὴ ἡ K τῇ $Α$, ἰσογώνια ἄρα τὰ $KΘΑ$ $ΑΒΓ$ τρίγωνα καὶ ἴσα· τὸ ἄρα ἀπὸ $KΖ$ ἴσον ἐστὶν τοῖς ἀπὸ $KΗΖ$, τούτέστιν τὸ ἀπὸ $ΑΓ$ $ΑΖ$ ὥς μιᾶς τῷ τε ἀπὸ $ΑΒ$ $ΔΕ$ ὥς μιᾶς καὶ τῷ ἀπὸ $ΒΓ$ $ΕΖ$ ὥς μιᾶς.

20

- 13 ζ'. Τὰ ὅμοια ἰσοσκελεῖ τρίγωνα συναμρότερα τῶν ἐπὶ ταῖς αὐταῖς βάσεσι συναμροτέρων ἰσοσκελεῶν τριγώνων ἀνομοίων μὲν ἀλλήλοις καὶ τοῖς ὁμοίοις, ἰσοπεριμέτρων δὲ αὐτοῖς, μείζονά ἐστιν.

Ἐστω ὅμοια ἰσοσκελεῖ τρίγωνα τὰ $ΑΖΒ$ $ΒΑΓ$, καὶ

propter *aequales* angulos alternos ipsi $\beta\gamma$ parallela est; ergo si $\gamma\epsilon$ ad $\delta\lambda$ parallelam producat^{ur} eique occurrat in puncto λ et recta $\beta\lambda$ iungatur, erit

$\Delta \lambda\beta\gamma = \Delta \delta\beta\gamma$. Sed ex constructione est

$\Delta \lambda\beta\gamma > \Delta \epsilon\beta\gamma$, et supra demonstravimus esse

$\Delta \delta\beta\gamma < \Delta \alpha\beta\gamma$; itaque erit

$\Delta \alpha\beta\gamma > \Delta \delta\beta\gamma > \Delta \epsilon\beta\gamma$.

VI. Rursus sint duo triangula orthogonia similia $\alpha\beta\gamma$ Prop. 6
 $\delta\epsilon\zeta$ aequalibus angulis $\gamma\zeta$; dico esse

$$\alpha\gamma + \delta\zeta^2 = (\beta\gamma + \epsilon\zeta)^2 + (\alpha\beta + \delta\epsilon)^2.$$

Producat^{ur} enim $\zeta\epsilon$ ad η , et ponatur $\epsilon\eta = \beta\gamma$, et per η rectae $\delta\epsilon$ parallela ducatur, quae ipsi $\zeta\delta$ productae occurrat in κ , et per δ rectae $\zeta\eta$ parallela $\delta\theta$. Iam quia est $\theta\delta = \eta\epsilon$ in parallelogrammo, id est $\theta\delta = \beta\gamma$, et $\angle \kappa\theta\delta = \angle \kappa\zeta\eta = \angle \alpha\gamma\beta$, et rectus $\angle \kappa\theta\delta = \angle \alpha\beta\gamma$, et reliquus $\angle \theta\kappa\delta = \angle \beta\alpha\gamma'$, triangula igitur $\kappa\theta\delta$ $\alpha\beta\gamma$ similia et aequalia sunt. Ergo est

$$\kappa\zeta^2 = \kappa\eta^2 + \eta\zeta^2, \text{ id est}$$

$$\alpha\gamma + \delta\zeta^2 = (\alpha\beta + \delta\epsilon)^2 + (\beta\gamma + \epsilon\zeta)^2.$$

VII. Summa similium triangulorum aequicrurium maior Prop. 7
 est summâ triangulorum aequicrurium quae in iisdem basi-
 bus constituta ac dissimilia cum sibi invicem tum illis simi-
 libus sunt, sed quorum summa laterum aequalis est laterum
 summae illorum.

Sint similia triangula aequicruria $\zeta\delta\beta$ $\alpha\beta\gamma$, et in iisdem
 basibus alia aequicruria triangula $\epsilon\delta\beta$ $\lambda\beta\gamma$, quorum summa la-

7. Graeca p. 322, 44. ἐπεὶ οὐκ — 47. ἡ $K\tau\eta$ Δ , si absint, nemo desideret; Item proximo lemmate p. 324, 8. verba $\tau\alpha\upsilon\gamma\alpha\rho\epsilon\iota\sigma\tau\alpha\upsilon$ — 45. $\delta\rho\theta\alpha\iota$ ad $M M$. Sed veteres mathematici etiam in difficilioribus demonstrationibus interdum ad ipsa tironum elementa descendunt. Conf. infra Simsoni adnotationem ad VII propos. 462.

1. παραλληλας ABS, corr. Sea Co; 4. 3. ἐπὶ τῆς — BF $\Delta\Delta$
 interpolatori tribuit Hu 5. τῆς $\overline{TB}$ Δ^2 ex τῆς $\cdot B$ 6. ὅτιος τοῦ
 BAC ABS, corr. Hu 7. $\overline{A^1}$ in marg. (B), om. S 8. τὰς $\overline{TB}$ Δ ,
 distinct. BS 47. τὰ $K\theta\Delta$ ABS, corr. Co 49. τῶ $\tau\epsilon$ Hu pro καὶ
 τῶι (καὶ) om. etiam Co, 21. $\overline{A^1}$ in marg. (B), om. S

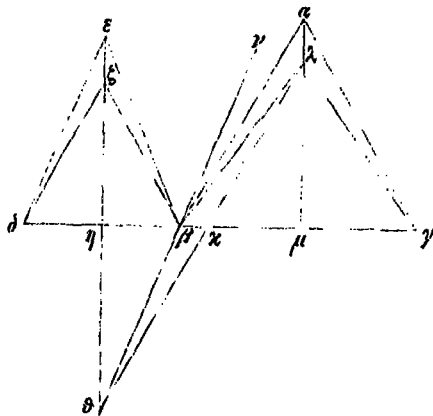
ἐπὶ τῶν αὐτῶν βάσεων ἄλλα ἰσοσκελῆ τρίγωνα τὰ $\Delta ΕΒ$
 $ΒΑΓ$ ἰσοπερίμετρα μὲν τοῖς $\Delta ΖΒ ΒΑΓ$, ἀνόμοια δὲ ἐξ
ἀνάγκης [ὅτι αἱ γωνίαι ἀκυστοὶ εἰσιν]. τοῦτο δὲ ὡς δι-
νατὸν κατασκευάσαι δειχθήσεται· λέγω ὅτι τὰ $\Delta ΒΖ$
 $ΒΑΓ$ συναμφοτέρω τῶν $\Delta ΕΒ ΒΑΓ$ συναμφοτέρων μεί- 5
ζονά ἐστιν.

Ἐπεξεύχθωσαν αἱ $ΕΖ ΑΑ$, καὶ ἐκβεβλήσθωσαν ἐπὶ
τὰς βάσεις· τεμοῦσι δὲ αὐτὰς διχα τε καὶ πρὸς ὀρθάς· ἴσαι
γάρ εἰσιν αἱ $\Delta ΕΖ$ ταῖς $ΒΕΖ$, καὶ βάσεις ἴσαι αἱ $\Delta Ζ ΖΒ$
διὰ τὸ ἰσοσκελῆ εἶναι τὰ τρίγωνα, καὶ γωνίαι ἴσαι [καὶ 10
ὅμοια τὰ $\Delta ΕΖ ΖΒΒ$ τρίγωνα], ὥστε καὶ τὰς ἐκτὸς γωνίας
 $Ζ Ζ$ ἴσας εἶναι [ἴσαι εἰσὶν ταῖς ἐντός], ἴσαι δὲ εἰσιν καὶ
αἱ $\Delta Β$, καὶ αἱ λοιπαὶ αἱ $Η Η$ ἴσαι· ὀρθαὶ ἄρα εἰσὶν·
καὶ ἴσαι αἱ $\Delta Η ΗΒ$, ὁμοίως δὲ καὶ αἱ $ΒΜ ΜΓ$ ἴσαι εἰσιν,
καὶ ὀρθαὶ αἱ $Μ Μ$. τεμνέτωσαν οὖν κατὰ τὰ $Η Μ$, καὶ 15
ἐκβεβλήσθω ἡ $ΕΗ$, καὶ κείσθω αὐτῇ ἴση ἡ $ΗΘ$, καὶ ἐπε-
ξεύχθω ἡ $ΘΒ$. ἔσται δὲ ἴση ἡ ἐπὶ $ΕΒΗ$ τῇ ἐπὶ $ΘΒΗ$.
ἀλλὰ ἡ ὑπὸ $ΕΒΗ$ μεῖζων τῆς ὑπὸ $ΑΒΓ$ (ὅτι καὶ τῆς ἐπὶ
 $ΖΒΗ$ ἴσης· ὅμοια γάρ τὰ $\Delta ΒΖ ΒΑΓ$ τρίγωνα)· καὶ ἡ ἐπὶ
 $ΘΒΗ$ ἄρα μεῖζων τῆς ὑπὸ $ΑΒΓ$ · ἡ ἄρα τὰ $Θ Α$ σημεῖα 20
ἐπιζευγνύουσα τέμνει τὴν $ΒΜ$, ὑποκειμένης τῆς $ΑΒΓ$ ἐν-
δεῖας καὶ τῆς $ΘΒΝ$ ἐκβεβλημένης ἔξωθεν τῆς $ΑΒ$, ὅτι
ἐλάσσων ἐστὶν ἡ ὑπὸ $ΑΒΓ$ τῆς ὑπὸ $ΘΒΗ$, τοιούτων τῆς
κατὰ κορυφὴν τῆς ὑπὸ $ΝΒΓ$, καὶ πολλῶν ἡ ὑπὸ $ΑΒΓ$ ἐλάσ-
σων, ὥστε τὴν $ΒΜ$ τέμνεσθαι ὑπὸ τῆς $ΘΑ$ κατὰ τὸ $Κ$ 25
καὶ φανερὸν ὅτι οὐ τὴν $ΜΓ$ τέμνει, ἵνα μὴ τὴν $ΑΜ$ ἐκ-
βαλλομένην τέμῃ κατ' ἄλλο σημεῖον τοῦ $Α$. ἐπεὶ οὖν αἱ
 $\Delta ΕΒ ΒΑΓ$ ταῖς $\Delta ΖΒ ΒΑΓ$ ἴσαι εἰσιν [υποκείνται γὰρ

3. ὅτι — εἰσιν interpolatori tribuit Hu 8. γὰρ — 45. αἱ $Μ Μ$ |
conf. p. 323 adnot. 40—42. manifesta glossemata duo del. Hu

13. αἱ $\overline{ΑΒ}$ A, distinx. BS 45. κατὰ τὰ $ΗΑΓ$ A, distinx. BS 46. ἡ
 $ΕΗ$ Co Sea pro ἡ $ΘΗ$ 20. ἄρα τὰ $ΘΑ$ A, distinx. BS 23. τῆς
ὑπὸ $ΘΒΒ$ ABS, corr. Co Sea 26. 27. καὶ φανερόν — τοῦ A inter-
polatori tribuit Hu

terum aequalis sit summae laterum triangulorum $\zeta\delta\beta$ $\alpha\beta\gamma$, ipsa triangula autem necessario illis dissimilia (hoc enim construi posse *infra propos. 8* demonstrabitur); dico esse $\Delta \zeta\delta\beta + \Delta \alpha\beta\gamma > \Delta \epsilon\delta\beta + \Delta \lambda\beta\gamma$.

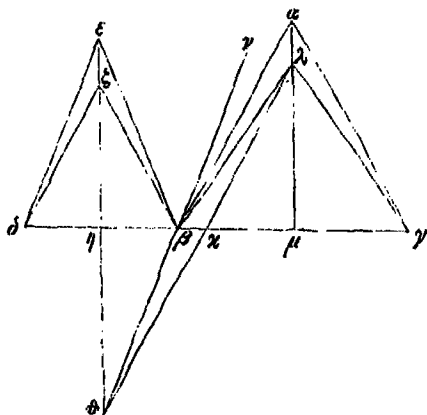


lungantur $\epsilon\zeta$ $\alpha\lambda$ producanturque ad bases; has igitur bifariam et ad rectos angulos secabunt. Sunt enim $\epsilon\delta = \epsilon\beta$, et $\epsilon\zeta = \epsilon\lambda$, et $\delta\zeta = \beta\lambda$, quia triangula aequicruria sunt, ideoque anguli aequales, itaque etiam anguli externi $\zeta\zeta$ aequa-

les sunt; sed etiam anguli $\delta\beta$ aequales; ergo etiam reliqui $\eta\eta$; hi igitur recti sunt, et aequales $\delta\eta\eta\delta$. Similiter etiam $\beta\mu\mu\beta$ aequales et anguli $\mu\mu$ recti sunt. Rectae igitur $\epsilon\zeta$ $\alpha\lambda$ productae secant bases in punctis $\eta\mu$, et producantur $\epsilon\eta$ eique aequalis ponatur $\eta\theta$, et iungatur $\theta\beta$; anguli igitur $\epsilon\beta\eta$ $\theta\beta\eta$ aequales erunt. Sed est angulus $\epsilon\beta\eta$ maior angulo $\alpha\beta\gamma$ (quia etiam angulo $\zeta\beta\eta$, qui ipsi $\alpha\beta\gamma$ aequalis est; nam triangula $\zeta\delta\beta$ $\alpha\beta\gamma$ similia sunt); itaque etiam angulus $\theta\beta\eta$ maior est angulo $\alpha\beta\gamma$. Ergo recta puncta $\theta\lambda$ iungens secat rectam $\beta\mu$, supposita scilicet recta $\delta\beta\gamma$ et producta $\theta\beta\gamma$ extra $\alpha\beta$, quia angulus $\alpha\beta\gamma$ minor est angulo $\theta\beta\eta$, id est angulo $\nu\beta\gamma$ ad verticem; et angulus $\lambda\beta\gamma$ multo minor est angulo $\nu\beta\gamma$; itaque $\beta\mu$ recta $\theta\lambda$ secatur, *utque* in puncto κ [et apparet punctum κ non inter $\mu\gamma$ cadere; nam si ita esset, recta $\theta\lambda$ ipsam $\lambda\mu$ productam secaret in alio puncto ac λ]. Iam quia ex hypothesi sunt

$$\delta\epsilon + \epsilon\beta + \beta\lambda + \lambda\gamma = \delta\zeta + \zeta\beta + \beta\alpha + \alpha\gamma, \text{ atque} \\ \text{item diuidiae partes}$$

ισοπερίμετροι), καὶ αἱ ἰμίσαιαι αἱ $ΕΒΑ$, τοιτέστιν αἱ $ΘΒΑ$, ταῖς $ΖΒΑ$ ἴσαι εἰσίν, αἱ δὲ $ΘΒΑ$ τῆς $ΘΑ$ μεί-



ζονές εἰσιν, καὶ αἱ $ΖΒΑ$ ἄρα τῆς $ΘΑ$ μείζονές εἰ-
σιν. καὶ τὸ ἀπὸ συναμφοτέρων ἄρα τῆς $ΖΒΑ$ ὡς μιᾶς μείζον ἔστιν τοῦ ἀπὸ $ΘΑ$.¹⁰ ἀλλὰ τῷ μὲν ἀπὸ συναμφοτέρων τῆς $ΖΒΑ$ ὡς μιᾶς ἴσαι εἰσὶν τὰ ἀπὸ συναμφοτέρων
τῆς $ΖΗΑΜ$ με-
τὰ τοῦ ἀπὸ συν-

αμφοτέρων τῆς $ΗΒΜ$ ὡς μιᾶς, τοιτέστιν τοῦ ἀπὸ $ΗΜ$, διὰ τὴν τῶν $ΗΖΒ$ $ΒΑΜ$ τριγώνων ὁρθογωνίων ὁμοιότητα (τοῦτο γὰρ προεδείχθη), τῷ δὲ ἀπὸ $ΘΑ$, τοιτέστιν²⁰ τῷ ἀπὸ συναμφοτέρων τῆς $ΘΚΚΑ$ ὡς μιᾶς, ἴσαι ἔστιν τὰ ἀπὸ συναμφοτέρων τῆς $ΑΜΗΘ$ ὡς μιᾶς, τοιτέστιν τοῦ ἀπὸ $ΑΜ$ $ΗΕ$ ὡς μιᾶς, μετὰ τοῦ ἀπὸ συναμφοτέρων τῆς $ΗΚΚΜ$ ὡς μιᾶς, τοιτέστιν τοῦ ἀπὸ $ΗΜ$, διὰ τὸ αὐτὸ προεδειχθέν· τὸ ἄρα ἀπὸ συναμφοτέρων τῆς $ΑΜΖΗ$ ὡς²⁵ μιᾶς μετὰ τοῦ ἀπὸ $ΗΜ$ μείζον ἔστι τοῦ ἀπὸ συναμφοτέρων τῆς $ΕΗΑΜ$ ὡς μιᾶς μετὰ τοῦ ἀπὸ $ΗΜ$. κοινὸν ἀφηρήσθω τὸ ἀπὸ $ΗΜ$ · λοιπὸν ἄρα τὸ ἀπὸ συναμφοτέρων τῆς $ΖΗΑΜ$ ὡς μιᾶς μείζον ἔστιν τοῦ ἀπὸ συναμφοτέρων τῆς $ΗΕΑΜ$ ὡς μιᾶς· καὶ μήκει ἄρα μείζων ἢ $ΖΗΑΜ$ ὡς³⁰ μία τῆς $ΕΗΑΜ$ ὡς μιᾶς. τὰ δ' ἐπὶ τὸ αὐτὸ ὕψος ἦντα τρίγωνα πρὸς ἄλληλά ἔστιν ὡς αἱ βάσεις· ἔστιν ἄρα ὡς μὲν ἢ $ΗΕ$ πρὸς $ΗΖ$, τὰ τε ἡμίση τῶν τριγώνων τὸ $ΕΗΒ$ πρὸς $ΖΗΒ$ καὶ τὰ ὕλα τρίγωνα [διπλάσια] τὸ $ΑΕΒ$ πρὸς $ΑΖΒ$, ὡς δὲ ἢ $ΑΜ$ πρὸς $ΜΑ$, τὸ $ΜΑΓ$ πρὸς τὸ $ΜΑΓ$,³⁵ καὶ τὸ διπλάσιον $ΒΑΓ$ πρὸς τὸ $ΒΑΓ$ · καὶ συνθέντι ἄρα

$$\epsilon\beta + \beta\lambda = \zeta\beta + \beta\alpha, \text{ id est}$$

$$\vartheta\beta + \beta\lambda = \zeta\beta + \beta\alpha, \text{ et}$$

$$\vartheta\beta + \beta\lambda > \vartheta\lambda, \text{ ergo etiam sunt}$$

$$\zeta\beta + \beta\alpha > \vartheta\lambda, \text{ itaque}$$

$$\zeta\beta + \beta\alpha^2 > \vartheta\lambda^2. \text{ Sed superiore lemmae demonstra-}$$

vimus esse 'similia enim sunt tri-
angula orthogonia $\zeta\eta\beta$ $\alpha\mu\beta$.'

$$\zeta\beta + \beta\alpha^2 = (\zeta\eta + \alpha\mu)^2 + (\eta\beta + \beta\mu)^2, \text{ id est}$$

$$= (\zeta\eta + \alpha\mu)^2 + \eta\mu^2, \text{ atque item}$$

$$\vartheta\lambda^2, \text{ id est } (\vartheta\lambda + \lambda\lambda)^2 = (\lambda\mu + \vartheta\eta)^2 + (\eta\lambda + \lambda\mu)^2, \text{ id est}$$

$$= (\lambda\mu + \epsilon\eta)^2 + \eta\mu^2; \text{ ergo sunt}$$

$$\zeta\eta + \alpha\mu)^2 + \eta\mu^2 > (\lambda\mu + \epsilon\eta)^2 + \eta\mu^2. \text{ Commune}$$

auferatur $\eta\mu^2$, restat igitur

$$\zeta\eta + \alpha\mu^2 > (\lambda\mu + \epsilon\eta)^2; \text{ ergo etiam}$$

$$\zeta\eta + \alpha\mu > \lambda\mu + \epsilon\eta. \text{ Sed triangula eadem altitudine}$$

inter se sunt ut bases; est igitur

$$\epsilon\eta : \zeta\eta = \Delta \epsilon\eta\beta : \Delta \zeta\eta\beta, \text{ et, quia triangula } \epsilon\eta\beta \zeta\eta\beta$$

sunt dimidia $\epsilon\delta\beta$ $\zeta\delta\beta$,

$$= \Delta \epsilon\delta\beta : \Delta \zeta\delta\beta. \text{ Atque item}$$

$$\lambda\mu : \alpha\mu = \Delta \lambda\mu\gamma : \Delta \alpha\mu\gamma, \text{ ac dupla item, id est}$$

$$= \Delta \lambda\beta\gamma : \Delta \alpha\beta\gamma; \text{ ergo compositis proportio-}$$

nibus, id quod deinceps demonstra-
bitur, est ¹⁾

1) Merito haec quae, ut in Graecis exsant, ita repetivimus cor-
rupta esse videantur; sed multo etiam difficultas augetur ipsa demon-
stratione, quam promittit scriplor (conf. p. 332, 11), deperdita. Equi-
dem existimo et hoc loco et infra cap. 47 ipsam Pappi demonstrationem
iam ex codice aliquo vetustissimo evanuisse, ac tum dubia illa quae
supra leguntur inculcata esse ab interpolatore, qui tamen non valuerit
ostendere id de quo ambigitur, qua ratione quibusque terminis stare
possit aequatio $\frac{\epsilon\eta + \lambda\mu}{\zeta\eta + \alpha\mu} = \frac{\epsilon\eta \cdot \eta\beta + \lambda\mu \cdot \mu\gamma}{\zeta\eta \cdot \eta\beta + \alpha\mu \cdot \mu\gamma}$

9. $\mu\epsilon\lambda\zeta\omega\rho$ AB Paris. 2368, $\mu\epsilon\lambda\zeta\omega\rho$ S, corr. Hu 13. $ZH\Lambda$ $\acute{\omega}\varsigma$ —
16. $\tau\eta\varsigma$ (ante $ZH\Lambda M$) add. A² in marg. 19. $\tau\acute{\omega}\rho HZH B\Lambda M$ Sea (per-
erorem) 22. $\tau\eta\varsigma AMH\theta$ ABS, distinx. Co 23. $\acute{\alpha}\pi\theta AMH$ $\acute{\epsilon}\omega\varsigma$
ABS, corr. Co 26. $\mu\epsilon\lambda\zeta\omega\rho$ add. Sea, maius Co. in A est lacuna unius
litterae (In archetypo igitur compendium scripturae fuit. 27. $\tau\eta\varsigma MH$
 AM Sea 30. $H\Lambda M$ ABS, distinx. Co. $H\theta AM$ Sea 31. $\mu\epsilon\lambda$ Hu
auctore Co pro $\mu\acute{\alpha}\varsigma$ 32. $\tau\eta\varsigma EH\Lambda M$ ABS, distinx. Co 34. $\delta\iota\pi\lambda\acute{\alpha}\sigma\iota\alpha$
del. Hu

πρὸς συγχείμενον τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον ὡς ἰ, $ΕΗ ΑΜ$ πρὸς τὴν $ΖΗ ΑΜ$, τὰ $ΑΕΒ ΒΑΓ$ τρίγωνα πρὸς τὰ $ΑΖΒ ΑΒΓ$ τρίγωνα· καὶ τοῦτο γὰρ ἐξῆς. ἐλάσσων δὲ συναμφοτέρως ἰ, $ΕΗ ΑΜ$ τῆς $ΖΗ ΑΜ$ συναμφοτέρων· ἐλάσσονα ἄρα καὶ τὰ συναμφοτέρω $ΑΕΒ ΒΑΓ$ τρίγωνα τῶν $ΑΖΒ ΒΑΓ$ συναμφοτέρων τριγώνων.

- 15 ἰ'. Ἐστω ἐπὶ ἀνίσων βάσεων τῶν $ΑΒ ΓΔ$ ἰσοσκελῆ τρίγωνα τὰ $ΑΕΒ ΓΖΔ$, καὶ ἡ μὲν $ΑΒ$ τῇ $ΓΖ$ ἴση ἔστω, ἡ δὲ $ΑΒ$ τῆς $ΓΔ$ μείζων (ἀνόμοια ἄρα τὰ τρίγωνα)· δεῖ δὴ ἐπὶ τῶν $ΑΒ ΓΔ$ ἴμοια ἰσοσκελῆ τρίγωνα συστήσασθαι,¹⁰ ὥστε τὰς δ' πλευρὰς αὐτῶν ἅμα ἴσας εἶναι ταῖς $ΑΕΒ ΓΖΔ$ ἅμα.

Ἐκκείσθω γὰρ ἡ $ΗΘ$ εὐθεῖα ἴση οὖσα ταῖς $ΑΕΒ ΓΖΔ$, καὶ τετμήσθω κατὰ τὸ $Κ$, ὥστε εἶναι ὡς τὴν $ΗΚ$ πρὸς $ΚΘ$, οὕτως τὴν $ΑΒ$ βάσιν πρὸς τὴν $ΓΔ$, τετμήσθω δὲ καὶ ἑκα-¹⁵ τέρα τῶν $ΗΚ ΚΘ$ διχα κατὰ τὰ $Α Μ$ σημεία. ἐπεὶ οὖν ἡ $ΗΘ$ συναμφοτέρων τῶν $ΑΒ ΓΔ$ μείζων ἐστὶν ὅτι καὶ αἱ $ΑΕΒ ΓΖΔ$, καὶ ἐστὶν ὡς ἡ $ΑΒ$ πρὸς $ΓΔ$, ἡ $ΗΚ$ πρὸς $ΚΘ$, μείζων ἄρα καὶ ἡ μὲν $ΗΚ$ τῆς $ΑΒ$, ἡ δὲ $ΚΘ$ τῆς $ΓΔ$. καὶ τέτμηται ἑκατέρω διχα· τῶν ἄρα $ΑΒ ΗΑ ΑΚ$ αἱ δύο²⁰ τῆς λοιπῆς μείζονές εἰσιν πάντῃ μεταλαμβάνόμεναι, ὁμοίως καὶ τῶν $ΓΔ ΚΜ ΜΘ$. συνεστάτω οὖν ἐκ μὲν τῶν $ΑΒ ΗΑ ΑΚ$ τὸ $ΑΞΒ$ τρίγωνον (φανερόν γὰρ ὅτι ἔξω πίπτουσιν τῶν $ΑΕΒ$ διὰ τὸ μείζους εἶναι τὰς $ΗΑΚ$ τῶν $ΑΕΒ$ · ἡ μὲν γὰρ $ΑΕΒ$ ἴμοια τῆς $ΗΘ$, ἴσαι γὰρ αἱ $ΑΕΒ$ ταῖς²⁵ $ΓΖΔ$, καὶ αἱ δ' ἅμα εὐθεῖαι τῇ $ΗΘ$, ἡ δὲ $ΗΚ$ μείζων ἢ ἴμοια τῆς $ΗΘ$), ἐκ δὲ τῶν $ΓΔ ΚΜΘ$ τὸ $ΓΝΔ$ (ὁμοίως

1. 2. πρὸς τὴν $Ηυ$ pro πρὸς τὸ 2. πρὸς τὰ $ΑΖΒ$ ABS, corr. Co

4. ἐλάσσον ἄρα Α, ἐλάσσον ἄρα Β, corr. S 7. $\overline{H}$ Α' in marg. (B), om. S ante "Ἐστω legi voluit Co: Τὸ δὲ ὑπερτεθὲν δειχθήσεται οὕτως quod autem positum est ita ostendetur) 8. τὰ $ΑΕΒ$ ABS, corr. Co Sca

10. τῶν $ΑΒΓΔ$ AS, distinx. B Co 11. ὡς τὸ τῆς $Δ$ πλευρὰς $ΑΒΓ$ S,

ὡς τε τὰς corr. B³, accentus quoque corr. Co 16. κατὰ τὰ $ΑΜ$ Α,

distinx. BS 17. τῶν $ΑΒΓΔ$ Α, distinx. BS 21. πάντῃ Α, corr. B

Paris. 2308 24. τὰς $\overline{H}$ ΑΚ Α, conianx. BS

$$\frac{\epsilon\eta + \lambda\mu}{\zeta\eta + \alpha\mu} = \frac{\Delta \epsilon\delta\beta + \Delta \lambda\beta\gamma}{\Delta \zeta\delta\beta + \Delta \alpha\beta\gamma}. \quad \text{Sed erant}$$

$$\zeta\eta + \alpha\mu > \epsilon\eta + \lambda\mu; \text{ ergo etiam sunt}$$

$$\Delta \zeta\delta\beta + \Delta \alpha\beta\gamma > \Delta \epsilon\delta\beta + \Delta \lambda\beta\gamma.$$

VIII. Quod autem supra [p. 325] dilatum est, sic de-Prop.
monstrabitur. Sint in basibus inaequalibus $\alpha\beta$ $\gamma\delta$ aequi-
eruria triangula $\epsilon\alpha\beta$ $\zeta\gamma\delta$, et sit $\alpha\epsilon = \gamma\zeta$, et $\alpha\beta > \gamma\delta$ ergo
dissimilia sunt triangula; oportet igitur in *basibus* $\alpha\beta$ $\gamma\delta$
similia triangula aequieruria ita constituere, ut eorum summa
quattuor laterum aequalis sit summae $\alpha\epsilon + \epsilon\beta + \gamma\zeta + \zeta\delta$.



Exponatur enim recta $\eta\theta = \alpha\epsilon + \epsilon\beta + \gamma\zeta + \zeta\delta$,
quae in puncto κ ita secetur, ut sit $\eta\kappa : \kappa\theta = \alpha\beta : \gamma\delta$,
atque etiam utraque rectarum $\eta\kappa$ $\kappa\theta$ bifariam in punctis
 λ μ secetur. Iam quia est

$$\eta\theta > \alpha\beta + \gamma\delta \quad (\text{quoniam } \alpha\epsilon + \epsilon\beta > \alpha\beta, \text{ et } \gamma\zeta + \zeta\delta > \gamma\delta), \text{ et}$$

$$\alpha\beta : \gamma\delta = \eta\kappa : \kappa\theta, \text{ est igitur}$$

$$\eta\kappa > \alpha\beta, \text{ et } \kappa\theta > \gamma\delta. \quad \text{Et utraque bifariam secta}$$

$$\text{est; ergo est}$$

$$\eta\lambda + \lambda\kappa > \alpha\beta, \text{ et } \alpha\beta + \lambda\kappa > \eta\lambda, \text{ et}$$

$$\alpha\beta + \eta\lambda > \lambda\kappa, \text{ ac similiter}$$

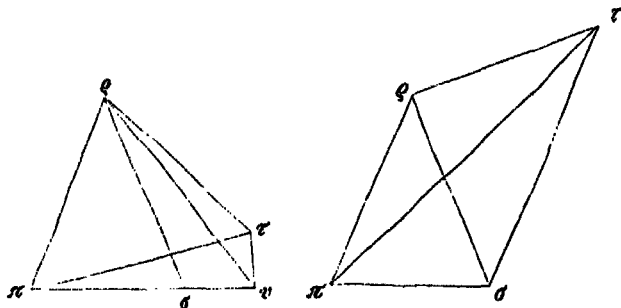
$$\kappa\mu + \mu\theta > \gamma\delta, \text{ et } \gamma\delta + \mu\theta > \kappa\mu, \text{ et}$$

$$\gamma\delta + \kappa\mu > \mu\theta.$$

Iam primum ex $\alpha\beta$ $\eta\lambda$ $\lambda\kappa$ construat^rur triangulum $\alpha\zeta\beta$ (at-
que appareat *latera* $\alpha\zeta$ $\zeta\beta$ extra $\alpha\epsilon$ $\epsilon\beta$ cadere, quia sunt
 $\eta\lambda + \lambda\kappa > \alpha\epsilon + \epsilon\beta$; sunt enim $\alpha\epsilon + \epsilon\beta = \gamma\zeta + \zeta\delta =$
 $\frac{1}{2} \eta\theta$ (quia $\alpha\epsilon + \epsilon\beta + \gamma\zeta + \zeta\delta = \eta\theta$, et $\eta\lambda + \lambda\kappa >$
 $\frac{1}{2} \eta\theta$), tum ex $\gamma\delta$ $\kappa\mu$ $\mu\theta$ triangulum $\gamma\nu\delta$ (similiter enim

γὰρ ἔδον συνίστανται, καὶ φανερόν ὅτι ὅμοια ἔσται τὰ
 τρίγωνα, ἐπεὶ ἔστιν ὡς ἡ AB πρὸς $ΓΔ$, οὕτως ἡ HK πρὸς
 $KΘ$, καὶ αἱ ἰμίστιαι ἢ τε HA πρὸς KM καὶ ἡ AK πρὸς
 MO , καὶ αἱ ἴσαι συνιστάμεναι ἡ $ΑΞ$ πρὸς $ΓΝ$ καὶ ἡ $ΒΞ$
 πρὸς AN . 5

16 [Τὸ δὲ $ΑΕΒ$ τρίγωνον τοῦ $ΓΖΔ$ τριγώνου ποτὲ μὲν
 μείζον γίνεταί, ποτὲ δὲ ἴσους, ποτὲ δὲ ἴσον αὐτῷ. ἔστιν

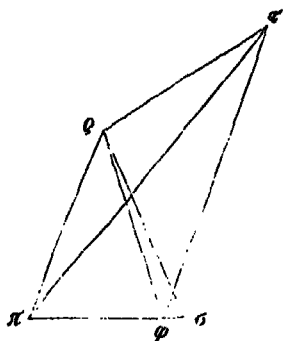


γὰρ τρίγωνον τὸ $ΠΡΣ$ ἴσιν ἔχον τὴν μὲν $ΠΡ$ τῇ $ΖΓ$, τὴν
 δὲ $ΡΣ$ τῇ $ΑΖ$, τὴν δὲ $ΠΣ$ τῇ $ΓΔ$. ἴσα ἄρα καὶ ὅμοιά ἐσιν
 τὰ $ΓΖΔ$ $ΠΡΣ$ τρίγωνα ἀλλήλοις. ἐπεὶ οὖν ἡ AB μείζων ἐστὶν ¹⁰
 τῆς $ΓΔ$, τοντέστιν τῆς $ΠΣ$, καὶ αἱ $ΑΕΒ$ ἴσαι ταῖς $ΠΡΡΣ$
 ἐπεὶ καὶ ταῖς $ΓΖΔ$ ἑκατέρω ἑκατέρω, γωνία ἄρα ἡ ἐπὶ
 $ΑΕΒ$ τῆς ὑπὸ $ΠΡΣ$ μείζων ἐστὶν ἐπεὶ καὶ τῆς ὑπὸ $ΓΖΔ$
 μείζων ἐστὶν). κείσθω ἡ ὑπὸ $ΠΡΤ$ γωνία τῇ $Ε$ ἴση, καὶ
 ἡ $ΡΤ$ τῇ $ΡΣ$, καὶ ἐπέξείχθω ἡ $ΠΤ$. ἴσον ἄρα καὶ ὅμοιον ¹⁵
 τὸ $ΠΡΤ$ τρίγωνον τῷ $ΑΕΒ$ τριγώνῳ. ἐκβεβλήσθω δὲ ἡ
 $ΠΣΥ$, καὶ τῇ AB ἴση ἡ $ΠΥ$, καὶ ἐπέξείχθω ἡ $ΡΥ$. μεί-
 ζων ἄρα ἡ $ΡΥ$ τῆς $ΡΣ$ καὶ τῆς $ΡΤ$ ἑκατέρα γὰρ τῶν $ΠΡ$
 $ΡΤ$ ἴση ἐστὶν τῇ $ΡΣ$. τὸ οὖν $ΠΡΤ$ τρίγωνον τῷ $ΑΕΒ$
 ἴσον ἐστὶν καὶ ὅμοιον, τῷ δὲ $ΠΡΣ$ τὸ $ΠΡΤ$ ἴσος ἐστὶν, ²⁰
 ἐὰν ἡ $ΤΣ$ παράλληλος ἢ τῇ $ΠΠ$, καὶ αἱ ἐναλλάξ γωνίαι
 ἴσαι ὡσιν αἱ ἐπὶ $ΠΠΤ$ $ΠΤΣ$ (ἐπὶ γὰρ τῆς αὐτῆς βάσεως

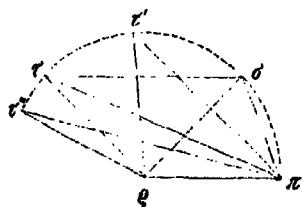
4. συνιστάμεναι conl. Hu, constitutae sunt Co 6 — p. 333, 10.
 totum caput 16 interpolatum esse videtur 45. ἡ PC τῇ PT AB ,

latera $\gamma\nu$ $\nu\delta$ intra $\gamma\zeta$ $\zeta\delta$ positae sunt. Et apparet triangula $\alpha\xi\beta$ $\gamma\nu\delta$ similia fore, quoniam est $\alpha\beta : \gamma\delta = \eta\kappa : \kappa\theta = \eta\lambda : \lambda\mu = \lambda\chi : \mu\vartheta$, id est $= \alpha\xi : \gamma\nu = \xi\beta : \nu\delta$.

Sed triangulum $\alpha\epsilon\beta$ modo maius, modo minus sit triangulo $\gamma\zeta\delta$, modo eidem aequale¹. Sit enim triangulum $\pi\rho\sigma$, cuius latus $\pi\rho = \gamma\zeta$, et $\rho\sigma = \zeta\delta$, et $\pi\sigma = \gamma\delta$; ergo est $\Delta\pi\rho\sigma \sim \Delta\gamma\zeta\delta$. Iam quin est $\alpha\beta > \gamma\delta$, id est $> \pi\sigma$, et $\alpha\epsilon + \epsilon\beta = \pi\rho + \rho\sigma$ (quia $\alpha\epsilon + \epsilon\beta = \gamma\zeta + \zeta\delta$), angulus igitur $\alpha\epsilon\beta$ maior est angulo $\pi\rho\sigma$ (quoniam angulo $\gamma\zeta\delta$ maior est). Ponatur $\angle\pi\rho\tau = \angle\alpha\epsilon\beta$, et $\rho\tau = \rho\sigma$, et iungatur $\pi\tau$; ergo est $\Delta\pi\rho\tau \sim \Delta\alpha\epsilon\beta$. Producat $\pi\sigma$ ad ν , sitque $\pi\nu = \alpha\beta$, et iungatur $\rho\nu$; est igitur $\rho\nu > \rho\sigma$, itemque $> \rho\tau$ (est enim $\rho\tau = \rho\sigma$). Iam triangulum $\pi\rho\tau$ triangulo $\alpha\epsilon\beta$ aequale est et simile; idem autem triangulum $\pi\rho\tau$ aut triangulo $\pi\rho\sigma$ aequale est, si recta $\tau\sigma$ parallela sit ipsi $\rho\tau$, et anguli alterni $\rho\tau\sigma$ $\pi\tau\sigma$ aequales sint nam in



1) Latino sermone haec expressimus, sicut Graece cap. 16 tradita sunt; sed tamen totus locus interpolatus esse videtur. Mitto ambages scriptoris vix tolerabiles; maxime autem in eo peccat, quod $\pi\nu$ aequalem $\alpha\beta$ ponit; hoc enim nihil ad rem, quoniam id tantummodo agitur, utrum recta per τ ipsi $\rho\tau$ parallela ducta extra σ cadat, an intra, an in ipsum σ . Ne multa, ad



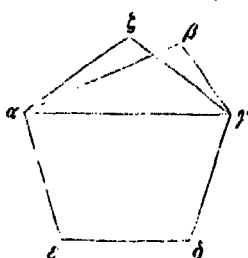
modum eius quam hic adscribimus figurae binorum triangulorum aequicrurium prae comparandae et termini definiendi erant.

corr. Hu auctore Co 18. 19. $\epsilon\chi\alpha\tau\epsilon\alpha$ — $\tau\eta$ $P\sigma$ satius erat scribere $\tau\sigma$ $\gamma\alpha\tau\epsilon$ η $P\tau$ $\tau\eta$ $P\sigma$, optimum autem hanc parenthesin tamquam concomitantem omittere 22. $\omega\sigma\tau\eta$ Hu auctore Co pro $\epsilon\tau\sigma\tau$

ἔστιν τῆς PII τὰ τρίγωνα καὶ ἐν ταῖς αὐταῖς παραλλήλοις $PII TS$, ἡ μείζων ἐστὶν αὐτοῦ, ἐὰν ἡ TY παράλληλος ἢ τῇ PII , καὶ ἡ ὑπὸ PIY γωνία τῇ ἐναλλὰξ ὑπὸ $PIIT'$ ἴση γίνεταί γάρ πάλιν τὸ PPT ἴσον τῷ PYI . μείζον δὲ τὸ PPY τοῦ PPS . καὶ τὸ IPT ἄρα μείζον ἐστὶν τοῦ PPS . ἐὰν δὲ ἡ $TΦ$ παράλληλος ἢ τῇ PII , διὰ τὰς ἴσας ἐναλλὰξ ὑπὸ $PIIT$ $ITTΦ$ γωνίας καὶ τὸ PPT ἴσον τῷ $PIIΦ$, ὥστε μείζον εἶναι τὸ PPS τοῦ $IIPΦ$, τουτέστιν τοῦ IPT , ὥστε καὶ τὸ $ΑΕΒ$ τρίγωνον ἴσον ὃν τῷ IPT τριγώνῳ ἔχει μείζον ἐστὶν ἢ ἴσον ἢ ἑλασσον τοῦ PPS , τουτέστιν τοῦ $ΓΖΑ$.¹⁰

17 Τὸ λοιπὸν τῶν ἐν ὑπερθέσει * * * * *

18 9. Τούτων προγραφέντων τὸ προκείμενον δείξομεν, τουτέστιν ὅτι τῶν ἰσοπεριμέτρων εὐθυγράμμων σχημάτων καὶ τὰς πλευρὰς ἰσοπληθεῖς ἐχόντων τὸ μέγιστον ἰσόπλευρόν τε ἐστὶν καὶ ἰσογώνιον.¹⁵



Ἐστω γάρ πολὺπλευρον τὸ $ΑΒΓΔΕ$ μέγιστον τῶν ἰσοπεριμέτρων αὐτῷ καὶ ἰσοπληθεῖς πλευρὰς ἐχόντων· λέγω ὅτι ἰσόπλευρόν ἐστίν. μὴ γάρ, ἀλλ' εἰ δυνατόν, ἔστωσαν αἱ $ΑΒΓ$ ἄνισοι, καὶ ἐπεξέχθω ἡ $ΑΓ$, ἐξ ἧς συναστὰς τρίγωνον ἰσοσκελὲς τὸ $ΑΖΓ$, ὥστε συναμφοτέρως τὰς $ΑΖΓ$ ἴσας εἶναι συναμφοτέραις ταῖς $ΑΒΓ$ διὰ τὸ δ'. ἐπεὶ οὖν πρὸς τριῶν ἐδείχθη ὅτι τῶν ἐπὶ τῆς αὐτῆς βάσεως ἰσοπεριμέτρων τριγώνων τὸ ἰσοσκελὲς μέγιστόν ἐστιν, μείζον ἄρα τὸ $ΑΖΓ$ τοῦ $ΑΒΓ$ τριγώνου. κοινὸν προστεθέντος τοῦ $ΑΓΔΕ$ τετραπλεύρου ἔσται τι χωρίον τὸ $ΖΓΑΒΑ$ τοῦ $ΑΒΓΔΕ$ μεγίστου, ἰσοπεριμέτρον αὐτῷ καὶ ἰσαγώνιον²⁰ πλευρὰς ἔχον, μείζον, ὅπερ ἀδύνατον· ἰσόπλευρον ἄρα ἐστὶν τὸ $ΑΒΓΔΕ$. καὶ φανερόν ὅτι τὸ ἰσοπλευρότερον αἰ

3. ἐὰν ἡ S , εἰρη ἡ A , ἐὰν ἡ ἡ B

9. 10. μείζον ἐστι (sic, A

12. 6 A¹ in marg. (BS); 24. τὰ $ΑΖΓ$ A, corr. BS 26. πρὸς τριῶν. non πρὸς τετάρων scriptor et hoc loen et paulo post numerat, quia

eadem basi $q\pi$ et inter easdem parallelas $q\pi$ $\tau\sigma$ sunt triangula,

aut maius est triangulo $\pi\rho\sigma$, si recta $\tau\nu$ ipsi $q\pi$ parallela et angulus $\pi\tau\nu$ alterno $q\pi\tau$ aequalis sit (nam rursus fit $\Delta \pi\tau = \Delta \pi\rho\nu$; sed est $\Delta \pi\rho\nu > \Delta \pi\rho\sigma$; ergo etiam $\Delta \pi\tau > \Delta \pi\rho\sigma$),

aut denique minus est triangulo $\pi\rho\sigma$, si recta $\tau\varphi$ ipsi $q\pi$ parallela sit (propter aequales angulos alternos $q\pi\tau$ $\pi\tau\varphi$ et triangulorum $\pi\tau\varphi$ $\pi\rho\varphi$ aequalitatem, ita ut sit $\Delta \pi\rho\sigma > \Delta \pi\rho\varphi$, id est $> \Delta \pi\tau$);

itaque etiam triangulum $\alpha\beta\gamma$, quippe quod aequale sit ipsi $\pi\tau$, aut aequale est triangulo $\pi\rho\sigma$, id est $\gamma\zeta\delta$, aut eodem maius, aut minus.]

Sequitur alterum quod supra dilatum est², ***** Prop. 9

IX. His praemissis id quod propositum erat (*supra* Prop. 10 p. 317) demonstrabimus, id est, figurarum rectilinearum, quae aequalem perimetrum eundemque laterum numerum habent, maximam esse aequilateram et aequiangulam.

Sit enim polygonum $\alpha\beta\gamma\delta\epsilon$ maximum eorum, quae aequalem perimetrum eundemque laterum numerum habent; dico hoc aequilaterum esse.

Esi non est; tamen, si fieri possit, non sit $\alpha\beta = \beta\gamma$, et iungatur $\alpha\gamma$, in qua triangulum aequicrurum $\alpha\zeta\gamma$ ita constituatur, ut sint $\alpha\zeta + \zeta\gamma = \alpha\beta + \beta\gamma$, iuxta IV lemma. Iam quia V lemma demonstravimus triangulorum, quae aequalem perimetrum et eandem basim habent, aequicrurum maximum esse, triangulum igitur $\alpha\zeta\gamma$ maius est triangulo $\alpha\beta\gamma$. Communi appposito quadrilatero $\alpha\gamma\delta\epsilon$ erit spatium quoddam $\zeta\gamma\delta\epsilon\alpha$ et aequalem perimetrum eundemque laterum numerum habens ac polygonum $\alpha\beta\gamma\delta\epsilon$ et eodem maius, cum tamen ex hypothesis $\alpha\beta\gamma\delta\epsilon$ maximum sit, quod quidem fieri non potest; ergo $\alpha\beta\gamma\delta\epsilon$ aequilaterum est. Atque apparet polygonum,

² Vide supra p. 317 cum adnot. 4.

Illud quod supra est lemma VI tamquam corollarium lemmati VII subiungit

μεῖζον· καὶ γὰρ τὸ ἰσοσκελέςτερον αἰεὶ μεῖζον, ὡς ἐδείχθη, πρὸ τριῶν.

- 19 ι'. Λέγω δὴ ὅτι καὶ ἰσογώνιον ἔστι τὸ $ΑΒΓΔΕ$ πολέπλευρον. μὴ γάρ, ἀλλ' εἰ δυνατόν, ἔστω ἡ $Β$ γωνία τῆς $Α$ μεῖζων. καὶ ἡ $ΑΓ$ εὐθεία τῆς $ΓΕ$ ἄρα μεῖζων ἴσαι γὰρ αἱ $ΑΒΓ$ $ΓΔΕ$. συνεστάτω ἐπὶ τῶν $ΑΓ$ $ΓΕ$ ἀνίσων ὁμοία ἰσοσκελῆ τρίγωνα, ὡς πρὸ ἐνὸς ἐδείχθη, τὰ $ΑΖΓ$ $ΓΗΕ$ τὰς $ΑΖΓ$ $ΓΗΕ$ πλευρὰς συναμφοτέρας ἴσας ἔχοντα συναμφοτέραις ταῖς $ΑΒΓ$ $ΓΔΕ$. μεῖζονα δὴ ἔσται τὰ συσταθέντα τὰ $ΑΖΓ$ $ΓΗΕ$ ἅμα τῶν ἐξ ἀρχῆς $ΑΒΓ$ $ΓΔΕ$. καὶ τοῦτο γὰρ δέδεικται πρὸ δύο. κοινὰ προστεθέντος τοῦ $ΑΓΕ$ τριγώνου ἔσται τὸ αὐτὸ ἵσοπλον· τὸ γὰρ $ΑΖΓΗΕ$ μεῖζον ἔσται τοῦ $ΑΒΓΔΕ$ μεγίστου καὶ ἰσοπεριμέτρου αὐτοῦ. καὶ ἰσογώνιον τὸ $ΑΒΓΔΕ$ πολέπλευρον· τῶν ἄρα ἰσοπεριμέτρων ἐξενυγράμμιων σχημάτων καὶ τὰς πλευρὰς ἰσοπληθεῖς ἐχόντων τὸ μέγιστον ἰσόπλευρόν τε ἔστιν καὶ ἰσογώνιον.

Καὶ δῆλον ὅτι μέγιστος πάντων τῶν ἰσοπεριμέτρων σχημάτων ὁ κύκλος, ἐπειδὴ τοῦ ἰσοπεριμέτρου τεταγμένου σχήματος, ὅ ἐστιν ἰσόπλευρόν τε καὶ ἰσογώνιον, ἐδείχθη, μεῖζον.

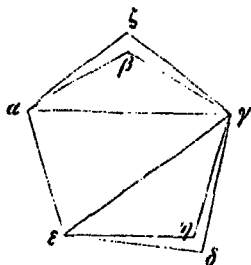
- 20 ια'. Τῆς αὐτῆς δὲ ἔστιν τοῖς προειρημένοις θεωρίαις καὶ τοῦτο. τῶν ἴσων ἐχόντων περιφέρειαν κυκλικῶν τμημάτων μέγιστόν ἐστι τὸ ἡμικύκλιον. δείξομεν δὲ τοῦτο προγράψαντες πρότερον τὰ εἰς αὐτὸ λαμβανόμενα.
- 21 Αἱ τῶν κύκλων περιφέρειαι πρὸς ἀλλήλας εἰσὶν ὡς αἱ διάμετροι.

Ἐστώσαν δύο κύκλοι οἱ $ΑΒ$ $ΓΔ$, καὶ διάμετροι αὐτῶν αἱ $ΑΒ$ $ΓΔ$. λέγω ὅτι εἶναι ὡς ἡ τοῦ $ΑΒ$ κύκλου περιμέ-

3. ι A^1 in marg. (BS) πολέπλευρον *Hu* pro πεντάπλευρον. *Hem* vs. 14 4. γὰρ 8, om. AB 12. τὸ γὰρ $ΑΖΓ$ $ΗΕ$ A, coniunct. BS 17. ὁρθογώνιον ABS, corr. *Hu* auctore Co 18. τῶν B^1 S, om. A, del. B³ 22. ια A^1 in marg. (BS) 25. αὐτὰ ABS, corr. *Hu* auctore Co

quod magis ad aequalitatem laterum accedat, semper maius esse; nam etiam triangulum, quod ad aequierure magis accedit, semper maius est, ut V *lemmate* demonstravimus.

X. Iam dico polygonum $\alpha\beta\gamma\delta\epsilon$ etiam aequiangulum esse.



Etsi non est; tamen, si fieri possit, sit angulus β maior quam δ . Ergo etiam recta $\alpha\gamma$ maior est quam $\gamma\epsilon$ (nam ex *hypothesi* est $\alpha\beta + \beta\gamma = \gamma\delta + \delta\epsilon$). Construantur in rectis $\alpha\gamma$ $\gamma\epsilon$, quae inaequales sunt, similia triangula $\alpha\zeta\gamma$ $\gamma\eta\epsilon$ aequierurina, ut VIII *lemmate* demonstravimus, quorum summa laterum $\alpha\zeta + \zeta\gamma + \gamma\eta + \eta\epsilon$ aequalis sit summae

$\alpha\beta + \beta\gamma + \gamma\delta + \delta\epsilon$. Ergo summa eorum quae statim constructa sunt triangulorum $\alpha\zeta\gamma + \gamma\eta\epsilon$ maior erit summa eorum quae ab initio erant $\alpha\beta\gamma + \gamma\delta\epsilon$; nam hoc quoque supra *lemmate* VII demonstratum est. Communi appposito triangulo $\alpha\gamma\epsilon$ idem absurdum redibit; nam polygonum $\alpha\zeta\gamma\eta\epsilon$, aequalem perimetrum habens atque $\alpha\beta\gamma\delta\epsilon$, maius erit quam $\alpha\beta\gamma\delta\epsilon$, cum tamen ex *hypothesi* hoc maximum sit. Et aequiangulum est polygonum $\alpha\beta\gamma\delta\epsilon$; ergo figurarum rectilinearum, quae aequalem perimetrum eundemque laterum numerum habent, maxima est aequilatera et aequiangula.

Et apparet omnium quae aequalem perimetrum habent figurarum circulum maximum esse, quippe quem figurâ ordinatâ aequalem perimetrum habente — aequilateram dico et aequiangulam — maiorem esse demonstraverimus (*propos. 2*).

XI. Ad eandem quaestionem hoc quoque pertinet. Circuli segmentorum quae aequalem circumferentiam habent maximus est semicirculus. Quod priusquam demonstramus, *lemmata* quae ad id adsumuntur praemittamus.

Circulorum circumferentiae inter se sunt ut diametri ¹⁾. Prop.

Sint duo circuli $\alpha\beta$ $\gamma\delta$, earumque diametri $\alpha\beta$ $\gamma\delta$: dico ⁴¹

1) Idem lemma fere iisdem verbis enuntiatum infra VIII *propos. 22* redit.

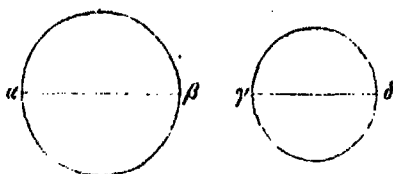
ρεια πρὸς τὴν τοῦ $\Gamma\Delta$ κύκλου περιφέρειαν, οὕτως ἡ AB εὐθεΐα πρὸς τὴν $\Gamma\Delta$.

Ἐπεὶ γάρ ἐστιν ὡς ὁ AB κύκλος πρὸς τὸν $\Gamma\Delta$ κύκλον, οὕτως τὸ ἀπὸ AB πρὸς τὸ ἀπὸ $\Gamma\Delta$, ἀλλὰ τοῦ μὲν AB κύκλου τετραπλάσιόν ἐστι τὸ περιεχόμενον ὀρθογώνιον ὑπὸ τε τῆς AB εὐθείας καὶ τῆς τοῦ κύκλου περιφέρειας, τοῦ δὲ $\Gamma\Delta$ κύκλου τετραπλάσιόν ἐστιν τὸ ὑπὸ τῆς $\Gamma\Delta$ εὐθείας καὶ τῆς τοῦ $\Gamma\Delta$ κύκλου περιφέρειας (τοῦτο γὰρ προδεδείκνυται), καὶ ὥς ἄρα τὸ ὑπὸ τῆς AB καὶ τῆς περιφέρειας τοῦ AB κύκλου πρὸς τὸ ὑπὸ τῆς $\Gamma\Delta$ καὶ τῆς τοῦ $\Gamma\Delta$ κύκλου περιφέρειας, οὕτως τὸ ἀπὸ τῆς AB τετραγώνον πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς $\Gamma\Delta$. καὶ ἐναλλὰξ ὡς τὸ ὑπὸ τῆς τοῦ AB κύκλου περιφέρειας καὶ τῆς AB πρὸς τὸ ἀπὸ AB , οὕτως τὸ ὑπὸ τῆς τοῦ $\Gamma\Delta$ κύκλου περιφέρειας καὶ τῆς $\Gamma\Delta$ πρὸς τὸ ἀπὸ $\Gamma\Delta$. ὥς ἄρα ἡ τοῦ AB κύκλου περιφέρεια πρὸς τὴν AB , οὕτως ἡ τοῦ $\Gamma\Delta$ περιφέρεια πρὸς τὴν $\Gamma\Delta$, καὶ ἐναλλὰξ ὡς ἡ τοῦ AB περιφέρεια πρὸς τὴν τοῦ $\Gamma\Delta$ περιφέρειαν, οὕτως ἡ AB πρὸς τὴν $\Gamma\Delta$.

- 22 εβ'. Τοῦτο ἀποδείκνυται καὶ χωρὶς τοῦ λαβεῖν ὅτι τὸ ὑπὸ τῆς διαμέτρου τοῦ κύκλου καὶ τῆς περιφέρειας τετραπλάσιόν ἐστιν τοῦ κύκλου. τὰ γὰρ ἐγγραφόμενα τοῖς κύκλοις ἢ περιγραφόμενα ὅμοια πολύγωνα τὰς περιμέτρους ἔχει λόγον ἔχουσας πρὸς ἀλλήλας τὸν αὐτὸν ταῖς δὲ τῶν κέντρων, ὥστε καὶ αἱ τῶν κύκλων περιμέτραι πρὸς ἀλλήλας εἰσὶν ὡς αἱ διαμέτροι.

- 23 Πάλιν ἔστω κύκλος ὁ $AB\Gamma$ περὶ κέντρον τὸ Δ , ἐκ τοῦ κέντρον δὲ αὐτοῦ ἡ AB , καὶ ἀπὸ τοῦ Δ διήχθω τις ἡ AB' . ὅτι ἐστὶν ὡς ἡ $AB\Gamma$ περίμετρος τοῦ κύκλου πρὸς τὴν BZE περιφέρειαν, οὕτως ὁ $AB\Gamma$ κύκλος πρὸς τὸν BAE τομέα.

Ἐὶ μὲν οὖν σύμμετρος ἐστὶν ἡ BZE περιφέρεια τῇ $AB\Gamma$ περιμέτρῳ τοῦ κύκλου, ἀπὸ διαιρέσεως τῆς $AB\Gamma$ περιμέτρου τοῦ κύκλου εἰς τὰ μέτρα καὶ ἀπὸ τῶν τῆς διαιρέσεως σημείων ἐπὶ τὸ Δ κέντρον ἐπιτεταχθεῖσιν εὐθεῖαι



esse ut circuli $\alpha\beta$ circumferentiam ad circuli $\gamma\delta$ circumferentiam, ita rectam $\alpha\beta$ ad $\gamma\delta$.

Nam quia est ²⁾

circulus $\alpha\beta$: circ. $\gamma\delta = \alpha\beta^2 : \gamma\delta^2$ (elem. 12, 2), et

circ. $\alpha\beta = \frac{1}{4} \alpha\beta \cdot \text{circumf. } \alpha\beta$, et

circ. $\gamma\delta = \frac{1}{4} \gamma\delta \cdot \text{circumf. } \gamma\delta$ (hoc enim supra propos. 3 demonstravimus), est igitur

$\alpha\beta \cdot \text{circumf. } \alpha\beta : \gamma\delta \cdot \text{circumf. } \gamma\delta = \alpha\beta^2 : \gamma\delta^2$, et vicissim

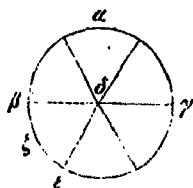
$\alpha\beta \cdot \text{circumf. } \alpha\beta : \alpha\beta^2 = \gamma\delta \cdot \text{circumf. } \gamma\delta : \gamma\delta^2$; ergo

circumf. $\alpha\beta : \alpha\beta = \text{circumf. } \gamma\delta : \gamma\delta$, et vicissim

circumf. $\alpha\beta : \text{circumf. } \gamma\delta = \alpha\beta : \gamma\delta$.

XII. Idem etiam demonstratur non adsumpto theoremate, ex quo rectangulum quod diametro et circumferentia circuli continetur quadruplum est circuli. Nam similia polygona, quae circulis aut inscribuntur aut circumscribuntur, perimetros habent proportionales radiis circulorum, ita ut etiam circulorum circumferentiae inter se sint ut diametri.

Rursus sit circulus $\alpha\beta\gamma$ circa centrum δ , et radius $\delta\gamma$, Prop. ¹² et a centro ad circumferentiam ducatur quaelibet $\delta\epsilon$; dico esse ut circuli $\alpha\beta\gamma$ perimetrum ad circumferentiam $\beta\zeta\epsilon$, ita circulum $\alpha\beta\gamma$ ad sectorem $\beta\delta\epsilon$.



Si igitur circumferentia $\beta\zeta\epsilon$ circuli $\alpha\beta\gamma$ perimetro commensurabilis erit, et, quota pars perimetri est circumferentia $\beta\zeta\epsilon$, in tot partes perimetrum dividetur, et a punctis sectionum rectae ad centrum δ ducentur, omnes igitur sectores

2) Commodius visum est huius lemmatis demonstrationem ad formulas, quales nostra aetate adhiberi solent, redigere; infra autem libro VIII ipsam Graeci scriptoris orationem Latine verbis expressimus.

14. τῆς τοῦ $\overline{F\delta}$ add. Λ^2 in marg.

18. κύκλου add. Hu

19. $\overline{I\beta}$

Λ^1 in marg. (B), om. S

Ταὐτὸ συνέ. Hu

20. τετραπλάσιόν Hu

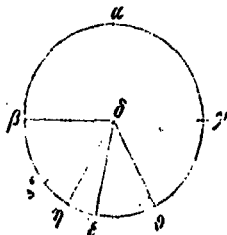
auctore Co. δ A, δ B, τετραγών S

Pappus I.

ἐφαρμόσουσιν ἀλλήλοις πάντες οἱ τομαῖς, καὶ ἔστιν ἴσον τὸ πλήθος αὐτῶν τῷ πλήθει τῶν μέτρων, ἔσται ἄρα ὡς ὕλη ἡ $ABΓ$ περίμετρος τοῦ κύκλου πρὸς τὴν BZE περιφέρειαν, οὕτως ὁ $ABΓ$ κύκλος πρὸς τὸν $BΔE$ τομέα (14 τοῦ ε' στοιχείων). εἰ δὲ μὴ ἔστιν σύμμετρος τῇ BZE περι-
 24 φερείᾳ, ὁμοίως ἔστιν ὡς ὁ $ABΓ$ κύκλος πρὸς τὸν $BΔE$ τομέα, οὕτως ἡ $ABΓ$ περίμετρος πρὸς τὴν BZE περιφέρειαν. ἔστω, εἰ δυνατόν, ὡς ὁ $ABΓ$ κύκλος πρὸς τὸν $BΔE$ τομέα, οὕτως ἡ $ABΓ$ περίμετρος αὐτοῦ πρὸς τὴν BZ περιφέρειαν πρότερον ἐλάσσονα οὐσαν τῆς BZE περιφερείας,¹⁰
 καὶ εἰλήφθω τις ἑτέρα περιφέρεια ἡ BH τῆς μὲν BZ με-
 ζῶν τῆς δὲ BZE ἐλάσσων, σύμμετρος δὲ οὐσα τῇ $ABΓ$ περιμέτρῳ, ὡς ἔστιν λῆμμα σφαιρικῶν, καὶ ἐπεξεύχθω ἡ $ΔH$. ἔστιν οὖν διὰ τὰ προειρημένα καὶ ὡς ὁ $ABΓ$ κύκλος πρὸς τὸν $BΔH$ τομέα, οὕτως ἡ $ABΓ$ περίμετρος τοῦ κύ-
 15 κλου πρὸς τὴν BZH περιφέρειαν. ἀλλὰ ἡ $ABΓ$ περίμετρος τοῦ κύκλου πρὸς τὴν BZH περιφέρειαν ἐλάσσονα λόγον ἔχει ἢ περ πρὸς τὴν BZ περιφέρειαν, τουτέστιν ἢ περ ὁ $ABΓ$ κύκλος πρὸς τὸν $BΔE$ τομέα· καὶ ὁ $ABΓ$ οὖν κύκλος πρὸς τὸν $BΔH$ τομέα ἐλάσσονα λόγον ἔξει ἢ περ²⁰
 πρὸς τὸν $BΔE$ τομέα, ὅπερ ἄτοπον· οὐκ ἄρα ὡς ὁ $ABΓ$ κύκλος πρὸς τὸν $BΔE$ τομέα, οὕτως ἡ $ABΓ$ περίμετρος αὐτοῦ πρὸς τὴν BZ περιφέρειαν ἐλάσσονα οὐσαν τῆς BZE
 25 περιφερείας. λέγω δὴ ὅτι οὐδὲ πρὸς μεζῶνα τῆς BZE . εἰ γὰρ δυνατόν, ἔστω πρὸς τὴν BEG περιφέρειαν, καὶ εἰλή-
 25 φθω τις ὁμοίως ἡ $BEΘ$ περιφέρεια τῆς μὲν BZE περιφερείας μεζῶν τῆς δὲ BEG περιφερείας ἐλάσσων, σύμμετρος δὲ πρὸς τὴν $ABΓ$ περιμέτρον τοῦ κύκλου, καὶ ἐπε-
 ζεύχθω ἡ $ΔΘ$. ἐπεὶ οὖν πάλιν ἔστιν ὡς ὁ $ABΓ$ κύκλος πρὸς τὸν $BΔΘ$ τομέα, οὕτως ἡ $ABΓ$ περίμετρος τοῦ κύ-
 30 κλου πρὸς τὸν $BΔΘ$ τομέα, οὕτως ἡ $ABΓ$ περίμετρος τοῦ κύ-
 κλου πρὸς τὸν $BΔE$ τομέα, ὅπερ ἄτοπον· οὐκ ἄρα ὡς ὁ $ABΓ$ κύκλος πρὸς τὸν $BΔE$ τομέα, οὕτως ἡ $ABΓ$ περίμετρος αὐτοῦ πρὸς τὴν BZ περιφέρειαν ἐλάσσονα οὐσαν τῆς BZE περιφερείας.

4. 5. ἐξ τοῦ ε' στοιχείων $A(B)$, διὰ τὸ ἐξ τοῦ ε' τῶν στοιχείων S , interpolatori tribuit Hu 6. ὁμοίως ἔστιν Co pro μηδέ ἔστιν 15. πρὸς τὸν $BΔH$ AB , corr. S 17. πρὸς τὴν EZH ABS , corr. Co 19. οὖν] ἄρα $conl.$ Hu 23. BZ $om.$ Co ante οὐσαν $super$ vs. add. λόγον ἔχει A^4 , eadem $codex$ Co habet pro οὐσαν τῆς BEZ et 24. τῆς BE ABS , corr. Co

inter se congruent, quorum cum numerus aequalis sit numero partium perimetri, erit igitur ut tota circuli $\alpha\beta\gamma$ perimetris ad circumferentiam $\beta\zeta\epsilon$, ita circulus $\alpha\beta\gamma$ ad sectorem $\beta\delta\epsilon$ (elem. 5, 15). At si perimetris non commensurabilis



est circumferentiae $\beta\zeta\epsilon$, similiter demonstratur esse ut $\alpha\beta\gamma$ circulum ad $\beta\delta\epsilon$ sectorem, ita perimetrum $\alpha\beta\gamma$ ad circumferentiam $\beta\zeta\epsilon$. Si fieri possit, sit primum ut circulus $\alpha\beta\gamma$ ad sectorem $\beta\delta\epsilon$, ita perimetris $\alpha\beta\gamma$ ad circumferentiam $\beta\zeta$ minorem quam $\beta\zeta\epsilon$, et sumatur alia quaedam circumferentia $\beta\eta$ maior quam $\beta\zeta$ et minor quam $\beta\zeta\epsilon$ eadenique perimetro

$\alpha\beta\gamma$ commensurabilis, ut est lemma sphaericorum¹⁾, et iungatur $\delta\eta$. Ergo propter ea quae modo demonstravimus est ut circulus $\alpha\beta\gamma$ ad sectorem $\beta\delta\eta$, ita circuli perimetris $\alpha\beta\gamma$ ad circumferentiam $\beta\zeta\eta$. Sed circuli perimetris $\alpha\beta\gamma$ ad circumferentiam $\beta\zeta\eta$ minorem proportionem habet quam ad circumferentiam $\beta\zeta$ (elem. 5, 8), id est minorem quam circulus $\alpha\beta\gamma$ ad sectorem $\beta\delta\epsilon$; itaque circulus $\alpha\beta\gamma$ ad sectorem $\beta\delta\eta$ minorem proportionem habebit quam ad sectorem $\beta\delta\epsilon$, quod quidem absurdum est; ergo non est ut circulus $\alpha\beta\gamma$ ad sectorem $\beta\delta\epsilon$, ita perimetris $\alpha\beta\gamma$ ad circumferentiam $\beta\zeta$ minorem quam $\beta\zeta\epsilon$. Iam dico neque ad maiorem quam $\beta\zeta\epsilon$. Etenim si fieri possit, sit ad circumferentiam $\beta\epsilon\gamma$, et similiter sumatur quaedam circumferentia $\beta\epsilon\vartheta$ maior quam $\beta\zeta\epsilon$ et minor quam $\beta\epsilon\gamma$, eademque circuli perimetro $\alpha\beta\gamma$ commensurabilis, et iungatur $\delta\vartheta$. Iam quia rursus ut circulus $\alpha\beta\gamma$ ad sectorem $\beta\delta\vartheta$, ita est circuli perimetris $\alpha\beta\gamma$ ad cir-

1) His verbis scriptor illam quae sequitur propositionem 27 respicere videtur, ubi Pappus Archimede auctore docet datam circumferentiam bifariam secandam esse, et rursus dimidiam bifariam, ac sic porro, donec circumferentia minor datâ aliquâ eadenique, ut supra praecipitur, maior aliâ datâ inventa sit.

κλιν πρὸς τὴν $B\Theta$ περιφέρειαν, ἡ δὲ $AB\Gamma$ περίμετρος πρὸς τὴν $B\Theta$ περιφέρειαν μέζονα λόγον ἔχει ἥπερ πρὸς τὴν $B\Gamma$ περιφέρειαν, τουτέστιν ἥπερ ὁ $AB\Gamma$ κύκλος πρὸς τὸν $B\Delta E$ τομέα, ἔξει δηλονότι καὶ ὁ $AB\Gamma$ κύκλος πρὸς τὸν $B\Delta\Theta$ τομέα μέζονα λόγον ἥπερ πρὸς τὸν $B\Delta E$ τομέα,⁵ ἥπερ ἐστὶν ἄτοπον· οὐκ ἄρα ὡς ὁ $AB\Gamma$ κύκλος πρὸς τὸν $B\Delta E$ τομέα, οὕτως ἡ $AB\Gamma$ περίμετρος αὐτοῦ πρὸς μέζονα τῆς BZE περιφέρειαν. ἐδείχθη δὲ ὅτι οὐδὲ πρὸς ἐλάσσονα· ἔστιν ἄρα ὡς ὁ $AB\Gamma$ κύκλος πρὸς τὸν $B\Delta E$ τομέα, οὕτως ἡ $AB\Gamma$ περίμετρος αὐτοῦ πρὸς τὴν BZE περιφέρειαν. ¹⁰

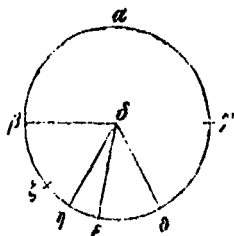
20 *ιγ'.* Τὰ ὅμοια τμήματα τῶν κύκλων πρὸς ἄλληλά ἐστιν ὡς τὰ ἀπὸ τῶν βάσεων τετράγωνα πρὸς ἄλληλα, καὶ αἱ περιφέρειαι δὲ αὐτῶν πρὸς ἀλλήλας εἰσὶν ὡς αἱ βάσεις.

Ἐστω ὅμοια τμήματα κύκλων τὰ $AB\Gamma$ ΔEZ . λέγω ὅτι ὡς μὲν τὸ $AB\Gamma$ τμήμα πρὸς τὸ ΔEZ , οὕτως τὸ ἀπὸ ¹⁵ τῆς $A\Gamma$ τετράγωνον πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς AZ , ὡς δὲ ἡ $AB\Gamma$ περιφέρεια πρὸς τὴν ΔEZ , οὕτως ἡ $A\Gamma$ πρὸς AZ .

Προσαναπεπληρώσθωσαν οἱ κύκλοι, καὶ εἰληφθῶ αὐτῶν κέντρα τὰ H Θ , καὶ ἐπεξέχθωσαν αἱ $AH\Gamma$ $\Delta\Theta Z$. ἐπεὶ οὖν ὅμοιά ἐστιν τὰ $AB\Gamma$ ΔEZ τμήματα, ἴση ἐστὶν ἡ πρὸς ²⁰ τῷ H γωνία τῇ πρὸς τῷ Θ , καὶ ὅμοιον τὸ $AH\Gamma$ τρίγωνον τῷ $\Delta\Theta Z$, καὶ ἡ $AB\Gamma$ περιφέρεια ὅμοία τῇ ΔEZ . ἔστιν ἄρα ὡς ὁ $AB\Gamma$ κύκλος πρὸς τὸν $AH\Gamma B$ τομέα, οὕτως ἡ περίμετρος τοῦ $AB\Gamma$ κύκλου πρὸς τὴν $AB\Gamma$ περιφέρειαν, τουτέστιν δ' ὀρθαὶ πρὸς τὴν H γωνίαν. ὡς δὲ ὁ ²⁵ ΔEZ κύκλος πρὸς τὸν $\Delta\Theta ZE$ τομέα, οὕτως ἡ περίμετρος τοῦ ΔEZ κύκλου πρὸς τὴν ΔEZ περιφέρειαν, τουτέστιν δ' ὀρθαὶ πρὸς τὴν Θ γωνίαν. καὶ ἴση ἐστὶν ἡ Θ γωνία τῇ

5. τὸν (ante $B\Delta\Theta$) om. A, add. BS 8. τῆς BZE περιφέρειας
 ABS, corr. Hu auctore Co 44. $\Gamma\Gamma A^1$ in marg. (BS) 46. ἀπὸ τῆς
 ΔEZ ABS, corr. Co Sea 47. περιφέρεια add. Hu auctore Co
 19. τὰ $H\Theta$ A, distinct. BS αἱ $AH\Gamma$ ΔEZ ABS, corr. Sea (Co)
 24. τὸ $AB\Gamma$ ἡ τρίγωνον A (in archetypico igitur pro B correctum erat H), τὸ τρίγωνον BS, corr. Co Sea 28. τὸν $AH\Gamma B$ A, coniunx.
 BS 36. $\Delta\Theta ZE$ τομέα οὕτως A^2 ex $\Delta\Theta$ 27. πρὸς τὴν
 ΔEZ ABS, corr. Co Sea τουτέστιν Hu pro καὶ

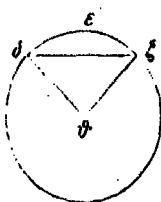
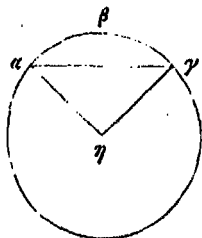
circumferentiam $\beta\epsilon\vartheta$, et perimetris $\alpha\beta\gamma$ ad circumferentiam $\beta\epsilon\vartheta$ maiorem proportionem habet quam ad circumferentiam $\beta\epsilon\gamma$, id est (ex hypothesi) quam cir-



culus $\alpha\beta\gamma$ ad sectorem $\beta\delta\epsilon$, circulus igitur $\alpha\beta\gamma$ ad sectorem $\beta\delta\vartheta$ maiorem habebit proportionem quam ad sectorem $\beta\delta\epsilon$, quod quidem absurdum est; ergo non est ut circulus $\alpha\beta\gamma$ ad sectorem $\beta\delta\epsilon$, ita perimetris $\alpha\beta\gamma$ ad circumferentiam maiorem quam $\beta\zeta\epsilon$. Sed demonstravimus neque ad minorem; ergo ut circulus $\alpha\beta\gamma$ ad sec-

tozem $\beta\delta\epsilon$, ita est perimetris $\alpha\beta\gamma$ ad circumferentiam $\beta\zeta\epsilon$.

XIII. Similia circulorum segmenta inter se sunt ut qua-^{Prop.}
drata ex basibus¹⁾, et segmentorum circumferentiæ inter se⁴³
ut bases.



Sint similia circulorum segmenta $\alpha\beta\gamma$ $\delta\epsilon\zeta$; dico esse ut segmentum $\alpha\beta\gamma$ ad $\delta\epsilon\zeta$, ita $\alpha\gamma^2$: $\delta\zeta^2$, et ut $\alpha\beta\gamma$ circumferentiam ad $\delta\epsilon\zeta$, ita $\alpha\gamma$: $\delta\zeta$.

Compleantur circuli, et sumantur

eorum contra η ϑ , et iungantur $\alpha\eta$ $\eta\gamma$ $\delta\vartheta$ $\vartheta\zeta$. Iam quia segmenta $\alpha\beta\gamma$ $\delta\epsilon\zeta$ similia sunt, æquales sunt anguli η ϑ , et similia triangula $\alpha\eta\gamma$ $\delta\vartheta\zeta$, et similes circumferentiæ $\alpha\beta\gamma$ $\delta\epsilon\zeta$. Ergo ut circulus $\alpha\beta\gamma$ ad sectorem $\alpha\eta\gamma$, ita est circuli $\alpha\beta\gamma$ perimetris ad circumferentiam $\alpha\beta\gamma$, id est quattuor recti ad angulum η . Atque ut circulus $\delta\epsilon\zeta$ ad sectorem $\delta\vartheta\zeta$, ita est circuli $\delta\epsilon\zeta$ perimetris ad circumferentiam $\delta\epsilon\zeta$, id est quattuor recti ad angulum ϑ . Et æquales sunt anguli η ϑ :

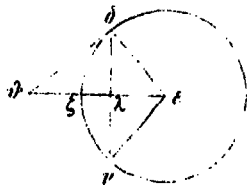
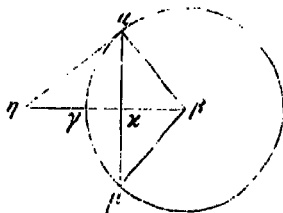
1) Conf. supra p. 269 adnot. $\frac{1}{4}$.

Ἡ γωνία· ἔστιν ἄρα ὡς ὁ $ABΓ$ κύκλος πρὸς τὸν $AHGB$ τομέα, οὕτως ὁ $ΔΕΖ$ κύκλος πρὸς τὸν $ΔΘΖΕ$ τομέα, καὶ ἐναλλάξ ὡς ὁ $ABΓ$ κύκλος πρὸς τὸν $ΔΕΖ$, οὕτως ὁ $AHGB$ τομεὺς πρὸς τὸν $ΔΘΖΕ$ τομέα. ὡς δὲ ὁ κύκλος πρὸς τὸν κύκλον, οὕτως τὸ ἀπὸ τῆς AH τετράγωνον πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς $ΔΘ$, τουτέστιν τὸ $AHΓ$ τρίγωνον πρὸς τὸ $ΔΘΖ$ τρίγωνον· καὶ ὡς ἄρα ὁ $AHGB$ τομεὺς πρὸς τὸν $ΔΘΖΕ$ τομέα, οὕτως τὸ $AHΓ$ τρίγωνον πρὸς τὸ $ΔΘΖ$ τρίγωνον. καὶ λοιπὸν τὸ $ABΓ$ τμήμα πρὸς τὸ $ΔΕΖ$ τμήμα ἔστιν ὡς τὸ $AHΓ$ τρίγωνον πρὸς τὸ $ΔΘΖ$ τρίγωνον, τουτέστιν ὡς τὸ ἀπὸ τῆς $AΓ$ τετράγωνον πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς $ΔΖ$.

- 27 $Δέγω$ δὲ ὅτι ἔστιν καὶ ὡς ἡ $ABΓ$ περιφέρεια πρὸς τὴν $ΔΕΖ$, οὕτως ἡ $AΓ$ πρὸς τὴν $ΔΖ$.

Τῶν γὰρ αὐτῶν κατασκευασθέντων ἔστιν ὡς ἡ τοῦ $ABΓ$ κύκλου περιφέρεια πρὸς τὴν τοῦ $ΔΕΖ$ κύκλου περι-
φέρειαν, οὕτως ἡ $ABΓ$ περιφέρεια πρὸς τὴν $ΔΕΖ$. ὡς
δὲ αἱ τῶν κύκλων περιφέρειαι πρὸς ἀλλήλας, οὕτως ἡ
 AH πρὸς τὴν $ΔΘ$, τουτέστιν ἡ $AΓ$ πρὸς τὴν $ΔΖ$ · καὶ
ὡς ἄρα ἡ $ABΓ$ περιφέρεια πρὸς τὴν $ΔΕΖ$, οὕτως ἡ $AΓ$
πρὸς τὴν $ΔΖ$.

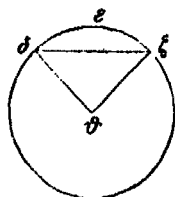
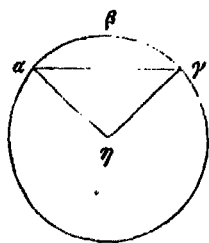
- 28 $ιδ'$. Ἐστῶσαν δύο κύκλοι καὶ πρὸς τοῖς κέντροις αὐ-
τῶν ἴσαι γωνίαι ἔστωσαν αἱ
ὑπὸ $ABΓ$ $ΔΕΖ$ περιεχόμεναι,
καὶ ἐφαπτόμεναι μὲν αἱ AH
 $ΔΘ$, κάθετοι δὲ αἱ AK $ΔΑ$.
25 δεῖξαι ὅτι ἔστιν ὡς τὸ AHK
τρίγωνον πρὸς τὸ $ΑΓΚ$ τρι-
γγραμμον, οὕτως καὶ τὸ $ΔΘΑ$
τρίγωνον πρὸς τὸ $ΔΖΑ$ τρι-
γγραμμον.



Ἐστὶ δὲ φανερόν ἐκ τοῦ
προγεγραμμένον. ὁμοιον γὰρ
γίνεται τὸ AHK τρίγωνον τῷ
 $ΔΘΑ$, καὶ τὸ $ΑΓΚ$ τριγγραμ-
μον τῷ $ΔΖΑ$ τριγγραμμῳ, καὶ 35
λόγον ἔχει πρὸς ἀλλήλα ἐκά-

est igitur ut circulus $\alpha\beta\gamma$ ad sectorum $\alpha\eta\gamma\beta$, ita circulus $\delta\epsilon\zeta$ ad sectorum $\delta\theta\zeta\epsilon$, et vicissim ut circulus $\alpha\beta\gamma$ ad circulum $\delta\epsilon\zeta$, ita sector $\alpha\eta\gamma\beta$ ad sectorum $\delta\theta\zeta\epsilon$. Sed ut circulus ad circulum, ita est $\alpha\eta^2 : \delta\theta^2$ (*elem. 12, 2*), id est $\Delta \alpha\eta\gamma : \Delta \delta\theta\zeta$ (*elem. 6, 19*); ergo etiam ut sector $\alpha\eta\gamma\beta$ ad sectorum $\delta\theta\zeta\epsilon$, ita est $\Delta \alpha\eta\gamma : \Delta \delta\theta\zeta$. Et subtrahendo (*elem. 5, 19*) ut segmentum $\alpha\beta\gamma$ ad segmentum $\delta\epsilon\zeta$, ita est $\Delta \alpha\eta\gamma : \Delta \delta\theta\zeta$, id est $\alpha\gamma^2 : \delta\zeta^2$.

Iam dico esse etiam ut circumferentiam $\alpha\beta\gamma$ ad $\delta\epsilon\zeta$, ita $\alpha\gamma : \delta\zeta$.



Iisdem enim constructis est ut circuli $\alpha\beta\gamma$ circumferentia ad circuli $\delta\epsilon\zeta$ circumferentiam, ita circumferentia $\alpha\beta\gamma$ ad $\delta\epsilon\zeta$. Sed ut circumferentiarum circumferentiae inter se, ita

est $\alpha\eta : \delta\theta^*$, id est (*elem. 6, 4*) $\alpha\gamma : \delta\zeta$; ergo etiam ut circumferentia $\alpha\beta\gamma$ ad $\delta\epsilon\zeta$, ita est $\alpha\gamma : \delta\zeta$.

XIV. Sint duo circuli et ad centra eorum aequales anguli $\alpha\beta\gamma$ $\delta\epsilon\zeta$, et tangentes $\alpha\eta$ $\delta\theta$, quas rectae $\beta\gamma$ $\epsilon\zeta$ productae secant in η θ , et iisdem $\beta\gamma$ $\epsilon\zeta$ perpendicularares $\alpha\kappa$ $\delta\lambda$; demonstretur esse ut triangulum $\alpha\eta\kappa$ ad trilineum $\alpha\gamma\kappa$, ita triangulum $\delta\theta\lambda$ ad trilineum $\delta\zeta\lambda$.

Est vero manifestum ex superiore *lemmate*. Nam triangulum $\alpha\eta\kappa$ simile est triangulo $\delta\theta\lambda$, et trilineum $\alpha\gamma\kappa$ trilineum

^{*}) Nam ex undecima huius circumferentiae inter se sunt ut $2 \alpha\eta : 2 \delta\theta$ (*Co.*).

3. 4. ὁ $\angle \alpha \eta \gamma$ τομὴς $\alpha \beta$, corr. S 4. πρὸς τὸν $\angle \delta \theta \zeta$ $\alpha \beta$, πρὸς τὸν $\delta \zeta \epsilon$ S, corr. Co 9. τμήμα ἐστὶν $\eta \kappa$, ἐστὶν ἐστὶν λ , sed alle-
rum ἐστὶν expunctum, unde unum ἐστὶν BS 44. τὸ (ante ἀπὸ τῆς
 $\angle \gamma$) om. A, add. BS 34. $\angle \alpha$ in marg. (BS)

τερον πρὸς ἐκάτερον, ὃν ἔχει τὸ ἀπὸ τῆς AK πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς AL .

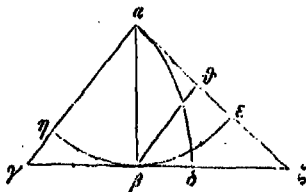
- 29 $\alpha\epsilon'$. Ἐστω τρίγωνον ὀρθογώνιον τὸ $ABΓ$, καὶ περὶ κέντρον τὸ Γ διὰ τοῦ A περιφέρεια γεγράφθω ἡ AD , ὀρθὴ δὲ ἔστω ἡ πρὸς τῇ B γωνία· δεῖξαι ὅτι ὁ $ADΓ$ τοῦ μείζους πρὸς τὸ $ΔAB$ τρίγραμμον μείζονα λόγον ἔχει ἥπερ ὀρθὴ γωνία πρὸς τὴν ὑπὸ τῶν $BΓA$ περιεχομένην.

Ἐχθω τῇ $ΓA$ ὀρθὴ ἡ ZA (ἐράπτεται ἄρα τῆς AD περιφερείας), καὶ διὰ τοῦ B περὶ κέντρον τὸ A περιφέρεια γεγράφθω ἡ EBH , καὶ κάθετος ἐπὶ τὴν AZ ἦχθω ἡ $BΘ$. ἔπει οὖν μείζονα λόγον ἔχει τὸ EBZ τρίγραμμον πρὸς τὸ $EBΘ$ τρίγραμμον ἥπερ πρὸς τὸν EAB τομέα, καὶ συνθέντι μείζονα λόγον ἔχει τὸ $ZΘB$ τρίγωνον πρὸς τὸ EOB τρίγραμμον ἥπερ τὸ ZAB τρίγωνον πρὸς τὸν EAB τομέα, ὥς δὲ τὸ $ZΘB$ τρίγωνον πρὸς τὸ $EBΘ$ τρίγραμμον, ¹⁵ οὕτως τὸ ZAB τρίγωνον πρὸς τὸ $ΔAB$ τρίγραμμον διὰ τὸ ἴσας εἶναι τὰς ὑπὸ EAB $ΑΓA$ γωνίας (τοῦτο γὰρ προδεδείκται), καὶ τὸ ZAB τρίγωνον πρὸς τὸ $ΔAB$ τρίγραμμον μείζονα λόγον ἔχει ἥπερ τὸ αὐτὸ τρίγωνον πρὸς τὸν EAB τομέα, μείζων ἄρα ὁ EAB τομεὺς τοῦ $ΔAB$ ²⁰ τριγραμμοῦ· μείζονα ἄρα λόγον ἔχει ὁ EAB τομεὺς πρὸς τὸν AHB τομέα ἥπερ τὸ $ΔAB$ τρίγραμμον πρὸς τὸν AHB τομέα. τὸ δὲ $ΔAB$ τρίγραμμον πρὸς τὸν AHB τομέα μείζονα λόγον ἔχει ἢ πρὸς τὸ $ABΓ$ τρίγωνον· πολλῇ ἄρα ὁ EAB τομεὺς πρὸς τὸν BAH τομέα μείζονα λόγον ²⁵ ἔχει ἢ τὸ $ΔAB$ τρίγραμμον πρὸς τὸ $BAΓ$ τρίγωνον. ὥς δὲ ὁ EAB τομεὺς πρὸς τὸν BAH τομέα, οὕτως ἡ ὑπὸ ZAB πρὸς τὴν ὑπὸ $BAΓ$ · καὶ ἡ ὑπὸ ZAB ἄρα πρὸς τὴν ὑπὸ $BAΓ$ μείζονα λόγον ἔχει ἢ τὸ $ΔAB$ τρίγραμμον πρὸς τὸ $BAΓ$ τρίγωνον. καὶ ἀνάπαλιν τὸ $BAΓ$ τρίγωνον πρὸς ³⁰ τὸ $BAΔ$ τρίγραμμον μείζονα λόγον ἔχει ἥπερ ἡ ὑπὸ $BAΓ$

3. $\alpha\epsilon'$ A^1 in marg. (BS), 3. δεῖξῃ AB , corr. S 42. πρὸς τὸν $ΕΑΒ$ ABS , corr. Co 23. πρὸς τὸν $ΑΒΗ$ ABS , corr. Hu πρὸς τὸν BAH voluit Co 24. ἡ πρὸς Hu auctore Co pro ἥπερ 25. πρὸς τὸν BAH] in A littera H punctis notata est

$\delta\zeta\lambda$, et utrumque ad alterum rationem habet eandem atque $\alpha x^2 : \delta\lambda^2$).

XV. Sit triangulum orthogonium $\alpha\beta\gamma$ recto angulo β , et circa centrum γ per α describatur circumferentia $\alpha\delta$; demonstretur sectorem $\delta\gamma\alpha$ ad trilineum $\delta\alpha\beta$ maiorem proportionem habere quam rectum angulum ad angulum $\beta\gamma\alpha$. Prop. 15



Ducatur ipsi $\gamma\alpha$ perpendicularis $\alpha\zeta$, quam producta $\gamma\beta$ secet in puncto ζ (recta igitur $\alpha\zeta$ circumferentiam $\alpha\delta$ tangit), et per β circa centrum α describatur circumferentia $\epsilon\beta\eta$, et perpendicularis ad $\alpha\zeta$ ducatur $\beta\theta$. Iam

quia trilineum $\epsilon\beta\zeta$ ad trilineum $\epsilon\beta\theta$ maiorem proportionem habet quam ad sectorem $\epsilon\alpha\beta$ (elem. 5, 8), et componendo est

$$\Delta \theta\beta\zeta : \text{trilin. } \epsilon\beta\theta > \Delta \alpha\beta\zeta : \text{sect. } \epsilon\alpha\beta, \text{ et}$$

$$\Delta \theta\beta\zeta : \text{trilin. } \epsilon\beta\theta = \Delta \alpha\beta\zeta : \text{trilin. } \delta\alpha\beta \text{ (propter superius lemma, quia anguli } \epsilon\alpha\beta \text{ } \delta\gamma\alpha \text{ aequales sunt), itaque (elem. 5, 13)}$$

$$\Delta \alpha\beta\zeta : \text{trilin. } \delta\alpha\beta > \Delta \alpha\beta\zeta : \text{sect. } \epsilon\alpha\beta, \text{ est igitur (elem. 5, 8. 10)}$$

sect. $\epsilon\alpha\beta > \text{trilin. } \delta\alpha\beta$. Ergo est

$$\text{sect. } \epsilon\alpha\beta : \text{sect. } \beta\gamma\eta > \text{trilin. } \delta\alpha\beta : \text{sect. } \beta\gamma\eta. \text{ Sed est} \\ \text{trilin. } \delta\alpha\beta : \text{sect. } \beta\gamma\eta > \text{trilin. } \delta\alpha\beta : \Delta \beta\gamma; \text{ multo igitur} \\ \text{sect. } \epsilon\alpha\beta : \text{sect. } \beta\gamma\eta > \text{trilin. } \delta\alpha\beta : \Delta \beta\gamma. \text{ Sed est} \\ \text{(elem. 6, 33)}$$

$$\text{sect. } \epsilon\alpha\beta : \text{sect. } \beta\gamma\eta = L \zeta\alpha\beta : L \beta\gamma; \text{ ergo etiam}$$

$$L \zeta\alpha\beta : L \beta\gamma > \text{trilin. } \delta\alpha\beta : \Delta \beta\gamma. \text{ Et e contrario} \\ \text{(infra VII propos. 7 extr.)}$$

$$\Delta \beta\gamma : \text{trilin. } \delta\alpha\beta > L \beta\gamma : L \zeta\alpha\beta, \text{ et componendo} \\ \text{(ibid. propos. 3)}$$

*) Sollicot trilinea $\alpha\gamma x$ $\delta\zeta\lambda$ sunt dimidia segmenta $\alpha\gamma\mu$ $\delta\zeta\nu$, et triangula $\alpha x\beta$ $\delta\lambda\epsilon$ dimidia triangula $\alpha\mu\beta$ $\delta\nu\epsilon$, et $\Delta' \alpha\gamma x \sim \Delta \alpha\beta x$, et $\Delta \delta\zeta\lambda \sim \Delta \delta\epsilon\lambda$. Latius eadem persequitur Co.

πρὸς τὴν ὑπὸ $ΒΑΖ$, καὶ συνθέντι ὁ $ΑΓΑ$ τομεὺς πρὸς τὸ $ΑΒΒ$ τρίγωνον μείζονα λόγον ἔχει ἥπερ ἡ ὑπὸ $ΖΑΓ$ πρὸς τὴν ὑπὸ $ΖΑΒ$, τουτέστιν ἥπερ ἡ ὀρθὴ γωνία πρὸς τὴν ὑπὸ $ΑΓΒ$ (ἴση γὰρ ἡ ὑπὸ $ΖΑΒ$ τῇ ὑπὸ $ΑΓΒ$ διὰ τὸ ἐν ὀρθογωνίῳ τριγώνῳ τῇ $ΖΑΓ$ κάθετον εἶναι τὴν $ΑΒ$,³ καὶ ὁμοιον τὸ $ΖΑΒ$ τρίγωνον τῷ $ΑΓΖ$).

- 30 ¹⁵ $15'$. Ἐστω πάλιν ὀρθογωνιον τρίγωνον τὸ $ΑΒΓ$ ὀρθὴν ἔχον τὴν πρὸς τῷ $Β$, καὶ περὶ κέντρον τὸ $Γ$ διὰ τοῦ $Α$ γεγραμμένῳ κύκλῳ περιφέρεια ἡ $ΑΔ$. λέγω ὅτι ὁ $ΑΓΔ$ τομεὺς πρὸς τὸ $ΑΒΔ$ τρίγωνον μείζονα λόγον ἔχει ἥπερ¹⁰ ὀρθὴ γωνία πρὸς τὴν ὑπὸ $ΑΓΔ$.

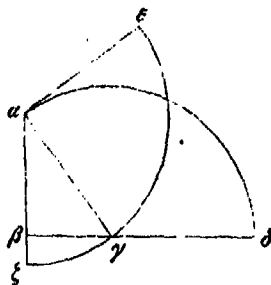
Ἦχθω τῇ $ΑΓ$ ὀρθὴ ἡ $ΑΒ$, καὶ ἐκβεβλήσθω ἡ $ΒΑ$, καὶ διὰ τοῦ $Γ$ σημείου περὶ κέντρον τὸ $Α$ γεγραμμένῳ κύκλῳ περιφέρεια ἡ $ΒΓΖ$. ἐπεὶ οὖν περὶ τὴν αὐτὴν ἐκ τοῦ κέντρον τὴν $ΓΑ$ γεγραμμένην εἰσὶν αἱ περιφέρειαι, φανε-¹⁵ ρὸν ὅτι ἴσων εἰσὶ κύκλων. καὶ μείζων ἐστὶν ἡ ὑπὸ $ΑΓΔ$ γωνία τῆς ὑπὸ $ΓΑΒ$. μείζων ἄρα ἐστὶν ὁ $ΑΓΔ$ τομεὺς τοῦ $ΑΓΕ$ τομέως· μείζονα ἄρα λόγον ἔχει ὁ $ΑΓΔ$ τομεὺς πρὸς τὸ $ΑΒΓ$ τρίγωνον ἥπερ ὁ $ΑΓΕ$ τομεὺς πρὸς τὸ αὐτὸ τρίγωνον, καὶ πολὺ μᾶλλον ἥπερ ὁ $ΑΓΕ$ τομεὺς πρὸς τὸν²⁰ $ΑΓΖ$ τομέα. ὥς δὲ ὁ $ΑΓΕ$ τομεὺς πρὸς τὸν $ΓΑΖ$, οὕτως ἡ ὑπὸ $ΕΑΓ$ γωνία πρὸς τὴν ὑπὸ $ΓΑΖ$. καὶ ὁ $ΑΓΔ$ ἄρα τομεὺς πρὸς τὸ $ΑΒΓ$ τρίγωνον μείζονα λόγον ἔχει ἥπερ ἡ ὑπὸ $ΕΑΓ$ γωνία πρὸς τὴν ὑπὸ $ΓΑΖ$. καὶ ἀνά-
παλιν καὶ συνθέντι [καὶ ἀναστρέψαντι] μείζονα λόγον ἔχει²⁵ ὁ $ΑΓΔ$ τομεὺς πρὸς τὸ $ΑΒΔ$ τρίγωνον ἥπερ ἡ ὑπὸ $ΕΑΓ$ γωνία πρὸς τὴν ὑπὸ $ΒΑΖ$, τουτέστιν ἥπερ ὀρθὴ πρὸς τὴν ὑπὸ $ΑΓΔ$ (ἔστιν γὰρ ἡ ὑπὸ $ΒΑΖ$ γωνία ἴση τῇ ὑπὸ $ΑΓΔ$, ὅτι καὶ ἡ μὲν ὑπὸ $ΑΓΔ$ ἴση ἐστὶν ὀρθῇ τῇ ὑπὸ $ΓΒΑ$ καὶ τῇ ὑπὸ $ΒΑΓ$).

30

1. τὴν (ante ὑπὸ $ΒΑΖ$) om. A, add. BS 3. τὴν (ante ὑπὸ $ΖΑΒ$; add. Hu 4. ἡ (ante ὑπὸ $ΖΑΒ$) om. A, add. BS 7. $15'$ A' in marg. (BS) 11. ἡ ante ὀρθὴ γωνία add. B Sca 12. ἐκβεβλήσθω ἡ $ΒΔ$ ABS, corr. Co 17. ὑπὸ $ΓΑΒ$ A² ex ὑπὸ $ΓΑ$ 24. τὴν (ante ὑπὸ $ΓΑΖ$) om. AS, add. B 25. καὶ ἀναστρέψαντι interpolatori tribuit

sect. $\delta\gamma\alpha$: trilin. $\delta\alpha\beta > \angle \zeta\alpha\gamma : \angle \zeta\alpha\beta$, id est
 $> \angle \text{rectus} : \angle \beta\gamma\alpha$ (est enim
 $\angle \zeta\alpha\beta = \angle \beta\gamma\alpha$, quia in tri-
 angulo orthogonio $\zeta\alpha\gamma$ perpen-
 dicularis est $\alpha\beta$, et similia sunt
 triacula $\zeta\alpha\beta$ $\zeta\gamma\alpha$).

XVI. Sit rursus triangulum orthogonium $\alpha\beta\gamma$ recto an-^{Prop. 16}
 gulo β , et circa centrum γ per α describatur circuli circum-
 ferentia $\alpha\delta$, quam recta $\beta\gamma$ producta secet in δ ; dico secto-
 rem $\alpha\gamma\delta$ ad trilineum $\alpha\beta\delta$ maiorem proportionem habere
 quam rectum angulum ad angulum $\alpha\gamma\delta$.



Ducatur ipsi $\alpha\gamma$ perpendi-
 cularis $\alpha\zeta$, et producat $\alpha\beta$,
 et per punctum γ circa centrum
 α describatur circuli circumfe-
 rentia $\alpha\zeta$. Iam circumferentias,
 quia eodem radio $\alpha\gamma$ descriptae
 sunt, apparet aequalium circulo-
 rum esse. Et angulus $\alpha\gamma\delta$
 maior est angulo recto $\alpha\beta\gamma$, id
 est $\gamma\alpha\zeta$; ergo sector $\alpha\gamma\delta$ maior
 sectore $\gamma\alpha\zeta$, itaque

sect. $\alpha\gamma\delta$: $\Delta \alpha\beta\gamma > \text{sect. } \gamma\alpha\zeta$: $\Delta \alpha\beta\gamma$, et multo
 $> \text{sect. } \gamma\alpha\zeta$: sect. $\gamma\alpha\zeta$. Sed est
 sect. $\gamma\alpha\zeta$: sect. $\gamma\alpha\zeta = \angle \gamma\alpha\zeta : \angle \gamma\alpha\zeta$; ergo etiam
 sect. $\alpha\gamma\delta$: $\Delta \alpha\beta\gamma > \angle \gamma\alpha\zeta : \angle \gamma\alpha\zeta$. Atque e contrario
 et componendo et rursus e contra-
 rio (*infra VII propos. 7 et 8*) est
 sect. $\alpha\gamma\delta$: trilin. $\alpha\beta\delta > \angle \gamma\alpha\zeta : \angle \zeta\alpha\delta$, id est
 $> \angle \text{rectus} : \angle \alpha\gamma\delta$ (est enim
 $\angle \zeta\alpha\delta = \angle \alpha\gamma\delta$, quia uterque
 aequalis est recto unâ cum an-
 gulo $\beta\alpha\gamma$).

31 ιζ'. Τούτων προγεγραμμένων τὸ προκείμενον θεώρημα συγκριτικὸν ὑπάρχον δεῖξομεν οὕτως.

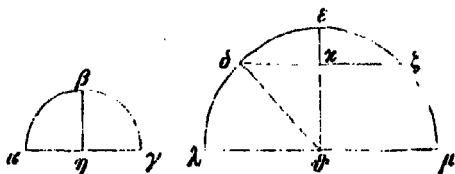
Ἐστω δύο τμήματα κύκλων τὰ $ABΓ$ $ΔΕΖ$ ἴσας ἔχοντα τὰς $ABΓ$ $ΔΕΖ$ περιφέρειας, καὶ ἔστω ἡμικύκλιον μὲν τὸ $ABΓ$, τὸ δὲ $ΕΔΖ$ πρότερον ἔλαττον ἡμικυκλίου· λέγω οὖν μείζον ἔστιν τὸ ἡμικύκλιον τοῦ τμήματος.

Βιλήφθω κέντρα τῶν κύκλων τὰ $Η$ $Θ$, καὶ ὁρθῇ μὲν ἡ $ΗΒ$, ἀπὸ δὲ τοῦ $Θ$ κάθετος ἐπὶ τὴν $ΔΖ$ ἡ $ΘΚΕ$, καὶ τῇ $ΔΖ$ παράλληλος ἡ AM , καὶ ἐπεξέχθω ἡ AO . ἔπει οὖν ἔστιν ὡς ἡ AB περιφέρεια πρὸς τὴν $ΒΑ$, οὕτως ἡ AO ¹⁰ εὐθεῖα πρὸς τὴν AH (αἱ γὰρ τῶν κύκλων περιφέρειαι πρὸς ἀλλήλας εἰσὶν ὡς αἱ διαμέτροι), ἴση δὲ ἡ AB περιφέρεια τῇ $ΔΕ$, ἔστιν ἄρα ὡς ἡ AB περιφέρεια πρὸς τὴν $ΕΔ$, οὕτως ἡ AO πρὸς τὴν AH . ὡς δὲ ἡ $ΕΔ$ περιφέρεια πρὸς τὴν $ΔΕ$, ὁ AOE τομεὺς πρὸς τὸν EOA τομέα. καὶ ἔχει¹⁵ τὸ ἀπὸ τῆς AO πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς AH διπλασίονα λόγον τοῦ τῆς OA πρὸς HA , τὸ δὲ ἀπὸ τῆς OA πρὸς τὸ ἀπὸ AH , τούτέστιν ὁ AOE τομεὺς πρὸς τὸν AHB , διπλασίονα λόγον ἔχει ἥπερ ὁ AOE τομεὺς πρὸς τὸν $ΔEO$ τομέα· τῶν ἄρα AOE ABH τομιῶν μέσος ἀνάλογόν ἐστιν ὁ $ΔEO$ ²⁰ τομεὺς. καὶ ἔπει ἔχει διὰ τὸ προδειχθῆν λήμμα μείζονα λόγον ὁ $ΕΔO$ τομεὺς πρὸς τὸ $ΕAK$ τρίγραμμον ἥπερ ὁρθῇ γωνία, τούτέστιν ἡ ὑπὸ AOB , πρὸς τὴν ὑπὸ AOE , τούτεστιν ἥπερ ὁ AOE τομεὺς πρὸς τὸν AOE , ὡς δὲ ὁ AOE τομεὺς πρὸς τὸν AOE , οὕτως ὁ AOE τομεὺς πρὸς τὸν AHB ²⁵ τομέα, ὁ ἄρα $ΔOE$ τομεὺς πρὸς τὸ $ΔEK$ τρίγραμμον μείζονα

1. ιζ' A' in marg. (BS) 7. τὰ HO A, distinx. BS 10. ἡ (ante AO) om. A, add. BS 13. περιφέρεια add. Hu auctore Co 14. ὡς δι' ἡ EO ABS, corr. Sca (ὡς δι' ἡ AE voluit Co) 14. 15. πρὸς τὴν $ΔE$ AB, πρὸς AE S, sed πρὸς AE corr. Sca 17. τοῦ τῆς AOA (ante πρὸς HA) ABS cod. Co, τοῦ τῆς AO Co, corr. Sca δὲ] ἄρα Co ἀπὸ τῆς AOA ABS cod. Co, ἀπὸ τῆς AO Co, corr. Sca 18. ὁ $ΔEO$ AB Paris. 2368 Co, corr. S διπλασίονα BS, β' A 20. μέσον S 23. τὴν add. Hu 25. 26. πρὸς τὸν AHB τομέα add. Sca (item Co. nisi quod ABH) 26. ὁ ἄρα $ΔOE$ τομεὺς add. Co (item Sca, nisi quod $ΕΔO$)

XVII. His praemissis propositum theorema (p. 335. XI), Prop. 17
quod comparativum est, demonstrabimus hoc modo.

Sint duo circularum segmenta $\alpha\beta\gamma$ $\delta\epsilon\zeta$, eorumque circumferentiae $\alpha\beta\gamma$ $\delta\epsilon\zeta$ aequales, et sit $\alpha\beta\gamma$ semicirculus, segmentum autem $\delta\epsilon\zeta$ primum minus semicirculo; dico semicirculum maiorem esse eo segmento.



Sumantur circularum centra η θ , et ducantur perpendiculares $\eta\beta$ $\theta\epsilon$, et ipsi $\delta\zeta$ parallela $\lambda\mu$, et iungatur $\delta\theta$. Iam quia est ut circumferentia $\lambda\epsilon$ ad $\alpha\beta$, ita recta $\lambda\theta$ ad $\alpha\eta$ (nam propter propos. 11 circularum circumferentiae inter se sunt ut diametri), et circumferentia $\alpha\beta = \delta\epsilon$, est igitur

$$\text{circumf. } \lambda\epsilon : \text{circumf. } \delta\epsilon = \lambda\theta : \alpha\eta, \text{ id est (elem. 6, 33)} \\ = \text{sect. } \lambda\theta\epsilon : \text{sect. } \delta\theta\epsilon. \text{ Sed} \\ \text{est (elem. 5 defin. 10)}$$

$$\lambda\theta^2 : \alpha\eta^2 = \lambda\theta : x \text{ (si sit } \lambda\theta : \alpha\eta = \alpha\eta : x), \text{ et propter} \\ \text{propos. 13"}$$

$$\lambda\theta^2 : \alpha\eta^2 = \text{sect. } \lambda\theta\epsilon : \text{sect. } \alpha\eta\beta, \text{ eritque}$$

$$\lambda\theta : \alpha\eta = \text{sect. } \lambda\theta\epsilon : \text{sect. } \delta\theta\epsilon; \text{ ergo est}$$

$$\text{sect. } \lambda\theta\epsilon : \text{sect. } \delta\theta\epsilon = \text{sect. } \delta\theta\epsilon : \text{sect. } \alpha\eta\beta. \text{ Et quia} \\ \text{propter superius lemma XI' est}$$

$$\text{sect. } \delta\theta\epsilon : \text{trilin. } \delta\epsilon x > \angle \text{ rectus : } \angle \delta\theta\epsilon, \text{ id est} \\ > \angle \lambda\theta\epsilon : \angle \delta\theta\epsilon, \text{ id est} \\ > \text{sect. } \lambda\theta\epsilon : \text{sect. } \delta\theta\epsilon, \text{ et erat} \\ \text{sect. } \lambda\theta\epsilon : \text{sect. } \delta\theta\epsilon = \text{sect. } \delta\theta\epsilon : \\ \text{sect. } \alpha\eta\beta, \text{ est igitur}$$

*) Scilicet demonstratum est semicirculos $\lambda\mu$ $\alpha\beta\gamma$ inter se esse ut quadrata ex basibus; ergo etiam dimidii semicirculi inter se sunt ut quadrata ex dimidiis basibus. Sed brevius et commodius scriptor illo lemmate uti poterat quod supra p. 269 adnot. †† significavimus.

λόγον ἔχει ἥπερ ὁ αὐτὸς τομεὺς πρὸς τὸν ABH τομέα·
μείζων ἄρα, ὁ ABH τομεὺς τοῦ $ΔΚΕ$ τριγράμμου. καὶ
τὰ διπλάσια· μείζον ἄρα τὸ $ABΓ$ ἡμικύκλιον τοῦ $ΔΕΖ$
τμήματος.

- 32 ιγ'. Ἐστω δὴ πάλιν τὸ $ΔΕΖ$ τμήμα μείζον ἡμικυ-
κλίον· λέγω ὅτι καὶ οὕτως μείζον ἐστὶ τὸ ἡμικύκλιον.

Κατεσκευάσθω γὰρ τὰ αὐτά. ὁμοίως δὲ δειξόμεν ὅτι
ἐστὶν ὡς ἰ $ΔΘΕ$ τομεὺς πρὸς τὸν $ΔΘΕ$, οὕτως ὁ $ΔΘΕ$
τομεὺς πρὸς τὸν $ΔΗΒ$ (ἴσαι γὰρ αἱ AB $ΔΕ$ περιμέτρειαι),
καὶ ἐπεὶ διὰ τὸ πρὸ δύο λήμμα μείζονα λόγον ἔχει ὁ $ΔΘΕ$ 10
τομεὺς πρὸς τὸ $ΔΚΕ$ τριγράμμου ἥπερ ὁρθὴ γωνία, τουτ-
έστιν ἡ ὑπὸ $ΔΘΕ$, πρὸς τὴν ὑπὸ $ΔΘΕ$, τουτέστιν ἥπερ ὁ
 $ΔΘΕ$ τομεὺς πρὸς τὸν $ΔΘΕ$, τουτέστιν ἥπερ ὁ $ΔΘΕ$ το-
μεὺς πρὸς τὸν ABH , ἔσται μείζων ὁ $ΔΗΒ$ τομεὺς τοῦ
 $ΔΕΚ$ τριγράμμου. καὶ τὰ διπλάσια· μείζον ἄρα τὸ $ABΓ$ 15
ἡμικύκλιον τοῦ $ΔΕΖ$ τμήματος· πάντων ἄρα τῶν ἴσας
ἐχόντων τὰς περιφερείας κυκλικῶν τμημάτων μέγιστόν ἐστιν
τὸ ἡμικύκλιον.

Περὶ τῶν στερεῶν.

- 33 ιδ'. Τὸν πρῶτον καὶ δημιουργὸν τῶν πάντων Θεὸν οἱ 20
φιλόσοφοι φασιν εἰκότως τῷ κόσμῳ σχῆμα περιθεῖναι
σφαιρικὸν ἐκλεξάμενον τῶν ὄντων τὸ κάλλιστον, τὰ τε
προσόντα τῇ σφαίρᾳ φυσικὰ συμπτώματα λέγοντας ἔτι καὶ
τοῦτο προστιθέασιν ὅτι πάντων τῶν στερεῶν σχημάτων
τῶν ἴσην ἐχόντων τὴν ἐπιφάνειαν μεγίστη ἐστὶν ἡ σφαῖρα. 25
τᾶλλα μὲν οὖν ὅσα προσεῖναι λέγουσιν αὐτῇ πρόδῃλὰ τέ
ἐστὶν καὶ παραμυθίας ἐλάσσονος δεῖται, τὸ δ' ὅτι μείζων
ἐστὶ τῶν ἄλλων σχημάτων οὗδ' οἱ φιλόσοφοι δεικνύουσιν,
ἀλλ' ἀποφαίνονται μόνον, οὔτε παραμυθίσασθαι ῥᾷδιον
ἄνευ θεωρίας πλείονος. φέρ' οὖν, ὥσπερ ἐν τοῖς πρόσθεν 30

3. $\overline{I\Gamma}$ A^1 in marg. (BS)

45. μείζονα ἄρα A , corr. BS

στερεῶν add. A^3 in marg. (BS)

46. δὲ προσόντα conit. Hu
τὰ ἄλλα

10. πρὸ δύο Hu, β A , δεύτερον BS

16. τοῦ $\overline{ΔΕ}$ AB , corr. S

20. $\overline{ΓΘ}$ A^1 in marg. (BS)

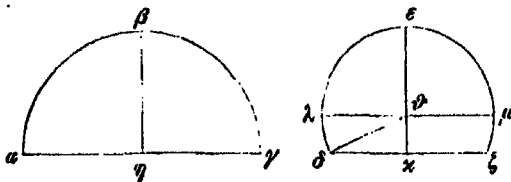
22. 23. τὰ

24. σχημάτων om. Ei

26. τᾶλλα Hu pro

sect. $\delta\theta\epsilon$: trilin. $\delta\epsilon\kappa$ > sect. $\delta\theta\epsilon$: sect. $\alpha\eta\beta$; itaque
 sect. $\alpha\eta\beta$ > trilin. $\delta\epsilon\kappa$. Itemque dupla; ergo
 semicirc. $\alpha\beta\gamma$ > segment. $\delta\epsilon\zeta$.

XVIII. Iam rursus segmentum $\delta\epsilon\zeta$ maius sit semicirculo; dico sic etiam semicirculum eo segmento maiorem esse.



Construantur enim eadem; similiter igitur demonstrabimus esse ut sectorem $\lambda\theta\epsilon$ ad $\delta\theta\epsilon$, ita sectorem $\delta\theta\epsilon$ ad $\alpha\eta\beta$ (aequales enim sunt circumferentiae $\alpha\beta$ $\delta\epsilon$). Et quia propter superius lemma XVI est

sect. $\delta\theta\epsilon$: trilin. $\delta\epsilon\kappa$ > $\angle$ rectus : $\angle$ $\delta\theta\epsilon$, id est
 > $\angle$ $\lambda\theta\epsilon$: $\angle$ $\delta\theta\epsilon$, id est
 > sect. $\lambda\theta\epsilon$: sect. $\delta\theta\epsilon$, id est
 > sect. $\delta\theta\epsilon$: sect. $\alpha\eta\beta$, erit

sect. $\alpha\eta\beta$ > trilin. $\delta\epsilon\kappa$. Et item dupla; ergo
 semicirc. $\alpha\beta\gamma$ > segment. $\delta\epsilon\zeta$.

Ergo omnium circuli segmentorum quae aequales circumferentias habent maximus est semicirculus.

LIBRI QUINTI PARS SECUNDA.

In Archimedis solidorum doctrinam.

XIX. Primum et effectorem omnium deum sphaericam figuram mundo recte tribuisse, quoniam omnium pulcherriam elegerit, philosophi docent, qui cum sphaerae naturalia symptomata exponunt, hoc quoque addunt, omnium solidarum figurarum aequalem superficiem habentium sphaeram esse maximam. Iam alia quidem quae ei tribuuntur tam perspicua sunt, ut vix ulla comprobatione indigeant, hoc autem, maiorem esse *sphaeram* reliquis figuris *solidis*, neque demonstratur a philosophis (qui id affirmant tantummodo) nec nisi longiore quaestione facile comprobatur. Age igitur,

εὖρομεν τὸν κύκλον μέγιστον ὄντα τῶν ἴσην ἐχόντων αὐτῷ
τὴν περίμετρον τεταγμένων πολυγώνων σχημάτων, καὶ νῦν
τὴν σφαῖραν κατὰ τὸ ἀκόλουθον ἀποδείξαι πειραδιώμεν
μεγίστην οὖσαν τῶν ἴσην ἐπιφάνειαν ἐχόντων αὐτῇ τεταγ-
34 μένων στερεῶν σχημάτων. πρότερον δὲ περὶ τῶν στερεῶν αὐ-
τῶν, πρὸς ἃ δεῖ συγκρίνειν τὴν σφαῖραν, ὀλίγα προδια-
ληψόμεθα· πολλὰ γὰρ ἐπινοῆσαι δυνατόν στερεὰ σχήματα
παντοίας ἐπιφανείας ἔχοντα, μᾶλλον δ' ἂν τις ἀξιώσει
λόγοι τὰ τετάχθαι δοκοῦντα [καὶ τούτων πολὺ πλεον τοῖς
τε κώνους καὶ κυλίνδρους καὶ τὰ καλούμενα πολύεδρα].¹⁰
ταῦτα δ' ἐστὶν οὐ μόνον τὰ παρὰ τῷ Φειστάτῳ Πλάτῳ
πέντε σχήματα, τουτέστιν τετράεδρόν τε καὶ ἑξάεδρον, ὀκ-
τάεδρόν τε καὶ δωδεκάεδρον, πέμπτον δ' εἰκοσάεδρον,
ἀλλὰ καὶ τὰ ὑπὸ Ἀρχιμήδους εὗρεθέντα τρισκαίδεκα τὸν
ἀριθμὸν ὑπὸ ἰσοπλευρῶν μὲν καὶ ἰσογωνίων οὐχ ὁμοίων¹⁵
δὲ πολυγώνων περιεχόμενα.

τὸ μὲν γὰρ πρῶτον ὀκτάεδρόν ἐστιν περιεχόμενον ὑπὸ
τριγώνων δ' καὶ ἑξαγώνων δ'.

τρία δὲ μετὰ τούτου τεσσαρεσκαίδεκάεδρα, ὧν τὸ μὲν
πρῶτον περιέχεται τριγώνοις ἢ καὶ τετραγώνοις ζ', τὸ δὲ²⁰
δεύτερον τετραγώνοις ζ' καὶ ἑξαγώνοις ἢ, τὸ δὲ τρίτον
τριγώνοις ἢ καὶ ὀκταγώνοις ζ'.

μετὰ δὲ ταῦτα ἑκακοσάεδρά ἐστιν δύο, ὧν τὸ μὲν
πρῶτον περιέχεται τριγώνοις ἢ καὶ τετραγώνοις ιη', τὸ δὲ
δεύτερον τετραγώνοις ιβ', ἑξαγώνοις ἢ καὶ ὀκταγώνοις ζ'.²⁵

μετὰ δὲ ταῦτα δυοκατρίακοντάεδρά ἐστιν τρία, ὧν τὸ
μὲν πρῶτον περιέχεται τριγώνοις κ' καὶ πενταγώνοις ιβ',

1. εὖρομεν A² ex εὖρωμεν 5. στερεῶν alterum om. S Ki 8. μᾶλ-
λον ἂν, delete δ', vel μᾶλλον γ' ἂν conl. Hu 9. λόγον S Ki τὰ add.
Hu auctore Co 9. 40. καὶ τούτων — πολύεδρα interpolatori tribuit Hu
18. τριγώνων J A, τριγώνων τεσσάρων B, τεσσάρων τριγώνων S Ri
δ' alterum J A (ac similiter posthac, lineola super numerorum notas
ducta), τεσσάρων BS (ac similiter posthac B saepius, S fere constanter
pro notis numeralibus) 19. τρία S, δύο AB 20. τετραγώνοις Ki
pro ὀκταγώνοις 22. ὀκταγώνοις Ki pro τετραγώνοις 23. ἑκακο-
σάεδρα (sine acc.) A, ἑξ καὶ εἰκοσάεδρά B, ἑκακοσάεδρά S Ki, corr.
Hu 25. δεύτερον BS, β' A, item p. 354, 1 26. δύο καὶ τριακον-

quemadmodum in superioribus invenimus circulum maximum esse polygonorum regularium, quae aequalem ipsi perimetrum habent, nunc simili ratione demonstrare conemur sphaeram maximam esse ordinarum figurarum solidarum, quae aequalem ipsi superficiem habent. Sed prius de solidis ipsis, cum quibus sphaera comparanda est, paucis disseramus. Etenim cum multae figurae solidae, quae varias superficies habeant, cogitatione fingi possint, inprimis tamen respiciendae sunt eae quae ordinatae esse videntur. Quo ex genere non solum quinque sunt figurae, de quibus Plato ille divinus exposuit¹⁾, tetraedrum dico et hexaedrum, octaedrum et dodecaedrum, denique icosaedrum, sed etiam tredecim illae ab Archimede inventae, quas aequilatera et aequiangula, nec tamen similia polygona complectuntur²⁾, quorum

(1) primum est polyedrum 8 basium ($\delta\kappa\tau\acute{\alpha}\epsilon\delta\rho\alpha$), quod 4 triangulis et 4 hexagonis continetur;

tum tria polyedra 14 basium ($\tau\epsilon\sigma\sigma\alpha\rho\epsilon\sigma\chi\alpha\iota\delta\epsilon\kappa\acute{\alpha}\epsilon\delta\rho\alpha$), quorum

(2) primum 8 triangulis et 6 quadratis,

(3) secundum 6 quadratis et 8 hexagonis,

(4) tertium 8 triangulis et 6 octagonis continetur;

tum duo polyedra 26 basium ($\xi\kappa\chi\alpha\iota\epsilon\iota\chi\sigma\acute{\alpha}\epsilon\delta\rho\alpha$), quorum

(5) prius 8 triangulis et 18 quadratis,

(6) alterum 12 quadratis, 8 hexagonis, 6 octagonis continetur;

tum tria 32 basium ($\delta\upsilon\sigma\chi\alpha\iota\tau\epsilon\iota\alpha\chi\sigma\tau\acute{\alpha}\epsilon\delta\rho\alpha$), quorum

(7) primum 20 triangulis et 12 pentagonis,

4) Tim. p. 84 sq., de anima mundi p. 98, Euclid. elem. 13, 18—18.

2) Qua ratione Archimedes haec polyedra invenerit eorumque numerum definiiverit, apparet ex his quae Ioannes Keplerus in Harmonice mundi (Lincii Austriae 1619) p. 62—65 acutissime demonstrat. Conf. etiam Baltzer, *Elemente der Mathematik* II, § 7, 6.

$\tau\epsilon\tau\epsilon\alpha\delta\rho\alpha$ A, $\delta\upsilon\sigma\chi\alpha\iota\tau\epsilon\iota\alpha\chi\sigma\tau\acute{\alpha}\epsilon\delta\rho\alpha$ BS, coniunx. Paris. 2368 (vel Waltzhus in describendo codice); 27. $\pi\epsilon\pi\tau\epsilon\gamma\omega\acute{\iota}\rho\alpha\iota\varsigma$ Hu pro $\delta\epsilon\chi\alpha\gamma\omega\acute{\iota}\rho\alpha\iota\varsigma$ (conf. infra cap. 36, ubi ex numero solidorum angulorum manifesto apparet hanc veram esse scripturam,

τὸ δὲ δεύτερον πενταγώνοις ιβ' καὶ ἑξαγώνοις κ', τὸ δὲ τρίτον τριγώνοις κ' καὶ δεκαγώνοις ιβ'.

μετὰ δὲ ταῦτα ἔν ἐστιν ὀκτωκαιτριακοντάεδρον περιεχόμενον ὑπὸ τριγώνων ιβ' καὶ τετραγώνων ε'.

μετὰ δὲ τοῦτο δυοκαιεξηκοντάεδρά ἐστι δύο, ὧν τὸ μὲν πρῶτον περιέχεται τριγώνοις κ' καὶ τετραγώνοις λ' καὶ πενταγώνοις ιβ', τὸ δὲ δεύτερον τετραγώνοις λ' καὶ ἑξαγώνοις κ' καὶ δεκαγώνοις ιβ'.

μετὰ δὲ ταῦτα τελευταῖόν ἐστιν δυοκαιεννηκοντάεδρον, ὃ περιέχεται τριγώνοις π' καὶ πενταγώνοις ιβ'. 10

- 35 Ὅσας δὲ γωνίας ἕκαστον ἔχει στερεὰς τῶν ιγ' τούτων σχημάτων πολυέδρων καὶ ὅσας πλευράς, διὰ τοῦδε τοῦ τρόπου θεωρεῖται· ὅσων μὲν γὰρ ἀπλῶς πολυέδρων αἱ στερεαὶ γωνίαι τρισὶν ἐπιπέδοις περιέχονται γωνίαις, ἑξαριθμηθεῖσών τῶν ἐπιπέδων γωνιῶν ἅς ἔχουσιν πᾶσαι αἱ 15 ἔδραι τοῦ πολυέδρου, δηλὸν ὡς ὁ τῶν στερεῶν γωνιῶν ἀριθμὸς τρίτον μέρος ἐστὶ τοῦ γενομένου ἀριθμοῦ, ὅσων δὲ πολυέδρων ἡ στερεὰ γωνία περιέχεται τέσσαρσιν ἐπιπέδοις, ἑξαριθμηθεῖσών πασῶν τῶν ἐπιπέδων γωνιῶν ἅς ἔχουσιν αἱ ἔδραι τοῦ πολυέδρου, τοῦ γενομένου ἀριθμοῦ τὸ τέταρ- 20 τον μέρος ἐστὶν ὁ ἀριθμὸς ὁ τῶν στερεῶν γωνιῶν τοῦ πολυέδρου. ὁμοίως δὲ καὶ ὅσων πολυέδρων ἡ στερεὰ γωνία περιέχεται ὑπὸ ε' γωνιῶν ἐπιπέδων, τὸ πέμπτον τοῦ πλήθους τῶν ἐπιπέδων γωνιῶν ἐστὶν ὁ ἀριθμὸς τοῦ πλή- 25 θους τῶν στερεῶν γωνιῶν.

- 36 Τῶν δὲ πλευρῶν τὸ πλήθος ὡς ἕκαστον ἔχει τῶν πολυέδρων τόνδε τὸν τρόπον εὐρήσομεν. ἑξαριθμηθεῖσών γὰρ πασῶν τῶν πλευρῶν ὡς ἔχει τὰ ἐπίπεδα τὰ περιέχοντα τὸ

2. τρίτον BS, Γ' A δεκαγώνοις Hu, πενταγώνοις Ki pro τετραγώνοις 3. μεταταῦτα A(S), δε add. B¹, sed alia manus id rursus delevit 5. δύο καὶ ἐξηκοντάεδρα A, δύο καὶ ἐξηκοντάεδρά B, conlunx. S 9. δύο καὶ ἐνεννηκοντάεδρον A(B), δυοκαιεννηκοντάεδρον S Ki 44. ΓΓ' A, δεκατριῶν BS, Item p. 356, 5 44. γωνίαις pro γωνιῶν scripsit et 15. ὡς add. Ki auctore C^o 17. τρίτον BS, Γ' A 19. ὡς add. Ki auctore C^o 23. τὸ πέμπτον Ki auctore C^o, ε' AS, πέντε B 27. τὸν add. B¹

- (8) secundum 12 pentagonis et 20 hexagonis,
 (9) tertium 20 triangulis et 12 decagonis continetur;
 (10) tum unum 38 basium ($\delta\omega\tau\omega\kappa\alpha\iota\tau\epsilon\tau\alpha\kappa\alpha\nu\tau\acute{\alpha}\varsigma\delta\epsilon\delta\omicron\nu$),
 quod 32 triangulis et 6 quadratis continetur;
 tum duo 62 basium ($\delta\upsilon\omega\kappa\alpha\iota\varsigma\eta\kappa\alpha\nu\tau\acute{\alpha}\varsigma\delta\epsilon\delta\alpha$), quorum
 (11) prius 20 triangulis, 30 quadratis, 12 pentagonis,
 (12) alterum 30 quadratis, 20 hexagonis, 12 decago-
 nis continetur;
 (13) postremo unum 92 basium ($\delta\upsilon\omega\kappa\alpha\iota\varsigma\epsilon\nu\eta\kappa\alpha\nu\tau\acute{\alpha}\varsigma\delta\epsilon\delta\omicron\nu$),
 quod 80 triangulis et 12 pentagonis continetur.

Quot autem angulos unumquodque horum tredecim polyedrorum, et quot latera habeat, hac ratione perspicitur. Quorum enim, ne multa, polyedrorum solidi anguli ternis planis constant, enumeratis angulis planis quos habent cunctae polyedri bases, manifesto numeri sic effecti tertia pars est numerus solidorum angulorum; quorum autem polyedrorum solidus angulus quattuor planis constat, enumeratis cunctis planis angulis quos habent bases polyedri, numeri effecti quarta pars est numerus solidorum polyedri angulorum; denique quorum polyedrorum solidus angulus quinque planis constat, similiter quinta pars numeri planorum angulorum est numerus angulorum solidorum³⁾.

Quot autem latera unumquodque polyedrum habeat, hoc modo inveniemus. Enumeratis enim cunctis lateribus quae sunt planorum polyedrum complectentium, numerus eorum

3) Haec sine dubio Graecus scriptor ita composuit, ut vel discipulos qui ea audirent vel lectores huius collectionis polyedrorum exempla sive solida sive in plano descripta ante oculos vellet habere; quare, etsi verba quae supra leguntur per se obscuriora videantur, nulla tamen difficultas restat, dummodo nos quoque figuras adhibeamus. Ergo, ut apparatu qui est apud Kepplerum utar, polyedrum huius Latinae versionis primum (1) habet angulos solidos ex 3 planis angulis constantes (fig. 2 Keppl.), secundum ex 4 (fig. 8), tertium ex 3 (fig. 5), quartum ex 3 (fig. 4), quintum ex 4 (fig. 10), sextum ex 3 (fig. 6), septimum ex 4 (fig. 9), octavum ex 3 (fig. 4), nonum ex 3 (fig. 8), decimum ex 5 (fig. 12), undecimum ex 4 (fig. 11), duodecimum ex 3 (fig. 7), tertium-decimum ex 5 (fig. 13).

πολλέδρον, ὃ ἀριθμὸς αὐτῶν δῆλον ὡς ἕως ἐστὶν τῷ πλήθει τῶν ἐπιπέδων γωνιῶν. ἀλλ' ἐπειδὴ δύο ἐπιπέδων ἐκάστη τῶν πλευρῶν αὐτοῦ κοινή ἐστιν, δῆλον ὅτι τοῖς πλήθους τὸ ἦμιν αἱ πλευραὶ εἰσι τοῦ πολυέδρου.

τὸ μὲν οὖν πρῶτον τῶν ἀνομοιογενῶν ἐξ' ὁλλυέδρων ἔπει περικέχεται τριγῶνις δ' καὶ ἑξαγῶνις δ', γωνίας μὲν ἔχει στερεάς ἰβ', πλευρὰς δὲ ιη'. τῶν μὲν γὰρ τεσσάρων τριγῶνων αἱ τε γωνίαι ἰβ' εἰσιν καὶ αἱ πλευραὶ ἰβ', τῶν δὲ δ' ἑξαγῶνων αἱ τε γωνίαι κδ' εἰσιν καὶ αἱ πλευραὶ κδ'. γενομένου δὴ τοῦ ἀριθμοῦ παντὸς λς' ἀναγκαῖόν ἐστιν τὸν 10 μὲν τῶν στερεῶν γωνιῶν ἀριθμὸν τρίτον μέρος εἶναι τοῦ προειρημένου ἀριθμοῦ, ἔπει καὶ ἐκάστη τῶν στερεῶν αὐτοῦ γωνιῶν ἐπιπέδοις γωνίαις περιέχεται γ', τὸ δὲ τῶν πλευρῶν πλήθος τὸ ἦμισυ τοῦ ἀριθμοῦ, τοντέστιν τοῦ λς', ὥστε εἶναι πλευρὰς ιη'. 15

τῶν δὲ τετρακαίδεκαέδρων τὸ πρῶτον περιέχεται τριγῶνις ἡ' καὶ τετραγῶνις ζ', ὥστε ἔχειν στερεάς μὲν γωνίας ἰβ' (ἐκάστη γὰρ αὐτοῦ γωνία ὑπὸ τεσσάρων ἐπιπέδων γωνιῶν περιέχεται), πλευρὰς δὲ ἔχει κδ'. τὸ δὲ δευτερον τῶν τετρακαίδεκαέδρων, ἔπει περιέχεται τετραγῶνις ζ' 20 καὶ ἑξαγῶνις ἡ', ἔξει στερεάς μὲν γωνίας κδ' (ἐκάστη γὰρ τῶν γωνιῶν αὐτοῦ περιέχεται ὑπὸ γ' γωνιῶν ἐπιπέδων), πλευρὰς δὲ ἔχει λς'. τὸ δὲ τρίτον τῶν τετρακαίδεκαέδρων, ἔπει περιέχεται τριγῶνις ἡ' καὶ ὀκταγῶνις ζ', ἔξει στερεάς μὲν γωνίας κδ', πλευρὰς δὲ λς'. 25

ταῦν δὲ ἑκκαίδεκαέδρων τὸ μὲν πρῶτον, ἔπει περιέχεται τριγῶνις τε ἡ' καὶ τετραγῶνις ιη', ἔξει στερεάς μὲν γωνίας κδ', πλευρὰς δὲ μί'. τὸ δὲ δεύτερον τῶν ἑκκαίδεκαέδρων, ἔπει περιέχεται τετραγῶνις ἰβ' καὶ ἑξαγῶνις ἡ' καὶ ὀκταγῶνις ζ', ἔξει στερεάς μὲν γωνίας 30 μί', πλευρὰς δὲ οβ'.

ταῦν δὲ δοδεκαεδρακονταέδρων τὸ μὲν πρῶτον, ἔπει περιέχεται τριγῶνις τε κ' καὶ πενταγῶνις ἰβ', ἔξει στε-

9. τε post γωνία repetit A

10. τὸν post ἐστίν A¹ ex τῶν

11. τρίτον BS, Γ' A

12. αὐτοῦ AB³S, om. B¹

14. ἦμισυ BS,

laterum manifesto aequalis est summae planorum angularum; sed quia singula polyedri latera binorum *angulorum* planorum communia sunt, numerum laterum dimidium numeri *angulorum* esse apparet. Ergo tredecim polyedrorum quorum dissimiles sunt bases

(1) primum, quia triangulis 4 et hexagonis 4 continetur, angulos habet solidos 12, latera 18; nam quattuor tri-angulorum sunt anguli 12 et latera 12, tum quattuor hexagonorum anguli 24 et latera 24; itaque cum *et angulorum et laterum* prodeat summa 36, necessario eius numeri tertia pars est numerus angularum solidorum quoniam eius *polyedri* anguli solidi ternis planis constant, dimidium autem eiusdem numeri est laterum numerus, scilicet 18; tum

2) primum polyedrum 14 basium, triangulis 8 et quadratis 6 continetur, quapropter solidos angulos 12 (nam unusquisque polyedri angulus quattuor planis angulis constat), latera 24 habet,

(3) secundum polyedrum 14 basium, quia quadratis 6 et hexagonis 8 continetur, solidos habet angulos 24 (nam unusquisque polyedri angulus tribus planis angulis constat, latera 36,

(4) tertium polyedrum 14 basium, quia triangulis 8 et octagonis 6 continetur, solidos habet angulos 24, latera 36; tum

(5) prius polyedrum 26 basium, quia triangulis 8 et quadratis 18 continetur, solidos habet angulos 24, latera 48,

(6) alterum polyedrum 26 basium, quia quadratis 12 et hexagonis 8 et octagonis 6 continetur, solidos habet angulos 18, latera 72; tum

(7) primum polyedrum 32 basium, quia triangulis 20

L' A 46. τετραεξαιδεκάεδρον conl. Hu, item vs. 20 et 23 πρῶτον S, α AB 17. μὲν om. Ei 19. ἔχει del. Hu. item vs. 23 δεῦτερον BS, β A, item vs. 28 23. τὸ δὲ τρίτον — 25. λζ' add. Ei 'nisi quod om. τῶν τετραεξαιδεκάεδρων. 26. ἑξαιεξασαεδρον A'B'S, corr. Hu, item vs. 29 ἐπὶ add. Hu auctore Co 27. τε om. S Ei 33. τε καὶ x A, sed καὶ del. prima m. πενταγώνοις AB, δεκαγώνοις S Ei ἑξέτις A, corr. BS

ρεᾶς μὲν γωνίας λ', πλευρὰς δὲ ξ'. τὸ δὲ δεύτερον τῶν
 δυοκαιτριακονταέδρων, ὅπει περιέχεται πενταγώνοις ιβ' καὶ
 ἑξαγώνοις κ', ἔξει στερεὰς μὲν γωνίας ξ', πλευρὰς δὲ ς'.
 τὸ δὲ τρίτον τῶν δυοκαιτριακονταέδρων, ὅπει περιέχεται
 τριγώνοις τε κ' καὶ δεκαγώνοις ιβ', ἔξει στερεὰς μὲν γωνίας δ'
 ξ', πλευρὰς δὲ ς'.

τὸ δὲ ὀκτωκαιτριακοντάεδρον, ὅπει περιέχεται τριγώ-
 νοις τε λβ' καὶ τετραγώνοις ἑξ, ἔξει στερεὰς μὲν γωνίας
 κδ', πλευρὰς δὲ ξ'.

τῶν δὲ δυοκαιεξηκονταέδρων τὸ μὲν πρῶτον, ὅπει¹⁰
 περιέχεται τριγώνοις τε κ' καὶ τετραγώνοις λ' καὶ πεντα-
 γώνοις ιβ', ἔξει στερεὰς μὲν γωνίας ξ', πλευρὰς δὲ ρκ'. τὸ
 δὲ λοιπὸν τῶν δυοκαιεξηκονταέδρων, ὅπει περιέχεται τετρα-
 γώνοις λ' καὶ ἑξαγώνοις κ' καὶ δεκαγώνοις ιβ', ἔξει στερεὰς
 μὲν γωνίας ρκ', πλευρὰς δὲ ρι'.¹⁵

τὸ δὲ δυοκαιενηκοντάεδρον, ὅπει περιέχεται τριγώ-
 νοις τε ιε' καὶ πενταγώνοις ιβ', ἔξει στερεὰς μὲν γωνίας ξ',
 πλευρὰς δὲ ρν'.

37 Ταῦτα μὲν οὖν τὰ ιγ' σχήματα [ἦτοι ἀνομοιογώνια
 ἦντα ἤ] ὑπὸ ἀνίσων καὶ ἀνομοίων πολυγώνων περιεχόμενα²⁰
 διὰ τὸ ἀτακτότερον παρητήσω τὸ νῦν, τὰ δὲ καλούμενα
 ε' σχήματα τῇ σφαίρᾳ συγκρίνειν ἄξιον· ὑπὸ γὰρ ἴσων
 καὶ ὁμοίων ἐπιπέδων περιεχόμενα μόνα ταῦτα τὰς στερεὰς
 γωνίας ἴσας ἔχει, καὶ διὰ τοῦτ' εὐτακτα παρὰ τὰ λοιπὰ
 μᾶλλον ἐστίν. ὅτι δὲ πλείω τῶν ε' τούτων ἀδύνατόν ἐστιν²⁵
 εὑρεῖν ἄλλα σχήματα ἴσοις καὶ ὁμοίοις ἰσοπλεύροις πολυ-
 γώνοις περιλαμβανόμενα, καὶ ὑπὸ τοῦ Εὐκλείδου καὶ ὑπὸ
 τινων ἄλλων ἀποδεδεικται. συγκρίνωμεν οὖν αὐτὰ ταῦτα
 πρότερον τὰ πολύεδρα τῇ σφαίρᾳ.

38 Ἐστω γὰρ σφαῖρα μὲν ἐν ἣ τὸ Α, ἐν δὲ τι τῶν³⁰
 προειρημένων ε' σχημάτων ἴσην ἔχον τὴν σύμπασαν ἐπι-

1. δεύτερον BS, β' Α 3. ἔξει AB, corr. S, item vs. 8. 8. 12. 14

4. τρίτον BS, γ' Α δύο καὶ τριακονταέδρων AB, coniunx. S 5. δε-

καγώνοις AB Ki, τετραγώνοις S 9. κδ' Bi, μ' AB, τεσσαράκοντα S

10. δυοκαὶ εξηκονταέδρων A, δύο καὶ ἑξ. B, coniunx. Paris. 2368

et pentagonis 12 continetur, solidos habet angulos 30, latera 60,

(8) secundum polyedrum 32 basium, quia pentagonis 12 et hexagonis 20 continetur, solidos habet angulos 60, latera 90,

(9) tertium polyedrum 32 basium, quia triangulis 20 et decagonis 12 continetur, solidos habet angulos 60, latera 90; tum

(10) polyedrum 38 basium, quia triangulis 32 et quadratis 6 continetur, solidos habet angulos 24, latera 60, tum

(11) prius polyedrum 62 basium, quia triangulis 20 et quadratis 30 et pentagonis 12 continetur, solidos habet angulos 60, latera 120,

(12) alterum polyedrum 62 basium, quia quadratis 30 et hexagonis 20 et decagonis 12 continetur, solidos habet angulos 120, latera 180; denique

(13) polyedrum 92 basium, quia triangulis 80 et pentagonis 12 continetur, solidos habet angulos 60, latera 150.

Ut igitur has tredecim figuras, quae inaequalibus et dissimilibus polygonis continentur, nunc omittamus, quia minus ordinatae (sive regulares) sunt, quinque illa polyedra Platonica cum sphaera comparare operae est pretium, quae quidem, quoniam aequalibus ac similibus planis continentur, sola aequales habent angulos solidos et praeter cetera bene ordinata sunt. Sed exceptis his quinque figuris nullas inveniri posse alias, quae aequilateris polygonis aequalibus ac similibus contineantur, et ab Euclide (*elem. 13 extr.*) et aliis quibusdam demonstratum est. Primum igitur haec cum sphaera comparemus.

Sit enim sphaera, cuius centrum α , et unum quodpiam Prop. horum quinque polyedrorum, cuius tota superficies sphaerae 18

πρώτων BS, δ' A 13. δύο καὶ ἐξηκονταέδρων AB, coniunx. S
14. x B, εἰκοσι AS 16. δύο καὶ ἐνενηκονταέδρων AB, διοκαιεννη-
κονταέδρων S 17. καὶ om. AS, add. B ἑξέτε· A 19. ιγ' S
Ei, τρισκαίδεκα o Parisino 2368 descripsit Waltzlus, Ἰ A, τετρα B
19. 20. ἦτοι — ὅντα ἡ interpolatori tribuit Hu 28. συγκρίσωμεν B

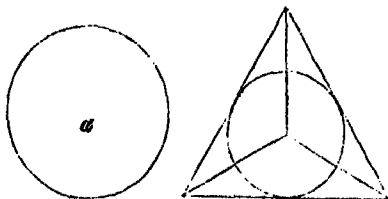
φάνειαν τῇ τῆς Α σφαίρας· λέγω ὅτι μείζων ἐστὶν ἡ σφαῖρα.

Νοεῖσθαι γὰρ εἰς τὸ πολυέδρον ἐγγεγραμμένη σφαῖρα, ὥστε τῶν περιεχόντων ἐπιπέδων ἀπτεσθαι· μείζων ἄρα ἐστὶν ἡ τοῦ πολυέδρου ἐπιφάνεια τῆς ἐπιφανείας τῆς ἐγγεγραμμένης σφαίρας· περιέχει γὰρ αὐτήν. ἀλλ' ἡ τοῦ πολυέδρου ἐπιφάνεια ἴση ἐστὶν τῇ τῆς Α σφαίρας ἐπιφανείᾳ, ὥστε καὶ ἡ τῆς Α σφαίρας ἐπιφάνεια μείζων ἐστὶν τῆς ἐπιφανείας τῆς ἐγγεγραμμένης τῇ πολυέδρῳ σφαίρας· καὶ ἡ ἐκ τοῦ κέντρου ἄρα τῆς Α σφαίρας μείζων ἐστὶν¹⁰ τῆς ἐκ τοῦ κέντρου τῆς ἐγγεγραμμένης σφαίρας. ἴση δὲ ἡ τῆς Α σφαίρας ἐπιφάνεια τῇ τοῦ πολυέδρου ἐπιφανείᾳ· ὁ ἄρα κῶνος ὁ βάσιν μὲν ἔχων κύκλον ἴσον τῇ ἐπιφανείᾳ τῆς Α σφαίρας, ὕψος δὲ ἴσον τῇ ἐκ τοῦ κέντρου τῆς Α σφαίρας, μείζων ἐστὶν τῆς πυραμίδος τῆς βάσιν ἔχούσης εὐθύ-¹⁵ γραμμον τὸ ἴσον τῇ τοῦ πολυέδρου ἐπιφανείᾳ καὶ ὕψος τὴν ἐκ τοῦ κέντρου τῆς ἐγγεγραμμένης αὐτῷ σφαίρας. ἀλλ' ὁ μὲν κῶνος ἴσος ἐστὶν τῇ Α σφαίρᾳ (τοῦτο γὰρ ἐκ τῶν ὑπ' Ἀρχιμήδους δεδειγμένων ἐν τῇ περὶ σφαίρας καὶ κυλίνδρου καὶ τῶν ἄλλων ὑφ' ἡμῶν ὑποτεταγμένων λημ-²⁰ μάτων ἐστὶ φανερόν), ἡ δὲ πυραμὶς ἴση τῇ πολυέδρῳ· μείζων ἄρα καὶ ἡ Α σφαῖρα τοῦ ὑποκειμένου πολυέδρου.

39 κ'. Ἐχει δὲ τινα σύγκρισιν καὶ ταῦτα τὰ ε' σχήματι πρὸς ἀλλήλα, περὶ ἧς ὕστερον ἐπισκεψόμεθα· δείκνυται γὰρ ὑποκειμένων ἴσων τῶν ἐπιφανειῶν τὸ πολυεδρότερον²⁵ αἰεὶ καὶ μείζον. ὅλον τὸ μὲν εἰκοσαέδρον τοῦ δωδεκαέδρου, τὸ δὲ δωδεκαέδρον τοῦ ὀκταέδρου, καὶ ὁμοίως τὸ μὲν ὀκτάεδρον τοῦ κύβου, ὁ δὲ κύβος τῆς πυραμίδος· ὅμοιον γὰρ τι πέπονθεν τὰ στερεὰ ταῦτα τοῖς ἐπιπέδοις πολυγώνοις· καὶ γὰρ ἐπ' ἐκείνων, ὅποτε τὰς περιμέτρους ἴσας³⁰

1. τῇ τῆς Α σφαίρας Hu auctore Co, τῇ om. AB, unde τῇ ἡ σφαῖρα Paris. 2368 [S] Ki 5. ἐπιφάνεια τῇ ἐπιφανείᾳ AB, corr. S 7. Α om. B¹ Ki 12. Α om. Ki 13. ὁ τὴν βάσιν Α, sed τὴν del. prima m. κύκλον Α^o Ki, κύκλου BS τὸ αὐτὸ ἴσον add. ABS, del. Ki 14. 15. ὕψος — σφαίρας add. Ki 15. τῆς (ante πυραμίδος) om. Ki

superficiei aequalis sit; dico sphaeram maiorem esse *polyedro*.



Kingatur enim *polyedro* inscripta sphaera, quae plana *polyedri* tangat; ergo superficies *polyedri* maior est superficie sphaerae inscriptae, quoniam hanc complectitur illa.

Sed ex *hypothesi* *polyedri* superficies aequalis est sphaerae α superficiei, ita ut sphaerae α superficies maior sit superficie sphaerae *polyedro* inscriptae; ergo etiam radius sphaerae α maior est radio sphaerae inscriptae. Sed sphaerae α superficies aequalis est superficiei *polyedri*; ergo *conus* basim habens circulum aequalem superficiei sphaerae α et altitudinem radio sphaerae α aequalem maior est pyramide cuius basis est rectilineum aequale superficiei *polyedri* et altitudo radius sphaerae *polyedro* inscriptae. Sed *conus* ille aequalis est sphaerae α — hoc enim et ex his quae Archimedes in libro de sphaera et cylindro *primo propos. 35 et 36* demonstravit et ex his quae sequuntur lemmatis a nobis subiunctis *propos. 20 sqq.*) apparet — et pyramis illa *polyedro* aequalis (*id quod ex elem. 12, 6 sequitur*); ergo sphaera α maior est eo quod supra posuimus *polyedro*.

XX. Sed est etiam quaedam horum quinque *polyedrorum* inter se comparatio, de qua infra videbimus (*cap. 72 sqq.*). Etenim, si aequales *polyedrorum* superficies supponantur, demonstratur semper id quod plures bases habeat maius esse, volut icosaedrum *maius* dodecaedro, et dodecaedrum octaedro, et similiter octaedrum cubo, et cubum pyramide. Nam simile quid in his solidis contingit atque in planis polygonis, quoniam in illis quoque, si aequales perimetros habebant,

την βάσιν AB, corr. Paris. 2868 S 20. ἄλλων B¹, ἄλλως AB³ S Ki
23. x A¹ in marg. (BS) 24. ἐπισκευώμεθα A¹ ex ἐπισκευώμεθα

- εἶχεν, εἰς μείζον ἀπεδείκνυτο τὸ πολυγωνώτερον, καὶ πάντων ὁ κύκλος μείζων, ὥσπερ ἐδείχθη νῦν τῶν πολυέδρων
- 40 ἡ σφαῖρα. προόδηλον δ' ὅτι καὶ ὁ κῶνος καὶ ὁ κύλινδρος ἐκάτερος ὁ ἴσην ἔχων ἐπιφάνειαν τῇ τῆς σφαίρας ἐλάσσων ἐστὶν αὐτῆς. ὁ μὲν γὰρ κῶνος ὁ βάσιν ἔχων ἴσην τῇ ἐπιφανείᾳ τῆς σφαίρας, ὅλην δὲ τὴν ἐπιφάνειαν μείζονα τῆς ἐπιφανείας τῆς σφαίρας, ἵσους αὐτῇ καταλαμβάνεται, ὅταν τὸ ὕψος αὐτοῦ ἴσον ᾖ τῇ ἐκ τοῦ κέντρου τῆς σφαίρας, ὁ δὲ κύλινδρος ὁ τὴν αὐτὴν βάσιν ἔχων τῷ κώνῳ, ἡ ἐστὶν ἴση τῇ ἐπιφανείᾳ τῆς σφαίρας, ὕψος δὲ τὸ γ' τοῦ ἄξονος 10 τοῦ κώνου, καὶ ἵσος ὢν τῇ κώνῳ, ἵσος ἐδείκνυται καὶ τῇ σφαίρᾳ μείζονα τὴν ἐπιφάνειαν ἔχων αὐτῆς. αἱ γὰρ δύο βάσεις αὐτοῦ τῆς βάσεως τοῦ κώνου, τουτέστιν τῆς ἐπιφανείας τῆς σφαίρας, διπλασίους εἰσὶν, ὥστε ὅταν ἐκάτερον τῶν σχημάτων ἴσην ἔχη τὴν ἐπιφάνειαν τῇ τῆς σφαίρας, 15 εὐτό' δὲ ἀνάγκης ἡ σφαῖρα ἐκατέρου σχήματος μείζων ἐστίν.
- 41 Τόσαῦτα μὲν οὖν περὶ τῆς συγκρίσεως τῆς σφαίρας πρὸς τὰ ἑ σχήματα καὶ τὸν κῶνον καὶ κύλινδρον, τὰ δ' ὑπὸ τοῦ Ἀρχιμήδους, ὡς εἴρηται, δειχθέντα καὶ ἄλλως ἀποδείξομεν, προγραφάσαντες ὅσα εἰς τὰς ἀποδείξεις αὐτῶν 20 συντείνει λημμάτια.
- 42 (α'). Ἡμικύκλιον τὸ ἐπὶ τῆς AB διαμέτρου καὶ τεχοῦσαι ἐπὶ τὴν διάμετρον κάθεται αἱ $ΓΑ$ EZ , καὶ ἐφαπτομένη ἡ $ΓΕ$. ὅτι τὸ δις ὑπὸ $ΖΕΓ$. ἴσον ἐστὶν τῷ ἐπὶ AB AZ . 25
- Ἦχθω ἀπὸ τοῦ E κάθετος ἐπὶ τὴν $ΓΑ$ ἡ $ΕΗ$, καὶ ληφθέντος τοῦ Θ κέντρου ἐπεξελύθω ἡ $ΕΘ$. ἐπεὶ οὖν ὁρθὴ ἡ ὑπὸ $ΓΕΘ$ τῇ ὑπὸ $ΖΕΗ$ ἐστὶν ἴση, κοινῆς ἀφαιρέσεως τῆς ὑπὸ $ΗΕΘ$ ἔσται λοιπὴ ἡ ὑπὸ $ΓΕΗ$ τῇ ἐπὶ $ΖΕΘ$ ἴση. ἀλλὰ καὶ ὁρθὴ ἡ Z τῇ H ἴση· ἰσογώνιον ἄρα 30

4. τῇ τῆς σφαίρας Hu , τῇ σφαίρᾳ ABS , τῇ ἐπιφανείᾳ τῆς σφαίρας Ei 10. τὸ ΓA , τὸ τρίτον BS 14. διπλασίους A^1 ex διπλασίους 15. τῇ add. Hu (τῇ ἐπιφανείᾳ add. Ei) 20. ὅσα post αὐτῶν transpos. $S Ei$ 21. λημμάτια· A^1 , α add. A^2 22. α' add. Hu (quoniam lemmata huius secundae quinti libri partis a scriptore seorsum numerantur)

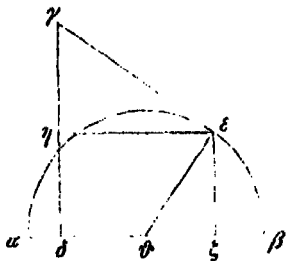
semper maius demonstrabatur id quod plures angulos habebat (*propos. 1*), et omnibus *polygonis* maior circulus (*propos. 2*), sicut polyedris sphaeram maiorem esse statim ostendimus. Apparet etiam

et conum et cylindrum, si uterque aequalem superficiem ac sphaera habeat, eandem minorem esse. Prop. 19

Nam conus cuius basis superficiei sphaerae aequalis est (tota igitur superficies maior superficie sphaerae), aequalis sphaerae deprehenditur, si altitudinem radio sphaerae aequalem habeat (*propter Archim. de sphaer. et cyl. I, 35. 36*); cylindrus autem eandem cum eo cono basin habens (quae est superficiei sphaerae aequalis), altitudinem autem coni axis tertiam partem, quoniam aequalis est cono (*ibid. 36. 37*), sphaerae etiam aequalis invenitur, cum tamen maiorem eâ superficiem habeat (namque, ut curvam superficiem omittamus, ipsae duae bases cylindri duplae sunt bases coni, id est superficiei sphaerae); itaque si et conus et cylindrus aequalem ac sphaera superficiem habeat, utroque sphaeram maiorem esse necesse est.

Haec igitur de sphaerae cum quinque polyedris et cono et cylindro comparatione; eadem autem quae ab Archimede, ut diximus, demonstrata sunt nos alia ratione ostendemus praemissis lemmatis quaecunque ad eam demonstrationem adhibentur.

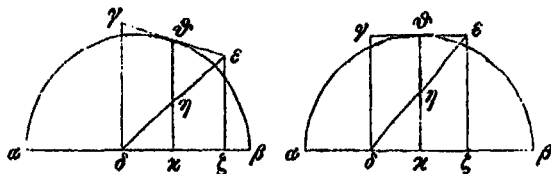
(*Lemma 1*). Sit semicirculus diametro $\alpha\beta$, et quae-
libet ad diametrum ducantur perpendiculares $\gamma\delta$ et ζ , et tan-
gens $\gamma\epsilon$; dico esse $2 \zeta\epsilon \cdot \epsilon\gamma =$ Prop. 20
 $\alpha\beta \cdot \delta\zeta$.



Ducatur a puncto ϵ ad rectam $\gamma\delta$ perpendicularis $\epsilon\eta$, et sumpto centro θ iungatur $\epsilon\theta$. Iam quia rectus angulus $\gamma\epsilon\theta$ recto $\eta\epsilon\zeta$ aequalis est, communi sublato angulo $\eta\epsilon\theta$ restat angulus $\gamma\epsilon\eta$ aequalis angulo $\theta\epsilon\zeta$. Sed quia etiam anguli $\eta\zeta$, ut

τὸ ΓΕΗ τρίγωνον τῷ ΖΕΘ τριγώνῳ· ἔστιν ἄρα ὡς ἡ ΖΕ πρὸς ΕΘ, ἢ ΗΕ πρὸς ΕΓ· τὸ ἄρα ὑπὸ ΖΕΓ ἴσον ἐστὶν τῷ ὑπὸ ΘΕΗ, ὥστε καὶ τὸ δις ὑπὸ ΖΗΓ τῷ δις ὑπὸ ΘΕΗ ἐστὶν ἴσον. ἀλλὰ τῷ δις ὑπὸ ΘΕΗ ἴσον ἐστὶν τὸ ὑπὸ ΑΒ ΑΖ (ἴση γάρ ἐστιν ἡ ΗΕ τῇ ΑΖ), καὶ τὸ δις ὑπὸ ΖΕ ΕΓ ἄρα ἴσον ἐστὶν τῷ ὑπὸ ΑΒ ΑΖ, ὥστε καὶ τὸ ὑπὸ συναμφοτέρων τῆς ΕΖ ΑΗ καὶ τῆς ΓΕ ἴσον ἐστὶν τῷ ὑπὸ ΑΒ ΑΖ.

- 43 κα' (β'). Ἔστωσαν δὴ πάλιν ἐπὶ τὴν διάμετρον τεθοῖσαι κάθετοι αἱ ΓΑ ΕΖ, καὶ ἡ ΕΘΓ' ἐφαπτομένη τοῦ ἡμικυκλίου, ὥστε ἴσην εἶναι τὴν ΓΘ τῇ ΟΕ· ὅτι τὸ ὑπὸ ΑΒ ΑΖ ἴσον ἐστὶν τῷ ὑπὸ συναμφοτέρων τῆς ΓΑ ΕΖ καὶ τῆς ΓΕ.



- Ἡχθω κάθετος ἡ ΘΚ καὶ ἐπεξεύχθω ἡ ΑΗΕ. ἐπεὶ παράλληλοί εἰσιν αἱ ΓΑ ΘΚ ΕΖ, καὶ διπλῇ ἐστὶν ἡ ΓΕ τῆς ΕΘ, διπλῇ ἐστὶν καὶ ἡ μὲν ΓΑ τῆς ΟΗ, ἢ δὲ ΕΖ τῆς ΗΚ, ὥστε καὶ συναμφοτέρος ἡ ΓΑ ΕΖ τῆς ΘΚ ἐστὶν διπλῇ. διὰ δὲ τὸ προδειχθὲν τὸ δις ὑπὸ ΚΘΓ ἴσον ἐστὶν τῷ ὑπὸ ΑΒ ΑΚ. καὶ τὰ διπλάσια· τὸ ὑπὸ συναμφοτέρων ἄρα τῆς ΓΑ ΕΖ καὶ τῆς ΓΕ ἴσον ἐστὶν τῷ ὑπὸ ΑΒ ΑΖ.

- 44 κβ' (γ'). Ἔστω πάλιν τὸ ἡμικύκλιον καὶ τεθοῦσα ἡ ΓΕ²⁰ καὶ κάθετοι αἱ ΓΑ ΕΖ· ὅτι τὸ ὑπὸ συναμφοτέρων τῆς ΓΑ ΕΖ καὶ τῆς ΓΕ ἴσον ἐστὶ τῷ περιεχομένῳ ὑπὸ τε τῆς ΑΖ καὶ τῆς ὑποτείνουσας περιφέρειαν, ἢ ἐστὶν μετὰ τῆς ΓΕ ἡμικύκλιον.

Προσαναγεγράφθω ὁ κύκλος, καὶ ἔστω διάμετρος αὐτοῦ τοῦ ἡ ΓΘ, καὶ ἐκβληθείσης τῆς ΓΑ ἐπὶ τὸ Κ κάθετος ἐπ' αὐτὴν ἡ ΕΗ, καὶ ἐπεξεύχθωσαν αἱ ΕΘ ΕΚ. ἐπεὶ ἡ

4. τοῦ Α' ex τὸ (Item τῷ B Paris. 2368, sed τὸ S· τὸ δις ὑπὸ ΘΕΓ ΕΙ 4. 5. τὸ ὑπὸ ΑΒ, τῷ ὑπὸ S ΕΙ 5. post ΑΒ ΑΖ repe-

recti, aequales sunt, triangulum igitur $\gamma\epsilon\eta$ simile est triangulo $\vartheta\epsilon\zeta$; est igitur

$\zeta\epsilon : \epsilon\vartheta = \eta\epsilon : \epsilon\gamma$, itaque $\zeta\epsilon \cdot \epsilon\gamma = \vartheta\epsilon \cdot \epsilon\eta$, sive

$2\zeta\epsilon \cdot \epsilon\gamma = 2\vartheta\epsilon \cdot \epsilon\eta$. Sed est $2\vartheta\epsilon \cdot \epsilon\eta = \alpha\beta \cdot \delta\zeta$ (quia

$2\vartheta\epsilon = \alpha\beta$, et $\epsilon\eta = \delta\zeta$); ergo etiam

$2\zeta\epsilon \cdot \epsilon\gamma = \alpha\beta \cdot \delta\zeta$, sive $(\delta\eta + \zeta\epsilon)\epsilon\gamma = \alpha\beta \cdot \delta\zeta$.

XXI (2). Sint rursus ad diametrum ductae quaelibet Prop. 24
perpendiculares $\gamma\delta$ $\epsilon\zeta$, et recta $\gamma\vartheta$ tangens semicirculum,
ita ut sit $\gamma\vartheta = \vartheta\epsilon$; dico esse $\alpha\beta \cdot \delta\zeta = (\gamma\delta + \epsilon\zeta)\gamma\epsilon$.

Ducatur perpendicularis $\vartheta\kappa$, et iungatur recta $\delta\eta\epsilon$.
Quoniam parallelae sunt $\gamma\delta$ $\vartheta\kappa$ $\epsilon\zeta$, et $\gamma\epsilon = 2\vartheta\epsilon$, est etiam
propter triangulorum similitudines $\gamma\delta = 2\vartheta\eta$, et $\epsilon\zeta = 2\eta\kappa$,
itaque etiam

$\gamma\delta + \epsilon\zeta = 2\vartheta\kappa$. Sed propter superius lemma est $2\kappa\vartheta \cdot \vartheta\gamma$
 $= \alpha\beta \cdot \delta\kappa$; atque item dupla, id est

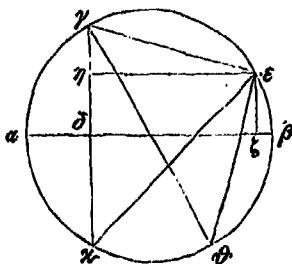
$2\kappa\vartheta \cdot \gamma\epsilon = \alpha\beta \cdot \delta\zeta$; ergo est

$(\gamma\delta + \epsilon\zeta)\gamma\epsilon = \alpha\beta \cdot \delta\zeta$.

XXII (3). Sit rursus semicirculus, et ducatur quaelibet Prop. 22
 $\gamma\epsilon$, et diametro $\alpha\beta$ perpendiculares $\gamma\delta$ $\epsilon\zeta$; dico rectangulum
 $(\gamma\delta + \epsilon\zeta)\gamma\epsilon$ aequale esse rectangulo quod rectis $\delta\zeta$ et $\epsilon\alpha$ con-

tinetur quae circumferentiam unam cum circumferentia $\gamma\epsilon$ semicirculum efficientem subtendit).

Compleatur circulus sitque
diametrus eius $\gamma\vartheta$, et produ-
catur $\gamma\delta$ ad κ punctum circum-
ferentiae, et ad eam perpen-
dicularis ducatur $\epsilon\eta$, et iun-
gantur $\epsilon\vartheta$ $\epsilon\kappa$. Quoniam $\alpha\beta$



4. Ad Graecum $\eta\mu\epsilon\kappa\iota\kappa\lambda\omicron\upsilon$ apparet supplendum esse $\pi\epsilon\tau\iota\gamma\epsilon\gamma\epsilon\iota\alpha$.
Ipsae autem scriptoriae verba, quae primo obscuriora videantur, clara
quasi luce collustrantur, simulatque ex constructione circumferentias
 $\gamma\epsilon$ + $\epsilon\vartheta$ semicirculum efficere cognovimus.

lunt $\xi\alpha\tau\iota\upsilon$ AB 9. κα Α' in marg. 'BS., β' add. Hu δη ABS, δδ
Ei 40. κα ΗΕΘΙ' Α', corr. Α' 20. ΑΒ Α' in marg. (BS., γ' add.
Hu το om. Ei 25. προσανακληρώσθω [voluit προσανακληρώ-
σθω]; Ei auctore Co

AB τὴν $ΓΚ$ πρὸς ὀρθὰς τέμνει, ἴση ἐστὶν ἡ $ΓΔ$ τῇ $ΔΚ$. ἀλλὰ καὶ ἡ $ΗΔ$ τῇ $ΕΖ$ ἐστὶν ἴση· ἡ $ΗΚ$ ἄρα συναμφοτέρω τῇ $ΓΔ$ $ΕΖ$ ἐστὶν ἴση [ἡ δὲ $ΔΖ$ τῇ $ΗΕ$]. ἡ δὲ τὴν λοιπὴν ὑποτείνουσα τοῦ $ΓΒΘ$ ἡμικυκλίου ἐστὶν ἡ $ΕΘ$. ἐπεὶ οὖν ἴση ἐστὶν ἡ μὲν $Κ$ γωνία τῇ $Θ$, ἡ δὲ ὑπὸ $ΘΕΙ$ ἔν τῷ ἡμικυκλίῳ γωνία ὀρθή, ἴση ἐστὶν τῇ $Η$, ἰσογώνια ἄρα ἐστὶν τὰ $ΘΕΓ$ $ΚΕΗ$ τρίγωνα· ἐστὶν ἄρα ὡς ἡ $ΘΕ$ πρὸς $ΕΓ$, ἡ $ΚΗ$ πρὸς $ΗΕ$ · τὸ ἄρα ὑπὸ τῆς $ΘΕ$ καὶ τῆς $ΕΗ$, τούτέστιν τῆς $ΔΖ$, ἴσον ἐστὶν τῷ ὑπὸ τῶν $ΗΚ$ $ΓΕ$, τούτέστιν τῷ ὑπὸ συναμφοτέρου τῆς $ΓΔ$ $ΕΖ$ καὶ τῆς $ΓΕ$.
 45 κγ' (δ'). Καὶ ἐκ τούτου φανερόν ὅτι, ἐὰν ἡμικυκλίον τινὸς ὡς τοῦ $ΑΒΙ$ περιμέρειά τις ὡς ἡ $ΑΓΔ$ διαιρεθῇ εἰς ὅποσαρὲν ἴσα καὶ ἐπιζευχθῶσιν εὐθεῖαι, αἱ ὑπὸ τῶν ἐπιζευχθειῶν τῶν $ΑΕ$ $ΕΖ$ $ΖΙ$ $ΓΗ$ $ΗΔ$ κατὰ τὴν περὶ ἄξονα τὴν $ΑΒ$ στροφὴν γινόμεναι ἐπιφάνειαι ἴσαι εἰσὶν 15 κύκλῳ οὗ ἡ ἐκ τοῦ κέντρου δύναται, ἐπιζευχθείσης τῆς $ΕΒ$, τὸ ὑπὸ $ΕΒ$ $ΑΘ$.

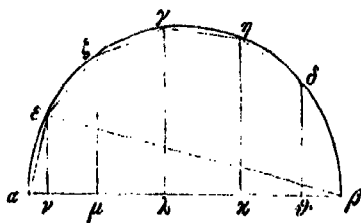
Ἡ μὲν γὰρ ὑπὸ τῆς $ΗΔ$ γινομένη ἐπιφάνεια ἴση ἐστὶν κύκλῳ οὗ ἡ ἐκ τοῦ κέντρου δύναται τὸ ὑπὸ συναμφοτέρου τῆς $ΗΚ$ $ΑΘ$ καὶ τῆς $ΗΔ$ [ὡν μέση ἀνάλογόν ἐστιν ἡ ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ εἰρημένου κύκλου]. λέγει γὰρ Ἀρχιμήδης ὅτι "ἐὰν κῶνος ἰσοσκελὴς ἐπιπέδῳ τμηθῇ παραλλήλῳ τῇ βάσει, τῇ μεταξὺ τῶν παραλλήλων ἐπιπέδων ἐπιφανείᾳ τοῦ κῶνου, ἴσος ἐστὶν κύκλος οὗ ἡ ἐκ τοῦ κέντρου μέσον λόγον ἔχει τῆς πλευρᾶς τοῦ κῶνου τῆς μεταξὺ τῶν παραλλήλων 25 ἐπιπέδων καὶ τῆς ἴσης ἀμφοτέραις ταῖς ἐκ τῶν κέντρων τῶν κύκλων τῶν ἐν τοῖς παραλλήλοις ἐπιπέδοις". ὥστε ἡ ὑπὸ τῆς $ΗΔ$ γινομένη ἐπιφάνεια ἴση ἐστὶν κύκλῳ οὗ ἡ

2. ἡ $ΗΔ$ $Α'$ ex ἡ $ΝΔ$ 3. ἡ δὲ — $ΗΕ$ interpolatori trihuit Hu
 τῇ $η$ BS, τῇ $Η$ C A 4. τοῦ $Ε$ pro τὸ 9. τῶν $Ε$ pro τῆς
 10. τῆς $ΓΔΕΖ$ AS, distinct. B 11. $ΚΓ$ $Α'$ in marg. (BS), δ' add.
 Hu 12. ἐπιφανείας καὶ εἰσὶν $Λ(B)$, ἐπιφανείας καὶ εἰσὶν $Ε$ S,
 corr. $Ε$ auctore Co 20. 21. ὡν μέση — κύκλον interpolatori tri-
 huit Hu 22. ὁ ante Ἀρχιμ. add. B¹, del. B², item p. 368, 21
 23. ὁ ante κύκλος add. S $Ε$ (invisis AB atque ipso Archimede)
 25. τῆς τε πλευρᾶς Archim.

ipsam γx ad rectos angulos secat, aequales sunt $\gamma\delta$ δx (*elem. 3, 3*). Sed etiam $\eta\delta$ $\varepsilon\zeta$ aequales sunt; ergo est $\eta x = \gamma\delta + \varepsilon\zeta$. Sed ea quae circumferentiam semicirculorum $\gamma\theta$ complementem subtenit est $\varepsilon\theta$. Iam quia anguli x θ aequales sunt (*elem. 3, 24*), itemque angulus $\gamma\theta$, ut in semicirculo, aequalis est recto $x\eta\theta$, similia igitur sunt triangula $\theta\gamma x$ $x\eta\theta$. Ergo est $\theta\gamma : \varepsilon\gamma = x\eta : \eta\theta$; itaque

$$\theta\gamma \cdot \eta\theta = x\eta \cdot \varepsilon\gamma. \text{ Et est } \eta\theta = \delta\zeta, \text{ et } x\eta = \gamma\delta + \varepsilon\zeta; \text{ ergo} \\ (\gamma\delta + \varepsilon\zeta)\gamma\theta = \delta\zeta \cdot \varepsilon\theta.$$

XXIII (4). Atque ex his manifestum est, si semicirculi, Prop. 23
velut $\alpha\beta\gamma$, circumferentiae pars quaedam, velut $\alpha\gamma\delta$, in
quotcunque aequales partes dividatur rectaeque, velut $\alpha\theta$ $\varepsilon\zeta$
 $\zeta\gamma$ $\gamma\eta$ $\eta\delta$, iungantur, eas superficies, quas hae rectae con-
versione circa axem $\alpha\beta$ efficiunt, aequales esse circulo, cuius
radii quadratum (iuncta $\varepsilon\beta$) aequale est rectangulo $\varepsilon\beta \cdot \alpha\theta$.

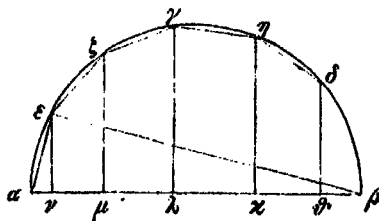


Nam superficies,
quam $\eta\delta$ efficit, ae-
qualis est circulo, cuius
radii quadratum
aequat rectangulum
($\eta x + \delta\theta$) $\eta\delta$, id est
circulo, cuius radius
media proportionalis
est rectarum $\eta x + \delta\theta$

et $\eta\delta$ *). Docet enim Archimedes (*de sphaer. et cyl. I, 17*):
“si conus isosceles plano secetur basi parallelo, conici super-
ficiel, quae inter parallela plana interiicitur, aequalis est
circulus, cuius radius media proportionalis est inter conici la-
tus, quod interiicitur inter parallela plana, et rectam aequan-
tem summae radiorum circulorum qui in parallelis sunt planis”. Itaque superficies, quam $\eta\delta$ efficit, aequalis est cir-

*) Significemus radium eius de quo agitur circuli nota x ; ergo Pappus ponit $x^2 = (\eta x + \delta\theta)\eta\delta$, itemque Archimedes $\eta\delta : x = x : \eta x + \delta\theta$, quae Graeco sic dici poterant: τοιτέστιν κύκλω οὗ ἡ ἔκ τοῦ κέντρου μέση ἀνάλογός ἐστιν ἐστ. (velut Latinis verbis perspicuitatis causa supra expressimus), neque vero ea ratione quam in Graeco contextu interpolator secutus est.

ἐκ τοῦ κέντρου δύναται τὸ ἐπὶ συναμφοτέρων τῆς HK $A\Theta$ καὶ τῆς HA , ὅπερ ἐδείχθη τῷ ἐπὶ EB $K\Theta$ ἴσον. ἡ δὲ ἐπὶ τῆς $I'H$ ὁμοίως ἴση ἐστὶν κύκλῳ οὗ ἢ ἐκ τοῦ κέντρου δύναται τὸ ἐπὶ EB AK · καὶ γὰρ τοῦ κύκλου προσαναπληρουμένον καὶ τῆς ἴσης τῇ EB εἰς τὸν κύκλον ἐναρμυζομένης διὰ τοῦ H γίνεται τὸ ἐπὶ αὐτῆς καὶ τῆς AK ἴσον



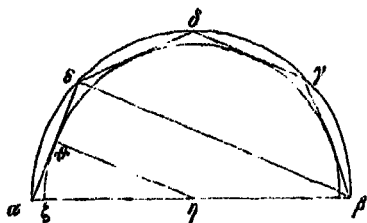
τῷ ἐπὶ συναμφοτέρων τῆς GA HK καὶ τῆς $I'H$. ἡ δὲ ἐπὶ τῆς EZ ἴση ἐστὶν κύκλῳ οὗ ἢ ἐκ τοῦ κέντρου δύναται τὸ ἐπὶ EB MN . τοῦτο γὰρ ἴσον τῷ ἐπὶ συναμφοτέρων

τῆς EN ZM καὶ τῆς EZ , καὶ ἐπὶ τῶν ἐξῆς τὰ αὐτά. καὶ ἡ ἐπὶ τῆς ῥαχάτης τῆς AE κωνικῇ ἐπιφάνεια γινομένη ἴση ἐστὶν κύκλῳ οὗ ἢ ἐκ τοῦ κέντρου δύναται τὸ ἐπὶ EB AN , ὅπερ ἴσον ἐστὶν τῷ ἐπὶ AEN (καὶ γὰρ ἰσογώνια ἐστὶν τὰ AEB AEN τρίγωνα, καὶ ἡ ἐπὶ τῆς AE γινομένη ἐπιφάνεια ἴση ἐστὶν κύκλῳ οὗ ἢ ἐκ τοῦ κέντρου δύναται τὸ ἐπὶ AEN . καὶ τοῦτο γὰρ Ἀρχιμήδης ἀπέδειξεν). καὶ ἡ ἐπὶ πασῶν ἄρα τῶν AH $HΓ$ $I'Z$ ZE EA γινομένη σύνθετος ἐπιφάνεια ἴση ἐστὶν κύκλῳ οὗ ἢ ἐκ τοῦ κέντρου δύναται τὸ ἐπὶ EB $A\Theta$.

Ἀλλ' οὐκ ὅτι καὶ ἐὰν ἡ ὕλη τοῦ ἡμικυκλίου περιφύεται εἰς ἴσα διαιρεθῇ, ὧν μία ἐστὶν ἡ AE , καὶ ἐπιῤυσθῶσιν εὐθεῖαι, ἡ γινομένη ἐπὶ πασῶν τῶν τοῦ πολυγώνου πλευρῶν ἐπιφάνεια κατὰ τὴν ὁμοίαν στροφῆν ἴση ἐστὶν κύκλῳ οὗ ἢ ἐκ τοῦ κέντρου δύναται τὸ ἐπὶ EB A .

4. τὸ ἐπὶ συναμφοτέρων — 4. δύναται om. S, quorum verborum loco add. Ei τὸ ἐπὶ EB ΘK , ἡ δὲ ἐπὶ τῆς $HΓ$ γινομένη ἐπιφάνεια ἴση ἐστὶ κύκλῳ οὗ ἢ ἐκ τοῦ κέντρου δύναται 4. καὶ γὰρ — 13. καὶ τῆς EZ interpolatori tribuit Hu 5. τῇ EB Ei auctore Co pro τῆς EB 8. 9. καὶ τῆς $I'N$ ABS, corr. Co 9. 10. ἐπὶ τῆς EZ Hu pro ἐπὶ τῆς $I'Z$ 12. δύναται τὸν ἐπὶ AB, corr. S 19. post AEN add. NEB ABS, del. Hu post ἐπὶ τῆς AI add. N καὶ γὰρ ἰσογών-

culo, cuius radii quadratum aequat rectangulum $(\eta\kappa + \delta\vartheta)\eta\delta$, id est, ut superiore lemmate demonstravimus, rectangulum $\kappa\vartheta.\varepsilon\beta^{**}$). Similiter superficies, quam $\gamma\eta$ efficit, aequalis est circulo, cuius radii quadratum aequat rectangulum $\lambda\kappa.\varepsilon\beta$, et eadem ratione in reliquis. Et superficies conica, quam ultima $\alpha\varepsilon$ efficit, aequalis est circulo, cuius radii quadratum aequat rectangulum $\alpha\gamma.\varepsilon\beta$, quod quidem rectangulo $\alpha\kappa.\varepsilon\gamma$ aequale est (nam propter triangulorum $\alpha\varepsilon\beta$ $\alpha\gamma\varepsilon$ similitudinem est $\alpha\varepsilon : \varepsilon\beta = \alpha\gamma : \varepsilon\gamma$, et superficies, quam $\alpha\varepsilon$ efficit, aequalis est circulo, cuius radii quadratum aequat rectangulum $\alpha\varepsilon.\varepsilon\gamma$, ut Archimedes l. c. propos. 15 demonstravit). Ergo superficies, quam omnes $\delta\eta$ $\eta\gamma$ $\gamma\zeta$ $\zeta\varepsilon$ $\varepsilon\alpha$ efficiunt, composita aequalis est circulo, cuius radii quadratum aequat rectangulum $\varepsilon\beta.\alpha\delta$.



Ac manifestum est, si tota semicirculi circumferentia in aequales partes dividatur, quarum una sit $\alpha\varepsilon$, et rectae, ut supra, iungantur, superficiem, quam omnia polygoni latera simili conversione effi-

ciunt, nequalem esse circulo, cuius radii quadratum aequat rectangulum $\varepsilon\beta.\beta\alpha$.

Atque item apparet rectam $\varepsilon\beta$ aequalem esse diametro circuli eidem polygono inscripti; nam si ex contactus puncto ϑ ad centrum duxerimus $\vartheta\eta$, haec ipsi $\varepsilon\beta$ parallela est;

**) Facile apparet rectam quae hic ponitur $\varepsilon\beta$ respondere illi $\varepsilon\delta$ in superiore lemmate; est enim $\alpha\varepsilon = \eta\delta$, itaque, ut generaliter dictum est propositione 22, ipsa est recta $\varepsilon\beta$ "quae circumferentiam unā cum circumferentia $\eta\delta$ semicirculum efficientem subtendit". Quae Graecus scriptor tanquam consentanea omisit; interpolator autem paulo post, alieno scilicet loco, demonstrationem quandam similem inculcavit.

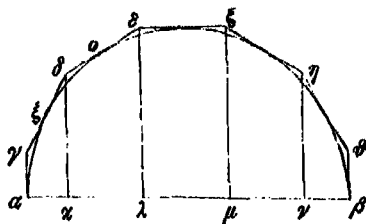
via $\lambda\sigma\tau\upsilon$ A, sed del. prima m.

27. $\varepsilon\delta\vartheta\iota\alpha\iota$ add. Et $\gamma\eta\gamma\upsilon\mu\epsilon\tau\eta$

A, corr. BS

Pappus I.

- 40 κδ' (ε'). Διηγήσθω δὲ πάλιν ἡ τοῦ ἡμικυκλίου περι-
φέρεια εἰς ἴσα ὑποσαοῦν, ἀφ' ὧν ἐφαπτόμεται ἤχθωσαν,
ὡς καταγέγραπται· ὅτι αἱ ὑπὸ τῶν ΓΑ ΔΕ ΕΖ ΖΗ ΗΘ
γινόμεναι ἐπιφάνειαι κατὰ τὴν ὁμοίαν στρουφήν ἴσαι εἰσὶν
κύκλῳ οὗ ἢ ἐκ τοῦ κέντρου ἐστὶν ἡ ΑΒ. 5



Κάθετοι ἤχθωσαν ἀπὸ τῶν Α Ε Ζ Η ἐπὶ τὴν διά-
μετρον. διὰ δὲ τὸ ἴσην εἶναι τὴν ΓΑ τῇ ΕΔ καὶ καθέ-
τως τὰς ΓΑ ΔΚ, τὸ ὑπὸ ΒΑΚ ἴσον ἐστὶν τῷ ὑπὸ συν-
αμφοτέρων τῆς ΓΑ ΔΚ καὶ τῆς ΓΑ· τοῦτο γὰρ β' θεω-
ρήματι προδίδεται. ἀλλὰ ἡ ὑπὸ τῆς ΓΑ γινόμενη ἐπι-
φάνεια ἴση ἐστὶν κύκλῳ οὗ ἢ ἐκ τοῦ κέντρου δύναται τὸ
ὑπὸ συναμφοτέρων τῆς ΓΑ ΔΚ καὶ τῆς ΓΑ διὰ τὸ αὐτὸ
Ἀρχιμήδους ιε' θεώρημα· καὶ ὁ κύκλος ἄρα οὗ ἢ ἐκ τοῦ
κέντρου δύναται τὸ ὑπὸ ΒΑΚ ἴσος ἐστὶν τῇ ὑπὸ τῆς ΓΑ
γινόμενῃ ἐπιφανείᾳ. ὁμοίως δὲ καὶ ὁ κύκλος οὗ ἢ ἐκ τοῦ 15
κέντρου δύναται τὸ ὑπὸ ΑΒ ΚΑ, διὰ τὸ ἴσην εἶναι πάλιν
τὴν ΑΟ τῇ ΟΒ, ἴσος ἐστὶν τῇ ὑπὸ τῆς ΑΒ γινόμενῃ ἐπι-
φανείᾳ, καὶ ἐπὶ τῶν ἐξῆς τὰ αὐτά. καὶ ὁ κύκλος ἄρα οὗ

1. $\overline{KA} A^1$ in marg. (BS), ε' add. Hu δὲ B¹, sed dē restituit B²
6. τῶν $\overline{AB} \overline{ZH}$ A, distinx. BS 8. τὰς $\overline{GA} \overline{AK}$ et 9. τῆς $\overline{GAK}$ A,
distinx. BS 9. β' ἢ Γ' AB, β' γ' S, τῷ δευτέρῳ Ki (conf. adnot. ad
p. 362, 23) 10. γινόμενης AB, corr. S 13. $\overline{IZ}$ AB cod. Co,
ἐπτακαίδεκατον S Ki (ex edit. Basil. 15' voluit Co) 15. γινόμενη
ἐπιφάνεια A, corr. BS 16. διὰ τὸ S, διὰ τοῦ AB 17. τὴν $\overline{AO}$
τῆς Ε Α, τὴν $\overline{O}$ ε' τῆς ε' BS, corr. Co 17. 18. γινόμενη ἐπιφανεία A,
corr. BS

itaque ob triangulorum $\alpha\epsilon\beta$ $\alpha\theta\gamma$ similitudinem est $\epsilon\beta = 2\theta\gamma = 2\zeta\eta$, id est aequalis diametro circuli polygono inscripti⁴⁾.

XXIV (5. Rursus semicirculi circumferentia in quot-²⁴ Prop. cunque aequales partes dividatur, a quibus tangentes ducantur, ut in figura descriptum est; dico superficiem, quam rectae $\gamma\delta$ $\delta\epsilon$ $\epsilon\zeta$ $\zeta\eta$ $\eta\theta$ simili conversione efficiunt, aequalem esse circulo, cuius radius est $\alpha\beta$.

A punctis δ ϵ ζ η perpendiculares ducantur ad diametrum. Iam quia est $\gamma\zeta = \xi\delta$, et perpendiculares sunt $\gamma\alpha$ $\delta\alpha$, est igitur $\alpha\beta \cdot \alpha\zeta = \gamma\alpha + \delta\alpha \cdot \gamma\delta$, id quod supra theoremate 2 (propos. 21) demonstravimus. Sed superficies, quam $\gamma\delta$ efficit, aequalis est circulo, cuius radii quadratum aequal rectangulum ($\gamma\alpha + \delta\alpha \cdot \gamma\delta$ propter idem, quod modo citavimus. Archimedis theorema²⁾ decimum septimum; ergo etiam circulus, cuius radii quadratum aequat rectangulum $\alpha\beta \cdot \alpha\zeta$ aequalis est superficiei, quam $\gamma\delta$ efficit. Similiter etiam circulus, cuius radii quadratum aequat rectangulum $\alpha\beta \cdot \alpha\lambda$, quia rursus est $\delta\theta = \theta\epsilon$, et perpendiculares sunt $\delta\alpha$ $\epsilon\lambda$, aequalis est superficiei, quam $\delta\epsilon$ efficit, et eadem ratione in reliquis. Nam si unum latus, velut $\epsilon\zeta$ in figura descripta, diametro $\alpha\beta$ parallelum sit, rursus propter superius theorema 2 est $\alpha\beta \cdot \lambda\mu = (\lambda\epsilon + \zeta\mu)\epsilon\zeta = 2\lambda\epsilon \cdot \epsilon\zeta$, et propter Archimedis theorema 14 superficies, quam $\epsilon\zeta$ efficit, aequalis est circulo, cuius radii quadratum aequat rectangulum $2\lambda\epsilon \cdot \epsilon\zeta$.

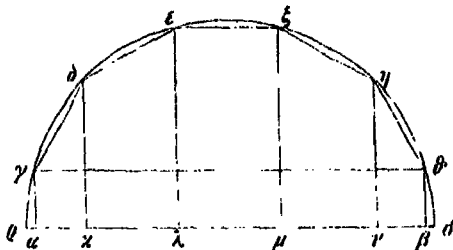
4) Haec auctore Commandino cuius vide commentarios ad propos. 24) addidimus propter eum Pappi locum qui infra cap. 68 legitur, ubi verbis $\delta\iota\alpha\ \tau\omicron\ \delta'\ \theta\epsilon\omega\rho\eta\mu\alpha$ haec ipsa quae supra restituvimus, in nostris codicibus deperdita, citantur. Vel idem etiam ea ratione quam scriptor lemmatis XXV breviter attingit (vide ibi aenot. **, demonstrari potest.

*) Hoc o Graeci scriptoris sententia sic demonstrandum esse videtur. Sumatur semicirculi centrum π , et ducantur $\gamma\pi$ $\xi\pi$ $\delta\pi$ $\alpha\pi$. Iam primum ex arcuum $\alpha\zeta$ $\xi\theta$ aequalitate efficitur angulos $\alpha\pi\zeta$ $\xi\pi\theta$ inter se aequales esse (elem. 3, 27). Tum angulos $\alpha\pi\gamma$ $\xi\pi\gamma$, itemque $\xi\pi\delta$ $\alpha\pi\delta$ aequales esse demonstratur ex elem. 6, 7; est igitur $\angle \gamma\pi\zeta = \frac{1}{2} \angle \alpha\pi\zeta$, et $\angle \delta\pi\zeta = \frac{1}{2} \angle \xi\pi\theta$, itaque $\angle \gamma\pi\zeta = \angle \delta\pi\zeta$. Ergo propter elem. 1, 26 est $\gamma\zeta = \delta\zeta$.

2) $\theta\epsilon\omega\rho\eta\mu\alpha$ scriptor $\alpha\pi\omicron\ \tau\omicron\ \upsilon\ \kappa\omicron\iota\omicron\upsilon$ posuit pro $\pi\rho\acute{o}\tau\alpha\sigma\iota\varsigma$; nam inter has 17 Archimedis propositiones sunt problema 5, theorematum 12. Conf. supra p. 30. 7 seqq.

ἡ ἐκ τοῦ κέντρου ἐστὶν ἡ AB ἴσος ἐστὶν τῇ ὑπὸ πασῶν
τῶν $ΓΔ ΔΕ ΕΖ ΖΗ ΗΘ$ γινομένη ἐπιφανείᾳ.

κς'. Ἡ οὕτως τὸ αὐτό. ἐγγεγράφω τὸ $ΑΓΔΕΖΗΘΒ$
πολύγωνον εἰς ἕτερον ἡμικύκλιον περὶ τὸ αὐτὸ κέντρον,



καὶ ἔστω αὐτοῦ διάμετρος ἡ $PΣ$, καὶ κάθεται ὁμοίως ἤχθω-⁵
σαν· γίνεται δὴ διπλῇ ἡ μὲν $ΓΔ$ τῆς $ΓΡ$, ἡ δὲ $ΗΘ$ τῆς
 $ΘΣ$ διὰ τὸ προκειμένον, καὶ διὰ τοῦτο ἡ $ΓΔ$ μετὰ τῆς
 $ΓΔΘ$ ἴση ἐστὶν τῇ $ΡΘΣ$. ὑποτείνει δὲ τὴν $ΓΔΘ$ ἡ ἐπὶ
τὰ $Γ Θ$ ἐπιξενυγμένη ἴση τῇ AB . ἔσται δὴ διὰ τὸ γ' θεω-
ρημα τὸ ὑπὸ $ΘΓ ΑΚ$, τουτέστιν τὸ ὑπὸ $ΒΑΚ$, ἴσον τῷ¹⁰
ὑπὸ συναμφοτέρων τῆς $ΓΔ ΑΚ$ καὶ τῆς $ΓΔ$, καὶ τὸ ὑπὸ
 $ΒΑ ΚΑ$ τῷ ὑπὸ συναμφοτέρων τῆς $ΔΚ ΕΑ$ καὶ τῆς $ΔΕ$.
καὶ ἐπὶ τῶν ἐξῆς τὰ αὐτά. καὶ πάντα ἄρα πᾶσιν ἴσα· καὶ
ὁ κύκλος ἄρα οὐ ἡ ἐκ τοῦ κέντρου ἐστὶν ἡ AB ἴσος ἐστὶν
ταῖς ὑπὸ τῶν $ΓΔ ΔΕ ΕΖ ΖΗ ΗΘ$ γινομέναις ἐπιφανείαις.¹⁵
47 κς' (ς'). Ἡμικύκλιον οὐ διάμετρος ἡ AB , καὶ ἤχθω

3. $ΓΔ ΔΕ$ Co pro $ΓΔ AB$ γινομένη AB , corr. S ἐπιφανεία
(sine acc.) A, ἐπιφάνεια B, corr. S 3. $ΚΕ Α'$ in marg. (BS)
ἐγγεγράφω AB , γεγράφω S $Ει$ τὸ $ΑΒΓ ΔΕΖ ΗΘΒ$ AB , τὸ
ἀρδείηθ S, corr. Co 4. περὶ τὸ αὐτὸ κέντρον Co, περὶ τὸ αὐτὸ
κέντρον τὸ $ΑΘΒ$ AB , καὶ ἔστω αὐτοῦ τὸ κέντρον τὸ $αβ$ S, om. $Ει$
5. διάμετρος αὐτοῦ $Ει$ 6. 7. τῆς $ΓΑ$ ἡ δὲ $ΗΘ$ τῆς $ΘΒ$ ABS , corr.
 Hu 7. 8. ἡ $ΓΔ$ μετὰ τῆς $ΔΘ$ ABS , ἡ $ΓΔΘ$ μετὰ τῆς $ΔΕ$ $Κι$, corr.
 Hu 9. τῇ $ΡΘΣ$ $Ει$ pro τῇ $ΔΘ$ ἡ om. AB Paris. 2368, add.
S· $Ει$ 9. τὰ $ΓΘ$ A, distinx. BS post τῇ AB add. τουτέστιν τῇ
 $ΔΕ$ ABS , del. $Κι$ γ' Hu , $Δ$ A, $δ'$ B, τέταρτον S $Κι$, κα' voluit Co
(qui omnino in corruptissimo hoc theoremate restituendo aliam, nec
tamen rectam viam ingressus est; circumferentiam enim γδ bifariam
divisit in ξ et rectam εσ iunxit, quibus ambagibus abstulit vetus scrip-

ergo etiam circulus, cuius radii quadratum aequat reclangulum $\alpha\beta \cdot \lambda\mu$, aequalis est superficiei, quam $\varepsilon\zeta$ efficit³⁾. Ergo circulus, cuius radii quadratum aequat reclangulum

$$\alpha\beta(\alpha\kappa + \kappa\lambda \dots + \nu\beta),$$

id est cuius radius est ipsa $\alpha\beta$, aequalis est superficiei quam cunctae $\gamma\delta$ $\delta\varepsilon$ $\varepsilon\zeta$ $\zeta\eta$ $\eta\theta$ efficiunt.

XXV. Vel idem hoc modo. Inscribatur idem polygonum $\alpha\gamma\delta\varepsilon\zeta\eta\theta\beta$ in alterum semicirculum circa idem centrum, sitque eius diameter $\varrho\sigma$, et perpendiculares similiter ducantur; fit igitur ex eo quod propositum est circumferentia $\gamma\delta$ dupla ipsius $\gamma\varrho$ et $\eta\theta$ dupla ipsius $\theta\sigma$, ideoque circumferentia $\gamma\delta + \gamma\delta\theta$ aequalis ipsi $\varrho\theta\sigma$, id est semicirculo. Sed circumferentiam $\gamma\delta\theta$ subtennit recta $\gamma\theta$, ipsi $\alpha\beta$ aequalis; erit igitur propter theorema 3^{*)}

$$\gamma\theta \cdot \alpha\kappa, \text{ id est } \alpha\beta \cdot \alpha\kappa = (\gamma\alpha + \delta\kappa)\gamma\delta, \text{ et}$$

$$\alpha\beta \cdot \kappa\lambda = (\delta\kappa + \varepsilon\lambda)\delta\varepsilon,$$

et eadem ratione in reliquis. Ergo etiam summae inter se aequales, itaque circulus, cuius radius $\alpha\beta$, aequalis est summae superficierum quas rectae $\gamma\delta$ $\delta\varepsilon$ $\varepsilon\zeta$ $\zeta\eta$ $\eta\theta$ efficiunt⁴⁾.

XXVI (6). Sit semicirculus, cuius diameter $\alpha\beta$, et du- Prop. 25

3) Interpolator ille qui infra cap. 70 verba μέση ἀνάλογον cet. inculcavit Archimedis propositionem 17, quae est de cono, etiam de cylindri curva superfacie valere voluit, quod, etsi re verum est, tamen nisi peculiari lemmate demonstratum enuntiarī non debebat. Quare nobis hoc loco non Graecus scriptor aliquid, quod necessarium esset, incuria omisisse, sed codicum scriptura, sicut fere ubique in hac quinti libri parte, gravius corrupta esse videtur, quam nos sic, ut supra perscriptum est, restitimus. Ac simile quiddam sine dubio sensit ille Graecus scriptor, qui sub titulo Ἡ οὕτως τὸ αὐτὸ lemma XXV, demonstratione elegantissima insigne, addidit.

*) Ut fere sit, locus olim desperatissimus nunc correctis et litteris geometricis et theorematibus numero mira perspicuitate enitet; nam, ut est in lemmate 3 (propos. 22), ipsa recta $\gamma\theta$ circumferentiam unā cum circumf. $\gamma\delta$ (id est $\gamma\varrho + \theta\sigma$) semicirculum efficientem subtennit.

4) Demonstratio in brevius contracta ex superiore lemmate suppleta est.

tor Graecus) 10. ὑπὸ ΘΓ ΑΚ] ὑπὸ ΔΓ ΑΚ ABS, ὑπὸ ΙΘ ΑΚ Co
Bi 11. τῆς ΓΔΑΚ AS, distinx. B, corr. Co 12. ΒΑΚΑ τῶι et
τῆς ΑΚΕΑ A, distinx. BS 16. Κς Α' in marg. (BS), ε' add. Hu
ἡ ante διὰμειρος add. S Bi

τυχοῦσα ἢ $\Lambda\Theta$; καὶ ἡ $\Lambda\Theta$ περιφέρεται διηρησθῶ εἰς ἴσας
 ὁποσασσούν περιφερείας τοῖς $M N \Xi$ σημείοις καὶ ἀπὸ τῶν
 ΛH καὶ τῶν διαιρέσεων ἐκφαντόμεναι αἱ $A\Gamma' \Gamma\Delta \Lambda E E\Z$
 ZH , καὶ τῇ ZH ἴση ἡ $H\Theta$ καθέτον οὕσης τῆς HP . ὅτι,
 εἰ περὶ ἄξονα τὸν AB στραφέν τὸ ἡμικύκλιον ἀνοικταστατή, ⁵
 ἢ γινομένη ὑπὸ πασῶν τῶν $A\Gamma' \Gamma\Delta \Lambda E E\Z ZH$ ἐπιφάνεια
 τοῦ κύκλου οὗ ἢ ἐκ τοῦ κέντρου ἐστὶν ἡ ΛH μείζων ἐστὶν κύκλῳ
 οὗ ἢ ἐκ τοῦ κέντρου δύναται τὸ ἥμισυ τοῦ ἀπὸ τῆς ἐπὶ τὰ $Z \Theta$.

"Ἐχθῶσαν κάθετοι ἀπὸ τοῦ Z , ἐπὶ μὲν τὴν AB ἢ
 $Z\Lambda$, ἐπὶ δὲ τὴν HP ἢ ZK , τῆς ZK καθέτον, ὀξείας μὲν ¹⁰
 οὕσης τῆς ὑπὸ $ZH\Theta$, μεταξὺ τῶν $H \Theta$ πιπτούσης, ἀμ-
 βλείας δὲ οὕσης τῆς ὑπὸ $ZH\Theta$, ἐκτὸς τοῦ H , ὡς ἔχουσιν
 αἱ καταγραφαί. ἐπεὶ οὖν τὸ δις ὑπὸ $PH\Theta$ ἢ PHZ ἴσον
 ἐστὶν τῷ ὑπὸ $AB \Lambda P$ (τοῦτο γὰρ ἐν τῷ α' θεωρήματι
 δέδεικται), κοινὸν προσκείσθω τὸ ὑπὸ $B\Lambda\Lambda$ μετὰ τοῦ ἐπὶ ¹⁵
 $H\Theta K$. ἴσον ἄρα καὶ τὸ ἐπὶ $B\Lambda\Lambda$ μετὰ τοῦ ὑπὸ $B\Lambda \Lambda P$
 καὶ τοῦ ἐπὶ $H\Theta K$ τῷ τε δις ὑπὸ $PH\Theta$ καὶ τῷ ὑπὸ $B\Lambda\Lambda$
 μετὰ τοῦ ὑπὸ $H\Theta K$. ἀλλὰ τῷ ὑπὸ $B\Lambda\Lambda$ μετὰ τοῦ ὑπὸ
 $B\Lambda \Lambda P$, τοιούστιν τῷ ὑπὸ $B\Lambda P$, ἴσον ἐστὶν τὸ ἀπὸ τῆς
 ΛH . ἴσον ἄρα καὶ τὸ ἀπὸ τῆς ΛH μετὰ τοῦ ὑπὸ $H\Theta K$ ²⁰
 τῷ δις ὑπὸ $PH\Theta$ μετὰ τοῦ ὑπὸ $H\Theta K$ καὶ τοῦ ὑπὸ $B\Lambda\Lambda$.
 ἀλλὰ τῷ δις ὑπὸ $PH\Theta$ καὶ τῷ ὑπὸ $H\Theta K$ ἴσον ἐστὶν
 τὸ ἐπὶ συναμφοτέρου τῆς HPK καὶ τῆς $H\Theta$ μετὰ τοῦ ἀπὸ
 $H\Theta$ (τοῦτο γὰρ ἐξῆς δειχθήσεται). καὶ τὸ ἄρα ἀπὸ ΛH

2. ὁποσασούν Ei τοῖς $MN\Xi$ et 3. ΛH καὶ Λ , distinx. BS
 3. αἱ om. S Ei 4. κάθετος AB , corr. S 7. κύκλου ἢ ἐκ κέντρου Λ ,
 κύκλου ἢ ἐκ τοῦ κέντρου B , κύκλου ἢ ἐκ κέντρου S , corr. Ei auctore
 Co κύκλῳ Ei auctore Co pro κύκλου 8. ἢ om. Λ , add. BS
 τὸ ἥμισυ BS, τὸ $L' \Lambda$ ἐπὶ τὸ $Z\Theta$ ABS, corr. Co (conf. adnot. ad
 p. 376, 46. 47) 11. τῶν $H\Theta$ Λ , distinx. BS 13. ἢ S , ἢ Λ
 (cum proximis sic confundit B ἢ η ἢ ζ) 14. ὑπὸ $\Lambda B \Lambda P$ Λ^1 , corr. Λ^2
 (BS) α' Hu , $B \Lambda(B)$, δευτέρῳ S Ei , α' voluit Co 21. τῷ δις ὑπὸ
 $PH\Theta$ μετὰ τοῦ ὑπὸ $H\Theta K$ Λ^2 in marg. (fuerat primum τῷ τε, sed τε
 deletum), τῷ δις etc. BV (nisi quod V habet μετὰ τοῦ ὑπὸ $\Theta\eta K$), om.
 Λ^1 Paris. 2368 S , τῷ τε δις ὑπὸ $PH\Theta$ καὶ τῷ ὑπὸ $H\Theta K$ Ei καὶ
 τοῦ ABS, μετὰ τοῦ Ei 22. τῷ (ante ὑπὸ $H\Theta K$), add. Ei 23. τὸ
 ἀπὸ AS , τῷ ἀπὸ B , ὑπὸ corr. Ei auctore Co

μετὰ τοῦ ἐπὶ $HΘK$ ἴσον ἐστὶν τῷ τε ὑπὸ BAA καὶ τῷ ὑπὸ συναμφοτέρων τῆς HPK καὶ τῆς $HΘ$ μετὰ τοῦ ἀπὸ $HΘ$. ἐπεὶ δὲ καὶ οἱ κύκλοι πρὸς ἀλλήλους εἰσὶν ὡς τὰ ἀπὸ τῶν διαμέτρων τετράγωνα, καὶ τὰ ἀπὸ τῶν ἐκ τῶν κέντρων, καὶ ἐδείχθη πρὸ ἐνὸς τὸ μὲν ὑπὸ τῶν $ΓΑ ΔΕ ΕΖ$ ἐφαπτομένων κωνικῶν ἐπιφανειῶν γινόμενον σχῆμα ἴσον κύκλῳ οὗ ἢ ἐκ τοῦ κέντρου δύναται τὸ ὑπὸ BAA , τὸ δὲ ὑπὸ τῆς ZH ἐν τῇ στροφῇ γινόμενον σχῆμα κωνικῆς ἐπιφανείας ἴσον κύκλῳ οὗ ἢ ἐκ τοῦ κέντρου δύναται τὸ ὑπὸ συναμφοτέρων τῆς HPK καὶ τῆς $HΘ$ [ἐστὶν Ἀρχιμήδους 10 ιζ' θεωρήματι], τὸ δὲ ὑπὸ τῆς $ΓΑ$ γινόμενον σχῆμα κύκλος ἐστὶν οὗ ἢ ἐκ τοῦ κέντρου δύναται τὸ ἀπὸ $HΘ$, οἱ τρεῖς ἄρα κύκλοι, τούτεστιν ἢ ὑπὸ τῶν $ΑΓ ΓΑ ΔΕ ΕΖ ZH$ γινομένη ἐπιφάνεια μείζων ἐστὶ τοῦ κύκλου οὗ ἢ ἐκ τοῦ κέντρου δύναται τὸ ἀπὸ τῆς AH κύκλῳ οὗ ἢ ἐκ τοῦ 15 κέντρου δύναται τὸ ὑπὸ $HΘK$, τούτεστιν τὸ ἥμισυ τοῦ ἀπὸ τῆς ἐπὶ τὰ $Z Θ$.

- 48 (Γ'). Ὅτι δὲ τὸ ἥμισυ τοῦ ἀπὸ τῆς ἐπὶ τὰ $Z Θ$ ἴσον ἐστὶν τῷ ὑπὸ $HΘK$, δηλὸν ἐντεῦθεν. ἐπὶ μὲν τῆς πρώτης καταγραφῆς, ὀξείας οὔσης τῆς ὑπὸ $ZHΘ$, τὸ ἀπὸ $ZΘ$ 20 μετὰ τοῦ δις ὑπὸ $ΘHK$ ἴσον ἐστὶν τοῖς ἀπὸ $ZH HΘ$, ὡς ἐστὶν δευτέρῳ στοιχείων· τὸ ἥμισυ ἄρα τοῦ ἀπὸ τῆς $ZΘ$ μετὰ τοῦ ὑπὸ $ΘHK$ ἴσον ἐστὶν τῷ ἀπὸ $ΘH$ (ἴση γάρ ἐστιν ἢ ZH τῇ $HΘ$). ἀλλὰ τῷ ἀπὸ $ΘH$ ἴσον ἐστὶν τὸ ὑπὸ $ΘHK$ μετὰ τοῦ ὑπὸ $HΘK$ · κοινοῦ ἀφαιρθέντος τοῦ ὑπὸ 25 $ΘHK$ λοιπὸν ἄρα τὸ ἥμισυ τοῦ ἀπὸ τῆς ἐπὶ τὰ $Z Θ$ λοιπῷ τῷ ὑπὸ $HΘK$ ἐστὶν ἴσον. ἀμβλείας δὲ οὔσης τῆς

9. τῆς (ante $HΘ$ μετὰ) add. Ei 10. 11. ἐστὶν — θεωρήματι interpolatori tribuit Hu (servat, et ὡς ante ἐστὶν add. Ei) 11. θεωρήματα B, sed extremum τα erasum, θεωρήματα igitur voluit corrector 12. τρεῖς BS, Γ' A 14. κύκλου οὗ S, οὐ om. AB 16—19. δύναται τὸ ὑπὸ $HΘK$. Ὅτι δὲ τῷ ὑπὸ $HΘK$ ἴσον ἐστὶ τὸ ἥμισυ τοῦ ἀπὸ τῆς ἐπὶ τὰ $Z Θ$ δῆλον Ei 16. τούτεστιν — 19. τῷ ὑπὸ $HΘK$ om Paris. 3868 S (non V) 16. 17. τὸ ἥμισυ — τὰ $Z Θ$ add. Co 18. ζ' add. Hu, Ὅτι δὲ add. Co τὰ $ZΘ$ AV, distinx. B 19. πρώτης S, δ A, α' τῆς B 22. δευτέρῳ S, β' A, β' B στοιχείων A(BS), corr. Hu auctore Co ἥμισυ S, L' AB 23. 24. ἴση — τῇ $HΘ$ om.

ὑπὸ ΖΗΘ, ὡς ἔχει ἐπὶ τῆς δευτέρας καταγραφῆς, πάλιν τὸ ὑπὸ ΚΘΗ ἴσον γίνεται τῷ ἡμίσει τοῦ ἀπὸ τῆς ἐπὶ τὰ Ζ Θ οὕτως· ἐπεὶ τὸ ἀπὸ ΖΘ μειζὼν ἐστὶν τῶν ἀπὸ ΖΗ ΗΘ τῷ δις ὑπὸ ΘΗΚ, καὶ τὸ ἡμισὺν ἄρα τοῦ ἀπὸ τῆς ἐπὶ τὰ Ζ Θ τοῦ ἀπὸ ΗΘ μειζὼν ἐστὶν τῷ ὑπὸ ΘΗΚ· τὸ ἄρα ἀπὸ ΘΗ μετὰ τοῦ ὑπὸ ΘΗΚ ἴσον ἐστὶν τῷ ἡμίσει τοῦ ἀπὸ τῆς ἐπὶ τὰ Ζ Θ. τῷ δὲ ἀπὸ ΘΗ μετὰ τοῦ ὑπὸ ΘΗΚ ἴσον ἐστὶν τὸ ὑπὸ ΚΘΗ διὰ τὸ γ' τοῦ β' στοιχείων· καὶ τὸ ἡμισὺν ἄρα τοῦ ἀπὸ τῆς ἐπὶ τὰ Ζ Θ ἴσον ἐστὶν τῷ ὑπὸ ΚΘΗ.

Καὶ ἀπὸ τὸ ἡμισὺν τοῦ ἀπὸ τῆς ἐπὶ τὰ Ζ Θ ἐλάσσον 10 ἐστὶν αἶτι τοῦ δις ἀπὸ Ζ Η, δηλὸν ὡς ἢ ὑπὸ τῶν ΑΓ ΓΑ ΙΕ ΕΖ ΖΗ γινομένη επιφάνεια τοῦ κύκλου οὐ ἢ ἐκ τοῦ κέντρου ἐστὶν ἢ ΑΗ μετὰ δύο κύκλων, ὧν ἢ ἐκ κέντρου ἐστὶν ἢ ΖΗ, ἐλάσσων ἐστὶν.

49 κζ' (γ'). Ὅτι τὸ δις ὑπὸ ΡΗΘ μετὰ τοῦ ὑπὸ ΚΘΗ 15 ἴσον τῷ ὑπὸ συναμφοτέρου τῆς ΗΡΚ καὶ τῆς ΗΘ μετὰ τοῦ ἀπὸ ΗΘ.

Κεῖσθω τῇ μὲν ΗΡ ἴση ἢ ΡΣ, τῇ δὲ ΘΡ ἢ ΡΑ· λοιπὴ ἄρα ἢ ΑΣ τῇ ΘΗ ἐστὶν ἴση. ἐπεὶ οὖν τὸ ὑπὸ ΡΗΘ ἴσον ἐστὶν τῷ ὑπὸ ΡΘΗ μετὰ τοῦ ἀπὸ ΗΘ, καὶ τὸ δις ἄρα 20 ὑπὸ ΡΗΘ ἴσον ἐστὶν τῷ δις ὑπὸ ΡΘΗ μετὰ τοῦ δις ἀπὸ ΗΘ. ἴση δὲ ἢ μὲν ΗΡ τῇ ΡΣ, ἢ δὲ ΘΡ τῇ ΡΑ, ἴσον ἄρα τὸ ὑπὸ ΣΗΘ τῷ ὑπὸ ΑΘΗ μετὰ τοῦ δις ἀπὸ ΗΘ. κοινὸν προσκεῖσθω τὸ ὑπὸ ΚΘΗ· τὸ ἄρα ὑπὸ ΣΗΘ

4. δευτέρας BS, β' Λ 2. τὸ ὑπὸ ΚΗΘ AB, corr. Co (τὸ ὑπὸ ΘΗ S, quem errorem retinuit Ei, sed paulo post vs. 9 recte secutus est Commandinum; ἡμίσει S, L' AB, item vs. 6 2. 3. ἐπὶ τὰ ΖΘ A, distlux BS, item vs. 5. 7. 9. 10 3. οὕτως ἐπὶ τὸ ABS, τὸ γὰρ Ei, corr. Hu 4. ἡμισὺν S, L' AB 8. στοιχείου ABS, corr. Hu 9. ἡμισὺν S, L' A, S' B τῷ ὑπὸ ΚΘΗ Co pro τῷ ὑπὸ ΚΗΘ 10. ἐπεὶ τὸ ἡμισὺν S, ἐπὶ τὸ L' AB 10. 11. ἐλάσσονα ἐστὶν A(B', corr. S 12. ἢ om. AB, add. S 13. ἢ (ante ἐκ) om. ABS, add. Ei 15. κζ' A¹ in marg. (BS), ἢ add. Hu μετὰ τὸ AB, corr. S 20. post ἐστὶν τῷ add. τε ABS, om. Ei, item vs. 21 21. δις ἴση; ΘΗ A(B', ὑπὸ corr. B²S, ΡΘΗ Co 22. 23. ἴση — ἀπὸ ΗΘ om. Ei 24. τὸ ἄρα — p. 380, 7. ὑπὸ ΚΘΗ} pro his sic scribere ausus est Ei: τὸ δις ἄρα ὑπὸ ΡΗΘ μετὰ τοῦ ὑπὸ ΚΘΗ ἴσον

[τουτέστιν τὸ ὑπὸ ΗΣΑ] μετὰ τοῦ ὑπὸ ΚΘΗ, τουτέστιν τοῦ ὑπὸ ΚΗΘ καὶ τοῦ ἀπὸ ΗΘ, τουτέστιν τὸ ὑπὸ συναμφοτέρου τῆς ΗΡΚ καὶ τῆς ΗΘ μετὰ τοῦ ἀπὸ ΗΘ, ἴσον ἐστὶν τῷ ὑπὸ ΛΘΗ μετὰ τοῦ δις ἀπὸ ΗΘ καὶ τοῦ ὑπὸ ΚΘΗ. ἴσον δὲ τὸ μὲν ὑπὸ ΛΘΗ μετὰ τοῦ ἀπὸ ΗΘ τῷ ὑπὸ ΛΗΘ, 5 τὸ δὲ ἀπὸ ΗΘ τῷ ὑπὸ ΗΘ ΑΣ· ἴσον ἄρα καὶ τὸ ὑπὸ ΣΗΘ, ὅπερ ἐστὶν τὸ δις ὑπὸ ΡΗΘ, μετὰ τοῦ ὑπὸ ΚΘΗ τῷ ὑπὸ συναμφοτέρου τῆς ΗΡΚ καὶ τῆς ΗΘ μετὰ τοῦ ἀπὸ ΗΘ.

50 κη' (V). Εὐθεΐα ἡ ΑΒ, καὶ ἐκ' αὐτῆς τυχόντα σημεία τὰ Γ Δ· ὅτι τὸ ὑπὸ συναμφοτέρου τῆς ΒΑ ΑΔ καὶ τῆς ΓΒ 10 μετὰ τοῦ ἀπὸ ΓΒ ἴσον τῷ δις ὑπὸ ΑΒ ΒΓ μετὰ τοῦ ὑπὸ ΒΓΔ.

Τῇ ΑΔ ἴση ἡ ΑΕ, τῇ δὲ ΑΓ ἡ ΑΖ· λοιπὴ ἄρα ἡ ΓΔ τῇ ΕΖ ἐστὶν ἴση. ἐπεὶ οὖν τὸ ὑπὸ ΑΒΓ ἴσον ἐστὶν τῷ ὑπὸ ΑΓΒ μετὰ τοῦ ἀπὸ ΓΒ διὰ τὸ γ' θεωρήματα τοῦ β' στοιχείων, τὸ ἄρα δις ὑπὸ ΑΒΓ ἴσον ἐστὶν τῷ δις ὑπὸ 15 ΑΓΒ μετὰ τοῦ δις ἀπὸ ΓΒ. τῷ δὲ δις ὑπὸ ΑΓΒ ἴσον ἐστὶν τὸ ὑπὸ ΖΓΒ (διπλὴ γάρ ἐστιν ἡ ΖΓ τῆς ΓΔ)· καὶ τὸ ὑπὸ ΖΓΒ ἄρα μετὰ τοῦ δις ἀπὸ ΓΒ ἴσον ἐστὶν τῷ δις ὑπὸ ΑΒΓ. κοινὸν προσκελεύσω τὸ ὑπὸ ΓΒ ΕΖ, ὅπερ ἐστὶν τὸ ὑπὸ ΒΓ ΓΔ· τὸ ἄρα ὑπὸ ΕΓ ΓΒ μετὰ τοῦ δις 20 ἀπὸ ΓΒ ἴσον ἐστὶν τῷ δις ὑπὸ ΑΒΓ μετὰ τοῦ ὑπὸ ΒΓΔ. ἀλλὰ τῷ ὑπὸ ΕΓΒ μετὰ τοῦ δις ἀπὸ ΓΒ ἴσον ἐστὶ τὸ ὑπὸ ΕΒΓ μετὰ τοῦ ἀπὸ ΓΒ (τὸ γὰρ ὑπὸ ΕΓΒ μετὰ τοῦ ἀπὸ ΓΒ ἴσον ἐστὶν τῷ ὑπὸ ΕΒΓ διὰ τὸ αὐτὸ στοιχείων)· καὶ τὸ ὑπὸ ΕΒΓ ἄρα, ὅπερ ἐστὶν τὸ ὑπὸ συναμφοτέρου 25 τῆς ΒΑ ΑΔ καὶ τῆς ΒΓ, μετὰ τοῦ ἀπὸ ΓΒ, ἴσον ἐστὶν τῷ δις ὑπὸ ΑΒΓ μετὰ τοῦ ὑπὸ ΒΓΔ [ὥστε τὸ ὑπὸ συναμφοτέρου τῆς ΒΑΔ καὶ τῆς ΓΒ μετὰ τοῦ ἀπὸ ΓΒ ἴσον ἐστὶν τῷ δις ὑπὸ ΑΒΓ μετὰ τοῦ ὑπὸ ΒΓΔ].

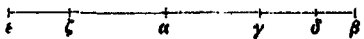
1. τουτέστιν τὸ ὑπὸ ΗΣΑ interpolatori tribuit Hu 1. 2. τουτέστιν ἡ ὑπὸ ΚΗΘ A(BV), τουτέστιν τὸ ὑπὸ κηθ S, corr. Hu auctore Co 4. τοῦ ὑπὸ ΚΘΗ Co pro τοῦ ὑπὸ ΚΗΘ 6. ὑπὸ ΗΘ ΑΒ ἴση ΑΒ', σ super ε corr. B², ὑπὸ ηθ λθ ἴσον S 7. τοῦ ὑπὸ ΚΘΗ Co pro τοῦ ὑπὸ ΚΗ ΘΗ 9. ΚΗ Α' in marg. (BS), θ' add. Hu 10. τὰ ΓΔ Α, distinx. BS 11. δις ὑπὸ ΑΒΓ Bi 12. Κελεύσω τῇ μὲν ΑΔ ἴση Bi auctore Co 13. οὖν S, et AB 15. στοιχείων Hu

$$\begin{aligned}\sigma\eta \cdot \eta\vartheta + \kappa\vartheta \cdot \vartheta\eta &= \sigma\eta \cdot \eta\vartheta + \kappa\eta \cdot \eta\vartheta + \eta\vartheta^2 \\ &= (\sigma\eta + \kappa\eta)\eta\vartheta + \eta\vartheta^2 \\ &= (\eta\varrho + \varrho\kappa)\eta\vartheta + \eta\vartheta^2, \\ &\text{est igitur}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}(\eta\varrho + \varrho\kappa)\eta\vartheta + \eta\vartheta^2 &= \lambda\vartheta \cdot \vartheta\eta + 2\eta\vartheta^2 + \kappa\vartheta \cdot \vartheta\eta. \text{ Sed est} \\ \lambda\vartheta \cdot \vartheta\eta + \eta\vartheta^2 &= \lambda\eta \cdot \eta\vartheta, \text{ et} \\ \eta\vartheta^2 &= \eta\vartheta \cdot \lambda\sigma, \text{ itaque} \\ \lambda\eta \cdot \eta\vartheta + \eta\vartheta \cdot \lambda\sigma &= \sigma\eta \cdot \eta\vartheta, \text{ id est} \\ &= 2\varrho\eta \cdot \eta\vartheta; \text{ ergo}\end{aligned}$$

$$(\eta\varrho + \varrho\kappa)\eta\vartheta + \eta\vartheta^2 = 2\varrho\eta \cdot \eta\vartheta + \kappa\vartheta \cdot \vartheta\eta^*).$$

XXVIII (9). Sit recta $\alpha\beta$, et in ea quaelibet puncta γ Prop. 26
 δ ; dico esse $(\beta\alpha + \alpha\delta)\gamma\beta + \gamma\beta^2 = 2\alpha\beta \cdot \beta\gamma + \beta\gamma \cdot \gamma\delta^{**}$.

Ponatur $\alpha\zeta = \alpha\delta$,
 et $\alpha\zeta = \alpha\gamma$; restat igitur

$\alpha\zeta = \gamma\delta$. Iam quia propter elem. 2, 3 est

$$\alpha\beta \cdot \beta\gamma = \alpha\gamma \cdot \gamma\beta + \gamma\beta^2, \text{ est igitur}$$

$$\begin{aligned}2\alpha\beta \cdot \beta\gamma &= 2\alpha\gamma \cdot \gamma\beta + 2\gamma\beta^2, \text{ id est (quia } \zeta\gamma = 2\gamma\alpha, \\ &\text{ideoque } 2\alpha\gamma \cdot \gamma\beta = \zeta\gamma \cdot \gamma\beta: \\ &= \zeta\gamma \cdot \gamma\beta + 2\gamma\beta^2. \text{ Commune addatur } \gamma\beta \cdot \alpha\zeta\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}&= \beta\gamma \cdot \gamma\delta; \text{ ergo est (quia} \\ &\zeta\gamma \cdot \gamma\beta + \gamma\beta \cdot \alpha\zeta = \varepsilon\gamma \cdot \gamma\beta)\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}2\alpha\beta \cdot \beta\gamma + \beta\gamma \cdot \gamma\delta &= \varepsilon\gamma \cdot \gamma\beta + 2\gamma\beta^2. \text{ Sed quia propter} \\ \text{elem. 1. c. est } \varepsilon\gamma \cdot \gamma\beta + \gamma\beta^2 &= \\ \alpha\beta \cdot \beta\gamma, \text{ id est } &= (\beta\alpha + \alpha\delta)\gamma\beta, \\ \text{est igitur}\end{aligned}$$

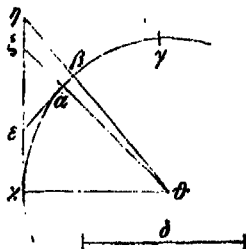
$$2\alpha\beta \cdot \beta\gamma + \beta\gamma \cdot \gamma\delta = (\beta\alpha + \alpha\delta)\gamma\beta + \gamma\beta^2.$$

*) Alterum huius theorematism casum, si punctum α inter ϑ et η cadat, brevitatis causa omisit scriptor. Neque quidquam differt, nisi quod pro $\sigma\eta \cdot \eta\vartheta + \kappa\eta \cdot \eta\vartheta$ ponendum est $\sigma\eta \cdot \eta\vartheta - \kappa\eta \cdot \eta\vartheta$, ac similiter in proxima parenthesi $(\sigma\eta - \kappa\eta)$; reliqua autem conveniunt.

**) Si eisdem litteris atque in superiore lemmate utamur, haec propositio sic sonet: esse $(\eta\varrho + \varrho\kappa)\vartheta\kappa + \vartheta\kappa^2 = 2\varrho\kappa \cdot \kappa\vartheta + \kappa\vartheta \cdot \vartheta\eta$.

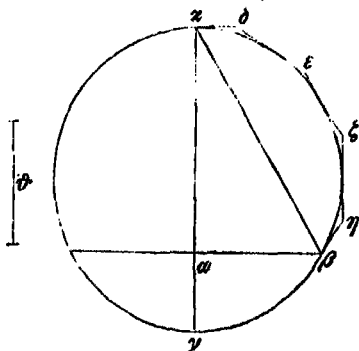
auctore Co pro στοιχείων, item vs. 24 pro στοιχείων ἔστιν τῶν Α(Β),
 corr. S 17. 18. καὶ τὸ S, καὶ τοῦ ΑΒ 19. 20. ὃ ἐστὶ S Ei
 30. τὸ ὑπὸ ΒΓΔ ei τοῦ ἄρα ὑπὸ ΕΓΒ Ei 26. τῆς ΒΑΔ Ei
 27. ὥστε — 39. ὑπὸ ΒΓΔ del. Co

- 51 κθ' (ι'). Ἐστω τις κύκλου περιφέρεια ἡ $KABΓ$ καὶ εὐθεία ἡ A . ὅτι δυνατόν ἐστιν ἀπειραχῶς ἀπολαβεῖν τὴν KA περιφέρειαν μέρος οὐσαν τῆς $KBΓ$, ὅπως, ἐφαπτομένων ἀχθεισῶν τῶν KE AE , ἐλάσσονες ὡσιν αὐταὶ τῆς A .



Ἐστω γὰρ ἐφαπτομένη ἡ KH ἴση τῇ A , καὶ ἐπὶ τὸ κέντρον ἡ HBO . τέμνοντες δὴ τὴν $KBΓ$ περιφέρειαν δίχα καὶ τὴν ἡμισίαν αὐτῆς δίχα, καὶ τοῦτο αἰ ποιοῦντες λαβόμεν τινα περιφέρειαν ὡς τὴν KA ἐλάσσονα τῆς KAB . καὶ ἔχθω ἐφαπτομένη τοῦ τμήματος ἡ AE . ἴσι, ἄρα ἐστὶν ἡ AE τῇ KE , καὶ ἔσται γεγονός τὸ ζητούμενον· ἡ γὰρ διὰ τῶν $Θ A$ ἐκβάλλεται ἐπὶ τὸ Z , καὶ αἱ KEA τῆς KZ ἐλάσσονες εἰσιν διὰ τὸ μείζονα εἶναι τὴν ZE ἐκτέρας τῶν AE EK , ὁρθῆς οὐσης τῆς ὑπὸ ZAE , καὶ πολὺ μᾶλλον τῆς A ἴσης ὑποκειμένης τῇ KH .

- 52 λ' (ια'). Παντός τμήματος σφαίρας ἡ κυρτὴ ἐπιφάνεια



ἴση ἐστὶν κύκλῳ οὗ ἡ ἐκ τοῦ κέντρου ἴσι, ἐστὶν τῇ ἐκ τοῦ πόλου τοῦ τμήματος.

Ἐστω γὰρ τμήμα σφαίρας, οἷ πόλος μὲν ἐστὶν τὸ K σημεῖον, ἐκ πόλου δὲ ἡ KB , καὶ ὁ διὰ τῶν $K B$ μέγιστος, οὗ διάμετρος ἡ $KΓ$, ἐφ' ἣν κάθετος ἡ BA . λέγω 30

4. $KΘ A^1$ in marg. (BS), ϵ' add. Hu ἡ $AKBΓ AB$, ἡ $KBΓ Co$.
 corr. S 5. Ἐστω Co pro ὡς 6. ἴση τῇ idem pro ἐλάσσων τῆς
 7. ἡ $ΘBH$ ABS, corr. Co 8. ἡμισίαν S, $L' AB$ 11. τὴν KA
 Co pro τὴν KA 15. τῶν $ΘA$ A, distinx. B, τῶν $B \epsilon S Ei$ 17. τῆς
 ὑπὸ $ΘZA$ ABS, corr. Co πολὺν A^2 ex πολλῷ 19. λA^1 in marg.
 (BS), $\lambda\alpha'$ add. Hu 26. τὸ KC σημεῖον AB, corr. S 26. 27. ἐκπολοῦ

XXIX (10). Sit quaedam circuli circumferentia $\alpha\beta\gamma$, et ^{Prop. 27} recta δ ; dico fieri posse, ut infinite abscindatur circumferentia $\alpha\alpha$, quae circumferentiae $\alpha\beta\gamma$ pars ita existat, ut, si tangentes $\alpha\epsilon$ $\alpha\zeta$ ducantur, haec minores sint quam δ .

Sit enim tangens $\alpha\eta$ aequalis ipsi δ , et ad centrum *ducatur* recta $\eta\beta\theta$. Bifariam igitur circumferentiam $\alpha\beta\gamma$ secantes, et rursus dimidiam bifariam, et id semper facientes relinquemus aliquam circumferentiam, velut $\alpha\alpha$, minorem quam $\alpha\alpha\beta$. Et ducatur ex α tangens $\alpha\epsilon$; ergo est $\alpha\epsilon = \alpha\epsilon^*$, et factum erit id quod quaerimus; nam recta $\theta\alpha$ producta *cadit inter puncta* α η [sitque sectionis punctum ζ], et $\alpha\epsilon + \epsilon\alpha$ minores sunt quam $\alpha\zeta$, propterea quod $\zeta\epsilon$ maior est quam $\alpha\epsilon$, quia angulus $\zeta\alpha\epsilon$ rectus est, *itaque* $\zeta\epsilon + \epsilon\alpha$, *id est* $\alpha\zeta$, *maior quam* $2\alpha\epsilon$, *id est* $\alpha\epsilon + \epsilon\alpha$. Ergo $\alpha\epsilon + \epsilon\alpha$ multo minores sunt quam $\alpha\eta$, quae aequalis supposita est ipsi δ .

XXX (11). Omnis segmenti sphaerae curva superficies ^{Prop. 28} aequalis est circulo, cuius radius aequalis est rectae quae ex polo segmenti *ad circumferentiam baseos ducitur* ¹⁾.

Sit enim sphaerae segmentum, cuius polus est punctum α , et ex polo ²⁾ *ducatur* $\alpha\beta$, et per puncta α β maximus circulus, cuius diametrus $\alpha\gamma$, in eamque perpendicularis $\beta\alpha$;

*) Conf. supra p. 374 adnot. *.

1) Idem Archimedes primum de segmento, quod minus est hemisphaerio, tum de eo, quod maior est, demonstrat de sphaer. et cyl. 1, 48. 49; de hemisphaerio autem valere voluit propositionem suam 35, quae est de tota sphaera. Sed statim apparet Archimedis enuntiatum, ex quo hemisphaerii superficies aequalis est duobus maximis in sphaera circulis, congruere cum hac Pappi propositione, quoniam, si punctum α sit centrum sphaerae, sit $\alpha\beta^2 = 2 \alpha\beta^2$. Et conf. hanc propos. extr.

2) *Τὴν ἐκ πόλου* Pappus dicit cum Theodosio in sphaeric. 1, 46. 47 cet.; nam apud eundem 1 def. 5 *κύκλον πόλος ἐν σφαίρῃ ἐστὶ σημείον ἐπὶ τῆς ἐπιφανείας τῆς σφαίρας, ἀπ' οὗ πᾶσαι προσκείμεναι εὐθεῖαι πρὸς τὴν τοῦ κύκλου περιφέρειαν ἴσαι ἀλλήλαις εἶναι*. Archimedes autem polum *κορυφὴν τοῦ τμήματος*, et, quam *τὴν ἐκ πόλου* Theodosius aliiquo, eam appellat *τὴν ἀπὸ τῆς κορυφῆς τοῦ τμήματος ἐπὶ τὴν περιφέρειαν ἡγμένην τοῦ κύκλου, ὅς ἐστι βάσις τοῦ τμήματος τῆς σφαίρας*.

A² ex εκπολο, ἐκ πόλου BS, ἢ ἐκ τοῦ πόλου Eι
distinx. BS

28. τῶν KE A,

ὅτι σφαιρικὴ ἐπιφάνεια τοῦ τμήματος, οὗ βάσις μὲν ἐστὶν κύκλος οὗ ἡ ἐκ τοῦ κέντρου ἐστὶν ἡ AB , κορυφὴ δὲ τὸ K σημεῖον, ἴση ἐστὶν κύκλῳ οὗ ἡ ἐκ τοῦ κέντρου ἐστὶν ἡ KB .

Ἐστω γάρ, εἰ δυνατόν, ἄνισα ταῦτα, καὶ πρότερον μείζων ἢ τοῦ τμήματος ἐπιφάνεια, καὶ τῆς ὑπεροχῆς αὐτῶν νοεῖσθω ἐλάσσων κύκλος, οὗ διάμετρος ἡ Θ , ὥστε τὴν ἐπιφάνειαν τοῦ τμήματος μείζονα εἶναι τῶν δύο κύκλων, οὗ ἡ ἐκ κέντρου ἐστὶν ἡ KB καὶ οὗ διάμετρος ἡ Θ , καὶ διηρησθῶ ἡ KB περιφέρεια εἰς ἴσας ὀποσασοῦν, καὶ ῥαπτούμεναι ἤχθωσαν, ὡς καταγράφεται, ὥστε ἐκάστην αὐτῶν ἐλάσσονα εἶναι τῆς δυναμένης τὸ η' τοῦ ἀπὸ Θ . τοῦτο γὰρ ὡς δυνατόν προγράφεται. ἐπεὶ οὖν μείζον ἐστὶν τὸ ἀπὸ Θ τοῦ ὁκάκις ἀπὸ HB , καὶ ὁ περὶ διάμετρον ἄρα τὴν Θ κύκλος μείζων ἐστὶν δύο κύκλων ὧν ἡ ἐκ κέντρου ἐστὶν ἡ HB . οὗτοι δὲ οἱ δύο κύκλοι καὶ ὁ κύκλος οὗ ἡ ἐκ κέντρου ἐστὶν ἡ KB , ὡς προδεδειχται τῷ ξ' θεωρηματι, μείζονές εἰσιν τῆς γινομένης ὑπὸ τῶν ῥαπτομένων ἐπιφανείας, ἥτις περιγράφεται περὶ τὸ τμήμα τῆς σφαίρας· ἔσται ἄρα αὕτη ἡ ἐπιφάνεια, καὶ πολὺ μᾶλλον ἢ τοῦ τμήματος τῆς σφαίρας, ἐλάσσων κύκλων οὗ τε ἡ ἐκ κέντρου ἐστὶν ἡ KB καὶ οὗ διάμετρος ἐστὶν ἡ Θ . ἀλλὰ καὶ μείζων ὑπόκειται, ὕπερ ἄτοπον.

53 λα' (ιβ'). Ἐστω δὲ μείζων ὁ κύκλος οὗ ἡ ἐκ κέντρου ἐστὶν ἡ KB τῆς σφαιρικῆς ἐπιφανείας τοῦ τμήματος· καὶ ὁ κύκλος ἄρα οὗ ἡ ἐκ τοῦ κέντρου δύναται τὸ ὑπὸ $ΓΚΑ$ μείζων ἐστὶν τῆς κυρτῆς ἐπιφανείας τοῦ τμήματος. νοεῖσθω δὲ μεταξὺ αὐτῶν κύκλος οὗ ἡ ἐκ τοῦ κέντρου δύναται τὸ ὑπὸ $\Theta ΚΑ$ · μείζων ἄρα ἐστὶν ἡ $ΚΓ$ τῆς Θ · ἔστω τῇ Θ

1. ἡ ante σφαιρικὴ add. E1 5. τῇ ὑπεροχῇ A, τῇ ὑπεροχῇ B, corr. S 8. τοῦ ante κέντρου add. B E1 41. τὸ Γ A, τὸ η BS 45. ἡ ἐκ] ἐκ ABS, ἡ ἐκ τοῦ E1, item proximo vs. 47. ξ' Hu, Γ A, η' B, ὀγδόῃ S E1 (in 25. huius Co) εἰσιν E1 auctore Co pro εἶναι 47. 48. τῆς γινομένης ὑπὸ τῶν ῥαπτομένων om. E1 20. οὗτε AB, corr. Paris. 2368 V [οὗ τε S] ἡ (ante ἐκ) add. Hu 20. 21. ἐκ τοῦ κέντρου E1 23. $\lambda\alpha'$ A' in marg. (BS), ιβ' add. Hu ἡ ἐκ] ἐκ ABS, ἡ ἐκ τοῦ E1 25. τὸ ὑπὸ $ΚΓΑ$ AB, corr. S 27. post μεταξὺ repe-

dico sphaericam superficiem segmenti, cuius basis est circulus radio $\alpha\beta$, et vertex α , aequalem esse circulo, cuius radius $\alpha\beta$.

Si enim fieri possit, haec sint inaequalia, ac primum maior sit segmenti superficies, et differentia, quae sit inter segmenti superficiem et circulum radio $\alpha\beta$, minor fingatur circulus, cuius diameter ϑ , ita ut superficies segmenti maior sit circulo, cuius radius $\alpha\beta$, unà cum circulo, cuius diameter ϑ ; et circumferentia $\alpha\beta$ dividatur in quotcunque aequales partes, et tangentes, quemadmodum figura ostendit, ita ducantur, ut unaquaeque earum, velut $\eta\beta$, minor sit eà recta, cuius quadratum aequal $\frac{1}{2}\vartheta^2$ (hoc enim fieri posse superiore *lemmate* demonstratum est). Iam quia est $\vartheta^2 > 8\eta\beta^2$, id est $> 2(2\eta\beta)^2$, ergo etiam circulus, cuius diameter ϑ , maior est duobus circulis, quorum radius $\eta\beta$. Sed hi duo circuli unà cum circulo, cuius radius est $\alpha\beta$, ut supra theoremate 6 (*propos. 25*) demonstravimus, maiores sunt superficie segmento sphaerae circumscripta, quam tangentes efficiunt³; haec igitur superficies, et multo magis segmenti sphaerae superficies minor erit circulo, cuius radius est $\alpha\beta$, unà cum circulo, cuius diameter est ϑ . At ex hypothese eadem superficies maior est, quod quidem absurdum.

XXXI (12). Sed maior sit circulus, cuius radius est $\alpha\beta$, segmenti sphaericae superficie; ergo circulus, cuius radii quadratum aequal rectangulum $\gamma x \cdot \alpha\alpha^*$, maior est curva segmenti superficie. Sed fingatur inter has superficies⁴) circulus, cuius radius aequal rectangulum $\vartheta \cdot \alpha\alpha$; ergo est

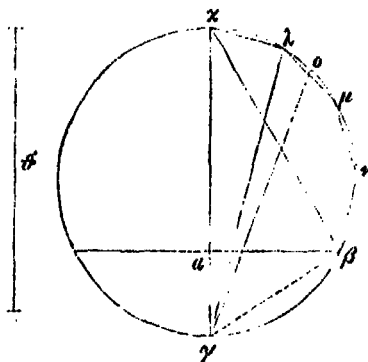
3) Ex ipsa *propos. 25* superficies, quam tangentes efficiunt, aequalis est circulo, cuius radius $\alpha\beta$, unà cum circulo, cuius radii quadratum aequal id quod illic est $\frac{1}{2}\vartheta^2$. Sed cum illic sit $2\eta\zeta^2 > \frac{1}{2}\vartheta^2$, hoc igitur loco efficitur id quod supra perscriptum est.

*) Est enim propter *elem. 6*, $\delta \gamma x : \alpha\beta = \alpha\beta : \alpha\alpha$, id est $\alpha\beta^2 = \gamma x \cdot \alpha\alpha$ (*Co*).

4) Scilicet inter circulum, qui superficiei segmenti aequalis est, et inter circulum, cuius radii quadratum aequal rectangulum $\gamma x \cdot \alpha\alpha$, id est, cuius radius est $\alpha\beta$.

tunt $\delta\zeta$ AB³, del. B¹S η S, om. AB 28. τὸ ὑπὸ Θ KA Eὶ pro τὸ
ὑπὸ ZKA ζ atai ABS, corr. Eὶ auctore Co

$\vartheta < \alpha\gamma$. Sit $\gamma\theta = \vartheta$, et dividatur circumferentia $\alpha\theta\beta$ in quocunque aequales partes, quarum unaquaeque minor sit



quam $\alpha\lambda\theta$, ut proxime (propos. 27) traditum est, et iungantur $x\lambda$ $\lambda\mu$ $\mu\nu$ $\nu\beta$. Quam igitur hae rectae superficiem efficiunt, ea segmenti superficie continetur et aequalis est circulo, cuius radii quadratum, iuncta $\gamma\lambda$, aequat rectangulum $\lambda\gamma \cdot \alpha\alpha$ propter theorema 4 (propos. 23), eademque minor

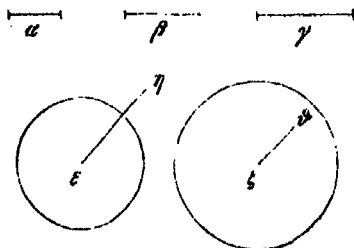
est quam sphaerica segmenti superficies; multo igitur circulus, cuius radii quadratum aequat rectangulum $\alpha\gamma \cdot \alpha\alpha$, id est $\vartheta \cdot \alpha\alpha$, minor est quam sphaerica segmenti superficies. At ex hypothesi idem circulus maior est, quoniam est inter segmenti superficiem et circulum, cuius radius $\alpha\beta$ (adnot. 4), quod quidem fieri non potest. Ergo hae, de quibus quaeritur, superficies aequales sunt.

Et apparet primum, si punctum α centrum sphaerae sit, segmentum esse hemisphaerium, tum, si minus semper fiat segmentum, tandem rectam $\alpha\beta$ congruere cum $\alpha\gamma$ diametro, itaque totius sphaerae superficiem aequalem esse circulo, cuius radius est $\alpha\gamma$; vel idem etiam ex summa segmentorum, qualiacunque sunt, concludetur, nam utique totius sphaerae superficies aequalis est circulo, cuius radii quadratum aequat $\alpha\beta^2 + \beta\gamma^2$, id est cuius radius est $\alpha\gamma^{**}$.

XXXII (13). Si sint tres rectae, velut $\alpha\beta\gamma$, conus basini Prop. 29

**) His verbis, quae nos partim a Graecis convertimus partim coniectura supplevimus, Pappus significat theorema suum, ut de quovis sphaerae segmento, ita singulariter de hemisphaerio, quin etiam de tota sphaera valere, ergo ab ipso in unum comprehensa esse ea quae Archimedes (supra adnot. 4. sub tribus theorematibus disposuit.

οὗ βάσις μὲν ἔστιν κύκλος οὗ ἢ ἐκ τοῦ κέντρου δύναται
τὸ ὑπὸ $A B$, ὕψος δὲ ἡ Γ , ἴσος ἔστιν κώνῳ οὗ βάσις μὲν
ἔστιν κύκλος οὗ ἢ ἐκ τοῦ κέντρου δύναται τὸ ὑπὸ $B \Gamma$,
ὕψος δὲ ἡ A .



Ἐκκείσθωσαν γὰρ⁵
δύο κύκλοι οἱ $E Z$,
καὶ τοῦ μὲν E ἢ ἐκ
τοῦ κέντρου δυνάσθω
τὸ ὑπὸ $A B$, τοῦ δὲ Z
ἢ ἐκ τοῦ κέντρου δυνά-¹⁰
σθω τὸ ὑπὸ $B \Gamma$, ὕψος
δὲ τοῦ μὲν E κώνου
ἔστω τὸ $E H$ ἴσον τῇ Γ ,
τοῦ δὲ Z ὕψος τὸ $Z \Theta$

ἴσον ἔστω τῇ A . ἐπεὶ οὖν ἔστιν ὡς ἡ A πρὸς Γ , τουτέστιν¹⁵
ὡς ἡ $Z \Theta$ πρὸς τὴν $E H$, τὸ ὑπὸ $A B$ πρὸς τὸ ὑπὸ $B \Gamma$
[τουτέστιν ἢ ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ E πρὸς τὴν ἐκ τοῦ κέντρου
τοῦ Z], τουτέστιν ὁ E πρὸς τὸν Z , ἴσος ἄρα ὁ κώνος οὗ
βάσις μὲν ὁ E κύκλος, ὕψος δὲ τὸ $E H$, τῷ κώνῳ οὗ βάσις
μὲν ὁ Z κύκλος, ὕψος δὲ τὸ $Z \Theta$. ἀντιπαπόνθωσαν γὰρ²⁰
αὐτῶν αἱ βάσεις τοῖς ὕψεσιν.

- 55 $\lambda\gamma'$ (ιδ'). Τρίγωνον τὸ $AB\Gamma$, καὶ μενούσης τῆς $B\Gamma$
περιενεχθὲν τὸ τρίγωνον εἰς τὸ αὐτὸ ἀποκαθεστώτω· ὅτι τὸ
γινόμενον ὑπ' αὐτοῦ στερεὸν ἴσον ἔστιν κώνῳ οὗ ἢ μὲν βάσις
ἔστιν ἴση τῇ ὑπὸ τῆς AB ἐν τῇ στροφῇ γινομένη κωνικῇ²⁵
ἐπιφανείᾳ, ὕψος δὲ ἡ ἀπὸ τοῦ Γ ἐπὶ τὴν AB κάθετος.

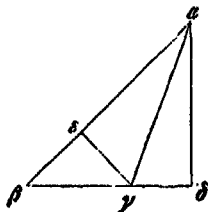
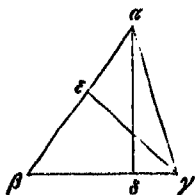
Ἐκείσθωσαν γὰρ ἐπὶ τὰς $AB B\Gamma$ κάθετοι ἀπὸ τῶν $A \Gamma$
αἱ $\Gamma E A A$. ἐπεὶ ὁρθὴ ἔστιν ἡ A ὁρθῇ τῇ B ἴση, κοινὴ

2. ὑπὸ AB et 3. ὑπὸ $B\Gamma$ A Paris. 2368 S, distinx. BV 6. οἱ EZ
A, distinx. BS 9. 10. τὸ ὑπὸ $A B$ — δυνάσθω add. Co 11. ὑπὸ
 $B\Gamma$ AS, distinx. B 12. κώνου Hu pro κύκλου (proprie dicenda erant
τοῦ κώνου τοῦ ἀπὸ τοῦ E κύκλου) 13. τῇ Γ Ri, τῶν Γ ABV, om.
Paris. 2368 S 15. τῇ A Ki pro τῶν A 16. ὑπὸ AB — ὑπὸ $B\Gamma$
ABS, distinx. Hu 17. 18. τουτέστιν — τοῦ Z interpolatori tribuit Hu,
δυνάμει post E et post Z add. Ri, τουτέστι τὸ ἀπὸ τῆς ϵ ἐκ τοῦ κέντρου
τοῦ E πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς ϵ ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ Z conl. Co 18. πρὸς τὴν Z

habens circulum, cuius radii quadratum aequal rectangulum $\alpha \cdot \beta$, altitudinem autem γ , aequalis est cono basim habenti circulum, cuius radii quadratum aequal rectangulum $\beta \cdot \gamma$, altitudinem autem α .

Exponentur enim duo circuli $\epsilon \zeta$, et circuli ϵ radii quadratum aequal rectangulum $\alpha \cdot \beta$, circuli autem ζ rectangulum $\beta \cdot \gamma$, et conus ϵ altitudo sit $\epsilon\eta = \gamma$, altitudo autem conus ζ sit $\zeta\theta = \alpha$. Iam quia est $\zeta\theta : \epsilon\eta = \alpha : \gamma = \alpha \cdot \beta : \beta \cdot \gamma$, id est = circ. ϵ : circ. ζ , conus igitur, cuius basis est circulus ϵ et altitudo $\epsilon\eta$, aequalis est cono, cuius basis est circulus ζ et altitudo $\zeta\theta$, quoniam bases e contrario altitudinibus respondent¹.

XXXIII (14). Sit triangulum $\alpha\beta\gamma$, et manente recta $\beta\gamma$ triangulum convertatur in eundemque locum restituatur; dico id quod ita efficitur solidum aequale esse cono, cuius basis aequalis est conicae superficiei ab $\alpha\beta$ in conversione effectae, altitudo autem perpendicularis a γ ad $\alpha\beta$.



Ducantur enim a punctis $\alpha \gamma$ ad $\beta\gamma$ $\alpha\delta$ $\gamma\epsilon^*$. Quoniam anguli $\delta \epsilon$, ut recti, aequales sunt et an-

1) Secundum elem. 6 def. 2 ἀντιστοιχούντα σχήματά εστιν, ὅταν ἑκατέρω τῶν σχημάτων ἡγούμενοι τε καὶ ἐπόμενοι λόγων ὅροι ᾧσιν. Ergo quia supra demonstratum est $\zeta\theta : \epsilon\eta = \text{circ. } \epsilon : \text{circ. } \zeta$, sive $\alpha : \gamma = \alpha \cdot \beta : \beta \cdot \gamma$, propter elem. 12, 15 conus, de quibus agitur, aequales sunt.

* Figuree adscriptae duos theorematum casus exhibent, quibus accedunt tertius (secundo e contraria parte respondens), si angulus $\alpha\beta\gamma$ obtusus sit, quartus, si angulus $\beta\alpha\gamma$ obtusus sit (qui casus in proximo lemmate occurrit), denique tres alii simpliciores, si aut angulus $\beta\alpha\gamma$, aut $\alpha\gamma\beta$, aut $\alpha\beta\gamma$ rectus sit. Quos casus et enumerare et figuris illustrare supersedit scriptor, quia nullus peculiarem difficultatem habet.

δὲ ἡ B , ἰσογώνιον γίνεται τὸ ABA τρίγωνον τῷ $BΓE$ τρι-
 γώνῳ· ἔστιν ἄρα ὡς μὲν ἡ BA πρὸς AA , ἡ $BΓ$ πρὸς $ΓE$.
 ὡς δὲ ἡ BA πρὸς AA , τὸ ὑπὸ BA πρὸς τὸ ἀπὸ AA .
 ἔσται ἄρα καὶ ὡς τὸ ὑπὸ BA πρὸς τὸ ἀπὸ AA , οὕτως
 ἡ $BΓ$ πρὸς $ΓE$. καὶ ὁ κώνος ἄρα οὐ βάσις μὲν ἐστίν⁵
 κύκλος οὐ ἢ ἐκ τοῦ κέντρου δύναται τὸ ὑπὸ BA , ὕψος
 δὲ ἡ $ΓE$, ἴσος ἐστὶν κώνῳ οὐ βάσις μὲν ἐστὶν κύκλος οὐ ἢ
 ἐκ τοῦ κέντρου ἐστὶν ἡ AA , ὕψος δὲ ἡ $BΓ$ (διὰ τὸ ἀντι-
 πεπονθέναι πάλιν τὰς βάσεις αὐτῶν τοῖς ὕψεσιν). καὶ
 ἔστι τὸ γινόμενον ὑπὸ τοῦ $ABΓ$ τριγώνου ἐν τῇ στροφῇ¹⁰
 στερεὸν ἴσον τῷ κώνῳ οὐ βάσις μὲν ἐστὶν κύκλος οὐ ἢ ἐκ
 τοῦ κέντρου ἡ AA , ὕψος δὲ ἡ $BΓ$. τὸ αὐτὸ ἄρα στερεὸν
 ἴσον ἐστὶν τῷ κώνῳ τῷ βάσιν μὲν ἔχοντι κύκλον οὐ ἢ ἐκ
 τοῦ κέντρου δύναται τὸ ὑπὸ BA , ὕψος δὲ τὴν $ΓE$ κά-
 θετον. ἀλλ' ὁ μὲν κύκλος οὗτος ἴσος ἐστὶν τῇ ὑπὸ τῆς¹⁵
 AB ἐν τῇ στροφῇ γινομένη κωνικῇ ἐπιφανείᾳ διὰ τὸ εἶ-
 πάλιν Ἀρχιμήδους Θεώρημα παντὸς γὰρ κώνου ἰσοσκελοῦς
 ἢ ἐπιφάνεια, χωρὶς τῆς βάσεως, ἴση ἐστὶν κύκλῳ οὐ ἢ ἐκ
 τοῦ κέντρου μέσον ἀνάλογον ἔχει τῆς πλευρᾶς τοῦ κώνου
 καὶ τῆς ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ κύκλου δις ἐστὶν βάσις τοῦ²⁰
 κώνου]. εἰ ἄρα μενούσης τῆς $BΓ$ περιενεχθὲν τὸ τρί-
 γωνον εἰς τὸ αὐτὸ ἀποκατασταθῇ ὅθεν ἤρξατο φέρεσθαι,
 τὸ γινόμενον ὑπ' αὐτοῦ στερεὸν ἴσον ἐστὶν κώνῳ οὐ βάσις
 μὲν ἐστὶν ἴση τῇ ὑπὸ τῆς AB ἐν τῇ στροφῇ γινομένη κωνικῇ
 ἐπιφανείᾳ, ὕψος δὲ ἡ ἀπὸ τοῦ $Γ$ ἐπὶ τὴν AB κάθετος.²⁵

56 λδ' ιε'. Ἔστω πάλιν τρίγωνον τὸ $ΑΓΖ$ καὶ τυχοῦσα
 διήχθω ἡ $ΓB$, ἥς μενούσης περιενεχθὲν τὸ τρίγωνον εἰς τὸ

1. 3. $BΓE$ τριγώνῳ A^1 ex $BΓE$ τρίγωνον 7. ἡ $ΓE$ Co pro ἡ $Γ$
 11. ἡ ante βάσις add. ABS, del. EI 13. τῷ ante κώνῳ om. EI
 μὲν om. S EI 16. γινομένη κωνικῇ ἐπιφάνεια A, γιν. κωνικῇ ἐπι-
 φάνεια B, corr. S ιε' Ilu, $ΓA$ AB Co, ἐνδέκατον S EI (ergo hic
 Archimedesem involvere non duxit operae pretium) 17. παντὸς —
 21. κώνου interpolatorii tribuit Ilu 19. αὐτὸ μέσον λόγον ἔχει (sic EI),
 αὐτὸ μέσον ἀνάλογον ἐστὶν scribere debuit interpolator 24. εἰ ἄρα
 S^o Co, εν αρα A, εν ἄρα B, εἰ ἄρα Paris. 2368 23. κώνου AB,
 corr. S 24. 25. γινομένη κωνικῇ ἐπιφάνεια A, γινομένη κωνικῇ ἐπι-

gulus β communis, triangulum igitur $\alpha\beta\delta$ triangulo $\gamma\beta\epsilon$ simile est, itaque

$$\alpha\beta : \alpha\delta = \gamma\beta : \gamma\epsilon. \text{ Sed est } \alpha\beta : \alpha\delta = \alpha\beta \cdot \alpha\delta : \alpha\delta^2; \text{ ergo}$$

$$\alpha\beta \cdot \alpha\delta : \alpha\delta^2 = \gamma\beta : \gamma\epsilon;$$

ergo propter superius lemma conus basim habens circulum, cuius radii quadratum aequal rectangulum $\beta\alpha \cdot \alpha\delta$, et altitudinem $\gamma\epsilon$, aequalis est cono basim habenti circulum, cuius radius est $\alpha\delta$; et altitudinem $\beta\gamma$ (quia rursus bases altitudinibus e contrario respondent). Et solidum, quod a triangulo $\alpha\beta\gamma$ in conversione circa axem $\beta\gamma$ efficitur, aequale est cono basim habenti circulum, cuius radius est $\alpha\delta$, et altitudinem $\beta\gamma^{**}$; ergo idem solidum aequale est cono basim habenti circulum, cuius radii quadratum aequal rectangulum $\beta\alpha \cdot \alpha\delta$, et altitudinem $\gamma\epsilon$, id est perpendicularem a γ ad $\alpha\beta$. Sed rursus (ut supra propos. 23) propter Archimedis theorema 15 hic circulus aequalis est conicae superficiei quam recta $\alpha\beta$ in conversione circa axem $\beta\delta$ efficit²⁾. Ergo, si manente recta $\beta\gamma$ triangulum $\alpha\beta\gamma$ convertatur in eundemque locum, unde moveri coeperit, restituatur, solidum ita effectum aequale est cono, cuius basis aequalis est conicae superficiei ab $\alpha\beta$ in conversione effectae, altitudo autem perpendiculis a γ ad $\alpha\beta$.

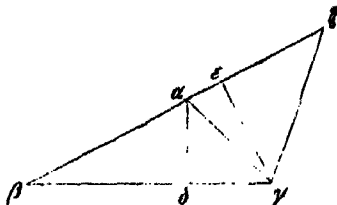
XXXIV (45). Sit rursus triangulum $\alpha\gamma\zeta$, et extra trian- Prop. 34
gulum ducatur quaelibet recta $\gamma\beta$ ita, ut productae $\zeta\alpha$ occurrat¹⁾, et recta $\gamma\beta$ manente triangulum convertatur in eun-

^{**}) Hoc, sive angulus $\beta\alpha\gamma$ acutus, sive rectus, sive obtusus est, efficitur ex elem. 12, 14.

2) Similiter ac supra propos. 23 adnot. * ad Archimedis propos. 17 demonstravimus, verba Archimedis quae sunt de sphaer. et cyl. I, 15 sic fore mutare licet: παντὸς κώνου ἰσοσκελοῦς, χωρὶς τῆς βάσεως, ἡ επιφανεία ἰση ἐστὶ κύκλῳ οὗ ἡ ἐκ τοῦ κέντροι δυνάται τὸ ὑπὸ τῆς πλευρᾶς τοῦ κώνου καὶ τῆς ἐκ τοῦ κέντροι τοῦ κύκλου ὅς ἐστι βάσις τοῦ κώνου. Quo facto, quid Pappus citando hoc theoremate egorit, statim apparet.

1) Alter casus, si $\beta\gamma$ ipsi $\alpha\zeta$ parallela sit, proxima propositione additur.

αὐτὸ ἀποκαθεστώτω· ὅτι τὸ γινόμενον ὑπ' αὐτοῦ στερεὸν ἴσον ἐστὶν κώνῳ οὗ βάσις μὲν ἐστὶν κύκλος ἴσος τῇ ὑπὸ τῆς AZ γινομένη ἐπιφανείᾳ κατὰ τὴν στροφῆν, ὕψος δὲ ἡ ἀπὸ τοῦ Γ ἐπὶ τὴν AZ κάθετος.



Ἐκβεβλήσθω ἡ ZA ⁵ ἐπὶ τὸ B · διὰ τὸ προδειχθὲν ἄρα τὸ ὑπὸ τοῦ ABG τριγώνου γινόμενον στερεὸν ἴσον ἐστὶν κώνῳ οὗ βάσις μὲν ἴση ἐστὶν¹⁰ τῇ ἐπιφανείᾳ τοῦ κώνου ἣν ποιεῖ ἡ AB , ὕψος δὲ

ἡ ἀπὸ τοῦ Γ ἐπὶ τὴν BA , τὸ δὲ ὑπὸ τοῦ BZG γινόμενον ὁμοίως ἴσον ἐστὶν κώνῳ οὗ ἡ μὲν βάσις ἴση ἐστὶ τῇ ἐπιφανείᾳ τοῦ κώνου ἣν ποιεῖ ἡ BZ , ὕψος δὲ τὸ αὐτό· καὶ¹⁵ λοιπὸν ἄρα τὸ ὑπὸ τοῦ AGZ γινόμενον στερεὸν ἴσον ἐστὶν κώνῳ οὗ ἡ μὲν βάσις ἴση ἐστὶν τῇ ἐπιφανείᾳ τοῦ κολούρου κώνου ἣν ποιεῖ ἡ AZ , ὕψος δὲ τὸ αὐτό [ἡ ἀπὸ τοῦ Γ ἐπὶ τὴν AZ].

57 $\lambda\epsilon'$ (12'). Ἐστω δὲ παράλληλος ἡ AZ τῇ $B\Gamma$ καὶ κα-²⁰θετοι ἔχθωσαν αἱ $Z\Gamma$ AD · ὅτι τὸ ὑπὸ τοῦ ABZ τριγώνου ἐν τῇ στροφῇ γινόμενον στερεὸν ἴσον ἐστὶν κώνῳ οὗ βάσις μὲν ἐστὶν κύκλος οὗ ἡ ἐκ κέντρου ἐστὶν ἡ ΓZ , ὕψος δὲ ἡ διπλὴ τῆς AZ , τουτέστιν τῆς AG .

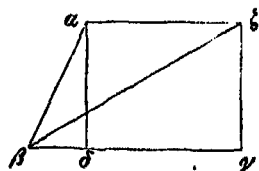
Ἐπεὶ γάρ ὁ ἀπὸ τοῦ AG παραλληλογράμμου γι-²⁵νόμενος κύλινδρος ἴσος ἐστὶν κώνῳ βάσιν μὲν ἔχοντι κύκλον οὗ ἡ ἐκ τοῦ κέντρου ἐστὶν ἡ AD , ὕψος δὲ τὴν τριπλασίαν τῆς AG , ὁ δὲ ὑπὸ τοῦ $AB\Gamma$ τριγώνου γινόμενος κώνος βάσιν μὲν ἔχει τὴν αὐτήν, ὕψος δὲ τὴν BA , τὸ ἄρα ὑπὸ τοῦ $AB\Gamma$ τριγώνου μετὰ τοῦ ὑπὸ³⁰

4. ὅτι om. S Ei 3. γινομένη ἐπιφανείᾳ A, corr. BS κατὰ τὴν στροφῆν γινομένη ἐπιφανείᾳ Ei 7. τοῦ om. Ei 12. ἣν ποιοῦ A, corr. BS 13. τοῦ $BZ\Gamma$ Co pro τοῦ $AZ\Gamma$ 16. τοῦ AGZ idem pro τοῦ $AZ\Gamma$ 17. κολούρου] vide adnot. ad Lat. 18. τὸ αὐτό om. Ei, resultat ei proxima ἡ ἀπὸ τοῦ Γ ἐπὶ τὴν AZ interpolatori tribuit Hu τοῦ Γ Co pro τοῦ ΓE 20. $\lambda\epsilon'$ A' in marg. (BS), $\epsilon\varsigma'$ add. Hu

demque locum restitatur; dico id quod ita efficitur solidum aequale esse cono, cuius basis est circulus aequalis conicae superficiei ab $\alpha\zeta$ in conversione effectae, altitudo autem perpendicularis a γ ad $\alpha\zeta$.

Producatur $\zeta\alpha$ ad β , et ducantur perpendiculares $\gamma\epsilon$ ad $\alpha\delta$; ergo propter superius lemma solidum, quod ab $\alpha\beta\gamma$ triangulo efficitur, aequale est cono, cuius basis aequalis est conicae superficiei ab $\alpha\beta$ effectae, altitudo autem perpendicularis a γ ad $\beta\alpha$; similiter solidum, quod a $\beta\zeta\gamma$ triangulo efficitur, aequale est cono, cuius basis aequalis est conicae superficiei a $\beta\zeta$ effectae, altitudo autem eadem; ergo per subtractionem²⁾ restat solidum ab $\alpha\gamma\zeta$ triangulo effectum aequale cono, cuius basis aequalis est superficiei conicae³⁾ ab $\alpha\zeta$ effectae, altitudo autem eadem.

XXXV (16). Sed sit $\beta\gamma$ ipsi $\alpha\zeta$ parallela, et ducantur perpendiculares $\alpha\delta$ $\zeta\gamma$; dico solidum, quod ab $\alpha\beta\zeta$ triangulo in conversione circa axem $\beta\gamma$ efficitur, aequale esse cono, cuius basis est circulus radio $\zeta\gamma$, altitudo autem dupla $\alpha\zeta$, id est dupla $\delta\gamma$. Prop. 33



Quoniam enim cylindrus, qui ab $\alpha\delta\gamma\zeta$ parallelogrammo efficitur, aequalis est cono basim habenti circulum radio $\alpha\delta$ (sive $\zeta\gamma$, altitudinem autem triplam $\delta\gamma$ (elem. 12, 10. 14), conus autem qui ab $\alpha\beta\delta$ triangulo efficitur, basim eandem, altitudinem autem $\beta\delta$ habet, solidum igitur, quod et ab

2) Subtrahi posse alterum conum ab altero sequitur ex Euclid. elem. 12, 14 (Archim. de sphaer. et cyl. 1, 17 lemm. 4).

3) Graecum $\kappa\omicron\lambda\omicron\upsilon\gamma\omicron\upsilon$, id est conii detruncati, onisimus, ne languide addi necesse esset "praeter utramque basim". Atque aliis locis ipse scriptor hoc epithelo per se consentaneo abstinuit, quod forsitan interpolator huc intulerit.

32. $\iota\sigma\eta\ \epsilon\sigma\tau\iota\nu\ A$, corr. BS $\kappa\acute{\alpha}\nu\omicron\nu\ A^2$ ex $\kappa\omicron\iota\nu\omega\iota$ 33. $\eta\ \epsilon\kappa\ B^1$, $\epsilon\kappa\ AB^2S$, $\eta\ \epsilon\kappa\ \tau\omicron\upsilon\delta\ \epsilon\iota$ 37. $\kappa\acute{\upsilon}\lambda\omicron\nu$ — $\eta\ AJ$ $\tau\eta\nu\ AJ$ ABS, corr. Hu auctore Co 38. $\tau\omicron$ ante $\epsilon\pi\omicron\delta\ \tau\omicron\upsilon\delta$ add. ABV¹, del. Paris. 2368 SV²

τοῦ $ΑΔΓΖ$ παραλληλογράμμου γινόμενον στερεὸν ἴσον ἐστὶν κώνῳ ἀπὸ τῆς αὐτῆς βάσεως ὕψος ἔχοντι τὴν $ΒΔ$ μετὰ τριῶν τῶν $ΔΓ$. κοινὸς ἀφηγήσθω ὁ ὑπὸ τοῦ $ΒΓΖ$ τριγώνου γινόμενος ἀπὸ τῆς αὐτῆς βάσεως κώνος, ὕψος ἔχων τὴν τε $ΒΔ$ καὶ ἀπαξ τὴν $ΔΙ$. λοιπὸν ἄρα τὸ ὑπὸ τοῦ $ΑΒΖ$ γινόμενον στερεὸν ἴσον ἐστὶν κώνῳ τῷ βάσιν μὲν ἔχοντι τὴν αὐτὴν, ὕψος δὲ τὴν διπλασίαν τῆς $ΔΙ$ ἢ τῆς $ΑΖ$.

55 Ἐστὶ δὲ καὶ τοῦτο φανερόν ὅτι τῇ ὑπὸ τῆς $ΑΖ$ γινομένη ἐπιφανείᾳ, κυλινδρικῇ οὕσῃ, ἴσος ἐστὶν κύκλος οὗ ἢ ἐκ τοῦ κέντρου μέσον λόγον ἔχει τῆς πλευρᾶς τοῦ κυλίνδρου καὶ τῆς διαμέτρου τῆς βάσεως (τοῦτο γὰρ Ἀρχιμήδης ἔδειξεν ἰδ' θεωρήματι περὶ σφαίρας καὶ κυλίνδρου), ὥστε ἢ ὑπὸ τῆς $ΑΖ$ γινομένη ἐπιφάνεια ἴση ἐστὶν κύκλῳ οὗ ἢ ἐκ τοῦ κέντρου δύναται τὸ δις ὑπὸ τῶν $ΖΓΔ$.

59 λς' (ζ'). Ἐὰν μέντοι τὸ $Β$ μεταξὺ ἢ τῶν $Δ Γ$, εὐχε-
ρύτερον δεικνύται. ὁ γὰρ ὑπὸ τοῦ $ΑΔΓΖ$ παραλληλο-
γράμμου γινόμενος κύλινδρος, τοῖς ὑπὸ τῶν $ΑΒΔ ΖΒΓ$
τριγώνων γινομένοις κώνοις τὴν αὐτὴν ἔχων [αὐτοῖς] βάσιν
καὶ ὕψος τὴν $ΔΓ$, ὑπερέχει αὐτῶν τῷ ἀπὸ τῆς αὐτῆς βά-
σεως κώνῳ ὕψος ἔχοντι τὴν διπλασίαν τῆς $ΔΓ$, ὥστε καὶ 21
τὸ ὑπὸ τοῦ $ΑΒΖ$ τριγώνου γινόμενον στερεὸν ἴσον ἐστὶν
τῷ αὐτῷ κώνῳ, ὕπερ: ~

60 λς' (η'). Ἐστω τετράπλευρον τὸ $ΑΒΓΔ$, καὶ ἀπὸ τοῦ
 $Β$ ἐπὶ τὰς $ΑΔ ΔΓ$ κάθεται ἴσαι, καὶ διήχθω τις ἢ $ΒΕ$,
καὶ μενούσης αὐτῆς περιεχθὲν τὸ τετράπλευρον εἰς τὸ 25
αὐτὸ ἀποκαθιστάται· ὅτι τὸ γινόμενον ὑπὸ τοῦ τετρα-
πλεύρου στερεὸν ἴσον ἐστὶν κώνῳ οὗ ἢ μὲν βάσιν ἴση ἐστὶν
ταῖς ὑπὸ τῶν $ΑΔ ΔΓ$ ἐν τῇ στροφῇ γινομέναις ἐπιφα-
νείαις, ὕψος δὲ ἢ ἀπὸ τοῦ $Β$ ἐπὶ μίαν τῶν $ΑΔ ΔΓ$ κάθετος.

2. τῇ ante ἀπὸ τῆς add. B¹ 7. αὐτὴν E¹, αὐτὴν ΓΖ A¹ B³, αὐ-
τὴν ιὴ ζγ B¹, αὐτὴν ζγ S, αὐτὴν τὴν ΓΖ voluit Co 8. Ἐστὶ δὲ E¹
8. 9. τῆς ὑπὸ τῆς ΑΖ γινομένης ἐπιφανείας κυλινδρικῆς οὕσης ABS,
corr. E¹ auclore Co 12. ἰδ' Hu, ΓΓ A, ΓΓ^ω B, τρισκαιδεκάτῳ S E¹
(conf. adnot. 2 ad proposit. 24) 13. 14. κύκλῳ — δύναται add. Co
14. τὸ Co, τῷ ABS (quod quidem ante κύκλῳ reponit Co) 15. λς A¹
in marg. (B³), ις' add. Hu τῶν ΔΓ A, distinx. B, τῶν γ δ S E¹

$\alpha\delta\gamma\zeta$ parallelogrammo et ab $\alpha\beta\delta$ triangulo efficitur, aequale est cono eandem basim et altitudinem $\beta\delta + 3\delta\gamma$ habenti. Communis subtrahatur conus, qui a $\alpha\beta\zeta$ triangulo efficitur, eandem basim et altitudinem $\beta\delta + \delta\gamma$ habens; restat igitur solidum, quod ab $\alpha\beta\zeta$ triangulo efficitur, aequale cono eandem basim et altitudinem $2\delta\gamma$, sive $2\alpha\zeta$, habenti.

Hoc quoque manifestum est, superficiei cylindricae, quae ab $\alpha\zeta$ efficitur, aequalem esse circum, cuius radius media proportionalis est inter cylindri latus et baseos diametrum (hoc enim Archimedes de sphaer. et cyl. I propos. 14 demonstravit); itaque superficies, quae ab $\alpha\zeta$ efficitur, aequalis est circulo, cuius radii quadratum aequat $2\zeta\gamma \cdot \gamma\delta$.

XXXVI (17). Sin vero punctum β inter δ γ cadat, facilius idem demonstratur. Nam cylindrus, qui ab $\alpha\delta\gamma\zeta$ parallelogrammo efficitur, quoniam eandem basim cum conis, qui ab $\alpha\beta\delta$ $\zeta\beta\gamma$ triangulis efficiuntur, et altitudinem $\delta\gamma$ habet, hos conos (quorum summa est conus eiusdem baseos et altitudinis $\delta\gamma$) superat eo cono, qui eandem basim et altitudinem $2\delta\gamma$ habet; itaque solidum, quod ab $\alpha\beta\zeta$ triangulo efficitur, eidem cono aequale est, q. e. d.

XXXVII (18). Sit quadrilaterum $\alpha\beta\gamma\delta$, et a β ad $\alpha\delta$ ^{Prop. 83} $\delta\gamma$ perpendiculares inter se aequales, et extra ducatur quaelibet recta $\beta\epsilon$, quâ manente quadrilaterum convertatur in eundemque locum restitatur; dico solidum, quod a quadrilatero efficitur, aequale esse cono, cuius basis aequalis est summae earum superficierum, quas rectae $\alpha\delta$ $\delta\gamma$ in conversione efficiunt, altitudo autem perpendicularis a β ad $\alpha\delta$ vel $\delta\gamma$.

16. $\overline{AJ} \overline{TZ}$ A, coniunx. BS, om. Ei 17. $\circ\pi\theta$ τοῦ AB eod. Co. corr. S Co 18. $\tau\epsilon\gamma\gamma\epsilon\iota\sigma\tau\epsilon\iota\varsigma$ Ei invilis ABS ἀπὸ τοῦ del. Hu 22. $\circ\pi\epsilon\gamma$ om. Ei 23. $\alpha\zeta$ (sic) A¹ in marg., corr. BS, $\epsilon\eta$ add. Hu τὸ ἀπὸ $\tau\epsilon\gamma\gamma\epsilon\iota\sigma\tau\epsilon\iota\varsigma$ add. ABS, del. Ei 25. $\epsilon\iota\varsigma$ ABS, $\epsilon\tau\eta$ Ei 29. τὰς $\overline{AH}$ $\overline{AT}$ ABS, corr. Co

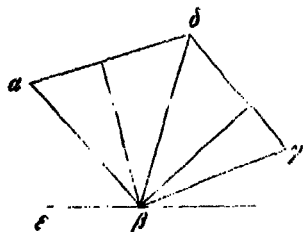
Ἐπεξεύχθω ἡ ΒΔ· τὸ ἄρα ὑπὸ τοῦ τετραπλεύρου γινόμενον στερεὸν τὸ ὑπὸ τῶν ΑΒΔ ΔΓΒ τριγώνων ἔστιν γινόμενον. καὶ δέδεικται πρὸ δυοῖν τὸ μὲν ὑπὸ τοῦ ΑΒΔ γινόμενον ἴσον κώνῳ οὗ ἡ μὲν βάσις ἴση ἔστιν τῇ ὑπὸ τῆς ΑΔ γινομένη ἐπιφανείᾳ, ὕψος δὲ ἡ ἀπὸ τοῦ Β ἐπὶ μίαν τῶν ΑΔ ΔΓ κάθετος, τὸ δὲ ὑπὸ τοῦ ΔΒΓ τριγώνου ἴσον κώνῳ οὗ ἡ μὲν βάσις ἴση ἔστιν τῇ ὑπὸ τῆς ΔΓ γινομένη ἐπιφανείᾳ, ὕψος δὲ τὸ αὐτό· καὶ ὅλον ἄρα τὸ ὑπὸ τοῦ ΑΒΓΔ τετραπλεύρου γινόμενον στερεὸν ἴσον ἔστιν κώνῳ οὗ ἡ μὲν βάσις ἴση ἔστιν ταῖς ὑπὸ τῶν ΑΔ ΔΓ γινομέναις κατὰ τὴν στροφὴν ἐπιφανείαις, ὕψος δὲ ἡ ἀπὸ τοῦ Β ἐπὶ μίαν τῶν ΑΔ ΔΓ.

61 λή' (W). Κἂν ἀντὶ τοῦ τετραπλεύρου δὲ πεντάπλευρον ἢ τὸ ΔΑΒΖΓ ἢ καὶ ὅποσασοῦν πλευρὰς ἔχον, ὥστε τὰς ἀπὸ τοῦ Β ἐφ' ἐκάστην τῶν ΑΔ ΔΓ ΓΖ καθέτους ἴσας εἶναι, δευχθήσεται ὁμοίως τὸ ὑπὸ τοῦ πολυγώνου γινόμενον στερεὸν ἴσον κώνῳ οὗ ἡ μὲν βάσις ἴση ἔστιν ταῖς ὑπὸ τῶν ΑΔ ΔΓ ΓΖ γινομέναις ἐπιφανείαις, ὕψος δὲ μία τῶν εἰρημένων ἴσων καθέτων. καὶ οὐδὲν διαφέρει, ἂν ἡ ἐσχάτη ἐφαρμολῇ τῇ ΕΒ. [ἐξῆς τὸ σχῆμα.] 20

62 λθ' (X). Τὸ δ' αὐτὸ ἔστιν τῷ εἰρημένῳ λέγειν ὅτι, εἰὰν περὶ ἡμικύκλιον οὗ κέντρον τὸ Σ, γραφῇ τι πολύγωνον ὅποσασοῦν ἔχον πλευρὰς, ὥς τὸ ΒΕΖΘΑΓ, μενούσης δὲ τῆς ΒΓ περιενεχθὲν τὸ πολύγωνον εἰς τὸ αὐτὸ ἀποκα-

2. τρίγωνον ABS, corr. Eī auctore Co 3. πρὸ δυοῖν Hu, πρὸς δὲ ABS, proxime Co, πρὸ ἐνὸς Eī 5. γινομένης AB, corr. S ἐπιγίνετα A, corr. BS 6. τοῦ ΔΒΓ Co pro τοῦ ΔΒΓ τριγώνου AB, corr. S 7. 8. γινομένης ἐπιφανείας AB, corr. S 13. ΔΓ Α' in marg. (BS), ιθ' add. Hu δὲ om. Eī 14. τὸ ΔΑΒ ΖΓΗ | καὶ Α, τὸ διαβῆναι καὶ BS, corr. Co post ἡ καὶ add. ἄλλο τι πολύγωνον Eī ὅποσασοῦ Α', ὅποσασοῦν Α', ὅποσασοῦ Β', corr. B'S 15. καθέτους Α' ex καθέτου 19. ἴσων add. Α' super vs. 20. τῇ ΕΒ Hu pro τῇ ΔΒ ἐξῆς sine spir. et acc.) Α, ἐξ ἥς BS, corr. Hu ἐξῆς τὸ σχῆμα del. Co Eī 21. ΑΘ Α' in marg. (BS), x' add. Hu 32. τὸ Σ Co pro τὸ Ε γραφῇ Α' in rasura), distinx. BS 33. τὸ ΒΕΖ | ΘΑ Α, coniunx. BS, Γ add. Co

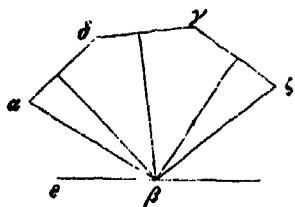
lungatur $\beta\delta$; ergo solidum, quod a quadrilatero, idem est ac quod ab $\alpha\beta\delta$ $\delta\beta\gamma$ triangulis efficitur. Et proxime



(*propos. 31*) demonstravimus solidum, quod ab $\alpha\beta\delta$ triangulo efficitur, aequale esse cono, cuius basis aequalis est superficiei ab $\alpha\delta$ effectae, altitudo autem perpendicularis a β ad $\alpha\delta$ vel $\delta\gamma$, et solidum, quod a $\delta\beta\gamma$ triangulo, aequale

cono, cuius basis aequalis est superficiei a $\delta\gamma$ effectae, altitudo autem eadem; ergo etiam summa eorum solidorum, id est solidum, quod ab $\alpha\beta\gamma\delta$ quadrilatero efficitur, aequale est cono, cuius basis aequalis est superficibus ab $\alpha\delta$ $\delta\gamma$ in conversione effectis, altitudo autem perpendicularis a β ad $\alpha\delta$ vel $\delta\gamma$.

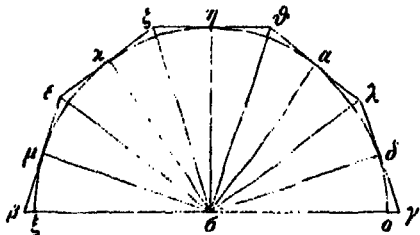
XXXVIII (19). Quodsi pro quadrilatero sit quinquela-³⁴ Prop.
terum $\delta\alpha\beta\zeta\gamma$ vel polygonum quotcunque latera ita posita



hahens, ut perpendiculares ad singula latera $\alpha\delta$ $\delta\gamma$ $\gamma\zeta$. . . ductae inter se aequales sint, similiter demonstrabitur solidum, quod a polygono efficitur, aequale esse cono, cuius basis aequalis est superficibus ab $\alpha\delta$ $\delta\gamma$ $\gamma\zeta$. . . effectis,

altitudo autem una earum quas diximus perpendicularium. Nec quidquam differt, si extrema perpendicularis congruat cum $\epsilon\beta$.

XXXIX (20). Idem autem est, ac si dicamus, si circa



semicirculum, cuius centrum σ , polygonum aliquod describatur quotcunque latera habens, velut $\beta\epsilon\zeta\theta\lambda\gamma$, et manente recta $\beta\gamma$ polygonum convertatur in eun-

τασταθῇ, τὸ γινόμενον ὑπ' αὐτοῦ στερεόν, ὃ δὴ καὶ περι-
γέγραπται περὶ τὴν σφαῖραν ἣν ποιεῖ τὸ ἡμικύκλιον, ἴσον
ἐστὶν κώνω οὗ βάσις μὲν ἡ ἐπιφάνειά ἐστιν ἡ ὑπὸ τῶν
τοῦ πολυγώνου πλευρῶν γινομένη κατὰ τὴν στροφὴν, ὕψος
δὲ ἡ ἐκ τοῦ κέντρου τῆς σφαίρας· πᾶσαι γὰρ αἱ ἀπὸ τοῦ
Σ ἀγόμεναι ἐπὶ τὰς πλευρὰς κάθεται, ὡς αἱ ΣΜ, ΣΚ ΣΗ
ΣΑ ΣΑ, ἴσαι εἰσὶν. καὶ οὐ διαφέρει, ἐὰν τὸ Α τῷ Ο,
ἢ τὸ Μ τῷ Ξ ταυτὸν ἦ.

Ἀῆλον δ' ὅτι, καὶ περὶ τομέα κύκλου, οἶον τὸν ΞΣΑ
ἢ ΜΣΑ περιγραφῇ τε πολύγωνον, τὰ αὐτὰ δειχθήσεται. 10
63 μ' (κα'). Πᾶσα σφαῖρα ἴση ἐστὶν κώνω οὗ βάσις
μὲν ἐστὶν ἡ ἐπιφάνεια τῆς σφαίρας, ὕψος δὲ ἡ ἐκ τοῦ
κέντρου.

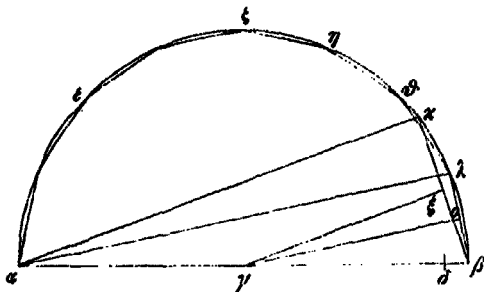
Ἦστω γὰρ σφαῖρα ἥς διάμετρος ἡ ΑΒ, κέντρον δὲ τὸ
Γ, καί, εἰ δυνατόν, πρότερον ἔστω μεῖζων ὁ κώνος οὗ βά- 15
σις μὲν ἡ ἐπιφάνεια τῆς σφαίρας, τουτέστιν ὁ κύκλος οὗ
ἡ ἐκ τοῦ κέντρου ἐστὶν ἡ ΑΒ, ὕψος δὲ ἡ ΓΒ ἐκ τοῦ κέν-
τρου τῆς σφαίρας, καὶ μεταξὺ αὐτῶν, τουτέστιν ἐλάσσων
μὲν τοῦ κώνου, μεῖζων δὲ τῆς σφαίρας, νοείσθω κώνος
ἄλλος, οὗ ἡ μὲν βάσις ἐστὶν ἡ αὐτή, ὕψος δὲ ἡ ΒΔ, 20
ἐλάσσων οὖσα τῆς ΓΒ, καὶ ἡμικυκλίον ὄντος τοῦ ΑΒΒ
ἦχθω ἡ ΑΚ δυναμένη τὸ δις ὑπὸ ΑΒ ΓΔ· καὶ λοιπὸν
ἄρα τὸ δις ὑπὸ ΑΒΔ ἴσον ἐστὶν τῷ ἀπὸ τῆς ἐπὶ τὰ Κ
Β. καὶ τὰ ἡμίση· τὸ ὑπὸ ΑΒΔ ἴσον ἐστὶν ἡμίσει τῷ ἀπὸ

2. βάσις μὲν ἡ Εἰ auctore Co pro ἡ μὲν 9. δ' ὅτι Hu pro ἡδὴ
τὸν Ξ ΣΑ A, conjunct. BS 11. μ Α' in marg. (B Paris. 2368 V,
om. S), κα' add. Hu ἡ ante βάσις add. Ei 44. δὲ τὸ BS, το δὲ
τὸ Α 20 — p. 402, 2] totus hic locus misere turbatus est in co-
dicibus, quem nos, quantum probabili conjectura assecuti sumus, re-
stituimus (longe alia ratione Ei, de quo vide append.) 20. 21. ἡ ΒΔΕ
ἐλάσσων ABS, corr. Co 21. τῆς ΓΒ Ei pro τῆς ΓΔ τοῦ ΑΒΒ
Co pro τοῦ ΑΒΕ 22. ἦχθω Co, ἐδεχθῇ ABS, εἰληχθῇ Ei ὑπὸ
ΑΒΓΔ AB, distinx. S 23. 24. ἐπὶ τὰ ΚΒ A, distinx. B, ἐπὶ τὰ Β x
S 24. καὶ τὰ ἡμίση — p. 400, 1. τὰ Β Κ om. S Ei 24. καὶ
ΑΒ², om. B' ἡμίση Co pro ἡμισυ ἡμίσει add. Hu (ἴσον ἐστὶ) τῷ
ὑπὸ τῆς ἐπὶ τὰ Β Κ καὶ τῆς ἡμισι(ας) Co)

demque locum restituitur, id quod ita efficitur solidum, quod quidem sphaerae a semicirculo effectae circumscriptum est, aequale esse cono, cuius basis *circulus est aequalis summae superficierum*, quas polygoni latera in conversione efficiunt, altitudo autem radius sphaerae; nam omnes perpendiculares a centro σ ad latera ductae, velut $\sigma\mu$ σx $\sigma\gamma$, $\sigma\alpha$ $\sigma\delta$, inter se aequales sunt. Nec quidquam differt, si punctum δ cum σ , vel μ cum ξ congruat (id est, si ipsa extrema polygoni latera diametro perpendicularia sint).

Idem etiam demonstrabitur, si circa sectorem, velut $\xi\sigma\alpha$ vel $\mu\sigma\alpha$ polygonum quoddam describatur.

XI. (21). Omnis sphaera aequalis est cono, cuius basis Prop. 35 est sphaerae superficies, altitudo autem radius.



Sit enim sphaera, cuius diameter $\alpha\beta$ ac centrum γ , et, si fieri possit, primum hac sphaera maior sit conus, cuius basis est sphaerae superficies, id est circulus radio $\alpha\beta$ (*prop. 28 extr.*), altitudo autem $\gamma\beta$ radius sphaerae; atque inter haec, id est minor eo quem diximus cono et maior sphaera, fingatur alius conus, cuius basis sit eadem, altitudo autem $\beta\delta$ minor quam $\gamma\beta^*$, et in semicirculo $\alpha\beta$ ducatur αx ita, ut sit $\alpha x^2 = 2\alpha\beta \cdot \gamma\delta$; ergo, quoniam est

$\alpha\beta^2 = 2\alpha\beta \cdot \beta\gamma$, si hinc subtrahatur

*) Hinc in Graecis incipit gravissima scripturae traditae corruptela, quam sanari posse adeo desperavit Eisenmannus, ut suo arbitrio novam demonstrandi rationem concinnaret, de qua vide append.

$$\alpha\kappa^2 = 2\alpha\beta \cdot \gamma\delta, \text{ restat}$$

$$\kappa\beta^2 = 2\alpha\beta \cdot \beta\delta, \text{ itemque dimidia}$$

$$\frac{1}{2}\kappa\beta^2 = \alpha\beta \cdot \beta\delta.$$

Iam semicirculo polygonum aequilaterum $\alpha\epsilon\zeta\eta\theta\lambda\beta^{**}$, ita inscribatur, ut circumferentia $\beta\lambda$ minor sit quam $\beta\lambda\kappa$ quod potest fieri, quoniam semicirculum, ut supra propos. 27 exposuimus, bifariam secantes, et rursus dimidiam circumferentiam bifariam, et id semper facientes relinquemus aliquam circumferentiam, velut $\beta\lambda$, minorem quam $\beta\lambda\kappa$. Et iungatur $\alpha\lambda$, eique parallela ducatur $\gamma\alpha$. Iam quia est $\Delta \alpha\lambda\beta \sim \Delta \gamma\alpha\beta$, ideoque $\alpha\lambda = \gamma\alpha$, et $\lambda\beta = 2\alpha\beta$, et $\alpha\lambda > \lambda\beta^{***}$, est igitur

$$\alpha\lambda \cdot \gamma\alpha > \lambda\beta \cdot \alpha\beta, \text{ id est}$$

$$> \frac{1}{2}\lambda\beta^2. \text{ Eadem ratione, si rectam } \kappa\beta \text{ iunxerimus}^1), \text{ et per } \gamma \text{ ipsi } \alpha\kappa \text{ parallelam duxerimus usque ad } \kappa\beta, \text{ scilicet } \gamma\xi, \text{ est}$$

$$\alpha\kappa \cdot \gamma\xi > \frac{1}{2}\kappa\beta^2. \text{ Sed est } \alpha\lambda > \alpha\kappa; \text{ ergo eo magis}$$

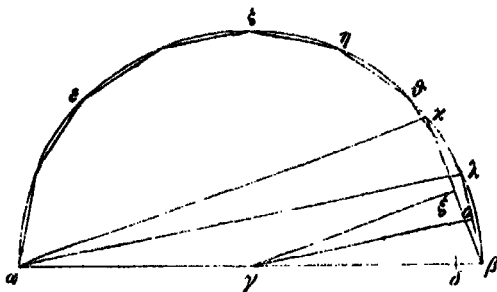
**) Quomodo haec litterarum series ac multitudo indicat, figura dimidii dodecagoni (vide append.) in codicibus exstat. Sed quoniam scriptor bifariam semper circumferentiam secari iubet, nos semicirculum in octo partes divisimus et, ut nostra figura ostendit, litteras geometricas satis probabiliter disposuisse videmur.

**) Ut in re manifesta scriptor exponere omisit, quibus terminis sit $\alpha\lambda > \lambda\beta$, et $\alpha\kappa > \kappa\beta$. Scilicet oportet esse circumferentiam $\lambda\beta < \kappa\beta < \frac{1}{2}$ circumf. circuli. Sed quoniam polygonum ex scriptoris praecepto (si circulum completum fingimus) minime est 8 laterum, vel etiam 8.2, vel 8.2.2 etc., et silentio circumferentia $\kappa\beta$ minor supponitur quam $\theta\kappa\beta$, consentaneum est ipsam $\kappa\beta$ ulique minorem esse quadrante circumferentiae circuli.

4) Haec verba supervacanea videantur, quoniam de recta $\kappa\beta$ iam supra dictum est. Sed illie in Graecis est $\eta \epsilon\pi\iota \tau\alpha K B$, quo dicendi genere non id disorto praecipitur, ut recta $\kappa\beta$ ducatur.

τοῦ ἀπὸ τῆς AB] τοῦ ἀπὸ τῆς ἡμισείας τῆς AB ABS, τοῦ ὑπὸ τῆς AB καὶ τῆς ἡμισείας τῆς AB Co, corr. Hu 44. ταῦτ' αὖ Hu, ταῦτα AB, τὰ αὐτὰ S τῇ KB Hu, ZY AB, ZV S 45. 46. τῆς AB τῇ AK Hu, τῆς I'B ἐν' εὐθείας ABS, ἱπσι AK parallelam duxerimus usque ad KB Co 47. ἡμισοῦς τοῦ ἀπὸ τῆς KB] τοῦ ἀπὸ τῆς ἡμισείας τῆς KB AB, τοῦ ἀπὸ τῆς ἡμισείας τῆς KB S, τοῦ ὑπὸ τῆς KB καὶ τῆς ἡμισείας τῆς KB Co, corr. Hu

πολλῶν τὸ ὑπὸ $AA\Gamma O$ ἡμίσεος τοῦ ἀπ' αὐτῆς, τουτέστιν τοῦ ὑπὸ $AB\Delta$. καὶ ὁ κῶνος ἄρα, οὗ βάσις μὲν ἐστὶν κύκλος οὗ ἡ ἐκ τοῦ κέντρου δύναται τὸ ὑπὸ $AA\Gamma O$, ὕψος δὲ ἡ AB , μείζων ἐστὶν τοῦ κώνου οὗ ἡ μὲν βάσις ἐστὶν κύκλος οὗ ἡ ἐκ τοῦ κέντρου δύναται τὸ ὑπὸ $AB\Delta$, ὕψος δὲ ἡ AB . ἀλλ' ὁ κῶνος οὗ βάσις μὲν ἐστὶν κύκλος οὗ ἡ ἐκ τοῦ κέντρου δύναται τὸ ὑπὸ $AA\Gamma O$, ὕψος δὲ ἡ AB , ἴσος ἐστὶν κώνῳ οὗ ἡ μὲν βάσις ἐστὶν κύκλος οὗ ἡ ἐκ τοῦ κέντρου δύναται τὸ ὑπὸ $AA\Delta B$, ὕψος δὲ ἡ ΓO . καὶ ὁ κῶνος ἄρα οὗτος, τουτέστιν οὗ ἡ μὲν βάσις ¹⁰ ἐστὶν κύκλος οὗ ἡ ἐκ τοῦ κέντρου δύναται τὸ ὑπὸ $AA\Delta B$,



ὕψος δὲ ἡ ΓO , μείζων ἐστὶν τοῦ κώνου, οὗ ἡ μὲν βάσις ἐστὶν κύκλος οὗ ἡ ἐκ τοῦ κέντρου δύναται τὸ ὑπὸ $AB\Delta$, ὕψος δὲ ἡ AB , τουτέστιν τοῦ ἴσου κώνου οὗ ἡ μὲν βάσις ἐστὶν κύκλος οὗ ἡ ἐκ τοῦ κέντρου ἐστὶν ἡ AB , ὕψος δὲ ἡ ¹⁵ $B\Delta$ [ὡς γὰρ τὸ ἀπὸ AB πρὸς τὸ ἐπὶ $AB\Delta$, οὕτως ἡ AB πρὸς $B\Delta$]. καὶ δέδεικται τῷ δ' θεωρήματι ἡ γινομένη ὑπὸ πιασῶν τοῦ πολυγώνου πλευρῶν ἐπιφάνεια κατὰ τὴν ὁμοίαν στροφὴν ἴση κύκλῳ οὗ ἡ ἐκ τοῦ κέντρου δύναται τὸ ὑπὸ $AA\Delta B$. καὶ ὁ κῶνος ἄρα οὗ ἡ βάσις μὲν ἐστὶν κύκλος οὗ ἡ ἐκ τοῦ κέντρου δύναται τὸ ὑπὸ $AA\Delta B$, ὕψος δὲ

1. ἡμίσεος τοῦ ἀπ' αὐτῆς] τοῦ ἀπ' αὐτῆς ABS , eo quod iisdem continetur Co., corr. Hu. 2. τοῦ ὑπὸ $AB\Delta$ Co pro τὸ ὑπὸ $AA\Delta B$

4. μείζων AB Paris. 2368 S., corr. V. 7. τοῦ om. A., add. BS

$\alpha\lambda \cdot \gamma\theta > \frac{1}{2} \alpha\beta^2$), id est, ut supra demonstravimus
 $> \alpha\beta \cdot \beta\delta$.

Ergo etiam conus basim habens circulum, cuius radii quadratum aequal rectangulum $\alpha\lambda \cdot \gamma\theta$, altitudinem autem $\alpha\beta$, maior est cono basim habente circulum, cuius radii quadratum aequal rectangulum $\alpha\beta \cdot \beta\delta$, altitudinem autem eandem. Sed conus basim habens circulum, cuius radii quadratum aequal rectangulum $\alpha\lambda \cdot \gamma\theta$, altitudinem autem $\alpha\beta$, aequalis est cono basim habenti circulum, cuius radii quadratum aequal rectangulum $\alpha\lambda \cdot \alpha\beta$, altitudinem autem $\gamma\theta$ (propos. 29): ergo etiam conus basim habens circulum, cuius radii quadratum aequal rectangulum $\alpha\lambda \cdot \alpha\beta$, altitudinem autem $\gamma\theta$, maior est cono basim habente circulum, cuius radii quadratum aequal rectangulum $\alpha\beta \cdot \beta\delta$, altitudinem autem $\alpha\beta$, id est maior aequali cono basim habente circulum radio $\alpha\beta$, altitudinem autem $\beta\delta$). Ac theoremate 4 (propos. 23 p. 369) demonstravimus superficiem, quam omnia polygoni latera simili conversione efficiunt, aequalem esse circulo, cuius radii quadratum aequal rectangulum $\alpha\lambda \cdot \alpha\beta$; ergo etiam conus basim habens circulum, cuius radii quadratum aequal rectan-

†) Apparet eam demonstrationem non satis elegantem ac concinnam esse; nam, omissa comparatione cum $\frac{1}{2} \lambda\beta^2$, satis erat ostendere $\alpha\lambda \cdot \gamma\xi > \frac{1}{2} \alpha\beta^2$, et $\alpha\lambda > \alpha\lambda$. Sed eas quae supra leguntur ambages inde ortae sunt, quod ipse scriptor notatione $\gamma\xi$ (quam nos intulimus) abstinuit; itaque esse $\alpha\lambda \cdot \gamma\xi > \alpha\beta \cdot \xi\beta$ commodè demonstrare non potuit; ergo primum id quod simile est ostendit in rectis $\alpha\lambda \lambda\beta \gamma\theta$, ac postea eandem rationem esse reclarum $\alpha\lambda \alpha\beta$ et eius quae ipsi $\alpha\lambda$ parallela est, omissa appellatione $\gamma\xi$, significat.

††) Hoc rursus ex propos. 29 sequitur, dummodo pro "circulum radio $\alpha\beta$ " substituamus "circulum, cuius radii quadratum aequal rectangulum $\alpha\beta \cdot \alpha\beta$ ", quod, ut manifestum, non adnotavissemus, nisi in Graecis et hoc loco et paulo post p. 404, 43 sq. 406, 7—18 aliena interpretamenta occurrerent.

40. 44. *τὸ ἐστίν* — *κύκλος* om. Ei 42. *οὗ* om. A, add. BS 45. *τοῦ* om. A, add. BS 45. 46. *ἡ ἄβ* ὅπως δὲ ἡ *ἄ* ABS, corr. Cu 46. 47. *ὡς* γὰρ — πρὸς *ΒΔ* interpolatori tribuit Hu 47. *ἄ* AB, *τετάρτη* S Ei, 23. *huius* Cu 18. *πλευρὰ* AB, corr. S

gulum $\alpha\lambda \cdot \alpha\beta$, altitudinem autem $\gamma\sigma$, qui conus aequalis est solidae figurae in sphaeram inscriptae²⁾, maior est cono basim habente circulum radio $\alpha\beta$, altitudinem autem $\beta\delta$; itaque etiam ea quam diximus solida figura maior est cono basim habente circulum radio $\alpha\beta$, altitudinem autem $\beta\delta$. Atqui ex hypothese hic conus maior est sphaera; multo igitur solida figura sphaerae inscripta maior est sphaera, quod quidem fieri non potest³⁾. Ergo non maior est sphaera conus, cuius basis est sphaerae superficies, altitudo autem radius.

XLI (22). Sed minor sit sphaera ille conus, cuius basis est circulus radio $\alpha\beta$, altitudo autem $\gamma\beta$, id est conus basim habens circulum, cuius radii quadratum aequat rectangulum $\alpha\beta \cdot \beta\gamma$, altitudinem autem $\alpha\beta$ (propos. 29); atque inter sphaeram et eum conum fingatur conus, cuius basis sit eadem, altitudo autem x maior quam $\alpha\beta$, id est conus basim habens circulum, cuius radii quadratum aequat rectangulum $x \cdot \alpha\beta$, altitudinem autem $\gamma\beta$, et semicirculo circumscribatur polygonum aequilaterum ita, ut unum eius latus, velut $\delta\epsilon$, minus sit differentiâ rectarum x $\alpha\beta$, id est, ut sit

$$x > \delta\epsilon + \alpha\beta. \text{ Et est } \delta\epsilon > \delta\alpha + \beta\mu \text{ (quoniam } \frac{1}{2}\delta\epsilon = \delta\nu > \delta\alpha); \text{ ergo etiam}$$

$$\delta\epsilon + \alpha\beta > \delta\alpha + \alpha\beta + \beta\mu, \text{ id est} \\ > \delta\mu, \text{ itaque eo magis}$$

$$x > \delta\mu.$$

Sed quoniam superficies, quam polygonum conversione circa

2) Hoc sequitur ex lemmate 20 (p. 397); nam $\gamma\sigma$ est radius semicirculi, cui polygonum $\alpha\epsilon\zeta\eta\delta\lambda\beta$ circumscriptum est, et circulus, cuius radii quadratum aequat rectangulum $\alpha\lambda \cdot \alpha\beta$, aequalis est superficiei, quam polygoni latera efficiunt.

3) Est enim minor, id quod ex Archim. de sphaer. et cyl. 4, 26. 27. 28. 36 sequitur. Ceterum quod Commandinus vereri se dicit, ne haec Pappi demonstratio non omnino satisfacere videatur (quare aliam sua coniectura addit), equidem existimo, si ex nostratum usu numero π adhibito breviores formulae ponantur, Graeci scriptoris viam ac rationem facile perspicui.

distinx. Et 19. τῶν $\overline{AA} \overline{BZ}$ ABS, corr. Co $\eta \overline{NA}$ Co, $\eta \overline{MA}$ ABS, $\eta \eta\mu\sigma\iota\alpha$ τῆς $\overline{AE}$ Et 19. 30. $\eta \overline{JM}$ Co pro $\eta \overline{JZ}$ 31 — p. 406, 1. κατὰ τὴν περὶ ἄξονα τὴν $\overline{AA}$ στρεφὴν ABS Et, ex simili conversione circa axem $\overline{JM}$ Co

AM στροφὴν διὰ τὸ δ' θεωρήμα ἴση ἐστὶ κύκλῳ οὗ ἢ ἐκ τοῦ κέντρου ἐστὶν ἢ δυναμένη τὸ ὑπὸ AM AB , δῆλον ὡς καὶ τὸ γινόμενον ἐπ' αὐτοῦ στερεόν, ὃ δὴ περιγέγραπται περὶ τὴν σφαῖραν ἣν ποιεῖ τὸ ἡμικύκλιον, ἴσον ἐστὶν κώνῳ, οὗ ἢ ἐκ τοῦ κέντρου τῆς βάσεως ἐστὶν ἢ δυναμένη ⁵ τὸ ὑπὸ AM AB , ὕψος δὲ ἢ $ΓΒ$ ἐκ τοῦ κέντρου τῆς σφαίρας διὰ τὸ α' θεωρήμα, τῷ δὲ κώνῳ οὗ ἢ ἐκ τοῦ κέντρου τῆς βάσεως ἐστὶν ἢ AB , ὕψος δὲ ἢ $ΒΓ$, ταυτέστι τῷ κώνῳ, οὗ ἢ μὲν βάσις ἐστὶν ἴση κύκλῳ οὗ ἢ ἐκ τοῦ κέντρου δύναται τὸ ἐπὶ ABI' , ὕψος δὲ ἢ AB , ἴσος ἐστὶν κώνος, οὗ ¹⁰ ἢ μὲν βάσις ἐστὶν κύκλος οὗ ἢ ἐκ τοῦ κέντρου δύναται τὸ ὑπὸ AM AB , ὕψος δὲ ἢ BI' , διὰ τὸ εἶναι πάλιν ὡς τὸ ὑπὸ AM AB πρὸς τὸ ἐπὶ $ABΓ$, οὕτως τὴν AB πρὸς τὴν $ΒΓ$, καὶ ἀντιπεπονθέναι τὰς βάσεις τοῖς ὕψεσιν· καὶ τὸ γινόμενον ἄρα ὑπὸ τοῦ πολυγώνου στερεὸν κατὰ τὴν ¹⁵ περὶ ἄξονα τὴν AM στροφὴν ἴσον ἐστὶν κώνῳ οὗ ἢ βάσις μὲν ἐστὶν κύκλος οὗ ἢ ἐκ τοῦ κέντρου δύναται τὸ ὑπὸ AM AB , ὕψος δὲ ἢ $ΒΓ$. καὶ ἔστιν μείζων ἢ K τῆς AM , ὃ δὲ κώνος, οὗ βάσις μὲν ἐστὶν κύκλος οὗ ἢ ἐκ τοῦ κέντρου δύναται τὸ ἐπὶ K AB , ὕψος δὲ ἢ $ΒΓ$, ἐλάσσων ἐστὶν τῆς ²⁰ σφαίρας· πολλῶν ἄρα μάλλον τὸ περιγεγραμμένον στερεὸν ἐλάσσον ἐστὶν τῆς σφαίρας, ὅπερ ἀδύνατον. ἴσος ἄρα ὁ κώνος τῇ σφαίρᾳ.

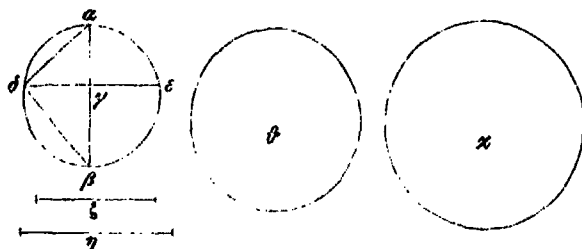
69 μβ' (α'). Σφαίρας δοθείσης καὶ λόγου, τεμῖν τὴν ἐπιράνειαν τῆς σφαίρας ἐπιπέδῳ τινί, ὥστε τὰς ἐπιφανείας τῶν τμημάτων πρὸς ἀλλήλας λόγον ἔχειν τὸν αὐτὸν τῷ δοθέντι.

Ἔστω γὰρ σφαῖρα, ἥς μέγιστος κύκλος ὁ $AABE$, καὶ διάμετρος ἢ AB , ὃ δὲ δοθεὶς λόγος ὁ τῆς Z πρὸς H , καὶ

1. διὰ τὸ ε' θεωρήμα AB , διὰ τὸ πέμπτον θεωρήμα S Ei , om. Co , corr. Hu 2. δυναμένη τὸ ὑπὸ AM add. Hu auctore Co , item vs. 5 sq. (δύναται τὸ ὑπὸ AB AM Ei) 6. 7. ἐκ τοῦ κέντρου -- τὸ α' θεωρήμα om. Ei 7. α' AB , εἰκαστόν S , 35. huius Co τῷ δὲ κώνῳ -- 18. ἢ $ΒΓ$ del. Ei 9. ἴση add. Hu 10. κώνῳ ABS , corr. Co 12. ὑπὸ AM AB Co pro ὑπὸ AM AB (distinx. BS), item vs. 13 et 17 sq. pro ὑπὸ AM AB 15. 16. κατὰ -- στροφὴν om. Co 16. τὴν AM Hu pro

axem $\delta\mu$ efficit, propter theorema 4 (*propos. 23 extr.*: æqualis est circulo, cuius radii quadratum aequat rectangulum $\delta\mu \cdot \alpha\beta$, apparet solidum a polygono effectum, quod quidem sphaerae quani semicirculus efficit circumscriptum est, æquale esse cono basini habenti circulum, cuius radii quadratum aequat rectangulum $\delta\mu \cdot \alpha\beta$, altitudinem autem $\gamma\beta$, propter theorema 20 (*p. 397*. Ac demonstravimus $\kappa > \delta\mu$, et ex hypothesi conus basini habens circulum, cuius radii quadratum aequat rectangulum $\kappa \cdot \alpha\beta$, altitudinem autem $\gamma\beta$, minor est sphaerâ, multo igitur solidum sphaerae circumscriptum minus est sphaerâ, quod quidem fieri non potest⁴⁾. Ergo non minor est sphaerâ conus, cuius basis est sphaerae superficies, altitudo autem radius. At idem, ut modo demonstravimus, ne maior quidem est; ergo is quem diximus conus sphaerae æqualis est.

XLIII (23). Sphaerâ datâ et proportionē, superficies ^{Prop. 36} sphaerae plano ita secetur, ut segmentorum curvae superficies inter se proportionem eandem habeant ac datam.



Sit enim sphaera, cuius maximus circulus $\alpha\delta\beta\epsilon$ et diametrus $\alpha\beta$, data autem proportio $\zeta : \eta$, et diametrus $\alpha\beta$ in

4) Est enim maius, id quod ex Archim. de sphaer. et cyl. 4, 31. 32. 35. 36 sequitur.

17. κύκλος B^3S , κύκλου AB^1 18. τῆς AM Cn pro τῆς
 19. τὸ ὑπὸ KAB AB , distinx. Ei 20. μᾶλλον del. Hu
 21. $\mu\beta$ A^1 in marg. (BS), $\kappa\gamma'$ add. Hu 22. ὁ AJ BE A , coniunx.
 23. ὁ $\alpha\beta\delta\epsilon$ S Ei

τετμήσθω ἡ AB κατὰ τὸ Γ , ὥστε εἶναι ὡς τὴν $ΑΓ$ πρὸς ΓB , οὕτως τὴν Z πρὸς H , καὶ διὰ τοῦ Γ ἐπιπέδῳ τετμήσθω ἡ σφαῖρα πρὸς ὁρθὰς τῇ AB εὐθείᾳ, καὶ ἔστω κοινὴ τομὴ ἡ $ΔΕ$, καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ $ΑΔ ΔB$, καὶ ἐκκείσθωσαν δύο κύκλοι οἱ ΘK , ὁ μὲν Θ ἴσην ἔχων τὴν ἐκ τοῦ κέντρου τῇ $ΑΔ$, ὁ δὲ K τὴν ἐκ τοῦ κέντρου ἴσην ἔχων τῇ $ΔB$. ἔσται ἄρα ὁ μὲν Θ κύκλος ἴσος τῇ ἐπιφανείᾳ τοῦ $ΑΔΕ$ τμήματος, ὁ δὲ K τοῦ $ΔBE$ τμήματος· τοῦτο γὰρ προδίδεται. καὶ ἐπεὶ ὀρθή ἐστὶν ἡ ὑπὸ $ΑΔB$ καὶ κάθετος ἡ $ΔΓ$, ἔστιν ὡς ἡ $ΑΓ$ πρὸς ΓB , τουτέστιν ἡ Z πρὸς H , τὸ ἀπὸ $ΑΔ$ πρὸς τὸ ἀπὸ $ΔB$, τουτέστιν τὸ ἀπὸ τῆς ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ Θ κύκλου πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ K κύκλου, τουτέστιν ὁ Θ κύκλος πρὸς τὸν K κύκλον, τουτέστιν ἡ ἐπιφάνεια τοῦ $ΑΔΕ$ τμήματος πρὸς τὴν ἐπιφάνειαν τοῦ $ΔBE$ τμήματος τῆς σφαίρας.

70 μγ'. Ὅντων δὲ τούτων φανερόν ὅτι καὶ πάσης σφαίρας ὁ κύλινδρος ὁ βάσιν μὲν ἔχων ἴσην τῷ μεγίστῳ κύκλῳ τῶν ἐν τῇ σφαίρᾳ, ὕψος δὲ ἴσον τῇ διαμέτρῳ τῆς σφαίρας, αὐτὸς τε ἡμιόλιός ἐστιν τῆς σφαίρας, καὶ ἡ ἐπιφάνεια αὐτοῦ τῆς ἐπιφανείας τῆς σφαίρας.

Ἡμικυκλίον γὰρ ὄντος τοῦ $ΑΒΓ$, οὗ διάμετρος ἡ $ΑΓ$, διχοτομία δὲ τὸ E , καὶ κέντρον τὸ Z , ὅποταν τρεῖς ἀθρόωσιν ἑραπτόμεναι διὰ τῶν $A E \Gamma$, ὡς αἱ $AB BΔ ΔΓ$, μενούσης δὲ τῆς $ΑΓ$ περιεσχεθὲν τὸ ἡμικύκλιον εἰς τὸ αὐτὸ πάλιν ἀποκατασταθῇ ὅθεν ἤρξατο φέρεσθαι, ὁ γινόμενος ὑπὸ τοῦ $ΑΒΔΓ$ παραλληλογράμιον ὀρθογωνίου κύλινδρος πρὸς τὴν σφαῖραν τὴν ὑπὸ τοῦ ἡμικυκλίου γινόμενῃν ἡμιόλιον λόγον ἔξει ὅνπερ καὶ ἡ ἐπιφάνεια αὐτοῦ πρὸς τὴν ἐπιφάνειαν τῆς σφαίρας. ἐπεὶ γὰρ ἡ ὑπὸ τῆς $BΔ$ γινόμενη ἐπιφάνεια τοῦ κυλίνδρου ἴση ἐστὶν κύκλῳ οὗ ἡ ἐκ τοῦ κέντρου [μέσῃ ἀνάλογόν ἐστιν τῆς $BΔ$ καὶ συναμφοτέρου τῆς $AB ΓΔ$, τουτέστιν τῇ κύκλῳ οὗ ἡ ἐκ τοῦ

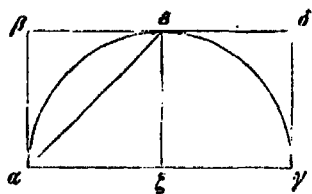
3. τῇ * AB εὐθείᾳ A , corr. BS 5. οἱ ΘK A , distinx. BS ὅν ante
ὁ μὲν add. S Ei 10. ἡ ante $ΑΓ$ add. Hu 13. K alterum add. Co
16. $μΓ A$ in marg. (BS) 22. 23. τρισαχθῶσιν (sine acc.) A , προσαχ-

puncto γ ita secetur, ut sit $\alpha\gamma : \gamma\beta = \zeta : \eta$, et per γ sphaera secetur plano ad rectam $\alpha\beta$ perpendiculari, et communis sectio eius plani ac circuli maximi $\alpha\delta\beta\epsilon$ sit recta $\delta\gamma\epsilon$, et iungantur $\alpha\delta$ $\delta\beta$, et exponantur duo circuli ϑ κ , quorum prior radii aequalem ipsi $\alpha\delta$, alter ipsi $\delta\beta$ habeat; erit igitur circulus ϑ aequalis curvae superficiei segmenti $\delta\alpha\epsilon$, et circulus κ segmenti $\delta\beta\epsilon$ (hoc enim supra *propos. 28* demonstratum est). Et quia angulus $\alpha\delta\beta$ rectus est et $\delta\gamma$ perpendicularis, est igitur (*propter elem. 6, 8 et 5 def. 10*)

$$\alpha\gamma : \gamma\beta = \alpha\gamma^2 : \gamma\delta^2 = \alpha\delta^2 : \delta\beta^2,$$

id est, ut $\zeta : \eta$, ita est quadratum radii circuli ϑ ad quadratum radii circuli κ , id est circulus ϑ ad circulum κ (*elem. 12, 2*), id est curva superficiei segmenti sphaerici $\delta\alpha\epsilon$ ad curvam superficiem segmenti $\delta\beta\epsilon$.

XLIII. Quae cum ita sint, apparet omnem cylindrum, qui basim aequalem maximo in sphaera circulo, altitudinem autem aequalem sphaerae diametro habeat, ipsius sphaerae sesquialterum esse, et cylindri superficiem sesquialteram superficiei sphaerae. Prop. 37



Si enim sit semicirculus $\alpha\epsilon\gamma$, cuius diameter $\alpha\gamma$, et centrum ζ , et punctum ϵ circumferentiae dimidium, et per puncta α ϵ γ tres tangentes, velut $\alpha\beta$ $\beta\delta$ $\delta\gamma$ ducantur, et manente recta $\alpha\gamma$ semicirculus convertatur in eundem-

que locum, unde moveri coepit, restituatur, cylindrus a rectangulo $\alpha\beta\delta\gamma$ effectus ad sphaeram effectam a semicirculo proportionem sesquialteram (*id est 1½ : 1*), eandemque superficies ipsius ad superficiem sphaerae habebit. Nam quia curva cylindri superficies, quam recta $\beta\delta$ efficit, aequalis est

30. $\alpha\beta\delta\gamma$ S *El*, corr. B

23. $\alpha\beta\gamma$ $\overline{AH\Gamma}$ A, distinx. BS

26. $\epsilon\pi\delta$ τοῦ $\overline{AH\Gamma}$ J

$\overline{ABS}$, $\epsilon\pi\delta$ τοῦ $\overline{AH\Gamma}$ A *El*, corr. Hu

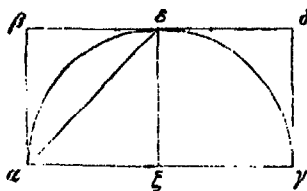
31. $\mu\epsilon\lambda\eta$ — p. 410, 1. $\chi\epsilon\iota\tau\epsilon\upsilon\sigma\iota\varsigma$

interpolatori tribuit Hu (conf. adnot. * ad Lat.)

32. $\tau\eta\varsigma$ $\overline{AB\Gamma}$ A S,

distinx. B τοῦ add. *El*

κέντρον] ἐστὶν ἡ ΑΓ, οὗτος δὲ ὁ κύκλος ἴσος ἐστὶν τέσσαραις
μεγίστοις τῶν ἐν τῇ σφαίρᾳ, δέδεικται δὲ καὶ ἡ τῆς σφαί-
ρας ἐπιφάνεια δ' μεγίστοις ἴση, ἡ ἄρα ὑπὸ τῆς ΒΔ γινο-
μένη ἐπιφάνεια ἴση ἐστὶν τῇ τῆς σφαίρας ἐπιφανείᾳ· μετὰ
δύο ἄρα κύκλων, οἳ εἰσιν βάσεις τοῦ κυλίνδρου, λόγον ἔχει ὁ



πρὸς τὴν τῆς σφαίρας ἐπι-
φάνειαν, ὃν ἔχει τὰ ζ' πρὸς
τὰ δ'. οὗτος δὲ ὁ λόγος
ἡμιούλιός ἐστιν. καὶ ἐπεὶ ὁ
κύκλος ὁ βάσει μὲν ἔχων ἴσην¹⁰
τῇ ἐπιφανείᾳ τῆς σφαίρας,
ὑψος δὲ τὴν ἐκ τοῦ κέντρον
τῆς σφαίρας * * * ἔκτον

μέρος ἐστὶν τοῦ παντὸς κυλίνδρου, ἡμιούλιος ἄρα καὶ ὁ κύ-
λινδρος τῆς σφαίρας. 15

- 71 [Ἐδείχθη δὲ ἀνώτερον, ἂν μὴ εἰς δύο ἴσα ἡ περι-
φέρεια τοῦ ἡμικυκλίου τμηθῇ, ἀλλ' εἰς ὅποιασούν, καὶ
ἀπ' αὐτῶν ἐφαπτόμεναι ἀχθῶσιν, ὥς ἐκεῖ καταγέγραπ-
ται, ἡ ἐπὶ πασῶν τῶν ἐφαπτομένων γινομένη κατὰ τὴν
ὁμοίαν στροφὴν ἐπιφάνεια ἴση ἐστὶν ὁμοίως δ' μεγίστοις²⁰
κύκλοις.]

- 72 Καὶ τὰ μὲν περὶ τῶν ἐπὶ Ἀρχιμήδους δειχθέντων ἐν
τῇ περὶ σφαίρας καὶ κυλίνδρου τοσαύτ' ἐστίν, ἐξῆς δὲ
τούτοις γράψομεν, ὥς ὑπεσχόμεθα, τὰς συγκρίσεις τῶν
ἴσην ἐπιφάνειαν ἐχόντων πέντε σχημάτων, πυραμίδος τε²⁵
καὶ κύβου καὶ ὀκταέδρου δωδεκαέδρου τε καὶ εἰκοσαέδρου
[καὶ τὴν ἑφοδὸν τῶν ἀποδείξεων ἐχούσας], οὐ διὰ τῆς
ἀναλυτικῆς λεγομένης θεωρίας, δι' ἧς ἐνιοὶ τῶν παλαιῶν

3. $\overline{A}$ A, τέσσαραις BS ἴσην ἄρα AB, ἡ ἄρα S, corr. Ei 7. τὸ
AB, τὰ ἐξ S 8. τέσσαρα S 12. lacunam indicavit Co (temere
neglexit Ei) 16. Ἐδείχθη — 21. κύκλοις om. Co, interpolatori tri-
buit Hu 16. ἀνώτερον] προποσ. 24 19. γινομένη. A 22. τοῦ
ante Ἀρχιμ. add. Ei 27. καὶ τὴν — ἐχούσας ei p. 412, 1. τῶν
προσφ. σχημάτων ei p. 412, 3. ἐκεῖ καὶ — 6. χρεια interpolatori tri-
buit Hu

circulo, cuius radius est $\alpha\gamma^*$, isque circulus aequalis est quattuor maximis in sphaera (quoniam $\alpha\gamma = 2\alpha\zeta$), itemque sphaerae superficies quattuor maximis circulis aequalis demonstrata est¹, superficies igitur, quam recta $\beta\delta$ efficit, aequalis est sphaerae superficiei. Ergo cum duobus circulis maximo in sphaera aequalibus, quae sunt bases cylindri, tota cylindri superficies ad superficiem sphaerae proportionem habet $6 : 4 = 1\frac{1}{2} : 1$. Et quia conus basim habens circulum superficiei sphaerae aequalem, altitudinem autem radium sphaerae, ipsi sphaerae aequalis est (propos. 35), conus igitur basim habens circulum in sphaera maximum, altitudinem autem eundem. quarta pars est sphaerae. Sed idem conus tertiu pars est cylindri basim et altitudinem eandem habentis (elem. 12. 10). id est² sexta pars totius, quem initio posuimus, cylindri; ergo hic cylindrus ad sphaeram habet proportionem $6 : 4$. id est sesquialter est sphaerae.

LIBRI QUINTI PARS TERTIA.

Quinque polyedrorum Platoniceorum comparationes.

Sic igitur cum de iis quae Archimedes primo de sphaera et cylindro libro demonstravit satis sit dictum, iam porro, ut polliciti sumus (cap. 39), comparationes quinque polyedrorum aequalem superficiem habentium, videlicet pyramidis, cubi, octaedri, dodecaedri, icosaedri, ita pertractemus, ut

*] Curvam superficiem, quam recta $\beta\delta$ conversione circa axem $\alpha\gamma$ efficit, aequalem esse circulo, cuius radius est $\alpha\gamma$, ipse Pappus supra propos. 24 demonstravit. Qui si insuper Archimedem citare volebat, illius de sphaer. et cyl. 1 propositionem 44 afferre et pro verbis, quae nos in Graeco contextu seclusimus, sic fere dicere debuit: *μὲν ἀνάλογόν ἐστιν τῆς ΒΔ καὶ διπλαστὸς τῆς ΑΗ, τοῦτέστιν* eol. At interpolator Archimedis propositionem 47, supra apud Pappum propos. 24 citatam, respexit, in qua de cono agitur, non de cylindro.

1) Quoniam ipse Pappus supra propos. 28 extr. demonstravit sphaerae superficiem aequalem esse circulo, cuius radius est sphaerae diametrus, hoc loco pro verbis "isque circulus — demonstrata est" brevius dicere poterat "itemque sphaerae superficies aequalis circulo, cuius radius est $\alpha\gamma$, demonstrata est". Attamen summa facienda erat 1 + 2 circulorum aequalium maximo in sphaera; ergo statim ab initio, Archimedis dicendi genus secutus, circulum, cuius radius est $\alpha\gamma$, cum quattuor maximis in sphaera aequiperavit.

2) Haec nos partim auctore Co, partim nostra coniectura addidimus.

ἐποιοῦντο τὰς ἀποδείξεις (τῶν προειρημένων σχημάτων), ἀλλὰ διὰ τῆς κατὰ σύνθεσιν ἀγωγῆς ἐπὶ τὸ σαφέστερον καὶ συντομώτερον ὑπ' ἐμοῦ διεσκευασμένας [ἐπεὶ καὶ τὰ λήμματα πάντα μικρά τε καὶ μεγάλα διὰ τοὺς πολλοὺς τῶν φιλομαθοῦντων κατέταξα τὸν ἀριθμὸν ἑκατάδεκα, ὡς ἔστιν ἑνταῦθα χρεῖα]. προγράφεται δὲ [τῶν συγκρίσεων] τάδε.

- 73 μδ' (α'). Παντὸς ἰσοπλεύρου τριγώνου τὸ ἀπὸ μιᾶς πλευρᾶς τετράγωνον μείζον μὲν ἔστιν ἢ διπλάσιον τοῦ ἰσοπλεύρου τριγώνου, ἔλασσον δὲ ἢ τετραπλάσιον. 10

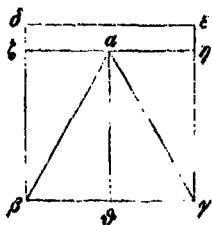
Ἐστω γάρ τριγώνον ἰσοπλευρον τὸ $ABΓ$ καὶ κάθετος ἐπὶ τὴν $ΒΓ$ βᾶσιν ἡ $ΑΘ$ δίχα δηλονότι τέμνονσα τὴν $ΒΓ$), καὶ ἀναγεγράφθω ἀπὸ τῆς $ΒΓ$ τετράγωνον τὸ $ΒΔΒΓ$ (δηλον γὰρ ὅτι ὑπερπεσείται τὸ $ABΓ$ τριγώνον διὰ τὸ ἐλάσσονα εἶναι τὴν $ΑΘ$ κάθετον τῆς πλευρᾶς τοῦ τριγώνου), 15 καὶ διὰ τοῦ $Α$ παράλληλος ἤχθω τῇ $ΒΓ$ ἢ $ΖΑΗ$. ἐπεὶ οὖν τετραπλὴ ἔστιν ἡ AB τῆς $ΒΘ$ δυνάμει, ἐπίτριστος ἄρα ἔστιν ἡ AB τῆς $ΑΘ$ δυνάμει, τουτέστιν ἡ JB τῆς BZ . ἢ AB ἄρα τῆς BZ ἐλάσσων ἔστιν ἢ διπλῇ. καὶ ἔστιν ὡς ἡ AB πρὸς BZ , τὸ BE τετράγωνον πρὸς τὸ $ZΓ$ παραλ- 20 ληλόγραμμον· καὶ τὸ BE ἄρα τετράγωνον ἔλασσόν ἐστιν ἢ διπλάσιον τοῦ $ZΓ$ παραλληλογράμμου τουτέστιν ἢ τετραπλάσιον τοῦ $ABΓ$ τριγώνου. τὸ BE ἄρα τετράγωνον ἔλασσον μὲν ἢ τετραπλάσιόν ἐστιν, μείζον δὲ ἢ διπλάσιον τοῦ $ABΓ$ τριγώνου. 25

- 74 μέ (β'). Ἡ ἀπὸ τοῦ κέντρου τῆς σφαίρας τῆς περιλαμβανούσης τὸ ὀκτάεδρον ἐπὶ τὸ ἐπίπεδον τοῦ ὀκταέδρου κάθετος δυνάμει τρίτον μέρος ἔστιν τῆς ἐκ τοῦ κέντρου τῆς σφαίρας.

6. δὲ add, et τῶν συγκρίσεων interpolatori tribuit Hu 8. $\mu\lambda$ Λ^1 in marg. (BS), α' add. Hu 10. ἐλάσσων AB, corr. S 12. δίχα — τὴν $ΒΓ$ et 13. δῆλον — 15. τριγώνου forsitan interpolator addiderit 13. τὸ $B\Delta$ $\overline{B\Gamma}$ AB, coniunx. S 19. ἔλασσον (sine acc.) $\Lambda(B)$, corr. S 20. τὸ $Z\Gamma$] τὸ $\overline{BZ}$ Λ^1 , τὸ ZB Λ^2 BS, corr. Co 22. τουτέστιν

omissa quaestione analytica, quam veterum nonnulli ad demonstrationes adhibuerunt, synthetica ratione utamur a nobis in planiorem et brevior formam redacta. Praemittuntur autem haec *lemmata*.

XLIV (1). In omni triangulo aequilatero quadratum, Prop. quod ab uno latere fit, maius est duplo triangulo aequilatero, minus autem quadruplo. ³⁸



Sit enim triangulum aequilaterum $\alpha\beta\gamma$, et ad basim $\beta\gamma$ perpendicularis $\alpha\delta$ (quae scilicet ipsam $\beta\gamma$ bisariam secat), et erigatur a $\beta\gamma$ quadratum $\beta\delta\epsilon\gamma$ (apparet autem id ultra triangulum $\alpha\beta\gamma$ excedere, quia perpendicularis $\alpha\delta$ minor est latere trianguli), et per α ducatur basi $\beta\gamma$ parallela $\zeta\alpha\gamma$. Iam quia est $\beta\gamma = 2\beta\delta = \alpha\beta$, ideoque

$$\alpha\beta^2 = 4\beta\delta^2, \text{ est igitur in triangulo } \alpha\beta\delta$$

$$\alpha\beta^2 = \frac{1}{4}\alpha\beta^2 + \alpha\delta^2, \text{ id est}$$

$$3\alpha\beta^2 = 4\alpha\delta^2, \text{ id est}$$

$$3\beta\delta^2 = 4\beta\zeta^2; \text{ ergo } \beta\delta^2 < \frac{4}{3}\beta\zeta^2, \text{ id est}$$

$$\beta\delta < 2\beta\zeta. \text{ Et est } \beta\delta : \beta\zeta = \beta\delta^2 : \beta\zeta \cdot \beta\gamma; \text{ ergo}$$

$$\beta\delta^2 < 2\beta\zeta \cdot \beta\gamma, \text{ id est}$$

$$< 4 \Delta \alpha\beta\gamma.$$

Ergo quadratum, quod fit a $\beta\delta$, id est ab uno trianguli aequilateri $\alpha\beta\gamma$ latere, minus est quadruplo eo triangulo; sed idem etiam, quia e.c. constructione est $\beta\delta > \beta\zeta$, ideoque $\beta\delta^2 > \beta\zeta \cdot \beta\gamma$, maius est duplo triangulo $\alpha\beta\gamma$.

XLV (2). Quadratum a perpendiculari, quae a sphaerae Prop. octaedrum comprehendentis centro ad unum octaedri planum ³⁹ ducitur, tertia pars est quadrati a sphaerae radio.

η τετραπλ. add. Ri (κα) $\epsilon\lambda\alpha\sigma\sigma\alpha\tau\eta$ η τετραπλ. Co) 24. 25. τοῦ AH $\tau\epsilon\tau\rho\alpha\acute{\omega}\nu\alpha\upsilon$ AB , corr. S 26. $\mu\epsilon$ A' in marg. (BS), β' add. Hu 26. 27. τῆς περιλαμβανοῦσης τὸ ὀκτάεδρον paulo infra (v. adnot. ad p. 444, 4) alieno loco inserta huc transposuit Hu (conf. cap. 84)

"Εστω τρίγωνον τοῦ ὀκταέδρου τὸ $ABΓ$, ἐν τῇ σφαίρᾳ ἢν, καὶ περὶ αὐτὸ κύκλος, καὶ ἀπὸ τοῦ A κέντρον τῆς σφαίρας ἐπὶ τὸ τοῦ κύκλου ἐπίπεδον κάθετος ἡ AE . φανερόν δὴ ἐκ τῶν σφαιρικῶν ὅτι τὸ E κέντρον ἐστὶν τοῦ κύκλου. ἐπεξέχθωσαν αἱ EB EA . ὅτι τὸ ἀπὸ τῆς AB ἐκ τοῦ κέντρον τῆς σφαίρας τριπλάσιον τοῦ ἀπὸ AE .

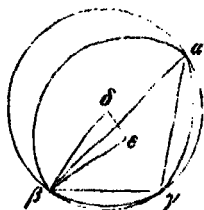
Ἐπει γὰρ ἐδείχθη ἐν τῷ ὀκταέδρῳ ὅτι ἡ τῆς σφαίρας διάμετρος δυνάμει διπλασία ἐστὶν τῆς τοῦ ὀκταέδρου πλευρᾶς, ἔστιν δὲ καὶ τῆς ἐκ τοῦ κέντρον τῆς σφαίρας δυνάμει τετραπλασία, διπλασίον ἄρα τὸ ἀπὸ BI τοῦ ἀπὸ BA , καὶ ¹⁰ ἐπει τὸ ἀπὸ BI τοῦ μὲν ἀπὸ BE τριπλάσιόν ἐστιν διὰ τὸ $\epsilon\beta'$ τοῦ $\epsilon\gamma'$ στοιχείων, τοῦ δὲ ἀπὸ BA ἐστὶν διπλασίον, τὸ ἄρα ἀπὸ BA τοῦ ἀπὸ BE ἡμιούλιον. Ἵσον δὲ τὸ ἀπὸ BA τοῖς ἀπὸ BEA . τὰ ἄρα ἀπὸ BEA ἡμιόλιον τοῦ ἀπὸ BE διπλασίον ἄρα τὸ ἀπὸ BE τοῦ ἀπὸ AE τριπλάσιον ¹⁵ ἄρα τὰ ἀπὸ BE $E\Delta$, τουτέστιν τὸ ἀπὸ BA , τοῦ ἀπὸ AE .

Ἄλλως τὸ αὐτό.

- 75 $\mu\zeta'$ γ'. Ἐκκείσθω τετράγωνον, ἐφ' οὗ τὸ ἡμισυ τοῦ ὀκταέδρου ἔστω τὸ $AB\Gamma AE$, καὶ ἐπεξέχθωσαν αἱ τε AI BA διάμετροι τοῦ τετραγώνου καὶ ἡ EZ . ἡ EZ ἄρα ²⁰ ἐκ τοῦ κέντρον ἐστὶν τῆς περιλαμβανούσης τὸ ὀκταέδρου σφαίρας, ὥς ἐν τοῖς στοιχείοις· ἀπὸ τοῦ Z κέντρον τοῖνον ἐπὶ τὴν AB κάθετος ἔχθω ἡ ZH ἴση ἄρα ἡ AH τῇ HB , καὶ ἐπεξέχθω ἡ EH . καὶ ἐπεὶ ἰσοπλευρὸν ἐστὶν τὸ ABE τρίγωνον, καὶ ἴση ἐστὶν ἡ AH τῇ HB , καὶ ἡ EH ἴξει διὰ ²⁵

1. 2. "Εστω τρίγωνον ὀκταέδρου τοῦ εἰς τὴν σφαῖραν ἐγγεγραμμένου τὸ $AB\Gamma$, καὶ περὶ αὐτὸ *conl.* *Hu* 4. τοῦ ὀκταέδρου] τῆς περιλαμβανούσης τὸ ὀκταέδρου σφαίρας *ABS*, *quae om.* *Ei* 3. τὸ *add.* *Hu* ἐπίπεδον *om.* *S*, unde ἐπὶ τὸν κύκλον κάθετος *Ei* 5. τῆς *ante AE add.* *Ei* 8. διπλασίος ἐστὶν *Ei* *invisis ABS* 9. 10. δυνάμει τετραπλάσιον ἄρα *ABS*, *corr.* *Co* 11. ἐπεὶ *BS*, ἐπὶ *A* μὲν *add.* *Hu* 11. 12. διὰ τὸ Θ *AB cod.* *Co*, διὰ τὸ Θ *invisis S Ei*, *corr.* *Co* 12. στοιχείου *ABS*, *corr.* *Hu* ἐστὶν *del.* *Co* 14. τὰ ἄρα *S Co*, τὸ ἄρα *AB cod.* *Co* 18. $\mu\zeta'$ A' *in marg.* (*BS*, γ' *add.* *Hu* 19. τὸ $AB \Gamma AE$ *A*, *coniunct.* *BS* 22. τοῦ $\cdot Z$ *A* 23. ἴση — τῇ *HB* *forssen interpolator addiderit* 23. 24. καὶ ἐπεξέχθω ἡ EH καὶ *EB conl.* *Co* [*oportebat καὶ ἐπεξέχθωσαν αἱ EH EH*; *at rectam εβ*,

Sit octaedri sphaerae inscripti triangulum $\alpha\beta\gamma$, et circa id circulus, cuius ad planum a sphaerae centro δ ducatur perpendicularis $\delta\epsilon$; apparet igitur ex Theodosii sphaericis (1. 1 coroll. 2^a) punctum ϵ centrum eius circuli esse. Iungantur $\epsilon\beta$ $\beta\delta$; dico quadratum a sphaerae radio $\beta\delta$ triplum esse quadrati ab $\epsilon\delta$.



Quoniam enim in problemate de octaedro (elem. 13. 14) quadratum a diametro sphaerae duplum demonstratum est quadrati a latere octaedri, idemque quadruplum est quadrati a radio sphaerae, est igitur

$$\beta\gamma^2 = 2\beta\delta^2. \text{ Et quia propter elem. 13, 12 est } \beta\gamma^2$$

$$= 3\beta\epsilon^2, \text{ est igitur}$$

$$\beta\delta^2 = \beta\epsilon^2 + \frac{1}{3}\beta\epsilon^2. \text{ Sed in triangulo orthogonio } \beta\epsilon\delta \text{ est } \beta\delta^2$$

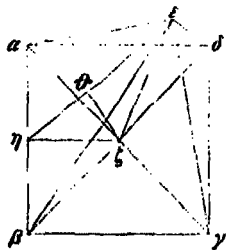
$$= \beta\epsilon^2 + \epsilon\delta^2; \text{ ergo}$$

$$\beta\epsilon^2 = 2\epsilon\delta^2, \text{ itaque } \beta\epsilon^2 + \epsilon\delta^2, \text{ id est}$$

$$\beta\delta^2 = 3\epsilon\delta^2.$$

ALITER IDEM.

XLVI (3). Exponatur quadratum, in eoque erigatur dimidium octaedrum $\alpha\beta\gamma\delta\epsilon$, et iungantur quadrati diametri $\alpha\gamma$ $\beta\delta$ in puncto ζ se invicem secantes, ac iungatur $\epsilon\zeta$; ergo



$\epsilon\zeta$ radius est sphaerae octaedrum comprehendens, ut in elementis 13. 14 est demonstratum. Iam a centro ζ ad $\alpha\beta$ perpendicularis ducatur $\zeta\eta$ (est igitur $\alpha\eta = \eta\beta$), et iungatur $\epsilon\eta$. Et quia triangulum $\alpha\beta\epsilon$ aequilaterum est, et $\alpha\eta = \eta\beta$, recta igitur $\epsilon\eta$ per centrum circuli triangulo $\alpha\beta\epsilon$ circumscripti transiit

id est octaedri latus, iam ductam esse scriptor supponit)

24. τὸ $AB\epsilon$

Cu, τὸ AB AB, τὸ $\alpha\beta$ S

τοῦ κέντρου τοῦ περὶ τὸ ABE τρίγωνον κύκλου· ἡ ἄρα ἀπὸ τοῦ Z ἐπὶ τὸ ἐπίπεδον τοῦ ABE κύκλου κάθετος ἀγομένη ἐπὶ τὴν BH πεσεῖται. πιπτέτω ὡς ἡ $Z\Theta$. ἐπεὶ οὖν ἴση ἐστὶν ἡ AZ τῇ ZB , καὶ ὀρθή ἐστὶν ἡ ὑπὸ AZB , ἡ ἄρα ὑπὸ ZAH ἡμίσεως ὀρθῆς ἐστίν. ἀλλὰ καὶ ἡ ὑπὸ ZHA ὀρθή· καὶ λοιπὴ ἄρα ἡ ὑπὸ AZH ἡμίσεως ὀρθῆς· ἴση ἄρα ἡ AH τῇ ZH · διπλασίου ἄρα τὸ ἀπὸ AZ τοῦ ἀπὸ ZH . ἴση δὲ ἡ AZ τῇ EZ · τριπλασία ἄρα τὰ ἀπὸ EZH τοῦ ἀπὸ ZH . ἀλλὰ τὰ ἀπὸ EZH ἴσα ἐστὶν τῷ ἀπὸ BH διὰ τὸ ὀρθὴν εἶναι τὴν EZ πρὸς τὸ $AB\Gamma A$ τετραγώνον· καὶ τὸ ἀπὸ BH ἄρα τριπλασίον ἐστὶν τοῦ ἀπὸ ZH . καὶ ἐστὶν ὡς ἡ BH πρὸς τὴν HZ , οὕτως ἡ EZ πρὸς τὴν $Z\Theta$ διὰ τὸ ἰσογώνια εἶναι τὰ EZH $EZ\Theta$ τρίγωνα· καὶ τὸ ἀπὸ τῆς EZ ἄρα ἐκ τοῦ κέντρου τῆς σφαίρας τοῦ ἀπὸ τῆς $Z\Theta$ καθέτου ἐπὶ τὸ ἐπίπεδον τοῦ ὀκταέδρου τριπλασίον ἐστίν.

76 μζ (δ'). "Εστω τρίγωνον ἰσοπλευρον τὸ $AB\Gamma$ ἔγγεγραμμένον εἰς σφαῖραν, κέντρον δὲ τῆς σφαίρας τὸ A , καὶ ἦχθω ἀπ' αὐτοῦ ἐπὶ τὸ τῶν τριγώνων ἐπίπεδον κάθετος ἡ AE (τὸ E ἄρα κέντρον ἐστὶν τοῦ περὶ τὸ $AB\Gamma$ τρίγωνον 20 γραφομένου κύκλου, ὡς ἐστὶν ἐν σφαιρικοῖς), καὶ ἐπιζευχθεῖσα ἡ AE ἐκβεβλήσθω· ὅτι ἡ AE τῆς EZ διπλαῖ ἐστίν.

Ἐπεξεύχθωσαν γὰρ αἱ BE EG · ἴσαι ἄρα ἀλλήλαις εἰσίν. καὶ ἐπεὶ τρίτον μὲν ὀρθῆς ἐστὶν ἑκατέρω τῶν ὑπὸ BAE EBZ , διμοῖροι δὲ ὀρθῆς ἑκατέρω τῶν ὑπὸ BEZ $AB\Gamma$, ἰσογώνιόν ἐστὶν τὸ ABZ τρίγωνον τῷ BEZ τριγώνῳ· ἐστὶν ἄρα ὡς ἡ AB πρὸς BZ , ἡ BE , τουτέστιν ἡ

1. τρίγωνον et ἡ ἄρα — 2. τοῦ ABE add. A^2 in marg. (BS)

1. κύκλῳ add. *Hu* nucleore *Co* 2. κύκλου add. *Hu*, τριγώνου *Et* nucleore *Co* 3. ἀλλὰ τὸ ἀπὸ AB cod. *Co*, corr. *S* *Co* 4. τῶν ἀπὸ ΘH *ABS*, corr. *Co* 5. ὡς ἡ BE *ABS*, corr. *Co* 6. τὰ EZ ἢ $EZ\Theta$ *A*, corr. *BS* 7. 44. καὶ τὸ ἀπὸ τῆς ΘZ *AB* cod. (*Co*, καὶ τὸ ἀπὸ τῆς $\zeta\theta$ *S*, corr. *Co* 17. μζ A^1 in marg. (BS). δ' add. *Hu* 18. τοῦ add. *S* 19. τὸ δὲ E ἄρα AB , δὲ del. *S* 20. ἐπὶ *Paris*, 2368, ἐπὶ *ABS*

(elem. 3, 1 coroll.); ergo perpendicularis $\zeta\theta$ a ζ ad planum circuli $\alpha\beta\gamma$ ducta, quoniam in circuli centrum cadet (*Theodos. l. c.*), cadet in rectam $\epsilon\eta$. Iam quia est $\alpha\zeta = \zeta\beta$, rectusque angulus $\alpha\zeta\beta$, est igitur

$\angle \zeta\alpha\eta = \frac{1}{2}R$. Sed etiam angulus $\zeta\eta\alpha$ rectus est; itaque etiam reliquus

$\angle \alpha\zeta\eta = \frac{1}{2}R$; itaque

$\alpha\eta = \zeta\eta$; ergo

$\alpha\zeta^2 = 2\zeta\eta^2$. Sed aequales sunt $\alpha\zeta$ & $\epsilon\zeta$ ut radii sphaerae octaedro circumscriptae; ergo

$\epsilon\zeta^2 + \zeta\eta^2 = 3\zeta\eta^2$. Sed quia $\epsilon\zeta$ perpendicularis est ad planum quadrati $\alpha\beta\gamma\delta$ (est enim ϵ polus hemisphaerii dimidio octaedro circumscripti, eiusque basis circulus centro ζ , circumscriptus quadrato $\alpha\beta\gamma\delta$), est $\epsilon\zeta^2 + \zeta\eta^2$

$= \epsilon\eta^2$, ideoque

$\epsilon\eta^2 = 3\zeta\eta^2$. Et propter triangulorum $\epsilon\zeta\eta$ & $\theta\zeta\eta$ similitudinem est

$\epsilon\eta : \zeta\eta = \epsilon\zeta : \theta\zeta$; ergo etiam

$\epsilon\zeta^2 = 3\zeta\theta^2$, id est quadratum a radio sphaerae tripulum est quadrati ab ea recta, quae ex centro sphaerae ad octaedri planum ducitur.

XLVII (4). Sit triangulum aequilaterum $\alpha\beta\gamma$ sphaerae ^{Prop. 40} inscriptum, centrum autem sphaerae δ , et ducatur ab eo ad trianguli planum perpendicularis $\delta\epsilon$ (ergo ϵ centrum est circuli circa triangulum $\alpha\beta\gamma$ descripti, ut est in *Theodosii sphaericis l. 1 coroll. 2*), et iuncta $\alpha\epsilon$ producat *rectamque $\beta\gamma$ secet in ζ* ; dico esse $\alpha\epsilon = 2\epsilon\zeta$.

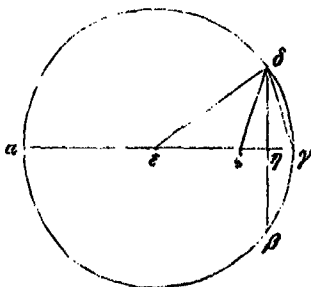


Pappus I.

Iungantur enim $\beta\epsilon$ & $\gamma\zeta$; haec igitur inter se aequales sunt. Et quoniam uterque angulorum $\beta\alpha\epsilon$ & $\beta\zeta\gamma$ tertia pars recti est, et uterque angulorum $\alpha\beta\gamma$ & $\beta\epsilon\zeta$ duobus partibus recti aequalis, triangulum igitur $\alpha\beta\zeta$ simile est triangulo $\beta\epsilon\zeta$; ita-

AB , πρὸς EZ . διελθὴ δὲ ἡ AB τῆς BZ · διπλῇ ἄρα καὶ ἡ AB τῆς EZ .

- 77 μὴ (ε'). Ἐστω κύκλος ὁ $ABΓA$ περὶ κέντρον τὸ E καὶ διάμετρον τὴν $ΑΓ$, πενταγώνου δὲ ἔστω ἡ $ΔΗΒ$ πρὸς ὁρθὰς οὐσα τῇ $ΑΓ$ διαμέτρῳ, καὶ κείσθω τῇ $ΓΗ$ ἴση ἢ 5 ZH · ὅτι ἡ $ΕΓ$ ἄκρον καὶ μέσον λόγον τέτμηται κατὰ τὸ Z , καὶ τὸ μείζον τμημὰ ἐστὶν ἡ EZ .



Ἐπεξεύχθωσαν γὰρ αἱ $BA ZA ΓA$. ἐπεὶ οὖν ἡ $ΓA$ περιφέρεια δεκαγώνου ἐστὶν ¹⁰ (πενταγώνου γὰρ ἡ $ΑΓB$), εἴη ἂν ἡ ὑπὸ $ΔΕΓ$ γωνία δύο πέμπτων ὁρθῆς· ὥστε ἑκατέρω τῶν ὑπὸ $ΕΓA ΕΑΓ$ τεσσάρων πέμπτων ὁρθῆς ¹⁵ ἐστὶν. ἀλλ' ἐπεὶ ἡ ZH τῇ $HΓ$ ἴση ἐστὶν, κοινὴ δὲ ἡ $ΔH$ καὶ πρὸς ὁρθὰς τῇ

$ZΓ$, ἐστὶν ἄρα καὶ ἡ $ΔZ$ εὐθεία τῇ $ΑΓ$ ἴση· ὥστε καὶ ἡ ὑπὸ $ΔΖΓ$ ἴση οὐσα τῇ ὑπὸ $ΑΓZ$ τεσσάρων πέμπτων ²⁰ ἐστὶν ὁρθῆς. δύο δὲ πέμπτων ἐστὶν ἡ ὑπὸ $ΖΕA$ · λοιπὴ ἄρα ἡ ὑπὸ $ΕΔZ$ δύο πέμπτων ὁρθῆς ἐστὶν· ἴση ἄρα ἡ ὑπὸ $ΔΕZ$ τῇ ὑπὸ $ΕΑZ$ · ὥστε καὶ πλευρὰ ἡ EZ τῇ ZA ἴση ἐστὶν, τουτέστιν τῇ $ΑΓ$. ἐπεὶ οὖν ἴση ἐστὶν ἡ ὑπὸ $ΕΔΓ$ τῇ ὑπὸ $ΕΓA$, τουτέστιν τῇ ὑπὸ $ΔΖΓ$, καὶ ²⁵ κοινὴ ἡ ὑπὸ $ΑΓZ$, λοιπὴ ἄρα ἡ ὑπὸ $ΔΕΓ$ λοιπῇ τῇ ὑπὸ $ΖΔΓ$ ἐστὶν ἴση· ἰσογώνιον ἄρα τὸ $ΔΕΓ$ τριγώνον τῷ $ΑΖΓ$ τριγώνῳ· ἐστὶν ἄρα ὡς ἡ $ΕΓ$ πρὸς $ΓA$, οὕτως ἡ $ΓA$ πρὸς $ΓZ$ · τὸ ἄρα ὑπὸ $ΕΓZ$ ἴσον ἐστὶν τῷ ἀπὸ $ΓA$. ἴση δὲ ἡ $ΓA$ τῇ EZ · τὸ ἄρα ὑπὸ $ΕΓZ$ ἴσον ἐστὶν τῷ ἀπὸ EZ · ἢ ³⁰ $ΒΓ$ ἄρα ἄκρον καὶ μέσον λόγον τέτμηται κατὰ τὸ Z , καὶ τὸ μείζον τμημὰ ἐστὶν ἡ EZ .

- 78 μθ' (ζ'). Ἐὰν εὐθεῖα γραμμὴ ἄκρον καὶ μέσον λόγον τμηθῇ, τὸ ἀπὸ τῆς ὅλης πρὸς τὸ πεντάκις ἀπὸ τῆς ἐλάσσονος μείζονα λόγον ἔχει ἥπερ ὁ πρὸς γ'.

que $\alpha\beta : \beta\zeta = \beta\epsilon : \epsilon\zeta = \alpha\epsilon : \epsilon\zeta$. Sed est $\alpha\beta = 2\beta\zeta$; ergo etiam $\alpha\epsilon = 2\epsilon\zeta$.

XI.VIII (5). Sit circulus $\alpha\beta\gamma\delta$ circa centrum ϵ et dia-
metrum $\alpha\gamma$, sitque pentagoni latus $\delta\eta\beta$ perpendicularare dia-
metro $\alpha\gamma$, et ponatur $\eta\zeta = \gamma\gamma$; dico rectam $\epsilon\gamma$ extrema ac
media proportionem¹⁾ sectam esse in puncto ζ , et maius qui-
dem segmentum esse $\epsilon\zeta$.

Iungantur enim $\epsilon\delta$ $\zeta\delta$ $\gamma\delta$. Iam quia circumferentia $\gamma\delta$
decagoni est (etenim pentagoni est $\delta\gamma\beta$), angulus $\delta\epsilon\gamma$ est
duarum quintarum partium recti; itaque

$$\angle \epsilon\delta\gamma = \angle \epsilon\gamma\delta = \frac{1}{3}R.$$

Sed quia $\zeta\eta$ ipsi $\gamma\gamma$ aequalis, et recta $\delta\eta$ triangulis $\zeta\delta\eta$ $\gamma\delta\eta$
communis eademque ad $\zeta\gamma$ perpendicularis est, aequales igitur
sunt $\delta\zeta$ $\delta\gamma$; itaque etiam

$$\angle \delta\zeta\gamma = \angle \delta\gamma\epsilon = \frac{1}{3}R. \text{ Sed est } \angle \delta\epsilon\zeta = \frac{1}{3}R; \text{ ergo}$$

$$\angle \delta\zeta\gamma - \angle \delta\epsilon\zeta = \angle \epsilon\delta\zeta = \frac{1}{3}R; \text{ itaque}$$

$$\angle \delta\epsilon\zeta = \angle \epsilon\delta\zeta, \text{ et}$$

$$\epsilon\zeta = \zeta\delta = \delta\gamma. \text{ Iam quia est } \angle \epsilon\delta\gamma = \angle \epsilon\gamma\delta = \angle \delta\zeta\gamma,$$

et triangulis $\epsilon\delta\gamma$ $\delta\gamma\zeta$ communis est
angulus $\delta\gamma\epsilon$, restat igitur

$$\angle \delta\epsilon\gamma = \angle \gamma\delta\zeta; \text{ itaque}$$

$$\Delta \delta\epsilon\gamma \sim \Delta \gamma\delta\zeta, \text{ et}$$

$$\epsilon\gamma : \gamma\delta = \gamma\delta : \gamma\zeta, \text{ id est } \epsilon\gamma \cdot \gamma\zeta = \gamma\delta^2. \text{ Sed demon-}$$

stravimus esse $\gamma\delta = \epsilon\zeta$; ergo

$$\epsilon\gamma \cdot \gamma\zeta = \epsilon\zeta^2, \text{ sive } \epsilon\gamma : \epsilon\zeta = \epsilon\zeta : \zeta\gamma; \text{ itaque recta } \epsilon\gamma \text{ in}$$

puncto ζ extrema ac media proportionem
secta est, ac maius segmentum est $\epsilon\zeta$.

II. (6). Si recta linea extrema ac media proportionem se-
cetur, quadratum a tota ad quintuplum quadratum a minore
parte maiorem proportionem habet quam 4 : 3.⁴²

1) Conf. supra III propos. 37 adnot. 2.

3. $\mu\eta$ A¹ in marg. (BS), ϵ' add. Hu 24. 22. $\iota\sigma\tau\iota\nu \eta$ — $\pi\epsilon\mu\pi\tau\omega\nu$
add. A² in marg. (BS) 25. η $\beta\eta\delta$ EA + I' A, corr. BS 20. $\tau\delta$
 $\alpha\epsilon\alpha$ — EZ om. Ei 33. $\mu\theta$ A¹ in marg. (BS), ϵ' add. Hu

Recta enim $\alpha\beta$ extrema ac media proportione secta sit
in puncto γ , sitque minus seg-
mentum $\gamma\beta$; dico esse

$$\alpha\beta^2 : 5\gamma\beta^2 > 4 : 3.$$

Ponatur $\gamma\delta = \gamma\beta$; fit igitur, quia recta $\alpha\beta$ extrema ac media proportione secta est, propter elem. 43, 4

$$\begin{aligned}\alpha\beta^2 + \gamma\beta^2 &= 3\alpha\gamma^2, \text{ id est, quia } \alpha\beta : \alpha\gamma = \alpha\gamma : \gamma\beta, \\ &= 3\alpha\beta \cdot \beta\gamma, \text{ id est, quia propter elem. 2, 3} \\ &\quad \text{est } \alpha\beta \cdot \beta\gamma = \alpha\gamma \cdot \gamma\beta + \beta\gamma^2, \\ &= 3\alpha\gamma \cdot \gamma\beta + 3\gamma\beta^2; \text{ communi igitur sublato} \\ &\quad \gamma\beta^2 \text{ restat}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\alpha\beta^2 &= 3\alpha\gamma \cdot \gamma\beta + 2\gamma\beta^2, \text{ id est} \\ &= 3\alpha\gamma \cdot \gamma\delta + 2\gamma\delta^2, \text{ id est, quia propter} \\ &\quad \text{elem. I. c. est } \alpha\gamma \cdot \gamma\delta \\ &\quad = \alpha\delta \cdot \delta\gamma + \gamma\delta^2, \\ &= 3\alpha\delta \cdot \delta\gamma + 5\gamma\delta^2 \\ &= 3\alpha\delta \cdot \delta\gamma + 5\gamma\beta^2.\end{aligned}$$

Ponatur $\delta\epsilon = \alpha\delta$; et quidem apparet esse $\alpha\delta$, id est $\delta\epsilon < \delta\gamma$, quoniam etiam $\gamma\alpha$ extrema ac media proportione secta et $\delta\gamma$ maius segmentum est. Omnino enim, si recta linea, velut $\alpha\beta$, extrema ac media proportione secta sit et minori segmento, velut $\gamma\beta$, aequalis ponatur $\gamma\delta$, etiam $\alpha\gamma$ extrema ac media proportione secta et $\gamma\delta$ maius segmentum est¹⁾.
Est enim

$$\begin{aligned}\alpha\beta : \alpha\gamma &= \alpha\gamma : \gamma\beta = \alpha\gamma : \gamma\delta, \text{ itaque} \\ \alpha\gamma : \gamma\beta &= \alpha\beta - \alpha\gamma : \alpha\gamma - \gamma\delta \\ &= \gamma\beta : \alpha\delta, \text{ id est} \\ \alpha\gamma : \gamma\delta &= \gamma\delta : \alpha\delta.\end{aligned}$$

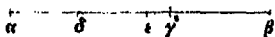
Eadem ratione etiam $\delta\gamma$ extrema ac media proportione in puncto ϵ secta et $\delta\epsilon$ maius segmentum est; ergo est

1) Huc lemma de minore aureae sectionis parte idem docet, quod similiter de maiore parte Euclides elem. 43, 5. Demonstrationem autem nos addidimus multo breviorē quam Commandinus.

Εἰ 20. καὶ περὶ τῆς ABS, τῇ add. Εἰ 25. ἔὰν ἄλλοι S, ἐναρξον
A, ἐν ἄλλοι B γραμμὴ om. S Εἰ

$\delta\epsilon \cdot \epsilon\gamma > \epsilon\gamma^2$, et, quia propter elem. l. c. est $\delta\epsilon \cdot \epsilon\gamma + \epsilon\gamma^2 = \delta\gamma \cdot \gamma\epsilon$, est igitur

$2\delta\epsilon \cdot \epsilon\gamma > \delta\gamma \cdot \gamma\epsilon$, multoque magis



$\frac{1}{2}\delta\epsilon \cdot \epsilon\gamma > \delta\gamma \cdot \gamma\epsilon$. Commune addatur $\frac{1}{2}\delta\gamma \cdot \gamma\epsilon = \frac{1}{2}\delta\epsilon^2$
(quia $\delta\gamma : \delta\epsilon = \delta\epsilon : \epsilon\gamma$); est igitur

$\frac{1}{2}\delta\epsilon \cdot \epsilon\gamma + \frac{1}{2}\delta\epsilon^2 > \frac{5}{2}\delta\gamma \cdot \gamma\epsilon$, id est, quia propter elem.

l. c. est $\delta\epsilon \cdot \epsilon\gamma + \delta\epsilon^2 = \gamma\delta \cdot \delta\epsilon$,

$\frac{1}{2}\gamma\delta \cdot \delta\epsilon > \frac{5}{2}\delta\gamma \cdot \gamma\epsilon$. Commune addatur $\frac{5}{2}\gamma\delta \cdot \delta\epsilon$; est igitur, quia $\delta\gamma \cdot \gamma\epsilon + \gamma\delta \cdot \delta\epsilon = \delta\gamma^2$,

$9\gamma\delta \cdot \delta\epsilon > 5\delta\gamma^2$. Et ex constructione est $\gamma\delta \cdot \delta\epsilon =$

$\alpha\delta \cdot \delta\gamma$; ergo propter elem. 5, 8 est

$3\alpha\delta \cdot \delta\gamma : 5\delta\gamma^2 > 3\alpha\delta \cdot \delta\gamma : 9\alpha\delta \cdot \delta\gamma$, id est

$> 4 : 3$; ergo componendo (*infra VII propos. 3*)

$3\alpha\delta \cdot \delta\gamma + 5\delta\gamma^2 : 5\delta\gamma^2 > 3 + 4 : 3$, id est

$3\alpha\delta \cdot \delta\gamma + 5\gamma\beta^2 : 5\gamma\beta^2 > 4 : 3$. Sed demonstratum est

(*p. 421*) $3\alpha\delta \cdot \delta\gamma + 5\gamma\beta^2 = \alpha\beta^2$; ergo

$\alpha\beta^2 : 5\gamma\beta^2 > 4 : 3$.

Hinc apparet etiam esse $\alpha\beta^2 > 5\gamma\beta^2$.

L. 7. Duodecuplum quadratum a perpendiculari, quae Prop. 48
a sphaerae icosaedrum comprehendens centro ad unum ico-
saedri planum ducitur, maius est quintuplo quadrato ab ico-
saedri latere.

Exponatur circulus $\alpha\beta\gamma$ icosaedri pentagonum compre-
hendens, ut est in elementis (13, 16), et sit eius circuli
diametrus $\alpha\gamma$, centrum ϵ , recta autem $\delta\chi\beta$ sit pentagoni ac-

1. καὶ γὰρ — 7. τῆς AB interpolatori tribuit Hu 3. κατὰ τὸ Γ
Hu, καὶ τῷ Γ AB, τῷ γ S Ei 48. τὸ ἄρα τετράκις ὑπὸ ΓAB
add. Co 49. ὑπὸ (post ἐννάκις) S² Ei, om. AB Paris. 2368 μέζων
ἐστὶν A, μέζων ἐστὶ B, accentum corr. S 49. 20. πρὸς τὸ ἐννάκις
ὑπὸ ΑΔΓ ὃν ᾱ πρὸς Γ τὸ ἄρα Γ ὑπὸ ΑΔΓ add. A² in marg. (BS, nisi
quod hi ἄρα τρις ὑπὸ) 22. πρὸς τὸ πεντάκις ἀπὸ ΓB add. Co
29. Ν A¹ in marg. (BS), ζ add. Hu 30. τῶν Ei auctore Co pro
τῇ 30. δι (ante E) add. Hu

ταγώνου *ισοπλεύρου πλευρά* κάθετος *οὖσα ἐπὶ τὴν διάμετρον* [αὕτη δὲ ἐστὶν ἡ τοῦ εἰκοσαέδρου πλευρά, ὡς ἐν τοῖς στοιχείοις], καὶ ἀπὸ τῶν *Ε Γ* ἀνιστάτωσαν ὀρθαὶ τῷ ἐπιπέδῳ τοῦ κύκλου αἱ *ΖΗ ΓΑ*, καὶ ἑκατέρα μὲν τῶν *ΕΘ ΓΑ* ἐξαγώνου, ἑκατέρα δὲ τῶν *ΕΖ ΗΘ* δεκαγώνου, καὶ 5 τετμήσθω ἡ *ΕΘ* δίχα κατὰ τὸ *Ο*· τὸ *Ο* ἄρα σημεῖον κέντρον ἐστὶν τῆς σφαίρας, ὡς ἐν τοῖς στοιχείοις ἐς' *θεώρημα τοῦ ιγ'*. ἐπεξεύχθωσαν αἱ *ΑΔ ΑΒ ΑΚ ΒΓ*. ἐπεὶ οὖν ἐξαγώνου ἐστὶν ἡ *ΓΑ*, δεκαγώνου δὲ ἡ *ΒΓ*, καὶ ὀρθὴ ἐστὶν ἡ ὑπὸ *ΒΓΑ*, πενταγώνου ἄρα ἐστὶν ἡ *ΒΑ* διὰ τὸ *ι* *θεώ-* 10 *ρημα τοῦ ιγ'*· ὁμοίως καὶ ἡ *ΑΔ*. ἔτι δὲ καὶ ἡ *ΒΔ*· τὸ ἄρα *ΒΑΔ* τρίγωνον *ισόπλευρόν* ἐστὶν τῶν περιεχόντων τὸ εἰκοσαέδρον. καὶ ἐπεὶ ἡ *ΑΚ* τῇ *ΒΔ* πρὸς ὀρθάς ἐστὶν, καὶ τὸ διὰ τῶν *ΑΓ ΚΑ* ἄρα ἐπίπεδον, ὕπερ ἐστὶν τὸ διὰ τῶν *ΕΗ ΓΑ* παραλλήλων, ὀρθόν ἐστὶν πρὸς τὴν *ΒΔ* [καὶ ἡ 15 *ΒΔ* ἄρα ὀρθὴ ἐστὶν πρὸς αὐτή· ταῦτα γὰρ ἐν τοῖς στερεοῖς τῶν στοιχείων ἐδείχθη]· καὶ πάντα ἄρα τὰ διὰ τῆς *ΒΔ* ἐπίπεδα, ὧν ἐστὶν καὶ τὸ *ΒΑΔ* τρίγωνον, ὀρθὰ ἐστὶν πρὸς τὸ διὰ τῶν *ΕΗ ΓΑ* παραλλήλων ἐπίπεδον, ἐν ᾧ ἐστὶν καὶ τὸ *ΓΚΑ* τρίγωνον· ὥστε καὶ τὸ *ΒΑΔ* τρίγωνον 20 ὀρθόν ἐστὶν πρὸς τὸ *ΓΚΑ*. ἤχθω ἐπὶ τὴν *ΚΑ* κάθετος ἡ *ΟΝ*· δύο οὖν ἐπίπεδά ἐστὶν ὀρθὰ ἀλλήλοις τὸ τε *ΓΚΑ* καὶ τὸ *ΒΑΔ*, καὶ τῇ κοινῇ τομῇ αὐτῶν τῇ *ΚΑ* ἐν ἐνὶ τῶν ἐπιπέδων ὀρθὴ ἐστὶν ἡ *ΟΝ*· καὶ ἡ *ΟΝ* ἄρα κάθετός ἐστιν

2. 3. αὕτη — στοιχείοις interpolatori tribuit Hu 3. τῶν *ΕΓ*
ΑΒ, distinx. S 4. αἱ *ΖΕΗ ΓΑ* Hu, αἱ *ΖΕ ΗΓΑ* ABS, αἱ *ΖΕΘΗ ΓΑ*
Co, αἱ *ΕΗ ΓΑ* Ei ἑκατέρας ABS, corr. Ei auctore Co 4. 5. τῶν
ΕΘΓΑ A, distinx. BS 7. θεωρήματι Hu 10. ὑπὸ *ΗΓΑ* Co pro
ὑπὸ *ΒΑΓ* διὰ τὸ *θεώρημα* ABS Ei, numerum add. Co 11. *Ετε* B³,
ἐστὶν A, ἐστὶ B¹ S Ei 13. 14. πρὸς ὀρθάς ἐστὶ add. Ei auctore Co, tum
post καὶ τὸ add. α AS cod. Co, α' B, quod punctis notatum in S del.
Co 14. τὸ (post ἐστὶν) Co, ἡ A cod. Co, ἡ ο B, ἡ ο S 15. καὶ
ἡ *ΒΔ* — 17. ἐδείχθη interpolatori tribuit Hu 18. τὸ *ΒΑΔ* Hu, τὸ
ΒΑΔ Co pro τὸ *ΒΑΔ* 20. τὸ *ΒΑΔ* Hu pro τὸ *ΒΑΔ* 22. 23. τὸ
τε *ΓΚΑ* καὶ τὸ *ΒΑΔ* ABS, corr. Co (τό τε *ΑΓΑ* καὶ τὸ *ΒΑΔ* Ei)

ἐπὶ τὸ BAA τρίγωνον. καὶ διπλῇ ἔστιν ἡ AB τῆς BK . ὥστε διπλῇ ἔστιν ἡ AN τῆς NK διὰ τὸ δ'. τετμήσθω δὲ δέχα ἡ GA κατὰ τὸ M , καὶ ἐπεξέσθω ἡ OM . ἔσται δὴ παράλληλος ἡ OM τῇ EG ἴση γὰρ ἡ EO τῇ GM , ἐπεὶ καὶ αἱ GA EO διπλαῖ ἴσαι καὶ παράλληλοι εἰσιν), καὶ ἡ AI τῇ IK ἴση (τρίγωνον γὰρ τοῦ GKA παρὰ τὴν GK ἔχεται ἡ IM , καὶ ἔστιν ἴση ἡ GM τῇ MA). καὶ διπλῇ ἔστιν ἡ AN τῆς NK . οἷον ἄρα ἡ KA ζ', ἡ AN δ' καὶ ἡ KN β', καὶ ἑκατέρω τῶν AI IK τριῶν, καὶ λοιπὴ ἡ IN ἐνός· τριπλῇ ἄρα ἡ AI τῆς IN . λέγω οὖν ὅτι δώδεκα τὰ ἀπὸ ON ¹⁰ μείζονά ἐστιν ε' τῶν ἀπὸ BA .

- 82 Κελεύθω τῇ $KΓ$ ἴση ἡ $KΞ$. διὰ μὲν οὖν τὸ ε' θεωρημα τῶν προγεγραφομένων ἡ EG ἄκρον καὶ μέσον λόγον τέτμηται κατὰ τὸ $Ξ$, καὶ τὸ μείζον αὐτῆς τμημά ἐστιν ἡ $EΞ$, διὰ δὲ τὸ ζ' τὸ ἀπὸ τῆς EG τοῦ πεντάκις ἀπὸ τῆς¹⁵ ἐλάσσονος τῆς $ΞΓ$ μείζον· τὸ ἄρα ἀπὸ τῆς EG τοῦ μὲν ἀπὸ τῆς $ΞΓ$ μείζον ἐστιν ἡ πενταπλάσιον, τοῦ δὲ ἀπὸ τῆς $KΓ$ μείζον ἡ εἰκοσαπλάσιον. καὶ ἔστιν ὡς τὸ ἀπὸ EG πρὸς τὸ ἀπὸ $KΓ$, τὸ ἀπὸ GA πρὸς τὸ ἀπὸ GK , τουτέστιν τὸ ἀπὸ ON πρὸς τὸ ἀπὸ NI (ἰσογώνια γὰρ τὰ ONI ²⁰ AIM $AKΓ$ τρίγωνα). τὸ ἄρα ἀπὸ ON εἴκοσι τῶν ἀπὸ NI μείζον ἐστιν. καὶ λζ' ἄρα τὰ ἀπὸ ON ψκ' τῶν ἀπὸ NI μείζονά ἐστιν. ψκ' δὲ τὰ ἀπὸ NI ὀγδοήκοντά ἐστιν τὰ ἀπὸ AI (ἐδείχθη γὰρ τριπλῇ ἡ AI τῆς IN). ὀγδοήκοντα δὲ τὰ ἀπὸ IA εἴκοσιν ἐστιν τὰ ἀπὸ AK (διπλῇ γὰρ²⁵ ἡ AK τῆς AI). εἴκοσι δὲ τὰ ἀπὸ KA ιε' ἐστὶν τὰ ἀπὸ BA

4. καὶ διπλῇ — τῆς BK om. Ei τῆς BK Co pro τῆς OK
 3. καὶ add. A¹ super vs. 4. τῇ GM Co, τῆς M AB, τῇ $μγ$ S Ei
 8. οἷον (sine spir. et acc., A, οἷον B, corr. S ἡ $ANΔ$ καὶ ἡ KNB
 A, distinguenda esse significavit B, ἡ AN τεσσάρων καὶ ἡ KN δύο S Ei
 11. ἔστιν ε') ἐστὶν τε A, ἐστὶ B, ἐστὶ τριῶν S, ἐστὶ πέντε Ei auctore
 Co 12. ἡ $KΞ$ Co, ἡ $IKΞ$ II / $Γ$ A, ἡ $IKΞ$ $τεγ$ B (ac similiter cod. Co),
 ἡ $IKΞ$ S 14. 15. ἡ $EΞ$ τὸ $ς$ AB, τὸ $σ$ S, τὸ $EΞ$ Co, ἡ corr. Ei
 20. 21. γὰρ τὰ ON I A IMA $KΓ$ A, γὰρ τὰ oni lim $αγκ$ BS, AIM
 om. Ei, $AKΓ$ corr. Co 23. $ΨK$ AE τὰ AB, corr. S 25. 26. γὰρ
 ἡ JK τῆς JI ABS, corr. Co 26. ἀπὸ $KAIΕ$ τῶν ἀπὸ BA μείζονα
 A (BS, nisi quod $κλ$ $ιε$), τα corr. et μείζονα del. Co, ἐστὶν add. Hu

(ισόπλευρον γὰρ ἐστὶν τὸ ABA τρίγωνον, καὶ κάθετος ἡ AK , καὶ ἐπίτεριτος δυνάμει ἡ BA τῆς KA)· ὥστε λς' τὰ ἀπὸ ON δεκαπέντε τῶν ἀπὸ BA , καὶ δώδεκα ἄρα τὰ ἀπὸ ON μείζονα πέντε τῶν ἀπὸ BA , ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

83 να' (η'). Ἐὰν δύο εἰθεῖαι ἄκρον καὶ μέσον λόγον τμη-5
θῶσιν, ἐν ἀναλογίᾳ εἰσὶν τῇ ὑποκειμένη.

Τετμήσθω γὰρ ἡ μὲν AB ἄκρον καὶ μέσον λόγον κατὰ τὸ Γ , καὶ τὸ μείζον τμήμα αὐτῆς ἔστω ἡ AG , ὁμοίως δὲ καὶ ἡ AE κατὰ τὸ Z , καὶ τὸ μείζον τμήμα ἔστω ἡ AZ . λέγω ὅτι ὡς ὅλη ἡ AB πρὸς τὸ μείζον τμήμα τὴν AG ,¹⁰ οὕτως ὅλη ἡ AE πρὸς τὸ μείζον τμήμα τὴν AZ .

Ἐπεὶ γὰρ τὸ μὲν ὑπὸ τῶν $AB\Gamma$ ἴσον ἐστὶν τῷ ἀπὸ τῆς AG , τὸ δὲ ὑπὸ τῶν AEZ ἴσον ἐστὶν τῷ ἀπὸ τῆς AZ , ἔστιν ἄρα ὡς τὸ ὑπὸ τῶν $AB\Gamma$ πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς AG , οὕτως τὸ ὑπὸ τῶν AEZ πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς AZ . καὶ ὡς¹⁵ ἄρα τὸ τετράκις ὑπὸ τῶν $AB\Gamma$ πρὸς τὸ ἀπὸ AG , οὕτως τὸ τετράκις ὑπὸ AEZ πρὸς τὸ ἀπὸ AZ , καὶ συνθέντι ὡς τὸ τετράκις ὑπὸ $AB\Gamma$ μετὰ τοῦ ἀπὸ AG πρὸς τὸ ἀπὸ AG , οὕτως τὸ τετράκις ὑπὸ AEZ μετὰ τοῦ ἀπὸ AZ πρὸς τὸ ἀπὸ AZ . ἀλλὰ τὸ μὲν τετράκις ὑπὸ $AB\Gamma$ μετὰ τοῦ²⁰ ἀπὸ AG τὸ ἀπὸ συναμφοτέρου ἐστὶν τῆς AB καὶ $B\Gamma$ διὰ τὸ ἡ' θεωρήμαα τοῦ β' στοιχείων, τὸ δὲ τετράκις ὑπὸ AEZ μετὰ τοῦ ἀπὸ AZ τὸ ἀπὸ συναμφοτέρου ἐστὶν τῆς AEZ . καὶ ὡς ἄρα τὸ ὑπὸ συναμφοτέρου τῆς $AB\Gamma$ πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς AG , οὕτως τὸ ἀπὸ συναμφοτέρου τῆς AEZ πρὸς τὸ ἀπὸ²⁵ AZ . καὶ μήκει ἄρα ὡς συναμφοτέρος ἡ $AB\Gamma$ πρὸς AG , οὕτως συναμφοτέρος ἡ AEZ πρὸς AZ . καὶ συνθέντι ὡς συναμφοτέραι αἱ AB $B\Gamma$ μετὰ τῆς AG , τουτέστιν δύο αἱ AB , πρὸς AG , οὕτως συναμφοτέραι αἱ AE EZ μετὰ τῆς AZ , τουτέστιν δύο αἱ AE , πρὸς AZ . καὶ τῶν ἡγουμένων³⁰ τὰ ἡμίση, ὡς ἡ AB πρὸς AG , οὕτως ἡ AE πρὸς AZ .

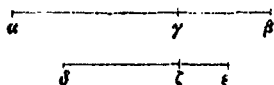
1. τὸ om. AB, add. S 2. post λς' add. $\overline{\Gamma}$ AS cod. Co, δ' B, del. Co 3. 4. καὶ δώδεκα — ἀπὸ BA om. S, quapropter ex Latinis Commandini τουτέστι δώδεκα τὰ ἀπὸ ON πέντε τῶν ἀπὸ BA μείζονα ἐστὶν add. B 4. ἀπὸ ON (ante μείζονα) Co, ἀπὸ $\overline{FE}$ AB 5. $\overline{NA}$

triangulum $\beta\delta\lambda$ aequilaterum est, et perpendicularis λx , itaque $3\beta\delta^2 = 4\lambda x^2$, ut supra lemme 1 medio demonstravimus; ergo sunt

$$36\alpha\gamma^2 > 45\beta\delta^2, \text{ id est}$$

$$12\alpha\gamma^2 > 5\beta\delta^2, \text{ q. e. d.}$$

LI (8). Si duae rectae extrema ac media proportione ^{Prop. 44⁶} secantur, sunt in proportione infra proposita.



Secetur enim $\alpha\beta$ extrema ac media proportione in puncto γ , sitque maius segmentum $\alpha\gamma$, et similiter $\delta\epsilon$ in puncto ζ ,

sitque maius segmentum $\delta\zeta$; dico esse ut totam $\alpha\beta$ ad maius segmentum $\alpha\gamma$, ita totam $\delta\epsilon$ ad maius segmentum $\delta\zeta$.

Quoniam enim est $\alpha\beta \cdot \beta\gamma = \alpha\gamma^2$, et $\delta\epsilon \cdot \epsilon\zeta = \delta\zeta^2$, est igitur

$$\alpha\beta \cdot \beta\gamma : \alpha\gamma^2 = \delta\epsilon \cdot \epsilon\zeta : \delta\zeta^2, \text{ itaque etiam}$$

$$4\alpha\beta \cdot \beta\gamma : \alpha\gamma^2 = 4\delta\epsilon \cdot \epsilon\zeta : \delta\zeta^2, \text{ et componendo}$$

$$4\alpha\beta \cdot \beta\gamma + \alpha\gamma^2 : \alpha\gamma^2 = 4\delta\epsilon \cdot \epsilon\zeta + \delta\zeta^2 : \delta\zeta^2, \text{ id est}$$

propter elem. 2, 8

$$(\alpha\beta + \beta\gamma)^2 : \alpha\gamma^2 = (\delta\epsilon + \epsilon\zeta)^2 : \delta\zeta^2; \text{ itaque}$$

$$\alpha\beta + \beta\gamma : \alpha\gamma = \delta\epsilon + \epsilon\zeta : \delta\zeta, \text{ et componendo}$$

$$\alpha\beta + \alpha\gamma + \beta\gamma : \alpha\gamma = \delta\epsilon + \delta\zeta + \epsilon\zeta : \delta\zeta, \text{ id est}$$

$$2\alpha\beta : \alpha\gamma = 2\delta\epsilon : \delta\zeta, \text{ et antecedentium dimidia}$$

$$\alpha\beta : \alpha\gamma = \delta\epsilon : \delta\zeta.$$

*) Idem theorema hisdem fere verbis compositum exstat in Hypsiclis libro qui vulgo fertur primo (propositione 7, Euclid. ed. Peyrard vol. III p. 504).

A¹ in marg. (BS), η' add. Hu 9. post ΔΕ add. ἄκρον καὶ μέσον λόγον τετιμήσθω Εἰ ex Hypsiclis 18. ἀπὸ τῆς ΒΑΖ AB, ἀπὸ τῆς βζδ S, corr. Cu 18. 19. τοῦ ἀπὸ ΓΓ πρὸς τὸ ΑΓ Α, τοῦ ἀπὸ αγ πρὸς τὸ αγ Β, ἀπὸ add. S 19. μετὰ τοῦ ἀπὸ ΑΖ Α, corr. BS 20. ἀλλὰ τὸ — 23. τῆς ΔΕΖ om. Hypsiclis 24. 25. διὰ τὸ ζ/η θεώρημα Α, corr. B (διὰ τὸ ὁμοῦς θεωρ. S Eἰ. 25. στοιχείου ABS, corr. Hu 25. τῆς ΑΓ Cu pro τῆς ΗΓ 28. συναμψότερος αἱ Α, συναμψότερος ἡ S, corr. B (ut mox συναμψότεραι αἱ ΔΕ ΕΖ ABS)

Hinc igitur apparet, si duae rectae, velut $\alpha\beta$ $\delta\epsilon$, inter se aequales sint, et utraque earum extrema ac media proportionem secetur, velut in punctis γ ζ , segmenta maiora, et similiter minora, inter se aequalia esse. Nam quia demonstrata est $\alpha\beta : \alpha\gamma = \delta\epsilon : \delta\zeta$, vicissim etiam est $\alpha\beta : \delta\epsilon = \alpha\gamma : \delta\zeta$; ergo $\alpha\gamma = \delta\zeta$, et $\gamma\beta = \zeta\epsilon$ **).

I.II (θ). Sit semicirculus $\alpha\beta\gamma$, cuius centrum ϵ , et $\alpha\gamma =$ Prop. 45
 $3\gamma\delta$, et ipsi $\alpha\gamma$ perpendicularis $\delta\beta$, et iungatur $\beta\gamma$; ergo est $\alpha\gamma^2 = 3\beta\gamma^2$ (nam propter triangulorum $\alpha\beta\gamma$ $\beta\delta\gamma$ similitudinem est $\alpha\gamma : \beta\gamma = \beta\gamma : \gamma\delta$, id est propter elem. 6. 20 coroll. 2 $\alpha\gamma : \gamma\delta = \alpha\gamma^2 : \beta\gamma^2$). Sed recta $\beta\gamma$ secetur extrema ac media proportionem in puncto θ , sitque maius eius segmentum $\beta\theta$, et sumatur rectae $\gamma\epsilon$ pars $\epsilon\zeta$ ita, ut sit $5\epsilon\zeta^2 = \gamma\epsilon^2$, quod quidem fieri potest; est enim $\gamma\epsilon = 3\epsilon\delta$ etc. 1); dico esse $\beta\theta^2 : \zeta\gamma^2 = 5 : 3$.

Ponatur $\epsilon\eta = \epsilon\zeta$, et $\zeta\eta$ extrema ac media proportionem secetur in puncto κ , sitque maior pars $\zeta\kappa$. Et quia quadratum a $\gamma\epsilon$ quintuplum est quadrati ab $\epsilon\zeta$, id est a segmento rectae $\gamma\epsilon$, et dupla $\epsilon\zeta$, id est $\zeta\eta$, extrema ac media proportionem secta est in puncto κ , est igitur $\kappa\zeta = \zeta\gamma$ propter theorema 2 libri 13 elementorum; itaque etiam $\gamma\eta$ extrema

**) Hoc corollarium neque apud Hypsiclem exstat, neque, si ab hac Pappi collectione absit, quisquam desideret; tamen omnibus rebus circumspectis causam satis idoneam, cur id interpolatori tribueremus, non invenimus.

1) Quomodo data recta, velut $\gamma\epsilon$, pars eius $\epsilon\zeta$ ita inveniat, ut sit $5\epsilon\zeta^2 = \gamma\epsilon^2$, Euclides demonstrat elem. 13 propositione 16 fere extrema (p. 369 ed. August.), quem locum Pappus perinde citare poterat ac paulo infra cap. 94, ubi genuinam scripturam $\acute{\omega}\varsigma \epsilon\sigma\tau\iota\nu \lambda\eta\mu\mu\alpha \epsilon\gamma' \sigma\tau\omicron\chi\epsilon\iota\omega\nu$ nostra coniectura restituit. Sed quoniam in hac propositione peculiaris is casus occurrit, ut semicirculi radii $\epsilon\gamma$ tertia pars abscissa sit $\epsilon\delta$, Graecus scriptor paucissimis verbis $\eta \gamma\acute{\alpha}\rho \kappa\Gamma \tau\eta\varsigma \epsilon\delta \tau\omicron\iota\nu\lambda\eta$ significavit rectam $\epsilon\zeta$ ea ratione inveniri posse quam paulo post initio propositionis 48 (p. 437) acutissime exponit; nam quae recta illic est $\gamma\theta$, ea hic notatur $\epsilon\zeta$. Facile autem apparet ista quae a Graeco contextu seclusimus ab interpolatore addita esse, qui locum propter nimiam brevitem obscurissimum (neque nos per eas tenebras nisi post multos indagandi errores irritosque conatus penetravimus) intellegere non posset.

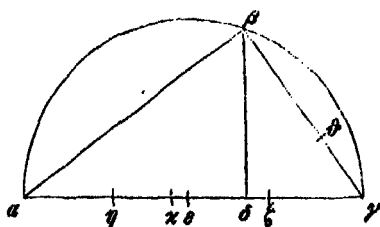
μέσον λόγον τέμνεται τῷ Z , καὶ τὸ μείζον αὐτῆς τμήμα
ἔστιν ἡ ZH . ἀλλὰ διὰ τὸ προδειχθέν ἐστιν ὡς ἡ ΓB
πρὸς τὴν $B\Theta$, ἡ ΓH πρὸς τὴν HZ , τουτέστιν ἡ ZH πρὸς
 ZI · καὶ ἐναλλάξ ἄρα ἐστὶν ὡς ἡ BI πρὸς τὴν ZH , ἡ $B\Theta$
πρὸς τὴν ΓZ . ἔπει οὖν ἡ AI τῆς μὲν BI δυνάμει τρι-
πλῆ ἐστίν, τῆς δὲ HZ πενταπλῆ, οὖν ἄρα δυνάμει ἡ AI
ἰσὺς, τοιούτων ἡ μὲν $B\Gamma$ ε', ἡ δὲ ZH γ'· ἡ $B\Gamma$ ἄρα πρὸς
 ZH λόγον ἔχει δυνάμει ὅν ε' πρὸς γ'· ὥστε καὶ ἡ $B\Theta$
πρὸς $Z\Gamma$ λόγον ἔχει δυνάμει ὅν ε' πρὸς γ'.

90 γ' (ι'). Πάλιν ἔστω ἡμικύκλιον τὸ $AB\Gamma$ οὗ κέντρον 10
τὸ Z , καὶ πενταπλάσιον τὸ ἀπὸ ΓZ τοῦ ἀπὸ EZ , καὶ τῇ
 AI πρὸς ὀρθὰς ἡ BE , καὶ ἐπιζευχθεῖσα ἡ $B\Gamma$ ἄκρον καὶ
μέσον λόγον τεμήσθω τῷ A , καὶ ἔστω μείζων ἡ BA · ὅτι
τὰ ἀπὸ ΓB BA πενταπλάσια τοῦ ἀπὸ ΓE .

Κείσθω τῇ EZ ἴση ἡ ZH · ἡ $H\Gamma$ ἄρα ἄκρον καὶ μέ- 15
σον λόγον τέμνεται τῷ E , καὶ τὸ μείζον τμήμα ἐστίν ἡ
 EH . καὶ ἔπει τὸ ὑπὸ $H\Gamma E$ ἴσον ἐστὶν τῷ ἀπὸ BH , ἴση
δὲ ἐστὶν ἡ $E\Gamma$ τῇ AH (ὅτι καὶ ἡ EZ τῇ ZH), ἴσον ἄρα
τὸ ὑπὸ $AB\Gamma$ τῷ ἀπὸ EH . καὶ ἐστὶν ὡς μὲν τὸ ἀπὸ BH ,
τουτέστιν τὸ ὑπὸ $AE\Gamma$, πρὸς τὸ ἀπὸ $E\Gamma$, οὕτως τὸ ἀπὸ 20
 $B\Gamma$ πρὸς τὸ ἀπὸ BA (ἔπει καὶ ὡς ἡ HE πρὸς $E\Gamma$, ἡ ΓB
πρὸς BA). ὡς δὲ τὸ ὑπὸ $AE\Gamma$ πρὸς τὸ ἀπὸ $E\Gamma$, οὕτως
ἡ EA πρὸς $E\Gamma$ [τοῦτο γὰρ δείκνυται διὰ τοῦ α' τοῦ ε'
στοιχείων, τετραγώνου ἀναγραφέντος ἀπὸ τῆς $E\Gamma$ καὶ συμ-
πληρωθέντος τοῦ ἐπὶ τῆς AE παραλληλογράμμου]· καὶ 25
ὡς ἄρα ἡ AE πρὸς BI , τὸ ἀπὸ ΓB πρὸς τὸ ἀπὸ BA .

6. τῆς AE HZ A' , corr. A rec. BS 7. ἡ δὲ ZHG A, distinx. B
(ἡ δὲ $Z\eta$ τριῶν S Ei) 8 et 9. δυνάμει ὅν Hu pro ὅν δυνάμει E πρὸς
τὰ Γ A, πέντε πρὸς τὰ τρία B, πέντε πρὸς τρία S Ei 10. NI A'
in marg. (BS), ι' add. Hu οὐ Hu auctore Co pro καὶ 11. τὸ ἀπὸ
 ΓB BA A, τὸ ἀπὸ $\gamma\delta\beta$ $\beta\delta$ B (sed $\gamma\delta\beta$ ut spurium notatum), corr. S
(τὰ ἀπὸ ΓB BA Ei) post πενταπλάσια add. ἐστι Ei, item vs. 18 post
ἄρα 19. ἡ ZHG $H\Gamma$ AB, ἡ add. S 17. τὸ ἀπὸ GH A(BS), corr.
Co 21. ὡς ἡ E πρὸς ABS, corr. Co (ὡς ἡ EH Ei) 23. τοῦτο —
25. παραλληλογράμμου interpolatori tribuit Hu 24. στοιχείων AB,
στοιχείου S Ei 26. πρὸς τὸ ἀπὸ BA ABS, corr. Co

ac media proportione secta est in puncto ζ , maiusque eius segmentum est $\zeta\eta$ (elem. 13, 5). Sed propter superius lemma 8 est $\gamma\beta : \beta\vartheta = \gamma\eta : \eta\zeta = \eta\zeta : \zeta\gamma$, id est $\eta\zeta : \zeta\gamma$; et



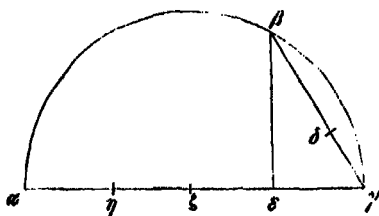
vicissim igitur $\gamma\beta : \eta\zeta = \beta\vartheta : \zeta\gamma$. Iam quia initio demonstratum est $\alpha\gamma^2 = 3\beta\gamma^2$, atque est $\alpha\gamma^2 = 5\eta\zeta^2$ (quoniam $\alpha\gamma = 2\gamma\epsilon$, et $\eta\zeta = 2\zeta\epsilon$, et ex constructione $\gamma\epsilon^2 = 5\zeta\epsilon^2$), est igitur

$$\alpha\gamma^2 : \gamma\beta^2 : \eta\zeta^2 = 15 : 5 : 3; \text{ itaque, quia}$$

$$\gamma\beta : \eta\zeta = \beta\vartheta : \zeta\gamma,$$

$$\beta\vartheta^2 : \zeta\gamma^2 = 5 : 3.$$

LIII (10). Rursus sit semicirculus $\alpha\beta\gamma$, cuius centrum ϵ Prop. 46
 ζ , et sit $\gamma\zeta^2 = 5\zeta\epsilon^2$, et ipsi $\alpha\gamma$ perpendicularis $\beta\epsilon$, et iuncta $\beta\gamma$ extrema ac media proportione secetur in puncto δ , sitque maior pars $\beta\delta$; dico esse $\gamma\beta^2 + \beta\delta^2 = 5\gamma\epsilon^2$.



Ponatur $\zeta\eta = \zeta\epsilon$; ergo ex iis quae superiore lemmate demonstravimus recta $\eta\gamma$ extrema ac media proportione in puncto ϵ secta maiusque eius segmentum est $\eta\epsilon$. Et

quia est $\eta\gamma : \epsilon\eta = \epsilon\eta : \epsilon\gamma$, id est

$$\eta\gamma \cdot \epsilon\gamma = \epsilon\eta^2, \text{ et } \epsilon\gamma = \alpha\eta \text{ (quoniam } \epsilon\zeta = \zeta\eta), \text{ itaque}$$

$$\eta\gamma = \alpha\epsilon, \text{ est igitur}$$

$$\alpha\epsilon \cdot \epsilon\gamma = \epsilon\eta^2. \text{ Et ex hypothesi ac propter lemma 8 est}$$

$$\epsilon\eta : \epsilon\gamma = \gamma\beta : \beta\delta^*); \text{ ergo } \epsilon\eta^2, \text{ id est}$$

$$\alpha\epsilon \cdot \epsilon\gamma : \epsilon\gamma^2 = \gamma\beta^2 : \beta\delta^2, \text{ itaque (elem. 6, 1)}$$

*) Proximo enim lemmate demonstratum est, si recta $\eta\epsilon$ (quae quidem illic notatur $\eta\zeta$) extrema ac media proportione secetur in ϵ , maiorque pars sit $\alpha\epsilon$, esse $\alpha\epsilon = \epsilon\gamma$; ergo in his quae supra scripta sunt rectae $\epsilon\eta$ extr. ac med. prop. sectae maior pars est $\epsilon\gamma$, perinde ac rectae $\beta\gamma$ maior pars $\beta\delta$.

συνθέντι ὡς ἡ $ΑΓ$ πρὸς $ΓΕ$, τοντέστιν ὡς τὸ ἀπὸ $ΑΓ$ πρὸς τὸ ἀπὸ $ΓΒ$, οὕτως τὰ ἀπὸ $ΓΒΔ$ πρὸς τὸ ἀπὸ $ΒΔ$. ἔστι δὲ καὶ ὡς τὸ ἀπὸ $ΒΓ$ πρὸς τὸ ἀπὸ $ΕΗ$, τὸ ἀπὸ $ΒΔ$ πρὸς τὸ ἀπὸ $ΕΓ$. δι' ἴσον ἄρα ὡς τὸ ἀπὸ $ΑΓ$ πρὸς τὸ ἀπὸ $ΕΗ$, τὰ ἀπὸ $ΓΒΔ$ πρὸς τὸ ἀπὸ $ΓΕ$. πενταπλάσιον δὲ τὸ ἀπὸ $ΑΓ$ τοῦ ἀπὸ $ΗΕ$. πενταπλάσια ἄρα καὶ τὰ ἀπὸ $ΓΒΔ$ τοῦ ἀπὸ $ΓΕ$, ἴπερ: ~

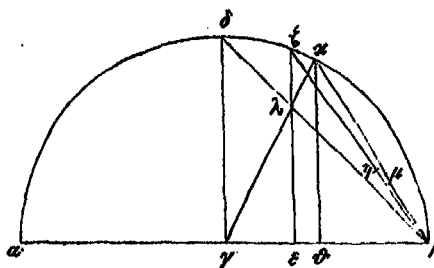
- 87 το' ια'). Τῆς δὲ τοῦ ἑξαγώνου πλευρᾶς ἄκρον καὶ μέσον λόγον τεμνομένης, τὸ μείζον τμήμα ἐστὶν ἡ τοῦ δεκαγώνου πλευρά.

10

Ἑξαγώνου γὰρ ἡ $ΑΒ$ ἄκρον καὶ μέσον λόγον τεμνέσθω κατὰ τὸ $Γ$, καὶ ἔστω μείζων ἡ $ΑΓ$.

λέγω ὅτι ἡ $ΑΓ$ δεκαγώνου ἐστίν.

- Προσκειείσθω ἡ $ΑΔ$ δεκαγώνου οὐσα· ἡ $ΑΒ$ ἄρα ἄκρον¹⁵ καὶ μέσον λόγον τέμνεται τῷ $Δ$. ἀλλὰ καὶ ἡ $ΑΒ$ τῷ $Γ$ διὰ ἄρα τὸ $Γ$ λημμά ἐστὶν ὡς ἡ $ΑΒ$ πρὸς $ΒΔ$, τοντέστιν ἡ $ΒΔ$ πρὸς $ΑΔ$, οὕτως ἡ $ΒΔ$ πρὸς $ΑΓ$. ἴση ἄρα ἡ $ΑΔ$ τῇ $ΑΓ$. δεκαγώνου δὲ ἡ $ΑΔ$. δεκαγώνου ἄρα καὶ ἡ $ΑΓ$.
- 88 νε' ιβ'). Τῶν εἰς τὴν αὐτὴν σφαῖραν ἐγγεγραφομένων τὸ²⁰ πεντάγωνον τοῦ δωδεκαέδρου καὶ τὸ τρίγωνον τοῦ εἰκοσαέδρου ὁ αὐτὸς κύκλος περιλαμβάνει.



Ἐκκειείσθω γὰρ τῆς σφαίρας διάμετρος ἡ $ΑΒ$, καὶ²⁵ περὶ αὐτὴν ἡμικύκλιον αὐτὸ κέντρον τὸ $Γ$, καὶ ἀπ' αὐτοῦ ὁρθῇ πρὸς τὴν $ΑΒ$ ἡ $ΓΔ$, καὶ³⁰ τεμνέσθω ἡ $ΑΒ$ ὥστε διπλασίαν εἶ-

3. ἔστι (sine acc.) $Α$, ἔτι $Β^3$, ἔστι $Σ$, corr. $Β^1$ 7. ὅπερ om. $Εἰ$
8. $ΝΔ$ $Α^1$ in marg. (BS), ια' add. $Ηυ$ 15. οὐσαν (sine spir. et acc.)
 $Α$, corr. BS 16. τῷ $γ$ (post $ΑΒ$) $Σ$, τῷ $Γ$ $ΑΒ$ 18. οὕτως ἡ $ΑΒ$
 $ΑΒΣ$, corr. Co (οὕτως ἡ $ΑΒ$ $Εἰ$) 20. $ΝΚ^ον$ add. $Β$, νε' $Σ$, ιβ' add. $Ηυ$

$\alpha\epsilon : \epsilon\gamma = \gamma\beta^2 : \beta\delta^2$. Componendo est $\alpha\gamma : \gamma\epsilon$, id est,

quia $\alpha\gamma : \gamma\beta = \gamma\beta : \gamma\epsilon$,

$\alpha\gamma^2 : \gamma\beta^2 = \gamma\beta^2 + \beta\delta^2 : \beta\delta^2$. Sed (quia $\gamma\beta : \beta\delta =$

$\epsilon\eta : \epsilon\gamma$) est etiam

$\gamma\beta^2 : \epsilon\eta^2 = \beta\delta^2 : \epsilon\gamma^2$; ex aequali igitur

$\alpha\gamma^2 : \epsilon\eta^2 = \gamma\beta^2 + \beta\delta^2 : \epsilon\gamma^2$. Sed quia ex hypothesi est

$\gamma\epsilon^2 = 5\zeta\epsilon^2$, est igitur (quia

$\alpha\gamma = 2\gamma\zeta$, et $\epsilon\eta = 2\zeta\epsilon$)

$\alpha\gamma^2 = 5\epsilon\eta^2$; ergo etiam

$\gamma\beta^2 + \beta\delta^2 = 5\gamma\epsilon^2$, q. e. d.

LIV (41). Si hexagoni latus extrema ac media proportionatione secetur, maius segmentum est latus decagoni. Prop. 47

Hexagoni enim latus $\delta\beta$ extrema ac media proportionatione secetur in puncto γ , sitque maior pars $\delta\gamma$; dico ipsam $\delta\gamma$ decagoni latus esse.

Apponatur decagoni latus $\delta\alpha$; ergo propter elem. 13. 9 $\alpha\beta$ extrema ac media proportionatione secta est in puncto δ ; itaque est

$\alpha\beta : \beta\delta = \beta\delta : \delta\alpha$. Sed ex hypothesi etiam $\delta\beta$ extr.

ac med. prop. secta est in γ ; itaque

propter lemma 8 est

$\alpha\beta : \beta\delta = \beta\delta : \delta\gamma$; ergo est $\delta\gamma = \delta\alpha$.

Sed decagoni latus est $\delta\alpha$; ergo etiam $\delta\gamma$.

LV (42). Polyedrorum eidem sphaerae inscriptorum pentagonum dodecaedri et triangulum icosaedri idem circulus Prop. 48 comprehendit¹⁾.

Exponatur enim sphaerae diametrus $\alpha\beta$, et circa eam semicirculus, cuius centrum γ , et ab eo ad circumferentiam ducatur ipsi $\alpha\beta$ perpendicularis $\gamma\delta$, et recta $\alpha\beta$ ita secetur,

1) Hoc theorema, quod scriptor iam supra III propos. 58 extr. breviter attigit, item in Hypsiels de quinque corporibus libro qui vulgo fertur primo propos. 3 (Euclid. ed. Peyrard vol. III p. 485, Friedlein *Bulletino di bibliografia e di storia delle scienze matematiche e fisiche*, Novembre 1872, p. 10) tractatur his praemissis: τοῦτο δὲ γράφεται ὑπὸ μὲν Ἀριστάου ἐν τῷ ἐπιγραφόμενῳ τῶν ε' σχημάτων σύγκρισις, ὑπὸ δὲ Ἀπολλωνίου ἐν τῇ δευτέρῃ ἐκδόσει τῆς συγκρίσεως τοῦ δωδεκαέδρου πρὸς τὸ εἰκοσαέδρον, ὅτι ἐστὶν ὡς ἡ τοῦ δωδεκαέδρου ἐπιφάνεια πρὸς τὴν τοῦ εἰκοσαέδρου ἐπιφάνειαν, οὕτως καὶ αὐτὸ τὸ

ut sit $ae = 2\epsilon\beta$, et ducatur perpendicularis $e\zeta$, et iungantur rectae $\delta\lambda\beta\zeta\beta$; ergo $\zeta\beta$ cubi latus est, ut est in libro 13 elementorum eo loco quo de cubo agitur (propos. 15). Secetur $\zeta\beta$ extrema ac media proportionem in puncto η , sitque maior pars $\zeta\eta$; ergo $\zeta\eta$ dodecaedri latus est propter corollarium problematis de dodecaedro in libro 13 elementorum (propos. 17). Iuncta autem $\gamma\lambda$ producat ad κ punctum circumferentiae, et ad $\alpha\beta$ ducatur perpendicularis $\kappa\theta$, et iuncta $\kappa\beta$ extrema ac media proportionem secetur in puncto μ , sitque maior pars $\kappa\mu$. Et quia est $\alpha\beta = 2\beta\gamma$, et $ae = 2\epsilon\beta$, subtrahendo igitur est $\epsilon\beta = 2\gamma\epsilon$. Sed, quia propter triangulorum $\beta\gamma\delta$ $\beta\epsilon\lambda$ similitudinem est $\beta\gamma : \gamma\delta = \beta\epsilon : \epsilon\lambda$, est igitur $\beta\epsilon = \epsilon\lambda$; itaque $\epsilon\lambda = 2\gamma\epsilon$. Sed propter triangulorum $\gamma\epsilon\lambda$ $\gamma\theta\kappa$ similitudinem est etiam $\theta\kappa = 2\gamma\theta$; ergo $\theta\kappa^2 = 4\gamma\theta^2$, itaque $\gamma\kappa^2 = 5\gamma\theta^2$; ergo etiam $\beta\gamma^2 = 5\gamma\theta^2$; itaque $\kappa\beta$ icosaedri latus est iuxta ea quae in libro 13 elementorum demonstrata sunt²⁾. Iam quia lemmate 9 ostendimus esse $\zeta\eta^2 : \beta\theta^2 = 5 : 3$, et lemmate 10

δωδεκάεδρον πρὸς τὸ εἰκοσάεδρον διὰ τὸ τὴν αὐτὴν εἶναι εὐθείαν (καί-
δειται αλλί) ἀπὸ τοῦ κέντρου τῆς σφαίρας ἐπὶ τὸ τοῦ δωδεκαέδρου πεν-
τάγωνον καὶ τὸ τοῦ εἰκοσαέδρου τρίγωνον. γράπτειν δὲ καὶ ἡμῖν αὐ-
τοῖς ὅτι ὁ αὐτὸς κύκλος περιλαμβάνει τὸ τε τοῦ δωδεκαέδρου πεντά-
γωνον καὶ τὸ τοῦ εἰκοσαέδρου τρίγωνον τῶν εἰς τὴν αὐτὴν σφαῖραν
ἐγγεγραμμένων. Aliqua haec quidem demonstratio, quam Hypsicles ipse
se composuisse proficitur, similis est illi quae apud Pappum cap. 90
sub ἄλλως sequitur; sed ab Hypsicle omnia in brevissimum contracta;
a Pappo autem nonnulla, quibus omissis demonstrandi ratio vix per-
spici posset, recte sunt addita; alia denique, quae non minus deside-
rari posse viderentur, a nobis in Latina interpretatione supplata sunt.

2) Quoniam enim est $\beta\gamma^2 : \gamma\theta^2 = 5 : 4$, in eadem sunt proportione quadrata ex duplis rectis; itaque $\alpha\beta^2 = 5\theta\kappa^2$. Ergo propter elem. 13, 16 et coroll. recta $\theta\kappa$ est radius circuli, a quo icosaedrum in sphaeram $\alpha\beta$ inscribitur (ita scilicet, ut circulo, cuius radius $\theta\kappa$, inscribatur pentagonum aequilaterum, cuius latus aequale est lateri triangulorum, quibus icosaedrum in sphaeram $\alpha\beta$ inscriptum continetur). Sed ex constructione, quam figura supra descripta exhibet, est $\kappa\beta^2 = \beta\theta^2 + \theta\kappa^2$; ergo propter elem. 13, 10 est $\kappa\beta$ latus pentagoni, $\beta\theta$ decagoni, $\theta\kappa$ hexagoni eidem circulo inscriptorum. Sed est $\theta\kappa = 2\gamma\theta$; itaque $\alpha\beta = \theta\kappa + 2\beta\theta$; ergo propter elem. 13, 16 coroll. $\theta\kappa$ est latus hexagoni et $\beta\theta$ latus decagoni ei circulo inscriptorum, unde icosaedrum constituitur. Sed demonstravimus $\kappa\beta$ esse latus pentagoni eidem circulo inscripti; ergo $\kappa\beta$ est latus icosaedri in sphaeram $\alpha\beta$ inscripti.

πλάσια τοῦ ἀπὸ ΒΘ, τὰ ἄρα ἀπὸ ΒΚ ΚΜ τριπλάσια τοῦ
 89 ἀπὸ ΖΗ. ἐκκείσθω οὖν κύκλος ὁ περιλαμβάνων τὸ τρί-
 γωνον τοῦ εἰκοσαέδρου, καὶ ἀπὸ τοῦ κέντρου τυχοῦσα
 διηγμένη ἡ ΝΞ ἄκρον καὶ μέσον λόγον τετιμήσθω τῷ Ο,
 καὶ μείζον ἔστω τμήμα τὸ ΟΝ· δεκαγώνου ἄρα ἡ ΝΟ διὰ δ
 τὸ προδεχθέν. καὶ ἐπεὶ ἡ τοῦ τριγώνου τοῦ ἰσοπλεύρου
 τοῦ εἰς τὸν κύκλον οὗ κέντρον τὸ Ν γραφομένου τριπλάσια
 ἐστὶν δυνάμει τῆς ΝΞ ἐκ κέντρου, ὡς ἐστὶν ἐν τῷ ιγ' βι-
 βλίῳ στοιχείων, ἣν δὲ ἡ τοῦ τριγώνου ἡ ΚΒ, τὸ ἄρα
 ἀπὸ τῆς ΚΒ τριπλάσιον τοῦ ἀπὸ ΝΞ. καὶ εἰσὶν ἀμφο- 10
 τεραι ἄκρον καὶ μέσον λόγον τετιμημένοι· διὰ τὸ ἐν ἀρχῇ
 τοῖον ἐστὶν ὡς ἡ ΒΚ πρὸς ΝΞ, ἡ ΚΜ πρὸς ΝΟ. καὶ
 τὰ τετράγωνα. καὶ ὡς ἐν πρὸς ἐν, πάντα πρὸς πάντα·
 τὰ ἄρα ἀπὸ ΒΚΜ τῶν ἀπὸ ΞΝΟ ἐστὶν τριπλάσια. ἐδεί-
 χθη δὲ καὶ τοῦ ἀπὸ ΖΗ τὰ ἀπὸ τῶν ΒΚΜ τριπλάσια· 15
 ἴσα ἄρα τὰ ἀπὸ ΞΝΟ τῷ ἀπὸ ΖΗ. καὶ ἐστὶν ἡ μὲν ΝΞ
 ἑξαγώνου, ἡ δὲ ΝΟ δεκαγώνου· ἡ ΖΗ ἄρα πενταγώνου
 ἐστὶν πλεωρὰ τοῦ εἰς τὸν κύκλον, οὗ κέντρον τὸ Ν, γρα-
 φομένου (δεδείκναι γὰρ ἐν τῷ ιγ' στοιχείων καὶ τοῦτο).
 ἡ δὲ ΖΗ πενταγώνου οὕσα πλεωρὰ καὶ δωδεκαέδρου πλεωρὰ 20
 ἐστίν· ὁ αὐτὸς ἄρα κύκλος περιλαμβάνει τὸ τρίγωνον τοῦ
 εἰκοσαέδρου καὶ τὸ πεντάγωνον τοῦ δωδεκαέδρου.

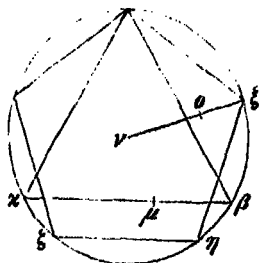
90 νς' (ιγ'). Ἄλλως ὅτι ὁ αὐτὸς κύκλος περιλαμβάνει τοῦ
 εἰκοσαέδρου τρίγωνον καὶ τοῦ δωδεκαέδρου πεντάγωνον.

Ἐκκείσθω τις σφαῖρα καὶ ἐγγεγράφθω εἰς αὐτὴν δω- 25
 δεκάεδρον καὶ εἰκοσαέδρον, καὶ ἔστω τοῦ μὲν δωδεκαέδρου

1. ἄρα ἀπὸ ΒΖ ΖΘ ABS, corr. Co 4. τῷ Ο Co pro τῷ Θ
 8. τοῦ ἐντὸς κέντρου add. Ei ἐν τῷ Γ Α, ἐν τῇ τρίτῃ S, corr. B
 10. τοῦ ἀπὸ ΜΞ AB, corr. S 12. ὡς ἡ ΒΖ τῆς ΝΞ ἡ ΖΗ πρὸς ΝΟ
 ABS, corr. Co 13. ἐν πρὸς ἐν idem pro ἔμπροσθεν 14. ἀπὸ
 ΒΚΜ idem pro ἀπὸ ΒΚΗ 15. ἀπὸ τῶν ΒΖ ΖΗ AS, ἀπὸ τῶν βξ
 ἐν B cod. Co, ἀπὸ τῶν ΒΚ ΚΜ Co (quod in ΒΚΜ coniunx. Ei)
 16. τὰ ἀπὸ ΞΝ Γ Α, τὰ ἀπὸ ξη Β, corr. S τῷ ἀπὸ ΞΝ ABS, corr.
 Co 20. 21. ἡ δὲ ΖΗ δωδεκαέδρου οὕσα πλεωρὰ καὶ πενταγώνου
 πλεωρὰ ἐστίν Ei 21. τὸ ABS, τό τε Ei 23. Νς Α' in marg. (BS),

$\beta x^2 + x\mu^2 = 3\beta\eta^2$, est igitur

$$3\zeta\eta^2 = \beta x^2 + x\mu^2.$$



Iam exponatur circulus icosaedri triangulum (cuius latus est $x\beta$) comprehendens, cuius circuli a centro ad circumferentiam ducatur quaelibet $\nu\xi$, quae extrema ac media proportione sectetur in puncto σ , sitque maius segmentum $\nu\sigma$; ergo propter superius lemma 11 decagoni latus est $\nu\sigma$. Et quia $x\beta$ erat latus trianguli circulo, cuius radius $\nu\xi$, inscripti, propter elem. 13, 12 est

$x\beta^2 = 3\nu\xi^2$. Et utraque $x\beta$ $\nu\xi$ extrema ac media proportione secta est; ergo propter superius lemma 8 est

$x\beta : \nu\xi = x\mu : \nu\sigma$. Atque item quadrata

$x\beta^2 : \nu\xi^2 = x\mu^2 : \nu\sigma^2$, id est, ut statim ostendimus
 $= 3 : 1$; itaque etiam summa facta

$\beta x^2 + x\mu^2 : \xi\nu^2 + \nu\sigma^2 = 3 : 1$. Sed demonstravimus

$\beta x^2 + x\mu^2 = 3\zeta\eta^2$; ergo est

$$\zeta\eta^2 = \xi\nu^2 + \nu\sigma^2.$$

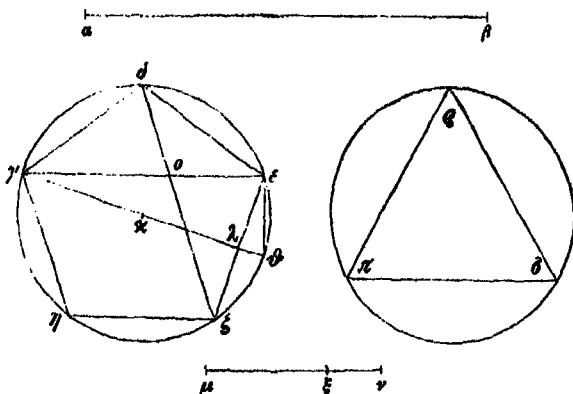
Atqui $\xi\nu$ hexagoni, et $\nu\sigma$ decagoni latus est; ergo propter elem. 13, 10 $\zeta\eta$ latus est pentagoni circulo, cuius centrum ν , inscripti. Sed eadem $\zeta\eta$, quemadmodum initio (p. 437) demonstravimus, est dodecaedri latus in sphaeram $\alpha\beta$ inscripti; ergo idem circulus et icosaedri triangulum et dodecaedri pentagonum comprehendit.

LVI (13). Aliter demonstratur eundem circulum et icosaedri triangulum et dodecaedri pentagonum comprehendere hoc modo.

Exponatur sphaera, cuius diametrus $\alpha\beta$, in eamque et dodecaedrum et icosaedrum inscriptum esse fingatur, et do-

cy' add. Hu 23. 24. ὅτι — πεντάγωνον om. Ki 23. ὅτι ὁ ὅτι
 (sine acc.) A, ὅτι B³, ὁ B¹, corr. S

πεντάγωνον τὸ $\Gamma\Delta\epsilon\text{ΖΗ}$ κύκλῳ περιεχόμενον τῷ $\Gamma\Delta\epsilon$, εἰκοσαέδρου δὲ τριγώνων ἐν κύκλῳ τῷ $\Pi\text{Ρ}\Sigma$ · λέγω ὅτι οἱ



κύκλοι ἴσοι εἰσίν, τουτέστιν ὁ αὐτὸς κύκλος περιλαμβάνει τὸ πεντάγωνον καὶ τὸ τρίγωνον.

Ἐπεξεύχθω ἡ $\epsilon\Gamma$ · κύβου ἄρα τοῦ ὑπὸ τὴν αὐτὴν σφαῖραν τῷ δωδεκαέδρῳ πλευρὰ ἔστιν ἡ $\Gamma\epsilon$ · τοῦτο γὰρ ἐδείχθη ὑ' στοιχείων. εἰλήφθω τὸ κέντρον τοῦ κύκλου τὸ K , καὶ κάθετος ἀπ' αὐτοῦ ἡ $K\Lambda$, καὶ ἐκβεβλήσθω ἐπὶ τὰ Γ Θ , καὶ ἐπεξεύχθω ἡ $\epsilon\Theta$ · δεκαγώνου ἄρα ἔστιν ἡ $\epsilon\Theta$. καὶ ἐπεὶ τὸ ἀπὸ τῆς $\Gamma\Theta$, τουτέστιν τὰ ἀπὸ τῶν $\Gamma\epsilon\Theta$ τετραπλάσια τοῦ ἀπὸ ΘK , τὰ ἄρα ἀπὸ $\Gamma\epsilon\Theta$ ΘK πενταπλάσια τοῦ ἀπὸ ΘK . ἀλλὰ τοῖς ἀπὸ $\epsilon\Theta$ ΘK ἴσον τὸ ἀπὸ τῆς $\epsilon\text{Ζ}$ (ἡ γὰρ τοῦ πενταγώνου πλευρὰ δύναται τὴν τε τοῦ ἑξαγώνου καὶ τὴν τοῦ δεκαγώνου τῶν εἰς τὸν αὐτὸν κύκλον ἐγγραφομένων, ὥς ἔστιν ὑ' στοιχείων)· τὰ 15
91 ἄρα ἀπὸ $\Gamma\epsilon$ $\epsilon\text{Ζ}$ πενταπλάσια τοῦ ἀπὸ ΘK . ἐκκείσθω δὴ καὶ ἡ τῆς σφαίρας διάμετρος ἡ AB καὶ εὐθεῖα τις ἡ MN , ὥστε πενταπλάσιον εἶναι τὸ ἀπὸ AB τοῦ ἀπὸ MN , ὥς ἔστιν λήμμα ὑ' στοιχείων. ἔστιν δὲ καὶ ἡ τῆς σφαί-

2. τῷ add. Hu 4. τὸ τε $\Gamma\Delta\epsilon\text{ΖΗ}$ πεντάγωνον καὶ τὸ $\Pi\text{Ρ}\Sigma$ τριγώνων E1 ex Hypsicle 7. στοιχείῳ A, στοιχείῳ B E1, corr. B

dodecaedri pentagonum $\gamma\delta\epsilon\zeta\eta$ contineatur circulo $\gamma\delta\epsilon$, icosaedri autem triangulum circulo $\pi\theta\sigma$; dico eos circulos aequales esse, id est, eundem circulum et pentagonum dodecaedri et triangulum icosaedri comprehendere.

Iungatur $\epsilon\gamma$; haec igitur ubi latus est in eandem sphaeram cum dodecaedro *inscripti* iuxta ea quae in libro 13 elementorum demonstrata sunt³⁾. Sumatur circuli centrum κ , a quo *ad quodlibet pentagoni latus, velut $\delta\zeta$, ducatur perpendicularis $\kappa\lambda$ producatursque ad γ & puncta circumferentiae⁴⁾*, et iungatur $\epsilon\theta$; haec igitur decagoni latus est. Et quia est $\gamma\theta^2 = 4\theta\kappa^2$, id est (*quia angulus $\gamma\theta\theta$, ut in semicirculo, rectus est*)

$$\gamma\epsilon^2 + \epsilon\theta^2 = 4\theta\kappa^2, \text{ sunt igitur}$$

$$\gamma\epsilon^2 + \epsilon\theta^2 + \theta\kappa^2 = 5\theta\kappa^2. \text{ Sed propter elem. 13, 10 sunt}$$

$$\epsilon\theta^2 + \theta\kappa^2 = \epsilon\zeta^2; \text{ ergo}$$

$$\gamma\epsilon^2 + \epsilon\zeta^2 = 5\theta\kappa^2.$$

Exponatur igitur (*ut iam supra significavimus*) sphaerae diameter $\alpha\beta$, et recta $\mu\nu$ ita construaturs, ut sit $\alpha\beta^2 = 5\mu\nu^2$,

3) Etenim iuncta $\delta\zeta$ rectam $\gamma\epsilon$ secet in puncto σ ; in hoc igitur ipsa $\gamma\epsilon$ extrema ac media proportionem secta maiorque pars est $\gamma\sigma = \gamma\delta$ propter elem. 13, 8. Sed est $\gamma\delta$ dodecaedri latus; ergo propter elem. 13, 17 coroll. $\gamma\epsilon$ cubi latus est. Quod autem nos et rectam $\delta\zeta$ et punctum σ addidimus, cum haec duo et a Graeco contextu, qui nunc exstat, et a figura in codicibus tradita absint, sine dubio ex mente ipsius Graeci scriptoris fecimus, qui cum litterarum seriem usque ad σ adhibuerit, certe unam σ omittere noluit.

4) Tamquam consentaneum omisit scriptor demonstrare productam $\lambda\kappa$ cadere in ipsum γ verticem anguli pentagoni. At rectius, nisi fallor, praecipere poterat, ut ex puncto γ per centrum duceretur recta $\gamma\kappa\lambda\theta$ etc.

8. 9. ἐπὶ τὰ ΓΘ Α, distinx. BS

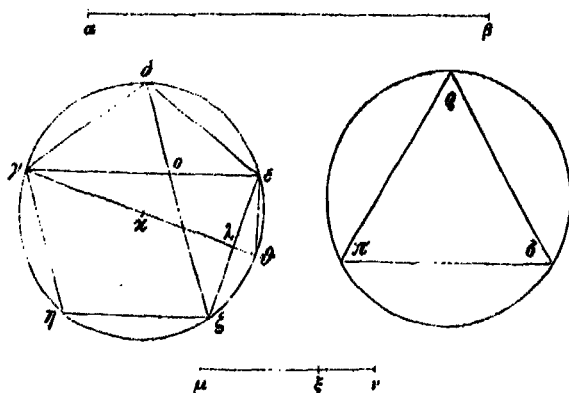
13. ἐστὶ ἀντὶ τὸ ἀπὸ add. Bī

15. κύκλον οὐ γνησόμενον Α¹, ex οὐ fecit ενγ (sic) Α², corr. BS

16. ἀπὸ ΓΕ ΑΖ ΑΒΒ, corr. Co 19. ὥς — στοιχείων om. Co Bī

17. i. c. τρισκαίδεκάτου Hu, & Α, & Β, & Σ, εἰκοστόν o Paris. 2368 descripsit Waitz (forallan in & lateat elem. libri 13 propos. 16 mentio per formulam ἐν τῷ εἰκοσάεδρῳ, ut paulo post)

ρας διάμετρος δυνάμει πενταπλασία τῆς ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ κύκλου ἀφ' οὗ τὸ εἰκοσάεδρον, ὥς ἔστιν ὑφ' στοιχείων· ἐκ τοῦ κέντρου ἄρα ἔστιν τοῦ κύκλου ἀφ' οὗ τὸ εἰκοσάεδρον ἡ MN . τετμήσθω ἡ MN ἄκρον καὶ μέσον λόγον κατὰ τὸ Ξ , καὶ ἔστω μείζων ἡ $M\Xi$ · δεκαγώνου ἄρα ἡ $M\Xi$ διὰ τὸ 5 ἰα' λήμμα. καὶ ἐπεὶ ἔστιν τὸ ἀπὸ AB τοῦ ἀπὸ MN



πενταπλασίον, ἔστιν δὲ καὶ τὸ ἀπὸ AB τοῦ ἀπὸ GE τῆς πλευρᾶς τοῦ κύβου τριπλασίον, ὥς ἔστιν ὑφ' στοιχείων, τρία ἄρα τὰ ἀπὸ GE ἴσα ἔστιν ε' τοῖς ἀπὸ MN . ὥς δὲ τρία τὰ ἀπὸ GE πρὸς τρία τὰ ἀπὸ GA , οὕτως πέντε τὰ ἀπὸ MN πρὸς πέντε τὰ ἀπὸ $M\Xi$ τῆς γὰρ GE κύβου πλευρᾶς ἄκρον καὶ μέσον λόγον τεμνομένης τὸ μείζον τμήμα ἔστιν ἡ τοῦ δωδεκαέδρου πλευρά, ὥς ἔστιν ὑφ' στοιχείων· τρία ἄρα τὰ ἀπὸ GE καὶ τρία τὰ ἀπὸ ZE ἴσα ἔστιν πέντε τοῖς ἀπὸ MN καὶ πέντε τοῖς ἀπὸ $M\Xi$. πέντε 15

2. ἀφ' οὗ Ki ex Eucl. elem. 43, 16 pro ἐφ' οὗ, Item proximo vs. 3. τοῦ κύκλου add. Ki auctore Co 6. ἰα' Ei auctore Co, $\delta' A$, $\delta' B$, $\delta' S$ (τέταρτον descripsit Waitz) 7. 8. τῆς τοῦ κύβου πλευρᾶς Ki 8. στοιχείω A , στοιχείω S Ei , corr. B , Item vs. 13 9. τοῖς ἀπὸ MH AB , corr. S 13. δωδεκαέδρου] πενταγώνου temere Ei

sicut lemmate quodam libri 43 elementorum traditur⁵. Sed propter elem. 43, 16 coroll. quadratum a sphaerae diametro item quintuplum est quadrati a radio circuli, unde icosaedrum in eandem sphaeram inscribitur⁶); ergo eius circuli radius est $\mu\nu$. Secetur $\mu\nu$ extrema ac media proportionem in puncto ξ , sitque maior pars $\mu\xi$; ergo propter lemma 11 $\mu\xi^2$ est decagoni latus. Et quia est

$\alpha\beta^2 = 5\mu\nu^2$, atque propter elem. 43, 15 (demonstramus enim $\gamma\epsilon$ cubi latus esse)

$\alpha\beta^2 = 3\gamma\epsilon^2$, sunt igitur

$3\gamma\epsilon^2 = 5\mu\nu^2$. Sed quia rectae $\gamma\epsilon$, quae est cubi latus, extrema ac media proportionem sectae maius segmentum est dodecaedri latus, ut est libro 43 elementorum⁷), sunt igitur propter lemma 8

$3\gamma\epsilon^2 : 3\gamma\delta^2 = 5\mu\nu^2 : 5\mu\xi^2$; itaque, quia $3\gamma\epsilon^2 = 5\mu\nu^2$, propter elem. 5, 9, et quia $\gamma\delta = \epsilon\xi$,

5) His verbis Pappus eius quem citat libri propositionis 46 particulam quandam fere extremam (p. 269, 8—12 ed. August.) significat. Hoc enim loco elementorum scriptor, postquam initio praecepit $\tau\epsilon\tau\mu\eta\sigma\theta\omega$ (η AB) $\kappa\alpha\tau\grave{\alpha}$ $\tau\acute{o}$ Γ , $\acute{\omega}\sigma\tau\epsilon$ $\tau\epsilon\tau\alpha\pi\lambda\eta\nu$ $\epsilon\acute{\iota}\nu\alpha\iota$ $\tau\eta\nu$ AI' $\tau\eta\varsigma$ ΓB , verbis $\kappa\alpha\iota$ $\epsilon\pi\epsilon\iota$ $\tau\epsilon\tau\alpha\pi\lambda\eta$ $\acute{\epsilon}\sigma\tau\iota\nu$ est., singularis lemmatis instar, docet, quomodo ea recta inveniatur, cuius quadratum sit quinta pars quadrati a data recta $\alpha\beta$. Itaque, quod hoc loco propositum est, datā rectā $\alpha\beta$, rectam $\mu\nu$ statim inveniēmus, si rectae $\alpha\beta$ quintam partem fecerimus $\gamma\beta$, et in semicirculo, cuius diameter $\alpha\beta$, perpendicularē duxerimus $\gamma\delta$, et iunxerimus $\delta\beta$ etque aequalem fecerimus $\mu\nu$. Est enim $\alpha\beta : \beta\delta = \beta\delta : \gamma\beta$; itaque $\alpha\beta^2 : \beta\delta^2 = \alpha\beta : \gamma\beta = 5 : 4$. (Figuram vide apud Euclid. l. c.)

6) Conf. supra p. 437 adnot. 2.

7) Hoc ex elem. 43, 8 similiter ac supra adnot. 3 demonstratur; nam rectae $\gamma\epsilon$ extrema ac media proportionem sectae maior pars est $\gamma\epsilon = \gamma\delta$, id est ex hypothesi dodecaedri latus.

14. τὰ ἀπὸ ZE] τὰ ἀπὸ $\overline{AE}$ ABS, τὰ ἀπὸ ΔE Co, τὰ ἀπὸ $\Gamma\Delta$ Ei, corr. Hu

δὲ τὰ ἀπὸ MN καὶ πάντε τὰ ἀπὸ ME ἴσα ἐστὶν πάντε τοῖς ἀπὸ PΣ, ὡς ἐν τῇ εἰκοσαέδρῳ γ' στοιχείων δαίκνυται· πάντε ἄρα τὰ ἀπὸ PΣ ἴσα ἐστὶν τρισὶ τοῖς ἀπὸ ΓΕ καὶ τρισὶ τοῖς ἀπὸ ΖΕ. ἀλλὰ πάντε μὲν τὰ ἀπὸ PΣ ἴσα ἐστὶν δεκαπέντε τοῖς ἀπὸ τῆς ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ κύκλου τοῦ περὶ τὸ ΠΡΣ γραφομένου διὰ τὸ ιβ' τοῦ γ' στοιχείων. τρία δὲ τὰ ἀπὸ ΓΕ καὶ τρία τὰ ἀπὸ ΖΕ ἴσα ἐστὶν δεκαπέντε τοῖς ἀπὸ τῆς ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ κύκλου τοῦ περιγεγραφομένου περὶ τὸ ΓΔΕΖΗ πεντάπλευρον (ἰδού· γὰρ τὰ ἀπὸ ΓΕΖ τοῦ ἀπὸ ΘΚ πενταπλάσια)· δεκαπέντε 10 ἄρα τὰ ἀπὸ τῆς ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ περὶ τὸ ΠΡΣ τριγώνου κύκλου ἴσα ἐστὶν δεκαπέντε τοῖς ἀπὸ τῆς ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ περὶ τὸ ΓΔΕΖΗ κύκλου· ὥστε καὶ τὸ ἐν τῇ ἐν ἴσῳ· ἡ ἄρα διάμετρος ἴση τῇ διαμέτρῳ, καὶ ὁ κύκλος τῇ κύκλῳ· ὁ αὐτὸς ἄρα κύκλος περιλαμβάνει τὸ τε τοῦ δω- 15 δεκαέδρου πεντάγωνον καὶ τὸ τοῦ εἰκοσαέδρου τριγώνον τῶν εἰς τὴν αὐτὴν σφαῖραν ἐγγεγραφομένων.

92 ν' (ιδ'). Τῶν εἰς τὸν αὐτὸν κύκλον ἐγγεγραφομένων τὰ δώδεκα πεντάγωνα μείζονά ἐστιν ἕκασι τριγώνων.

Ἔστω κύκλος ὁ περιλαμβάνων τὸ τε τριγώνον τοῦ εἰ- 20 κοσαέδρου καὶ τὸ πεντάγωνον τοῦ δωδεκαέδρου ὁ ΒΓΔΕ, καὶ ἐγγεγράφθω εἰς αὐτὸν τριγώνον μὲν πλευρὰ ἡ ΒΕ, πενταγώνου δὲ ἡ ΓΔ, καὶ ἕστωσαν παράλληλοι, καὶ εἰλήφθω τὸ κέντρον τοῦ κύκλου τὸ Α, καὶ ἀπ' αὐτοῦ κάθετος ἐπὶ τὰς παράλληλους ἡ ΑΖΗΘ, καὶ ἐπεξενύχθωσαν αἱ 25 ΑΒ ΑΓ ΑΔ ΑΕ ΒΘ ΓΘ. ἐπεὶ οὖν ἡ ΒΕ τριγώνου πλευρὰ ἐστίν, ἡ ΒΘ ἄρα ἑξαγώνου ἐστίν. πάλιν ἐπεὶ ἡ ΓΔ πεν-

2. γ' στοιχείων unciis seclussit Ei 4. ἀπὸ ΖΕ Hu pro ἀπὸ ΔΕ, item vs. 7 5. δεκαπέντε Hu, δι καὶ πάντε ABS, δέκα καὶ πάντε Co Ei, item vs. 8 τῆς ἐκ add. Ei τοῦ κύκλου bis scripta in A 6. διὰ τὸ Z AB, διὰ τὸ ἕβδομον S, corr. Ei auctore Co στοιχείων ABS, corr. Hu auctore Co 8. ἀπὸ τῆς add. Ei 10. δεκαπέντε Ei, δι καὶ πάντε AB, καὶ πάντε S 11. ἀπὸ τῆς Ei pro ἀπὸ τῶν 12. δεκαπέντε Ei pro δι καὶ πάντε 13. τὸ ἐν Ei auctore Co pro τὸ ἐν 14. Νζον add. B, νζ' S, ιδ' add. Hu 20. τὸ τε τριγώνον S, τὸ τετράγωνον AB 21. ὁ ΑΒΓΔΕ AB, corr. S 26. ΒΘ ΓΘ add. Hu

$3\gamma\epsilon^2 + 3\epsilon\zeta^2 = 5\mu\nu^2 + 5\mu\zeta^2$. Sed quia ex his quae libro 13 elementorum in problemate de icosaedro demonstrantur⁸⁾ efficitur esse

$$5(\mu\nu^2 + \mu\zeta^2) = 5\rho\sigma^2, \text{ sunt igitur}$$

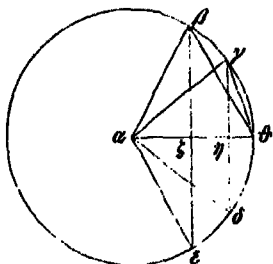
$$3(\gamma\epsilon^2 + \epsilon\zeta^2) = 5\rho\sigma^2. \text{ Sed propter elem. 13, 12 sunt}$$

$$5\rho\sigma^2 = 15(\text{rad. circuli } \pi\rho\sigma)^2, \text{ et, quia supra demonstravimus } \gamma\epsilon^2 + \epsilon\zeta^2 = 5\vartheta\kappa^2, \text{ sunt}$$

$$3(\gamma\epsilon^2 + \epsilon\zeta^2) = 15(\text{rad. circuli } \gamma\delta\epsilon\zeta\eta)^2;$$

ergo radius circuli circa triangulum $\pi\rho\sigma$ descripti aequalis est radio circuli circa pentagonum $\gamma\delta\epsilon\zeta\eta$ descripti, itemque diametri aequales, atque ipsi circuli; ergo idem circulus et dodecaedri pentagonum et icosaedri triangulum in eandem sphaeram inscriptorum comprehendit.

LVII (44). Duodecim pentagona circulo inscripta maiora ^{Prop. 49} sunt viginti triangulis eidem circulo inscriptis.



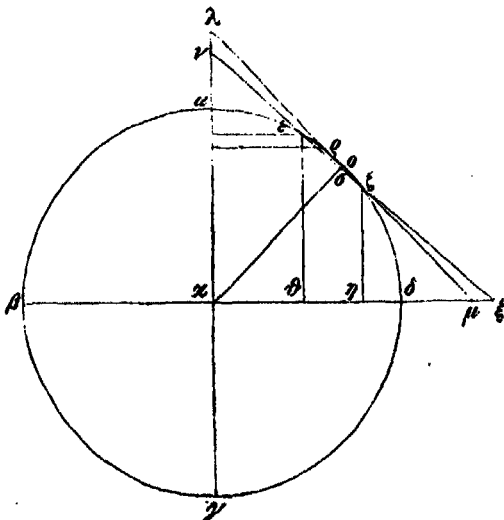
$\alpha\delta \alpha\epsilon \beta\vartheta \gamma\vartheta$. Iam quia $\beta\epsilon$ trianguli latus est, hexagoni igitur est $\beta\vartheta$. Rursus quia $\gamma\delta$ pentagoni est, decagoni igi-

Sit circulus $\beta\gamma\delta\epsilon$ et icosaedri triangulum et dodecaedri pentagonum comprehendens (propos. 48), in eumque inscribatur et trianguli latus $\beta\epsilon$ et pentagoni $\gamma\delta$, quae inter se parallelae sint, et sumatur circuli centrum α , ab eoque ad parallelas ducatur perpendicularis $\alpha\zeta\eta\vartheta$, et iungantur $\alpha\beta \alpha\gamma$

8) Scilicet supra p. 443 scriptor primum ex elem. 13, 16 demonstravit $\mu\nu$ esse radium circuli, unde icosaedrum constituitur, id est latus hexagoni eidem circulo inscripti (elem. 4, 15 coroll.); tum $\mu\zeta$ esse latus decagoni eidem circulo inscripti. Sed ex hypothesis rursus propter elem. 13, 16 $\rho\sigma$ est latus pentagoni eidem circulo inscripti; ergo propter elem. 13, 10 est $\rho\sigma^2 = \mu\nu^2 + \mu\zeta^2$.

ταγώνον ἔστιν, ἡ $\Gamma\Theta$ ἄρα δεκαγώνου ἔστιν. καὶ κάθετοι εἰσιν αἱ BZ , $\Gamma\eta$. μείζον ἄρα τὸ ἐπὶ $\Gamma\eta\Delta$ τοῦ ἐπὶ BZA διὰ τὸ ἐξῆς· μείζον ἄρα καὶ τὸ $\Delta\Gamma\Delta$ τρίγωνον τοῦ ΔBE τριγώνου· καὶ ξ' ἄρα τρίγωνα τὰ $\Gamma\Delta\Delta$ ξ' τριγώνων τῶν $B\Delta E$ μείζονά ἐστιν. ἀλλὰ ξ' μὲν τὰ $\Gamma\Delta\Delta$ τρίγωνα τὸ δωδεκάεδρὸν ἐστὶν ἕκαστον γὰρ πεντάγωνον πέντε ἔχει τρίγωνα ὅμοια τῷ $\Gamma\Delta\Delta$, ξ' δὲ τὰ $B\Delta E$ τὸ εἰκοσάεδρὸν ἐστὶν ἕκαστον γὰρ τρίγωνον τρία ἔχει ὅμοια τῷ $B\Delta E$. μείζονα ἄρα τὰ δώδεκα πεντάγωνα εἴκοσι τριγώνων τῶν εἰς τὸν αὐτὸν κύκλον ἐγγραφομένων. 10

- 93 νή' ιε'. Τὸ ὑπερτεθέν. ἔστω κύκλος ὁ $\Delta B\Gamma\Delta$ οὗ κέντρον τὸ K , καὶ διάμετροι πρὸς ὀρθὰς ἀλλήλαις αἱ $\Delta\Gamma$, $B\Delta$, καὶ ἐξαγώνου μὲν περιφέρεια ἡ ΔE , δεκαγώνου δὲ ἡ ΔZ , καὶ αἱ $E\Theta$, $Z\eta$ κάθετοι ἐπὶ τὴν $B\Delta$ διάμετρον· ὅτι τὸ ἐπὶ $Z\eta K$ μείζον ἐστὶν τοῦ ἐπὶ $E\Theta K$. 15



Ἐστω γὰρ δεκαγώνου ἡ ΔO . οἶων ἄρα ὁ κύκλος τῶν τοιούτων ἡ μὲν ΔE ξ' , ἡ δὲ ΔZ $\lambda\xi'$, ἡ δὲ $O\Delta$ $\mu\epsilon'$. λοιπὴ ἄρα ἡ ZO θ' , ἡ δὲ $O E$ $\iota\epsilon'$. κείσθω οὖν τῇ ZO ἴση ἡ OP · καὶ λοιπὴ ἄρα ἡ AP τῇ ΔZ ἴση ἐστίν. ἐπιτετραχθεῖ-

tur est $\gamma\delta$. Et perpendiculares sunt $\beta\zeta$ $\gamma\eta$; ergo est $\gamma\eta \cdot \eta\alpha > \beta\zeta \cdot \zeta\alpha$ propter proximum lemma: itaque etiam, quia rectangulum $\gamma\eta \cdot \eta\alpha = \Delta \alpha\gamma\delta$, et $\beta\zeta \cdot \zeta\alpha = \Delta \alpha\beta\epsilon$,

$$60 \Delta \alpha\gamma\delta > 60 \Delta \alpha\beta\epsilon.$$

Sed 60 triangula $\alpha\gamma\delta$ dodecaedri superficiem efficiunt (nam singula dodecaedri pentagona constant 5 triangulis aequalibus ipsi $\alpha\gamma\delta$), et 60 triangula $\alpha\beta\epsilon$ icosaedri superficiem efficiunt (nam singula icosaedri triangula constant 3 triangulis aequalibus ipsi $\alpha\beta\epsilon$); ergo 12 pentagona maiora sunt 20 triangulis eidem circulo inscriptis.

LVIII (15). Sequitur id quod modo dilatum est. Sit cir-^{Prop. 50}
culus $\alpha\beta\gamma\delta$ circa centrum κ , eiusque diametri invicem perpendiculares $\alpha\gamma$ $\beta\delta$, et sit hexagoni anguli circumferentia $\delta\epsilon$, decagoni autem $\delta\zeta$, et ducantur $\epsilon\theta$ $\zeta\eta$ perpendiculares ad diametrum; dico esse $\zeta\eta \cdot \eta\kappa > \epsilon\theta \cdot \theta\kappa$.

Sit enim octagoni anguli circumferentia $\delta\omicron$; ergo est circumferentia

$$\delta\epsilon = 60^\circ$$

$$\delta\zeta = 36^\circ$$

$$\delta\omicron = 45^\circ$$

et per subtractionem

$$\zeta\omicron = 9^\circ$$

$$\epsilon\omicron = 15^\circ$$

iam ponatur $\omicron\varrho = \zeta\omicron$; ergo, quia $\alpha\omicron = \omicron\delta$, etiam $\alpha\varrho = \zeta\delta$. Et iungantur $\zeta\epsilon$ $\zeta\varrho$, quibus productis ad ipsas quoque

4. $\delta\alpha\delta\epsilon\kappa\alpha\gamma\alpha\delta\omicron\upsilon$ AB cod. Co, corr. S Co 3. $\mu\epsilon\iota\zeta\omega\nu$ A, corr. BS $\acute{\upsilon}\pi\omicron$ $\Gamma\text{H}\text{A}$ Co, $\acute{\upsilon}\pi\omicron$ ΓH $\acute{\alpha}\nu\omicron$ AB, $\acute{\upsilon}\pi\omicron$ $\gamma\eta$ S 4. $\tau\acute{\alpha}$ $\Gamma\text{A}\text{A}\text{E}$ ξ' $\tau\acute{\alpha}$ $\Gamma\text{A}\text{A}\text{E}$ AB, $\tau\acute{\alpha}$ $\gamma\alpha\delta$ $\xi\eta\kappa\omicron\nu\tau\alpha$ S Ei 4. 5. $\tau\acute{\omega}$ HAE A, $\tau\acute{\omega}\nu$ $\beta\alpha\delta$ BS, corr. Ei (triangulis ABE Co) 5. $\mu\acute{\epsilon}\nu$ et $\tau\epsilon\lambda\epsilon\gamma\omega\nu\alpha$ om. Ei 6. 7. $\xi\kappa\alpha\sigma\iota\omicron\nu$ — $\tau\eta$ $\Gamma\text{A}\text{A}$ om. Ei 7. $\tau\acute{\omega}$ ΓA AE AE $\tau\acute{\alpha}$ HAE A, $\tau\eta$ et cetera perinde B, $\tau\eta$ om. et reliqua distinx. S 9. $\epsilon\lambda\kappa\alpha\sigma\iota$ BS, κ A 11. NH A^1 in marg. (BS), $\iota\epsilon'$ add. Hu 12. $\tau\acute{\omega}$ K Co pro $\tau\acute{\omega}$ E 14. $\kappa\acute{\alpha}\delta\epsilon\iota\tau\omicron\iota$ $\epsilon\pi\iota$ $\tau\eta\upsilon$ HA AB, $\kappa\alpha\tau\acute{\alpha}$, omissis reliquis, S, $\kappa\acute{\alpha}\delta\epsilon\iota\tau\omicron\iota$ $\epsilon\pi\iota$ $\tau\eta\upsilon$, omisso HA , Ei 17. $\mu\epsilon$ B Paris. 2368, μ ϵ A, μ ϵ' S 18. $\acute{\alpha}\rho\alpha$ ZOE η $\delta\iota$ OE IE AB Paris. 2368, $\acute{\alpha}\rho\alpha$ ζ $\omicron$ δ et cetera perinde S, distinx. Co, η add. Ei

productas κα καδ sunt rectae $\nu\epsilon\zeta\xi\lambda\theta\zeta\mu$; iuncta igitur κα rectam ζθ bifariam et ad rectos angulos secabit (elem. 6, 33.

3. 3). Secet in puncto σ. Et quia est

$\angle ox\lambda = \angle ox\mu = \frac{1}{2} R$, est igitur $\Delta ox\lambda \cong \Delta ox\mu$, itaque

$x\lambda = x\mu$. Sed quia circumferentiae punctum ρ cecidit inter ε ζ, est $x\lambda > x\nu$, et $x\mu < x\xi$; itaque multo

$x\xi > x\nu$. Et propter parallelas νκ ζη est

$x\xi : x\nu = \eta\xi : \eta\zeta$; ergo

$\eta\xi > \eta\zeta$. Sed ηζ maior est perpendiculari quae ab ε ad αx ducitur (nam perpendiculari quae a ρ ad eandem αx ducitur aequalis est ηζ); itaque, quia perpendicularis ab ε ad αx ipsi xθ aequalis est,

$\eta\zeta > x\theta$; ergo propter elem. 5, 8 est

$\eta\theta : x\theta > \eta\xi : \eta\zeta$. Et componendo (infra VII propos. 3)

$\eta\kappa : x\theta > \theta\xi : \xi\eta$, id est propter parallelas θε ηζ

$> \epsilon\theta : \zeta\eta$; ergo propter VII propos. 16

$\zeta\eta \cdot \eta\kappa > \epsilon\theta \cdot \theta\kappa$.

LIX (16). Si sit triangulum aequicrurum, cuius ad ver- Prop. 54
ticem angulus sit quattuor quintarum partium recti, eique
aequale triangulum aequilaterum, demonstratur quadratum
ab uno aequilateri latere ad quadratum ab uno aequalium
aequicruris laterum minorem proportionem habere quam, si
recta quaedam extrema ac media proportionem secetur, qua-
dratum a tota ad quintuplum quadratum a minore parte.

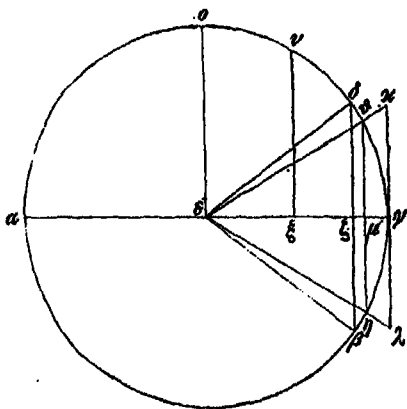
Sit enim triangulum aequicrurum βεδ, cuius ad verticem
ε angulus sit $= \frac{1}{5} R$, idque comprehendatur circulo, cuius
centrum ε, et diametrus αεζγ ad rectam βδ sit perpendicu-
laris; ergo recta βζδ pentagoni circulo inscripti latus est. Sin

corr. S $\eta\mu\iota\sigma\tau\epsilon\lambda\epsilon\varsigma$ S, $\eta\mu\iota\sigma\tau\iota\alpha$ Ei 6. $\acute{\omega}\varsigma \eta \bar{K}$ AB, $\acute{\omega}\varsigma \eta\kappa$ S, corr. Co
44. $\nu\theta^{\circ}$ add. B, $\nu\theta^{\circ}$ S, $\epsilon\zeta^{\circ}$ add. Hu $\epsilon\acute{\alpha}\nu \eta \tau\omicron\lambda\gamma\omega\nu\omicron\nu$ Ei 45. $\gamma\omega\tau\iota\varsigma$ A
($\gamma\omega\tau\iota\varsigma$ B), corr. S 46. $\alpha\upsilon\tau\omega\delta \iota\sigma\omicron\nu \eta$ A, $\alpha\upsilon\tau\omega\delta \iota\sigma\omicron\nu \eta$ B, $\alpha\upsilon\tau\omega\delta \eta$, omisso
 $\iota\sigma\omicron\nu$, S, $\iota\sigma\omicron\nu \alpha\upsilon\tau\omega\delta$, omisso η , Ei 46. 47. $\tau\omicron\upsilon \iota\sigma\omicron\pi\lambda\epsilon\upsilon\rho\omicron\varsigma$ — $\pi\lambda\epsilon\upsilon\rho\alpha\varsigma$
om. S Ei, quam corruptelam incredibili socordia adeo auxit Ei, ut vs. 48
post $\iota\sigma\omicron\sigma\kappa\epsilon\lambda\omicron\upsilon\varsigma$ adderet $\pi\rho\delta \tau\eta\nu \tau\omicron\upsilon \iota\sigma\omicron\pi\lambda\epsilon\upsilon\rho\omicron\varsigma$, quamquam verum apud
Commandinum videre poterat 47. $\pi\lambda\epsilon\upsilon\rho\alpha\varsigma$ del. Hu auctore Co
25. $\epsilon\mu\pi\epsilon\rho\iota\epsilon\iota\lambda\eta\mu\acute{\epsilon}\nu\eta$ (post $\tau\omega\delta$ E) A, $\epsilon\mu\pi\epsilon\rho\iota\epsilon\iota\lambda\eta\mu\acute{\epsilon}\nu\eta$ B, $\epsilon\mu\pi\epsilon\rho\iota\epsilon\iota\lambda\eta\mu\acute{\epsilon}\nu\eta$
 $\mu\acute{\epsilon}\nu\eta$ S Ei, corr. Hu (in $\epsilon\mu$ forsitan lateat compendium vocabuli $\sigma\eta\mu\epsilon\iota\omega$)

ραν τῶν $\Gamma\text{Η}$ $\Gamma\Theta$ περιφερειῶν δωδεκαγώνου, καὶ ἐπιζεύξωμεν τὴν $\text{Η}\Theta$ καὶ τὰς ΕΗ $\text{Ε}\Theta$, ἔσται ἰσοπλευρον τὸ $\text{ΕΗ}\Theta$. καὶ ἐὰν ἀγάγωμεν ἐφαπτομένην τὴν $\text{Κ}\Gamma\Lambda$, ἔσται καὶ τὸ $\text{ΕΚ}\Lambda$ τρίγωνον ἰσοπλευρον. καὶ ἐὰν θέλωμεν ἀρμόσαι ἴσον τῷ $\text{Β}\Delta\text{Ε}$ τριγώνῳ, δείκνυται ὅτι μεταξὺ πίπτει τῶν $\Theta\text{ΕΗ}$ $\text{ΚΕ}\Lambda$, τουτ-⁵ ἔστιν τοῦ μὲν $\text{ΕΗ}\Theta$ μείζον ἔσται τοῦ δὲ $\text{ΚΕ}\Lambda$ ἔλασσον.

- 95 Ἐπεὶ γὰρ λόγος ἐστὶν τοῦ ἀπὸ $\Theta\text{Ε}$ πρὸς τὸ ἀπὸ ΕΜ ὅν δ' πρὸς γ' , ἴση δὲ ἡ $\Theta\text{Ε}$ τῇ $\text{Ε}\Gamma$, λόγος ἄρα καὶ τοῦ ἀπὸ $\text{Ε}\Gamma$ πρὸς τὸ ἀπὸ ΕΜ ὅν δ' πρὸς γ' . ὥς δὲ τὸ ἀπὸ $\text{Ε}\Gamma$ πρὸς τὸ ἀπὸ ΕΜ , τὸ ἀπὸ $\text{Κ}\Lambda$ πρὸς τὸ ἀπὸ $\Theta\text{Η}$,¹⁰ τουτέστιν τὸ $\text{ΚΕ}\Lambda$ τρίγωνον πρὸς τὸ $\text{ΕΗ}\Theta$ τρίγωνον. καὶ τὰ ἑξαπλᾶ· τὸ περιγεγραμμένον ἑξαγώνον πρὸς τὸ ἐγγεγραμμένον λόγον ἔχει ὅν δ' πρὸς γ' , τουτέστιν ὅν $\epsilon\beta'$ πρὸς ζ' . τοῦ δὲ περιγεγραμμένου ἑξαγώνου πρὸς ϵ' τρίγωνα τὰ $\text{ΚΕ}\Lambda$ λόγος ἐστὶν ὅν $\epsilon\beta'$ πρὸς ι' . καὶ πέντε ἄρα τρίγωνα¹⁵ τὰ $\text{ΚΕ}\Lambda$ μείζονά ἐστιν τοῦ ἐγγεγραμμένου ἑξαγώνου· πολλῶν ἄρα τοῦ ἐγγεγραμμένου πενταγώνου μείζονά ἐστιν (ἐν γὰρ κύκλῳ τὸ ἐγγεγραμμένον πεντάγωνον ἰσοπλευρον τοῦ ἐγγεγραμμένου ἑξαγώνου ἔλασσόν ἐστιν)· ἔλασσον ἄρα τὸ $\Delta\text{ΕΒ}$ τοῦ $\text{ΚΕ}\Lambda$.

20



λέγω δὴ ὅτι καὶ τοῦ $\text{ΕΗ}\Theta$ μείζον ἐστίν. εἰλήφθω γὰρ ἡ $\Gamma\text{Ν}$ περιφέρεια ἑξαγώνου²⁵ καὶ κάθετος ἡ $\text{Ν}\Xi$. καὶ ἐπεὶ διὰ τὸ πρὸς τούτου τὸ ὑπὸ $\Delta\text{ΖΕ}$ μείζον ἐστίν τοῦ ὑπὸ $\text{Ν}\Xi\text{Ε}$, καὶ³⁰ ἔστιν ἴσον τῷ ὑπὸ $\text{Ν}\Xi\text{Ε}$ τὸ ὑπὸ $\Theta\text{ΜΕ}$ (πάντα γὰρ πᾶσιν ἔστιν ἴσα), καὶ τὸ

ὑπὸ $\Delta\text{ΖΕ}$ ἄρα μείζον ἐστίν τοῦ ὑπὸ $\Theta\text{ΜΕ}$, ὥστε καὶ τὸ³⁵ $\text{Β}\Delta\text{Ε}$ τρίγωνον μείζον ἐστίν τοῦ $\Theta\text{ΕΗ}$ τριγώνου.

vero circumferentias $\gamma\eta$ $\gamma\theta$ ita absiderimus, ut utraque dodecagoni angulo insistat, et rectas $\eta\theta$ $\epsilon\eta$ $\epsilon\theta$ iunxerimus, triangulum $\eta\epsilon\theta$ aequilaterum erit (elem. 4, 15). Et si tangentem $\kappa\lambda$ duxerimus, propter parallelas $\eta\theta$ $\lambda\kappa$ etiam triangulum $\lambda\epsilon\kappa$ aequilaterum erit. Iam si triangulum aequilaterum aequale triangulo $\beta\epsilon\delta$ sub angulo $\lambda\epsilon\kappa$ construere velimus, demonstratur haec eius inter rectas $\eta\theta$ $\lambda\kappa$ cadere, id est, illud quod quaeritur triangulum maius esse quam $\eta\epsilon\theta$ et minus quam $\lambda\epsilon\kappa$.

Nam quia est, ut lemma 1 medio ostendimus. $\epsilon\theta^2 : \epsilon\mu^2 = 4 : 3$, et $\epsilon\theta = \epsilon\gamma$, est igitur

$\epsilon\gamma^2 : \epsilon\mu^2 = 4 : 3$. Sed propter parallelas $\eta\theta$ $\lambda\kappa$ et secundum elem. 6, 22 est

$$\epsilon\gamma^2 : \epsilon\mu^2 = \lambda\kappa^2 : \eta\theta^2 = \Delta \lambda\epsilon\kappa : \Delta \eta\epsilon\theta.$$

Atque item sexcupla; ergo hexagonum circulo circumscriptum ad inscriptum est ut 4 : 3, id est 12 : 9. Sed hexagonum circumscriptum ad 5 triangula $\lambda\epsilon\kappa$ est ut 12 : 10; ergo 5 triangula $\lambda\epsilon\kappa$ maiora sunt quam hexagonum inscriptum. Sed id hexagonum maius est quam pentagonum eidem circulo inscriptum¹⁾; multo igitur 5 triangula $\lambda\epsilon\kappa$ maiora sunt quam pentagonum inscriptum, itaque triangulum $\beta\epsilon\delta$ minus est quam $\lambda\epsilon\kappa$.

Sed idem dico maius esse quam triangulum $\eta\epsilon\theta$. Sumatur enim hexagoni anguli circumferentia $\gamma\nu$ et ad diametrum ducatur perpendicularis $\nu\xi$. Et quia propter superius lemma 15 est $\delta\xi \cdot \zeta\epsilon > \nu\xi \cdot \xi\epsilon$, atque $\nu\xi = \mu\epsilon$, et $\xi\epsilon = \theta\mu^*)$, est igitur $\delta\xi \cdot \zeta\epsilon > \theta\mu \cdot \mu\epsilon$, itaque etiam $\Delta \beta\epsilon\delta > \Delta \eta\epsilon\theta$.

1) Vide append.

*) Ducatur a centro ϵ ad circumferentiam diametro perpendicularis $\epsilon\theta$. Iam quia circumferentia $\gamma\theta$ dodecagoni anguli est, et circumf. $\gamma\eta$ hexagoni, sunt igitur circumferentiae $\theta\epsilon = \gamma\nu$, et $\nu\theta = \gamma\theta$. Ergo rectae $\nu\xi$ aequalis est perpendiculari η θ ad $\epsilon\epsilon$ ducta, id est $\mu\epsilon$, ac perpendiculari α ν ad $\epsilon\epsilon$, id est ipsi $\xi\epsilon$, aequalis est $\theta\mu$ (Co).

5. τοῦ $\Theta\epsilon$ ἡ $\overline{KEA}$ AB, τοῦ $\delta\epsilon$ ἡ $\overline{\kappa\gamma\lambda}$ S, corr. Et auctore Co
8. $\overline{KM ONA}$ πρὸς $\overline{\Gamma AB}$, $\overline{\epsilon\mu}$ ὁ $\overline{\nu\delta}$ πρὸς $\overline{\gamma S}$, corr. Et auctore Co 9. καὶ τοῦ ἀπὸ $\overline{EI}$ $\overline{ABS}$, corr. Et (et quadrati ex $\overline{TE Co}$) $\overline{EM}$ ὁ $\overline{NA}$ πρὸς $\overline{\Gamma A}$, $\overline{\epsilon\mu}$ ὁ $\overline{\nu\delta}$ πρὸς $\overline{\gamma BS}$, corr. Et auctore Co 10. τὸ ἀπὸ $\overline{\Theta H Co}$ pro τὸ ἀπὸ $\overline{EH}$ 12. $\overline{\xi\epsilon\alpha\pi\lambda\alpha}$ Hu pro $\overline{\xi\epsilon\alpha\gamma\omega\alpha}$ 13. $\delta\epsilon$ δ' — τοῦτέστιν om.
Et 14. δ' Hu pro $\overline{\epsilon\gamma\gamma\epsilon\alpha}$ 22. 23. $\overline{\mu\epsilon\lambda\iota\sigma\tau\alpha}$ $\overline{\epsilon\sigma\tau\iota\nu A(BS)}$, corr. Et auctore Co 26. $\overline{\kappa\alpha\theta\epsilon\tau\alpha\varsigma}$ ἡ $\overline{N\delta}$ temere Et, et similiter posthac δ' pro δ 30. τὸ ὑπὸ $\overline{N\delta E}$ $\overline{ABS}$, τοῦ corr. Et auctore Co 35. ὑπὸ ante $\overline{\Theta M E}$ om. S Et

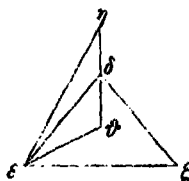
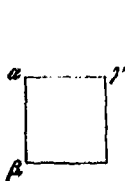
- 96 Τὸ ἄρα τῷ ΒΔΕ ἴσον συνιστάμενον ἰσόπλευρον, ὥστε τὴν βάσιν αὐτοῦ παράλληλον εἶναι τῇ ΗΘ ἢ τῇ ΚΑ, μεταξὺ τῶν Κ Θ πίπτει. ἔπει οὖν δέδωκεται ἐν τῷ ε' λήμματι ὅτι εὐθείας ἄκρον καὶ μέσον λόγον ταυνομένης τὸ ἀπὸ τῆς ὕλης πρὸς τὸ πεντάκις ἀπὸ τῆς ἐλάσσονος μείζονα⁵ λόγον ἔχει ἥπερ δ' πρὸς γ', ἔχει δὲ καὶ τὸ ἀπὸ τῆς ΚΕ πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς ΕΓ, τουτέστιν τὸ ἀπὸ τῆς ΕΘ, λόγον ὅν δ' πρὸς γ', πολλὰ ἄρα τὸ ἀπὸ τῆς ὕλης εὐθείας πρὸς τὸ πεντάκις ἀπὸ τῆς ἐλάσσονος μείζονα λόγον ἔχει ἥπερ τὸ ἀπὸ τῆς μεταξὺ τῶν ΚΕ ΘΕ τοῦ ἰσοπλεύρου τριγώνου¹⁰ πλευρᾶς πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς ΕΘ, τουτέστιν τῆς ΕΑ τοῦ ἰσοσκελοῦς.
- 97 Ξ'. Τὰ μὲν οὖν λαμβανόμενα εἰς τὰς συγκρίσεις τῶν ἴσων ἐπιφάνειαν ἔχόντων πέντε σχημάτων ἐδείχθη καθ' αὐτά, δεικτέον δ' ἐφεξῆς ὅτι τὸ μὲν εἰκοσάεδρον μέγιστόν¹⁵ ἐστίν, μετὰ δὲ τοῦτο τὸ ὠδωκάεδρον, εἶτα τὸ ὀκτάεδρον, μετὰ δὲ τὸ ἑκτάεδρον ὁ κύβος, ἐλάχιστον δὲ τὸ τῆς πυραμίδος.
- 98 Ἔστω δὲ πρῶτον ἐπὶ τοῦ κύβου καὶ τῆς πυραμίδος ὁ λόγος, καὶ ἔστω κύβου μὲν τετράγωνον τὸ ΑΒΓ, πυραμίδος²⁰ δὲ τρίγωνον τὸ ΔΕΖ. ἔπει οὖν ἴσαι ὑπόκεινται τῶν σχημάτων αἱ ἐπιφάνειαι, ἔξ ἄρα τετράγωνα τὰ ΑΒ ἴσα ἐστὶν τέσσαροι τρίγωνοι τοῖς ΔΕΖ· λόγος ἄρα τοῦ ΔΕΖ τριγώνου πρὸς τὸ ΑΒ τετράγωνον ὅν γ' πρὸς β'. ἦχθω δὲ ἀπὸ τῆς κορυφῆς τῆς πυραμίδος ἐπὶ τὸ ἐπίπεδον κάθετος²⁵ ἡ ΗΘ, καὶ ἐπεξεύχθω ἡ ΕΘ· φανερόν δὲ ὅτι τὸ Θ κέντρον ἐστὶν τοῦ περὶ τὸ ΔΕΖ τρίγωνον γραφομένου κύκλου·

1. τῷ add. Ei auctore Co 2. ἡ B¹S, ἡ A, ἡ B³ 3. τῶν ΚΘ A, distinx. BS 5. μείζονος AB, corr. S 6. ἔχει δὲ — 8. δ' πρὸς γ' om. Ei 14. πρὸς τὴν ΕΘ τουτέστιν τὴν ΕΑ A(BS), corr. Co 13. ξ A¹ in marg. (BS) 14. πέντε σχημάτων add. Hu auctore Co ex cap. 72, πολυέδρων Ei 15. ἐλήθη AB, corr. S 16. εἶτα BS, εἰα A 17. πυραμίδος] sell. σχῆμα 20. κύβος μὲν AB, corr. S τὸ ΑΒΓ ABS, τὸ ΑΒ Ei 21. τὸ ΔΕΖ Co pro τὸ ΔΕΖ 24. ὅν add. Ei (quam habent Co) 25. ἐπὶ τὸ add. Co, εις S 26. ἐπεξεύχθωσαν αἱ ΕΘ ΕΗ conl. Hu

Ergo trianguli aequilateri, quod sub angulo $\lambda \epsilon \kappa$ aequale triangulo $\beta \epsilon \delta$ constructur, basis, quae rectis $\eta \vartheta$ $\lambda \kappa$ parallela est, inter puncta ϑ κ cadit. Iam quia lemmate 6 demonstravimus, si recta extrema ac media proportionem secetur, quadratum a tota ad quintuplum quadratum a minore parte maiorem proportionem habere quam 4 : 3, et lemmate 1 medio esse $\kappa \epsilon^2 : \epsilon \vartheta^2$, id est $\kappa \epsilon^2 : \epsilon \vartheta^2 = 4 : 3$, multo igitur quadratum a tota quam diximus recta ad quintuplum quadratum a minore parte maiorem proportionem habet quam quadratum a latere trianguli aequilateri triangulo $\beta \epsilon \delta$ aequalis, quod quidem latus minus est quam $\epsilon \kappa$, ad quadratum ab $\epsilon \vartheta$, id est ab $\epsilon \delta$ latere trianguli aequicruris.

LX. Lemmata igitur, quae ad comparationes quinque polyedrorum aequalem superficiem habentium adsumuntur, singula demonstrata sunt; iam vero omnium maximum esse icosaedrum, tum reliquis quae sequuntur maius esse dodecaedrum, deinde octaedrum, tum cubum, denique minimum esse pyramidis sive tetraedri volumen ex ordine ostendamus.

Primum de cubo et pyramide disseratur, et illum hac Prop. 52 maiorem esse demonstretur.



Sit cubi quadratum $\alpha \beta \gamma$ et pyramidis triangulum $\delta \epsilon \zeta$. Iam quia ex hypothesi superficies aequales sunt, sex igitur quadrata $\alpha \beta \gamma$ aequalia sunt quattuor triangulis $\delta \epsilon \zeta$; ergo trianguli $\delta \epsilon \zeta$

ad quadratum $\alpha \beta \gamma$ proportio est 3 : 2. Ducatur a vertice pyramidis ad basim $\delta \epsilon \zeta$ perpendicularis $\eta \vartheta$, et iungantur $\epsilon \vartheta$ $\epsilon \eta$; apparet igitur ϑ centrum esse circuli circa triangulum $\delta \epsilon \zeta$ descripti¹⁾; itaque propter elem. 13, 12 est $\delta \epsilon^2$, id est (quia η vertex pyramidis)

1) Theodos. sphaeric. 4 def. 5, propos. 9.

[illegible]

$\epsilon\eta^2 = 3\epsilon\theta^2$. Et rectus est angulus $\epsilon\theta\eta$; ergo
 $\epsilon\eta^2 : \eta\theta^2 = 3 : 2 = 54 : 36$. Sed est
 $\eta\theta^2 : (\frac{1}{3}\eta\theta)^2 = 9 : 4 = 36 : 4$; ergo ex aequali
 $\epsilon\eta^2 : (\frac{1}{3}\eta\theta)^2 = 54 : 4$. Et quia est $\epsilon\eta = \epsilon\zeta$, et prop-
 ter lemma 1 $\epsilon\zeta^2 < 4\Delta\delta\epsilon\zeta$, et
 ex hypothesi $4\Delta\delta\epsilon\zeta = 6\alpha\gamma^2$,
 sunt igitur

$6\alpha\gamma^2 > \epsilon\zeta^2$, itaque

$\alpha\gamma^2 : \epsilon\zeta^2 > 1 : 6$, id est $> 9 : 54$. Sed demonstra-
 tum est

$\epsilon\zeta^2 : (\frac{1}{3}\eta\theta)^2 = 54 : 4$; ergo ex aequali

$\alpha\gamma^2 : (\frac{1}{3}\eta\theta)^2 > 9 : 4$, itaque

$\alpha\gamma : \frac{1}{3}\eta\theta > 3 : 2$. Sed initio demonstratum est

$\Delta\delta\epsilon\zeta : \alpha\gamma^2 = 3 : 2$; ergo

$\alpha\gamma : \frac{1}{3}\eta\theta > \Delta\delta\epsilon\zeta : \alpha\gamma^2$.

Ergo si ut $\alpha\gamma : \frac{1}{3}\eta\theta$, ita triangulum $\delta\epsilon\zeta$ ad aliud quoddam
 spatium faciamus, id ipsum minus erit quam quadratum
 $\alpha\beta\gamma$. Atqui cubus est prisma, cuius basis est quadratum
 $\alpha\beta\gamma$ altitudoque $\alpha\gamma$, pyramis autem aequalis prismati, cuius
 basis est triangulum $\delta\epsilon\zeta$ altitudoque $\frac{1}{3}\eta\theta$ (*elem. 12, 7 co-*
roll.); ergo cubus maior est pyramido²⁾.

2) Quoniam demonstratum est $\alpha\gamma : \frac{1}{3}\eta\theta > \Delta\delta\epsilon\zeta : \alpha\gamma^2$, ex libri VII
 propos. 46 brevius concludi poterat esse $\alpha\gamma^2 > \frac{1}{3}\eta\theta$. $\Delta\delta\epsilon\zeta$, id est cu-
 bum maiorem tetraedro. Sed quia Graeco scriptori eae multiplicandi
 formulae quas statim posuimus evitandae erant, interserta est aequalio
 $\alpha\gamma : \frac{1}{3}\eta\theta = \Delta\delta\epsilon\zeta : x$ (ita ut sit $x < \alpha\gamma^2$). Ergo propter *elem. 11, 24*
 prisma, cuius basis est spatium x altitudoque $\alpha\gamma$, aequale est prismati,
 cuius basis triangulum $\delta\epsilon\zeta$ altitudoque $\frac{1}{3}\eta\theta$. Sed est quadratum $\alpha\beta\gamma$
 $> x$; ergo prisma, cuius basis est quadratum $\alpha\beta\gamma$ altitudoque $\alpha\gamma$, id
 est cubus, maior est prismate, cuius basis triangulum $\delta\epsilon\zeta$ altitudoque
 $\frac{1}{3}\eta\theta$, id est maius tetraedro.

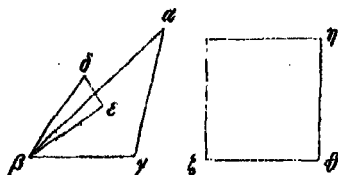
letis η $\Delta\Gamma$ $\alpha\mu$ $\pi\rho\delta$ $\tau\omicron$ $\tau\epsilon\tau\tau\omicron$ cot. conl. Hu 24. $\pi\rho\delta$ $\tau\omicron$ $\bar{F}$ AB ,
 $\pi\rho\delta$ $\tau\omicron$ $\tau\epsilon\tau\tau\omicron$ S 28. post $\tau\omicron$ JEZ repetunt $\tau\omicron$ ABS , om. Waitzios
 in describendo Paris. 2268, del. Ei

99 ξα'. Τὸ ὀκτάεδρον τοῦ κύβου μείζον ἐστιν.

Ἐστω γὰρ ὀκτάεδρον μὲν τρίγωνον τὸ $ABΓ$, κύβου δὲ τετράγωνον τὸ ZH , καὶ ἀπὸ τοῦ κέντρου τῆς περιλαμβανούσης τὸ ὀκτάεδρον σφαίρας ἔστω κάθετος ἡγμένη ἐπὶ τὸ $ABΓ$ τρίγωνον ἡ $ΔΕ$, καὶ ἐπεξέχθωσαν αἱ AB BE . ἐπεὶ οὖν ὑπόκειται ὀκτώ τρίγωνα τὰ $ABΓ$ ἴσα ἕξ τετραγώνοις τοῖς ZH , λόγος ἄρα τοῦ ZH τετραγώνου πρὸς τὸ $ABΓ$ τρίγωνον ὡς ὅτι πρὸς γ'. καὶ ἔστιν διὰ τὸ α' λήμμα καθύλου παντὸς τριγώνου ἰσοπλεύρου τὸ ἀπὸ μιᾶς πλευρᾶς τετράγωνον μείζον ἢ διπλασίον τοῦ ἰσοπλεύρου τριγώνου. 10 καὶ τὸ ἀπὸ $BΓ$ ἄρα μείζον ἐστιν ἢ ε' οἷον τὸ ἀπὸ $ZΘ$ δ'. τέσσαρα ἄρα πρὸς ε', τυντέστιν λς' πρὸς νδ', μείζονα λόγον ἔχει ἥπερ τὸ ἀπὸ $ZΘ$ πρὸς τὸ ἀπὸ $BΓ$. καὶ ἐπεὶ διὰ τὸ β' λήμμα λόγος ἐστὶν τοῦ ἀπὸ BA πρὸς τὸ ἀπὸ $ΔΕ$ ὡς γ' πρὸς α', ἴσον δὲ τὸ ἀπὸ BA τοῖς ἀπὸ BEA , 15 λόγος ἄρα τοῦ ἀπὸ $ΔΕ$ πρὸς τὸ ἀπὸ EB ὡς α' πρὸς β'. τοῦ δὲ ἀπὸ $BΓ$ πρὸς τὸ ἀπὸ BE ὡς ε' πρὸς β' διὰ τὸ ιβ' τοῦ ιγ' στοιχείων· λόγος ἄρα τοῦ ἀπὸ $ΔΕ$ πρὸς τὸ ἀπὸ $BΓ$ ὡς α' πρὸς ε', τυντέστιν ὡς θ' πρὸς νδ'. τοῦ δὲ ἀπὸ τοῦ γ' τῆς $ΔΕ$ πρὸς τὸ ἀπὸ $ΔΕ$ λόγος ἐστὶν ὡς α' πρὸς 20 θ' (τὰ γὰρ μήκει τριπλάσια δυνάμει ἑνναπλάσια [καὶ τὰ μήκει ἐπίτετρα δυνάμει ἑννατά] ἐστίν)· καὶ τοῦ ἀπὸ τοῦ τρίτου οὖν τῆς $ΔΕ$ πρὸς τὸ ἀπὸ $BΓ$ λόγος ἐστὶν ὡς α' πρὸς νδ'. ἐδείχθη δὲ ὅτι λς' πρὸς νδ' μείζονα λόγον ἔχει ἥπερ τὸ ἀπὸ $ZΘ$ πρὸς τὸ ἀπὸ $BΓ$. δι' ἴσου ἄρα λς' πρὸς 25 α' μείζονα λόγον ἔχει ἥπερ τὸ ἀπὸ $ZΘ$ πρὸς τὸ ἀπὸ τοῦ γ' τῆς $ΔΕ$. καὶ μήκει ἄρα ε' πρὸς α' μείζονα λόγον ἔχει ἥπερ ἡ $ZΘ$ πρὸς τὸ γ' τῆς $ΔΕ$. λόγος δὲ ε' τετραγώνων τῶν ZH πρὸς α' ὡς ε' πρὸς α'. καὶ ἔστιν τὰ ε' τετράγωνα ἴσα ἢ τριγώνοις τοῖς $ABΓ$ · καὶ ἡ ἄρα τρίγωνα τὰ $ABΓ$ 30 πρὸς τὸ ZH τετράγωνον μείζονα λόγον ἔχει ἥπερ ἡ $ZΘ$

1. ξα Α' in marg. (BS) 2. τὸ om. A, add. BS 4. ἀγόμενη
 Ki invitis ABS 6. ξς S, ε AB 9. τὸ ἀπὸ Α' Co, τοῦ ἀπὸ BS
 cod. Co 10. τετράγωνον Α' S Co, τετραγώνου B cod. Co 11. 12. τὸ
 ἀπὸ $ZΘ$ ABS, distinx. Hu (τὸ ἀπὸ $ZΘ$ τεσσάρων Ki) 12. πρὸς

LXI. Octaedrum cubo maius est.

Prop.
53Sit enim octaedri triangulum $\alpha\beta\gamma$ et cubi quadratum

$\zeta\eta\theta$, et a centro sphaerae octaedrum comprehendens ducta sit perpendicularis $\delta\epsilon$ ad triangulum $\alpha\beta\gamma$, et iungantur $\delta\beta$ $\beta\epsilon$. Iam quia ex hypothesi octo tri-

angula $\alpha\beta\gamma$ aequalia sunt sex quadratis $\zeta\eta\theta$, est igitur

$\zeta\theta^2 : \Delta \alpha\beta\gamma = 4 : 3$, id est $\Delta \alpha\beta\gamma = \frac{1}{4}\zeta\theta^2$. Sed propter lemma 4 est

$\beta\gamma^2 > 2 \Delta \alpha\beta\gamma$; ergo

$> \frac{1}{2}\zeta\theta^2$, itaque $4\beta\gamma^2 > 6\zeta\theta^2$, id est (VII propos. 16)

$4 : 6 > \zeta\theta^2 : \beta\gamma^2$, id est (VII propos. 7 extr.)

$\beta\gamma^2 : \zeta\theta^2 > 54 : 36$. Et quia propter lemma 2 est

$\beta\delta^2 : \delta\epsilon^2 = 3 : 4$, et

$\beta\delta^2 = \beta\epsilon^2 + \epsilon\delta^2$, id est $\beta\epsilon = 2\epsilon\delta^2$, est igitur

$\delta\epsilon^2 : \epsilon\beta^2 = 4 : 2$. Sed propter elem. 13, 12 est

$\epsilon\beta^2 : \beta\gamma^2 = 2 : 6$; ergo ex aequali

$\delta\epsilon^2 : \beta\gamma^2 = 4 : 6 = 9 : 54$. Sed est

$(\frac{1}{2}\delta\epsilon)^2 : \delta\epsilon^2 = 4 : 9$; ergo ex aequali

$(\frac{1}{2}\delta\epsilon)^2 : \beta\gamma^2 = 4 : 54$. Sed supra demonstravimus esse

$\beta\gamma^2 : \zeta\theta^2 > 54 : 36$; ergo ex aequali

$(\frac{1}{2}\delta\epsilon)^2 : \zeta\theta^2 > 4 : 36$, id est (VII propos. 7 extr.)

$36 : 4 > \zeta\theta^2 : (\frac{1}{2}\delta\epsilon)^2$, itaque

$6 : 4 > \zeta\theta : \frac{1}{2}\delta\epsilon$, id est, quia $6\zeta\theta^2 = 8 \Delta \alpha\beta\gamma$

$8 \Delta \alpha\beta\gamma : \zeta\theta^2 > \zeta\theta : \frac{1}{2}\delta\epsilon$.

Ἰ διὰ τὸ ἴζ Α(Β), πρὸς τέσσαρα διὰ τὸ ἴζ S, corr. Co 48. στοι-
χελου ABS, corr. Hu auctore Co 49. πρὸς ε' Co, πρὸς Γ AB, πρὸς
τῷ S 21. 22. καὶ τὰ — ἔννενά del. Co (forsitan tota parenthesis
τὰ γὰρ — ἔστιν interpolatori tribuenda sit) 22. ἐντέτρατα] τέτρα Εἰ
ἔννενά S, εννα (sine spir. et acc.) A, ἔννενά B 23. 24. τοῦ γῆτρου]
τῆτρου AB, γ S, τοῦ Γ' Εἰ 29. τῶν add. Εἰ πρὸς τὸ α (ante
δν ε') ABS, πρὸς ἐν τῶν αὐτῶν Εἰ 30. ἴσα ἡ Α, ἴσα ἡ Β, corr. Co
(ἴσα ὀκτώ S); τριγώνοις τοῖς S Co, τετραγώνοις τοῖς AB cod. Co
καὶ ἡ Α, καὶ ἡ Β (καὶ ὀκτώ S)

πρὸς τὸ γ' τῆς ΔΕ. καὶ ἔστιν ὀκτάεδρον ὁκτώ τρίγωνα
τὰ ΑΒΓ ἐφ' ὕψος τὸ γ' τῆς ΔΕ, κύβος δὲ τὸ ΖΗ τετρά-
γωνον ἐφ' ὕψος τὴν ΘΖ· μείζον ἄρα τὸ ὀκτάεδρον τοῦ
κύβου.

100 ἔβ'. Ἔστω δεῖξαι ὅτι τὸ εἰκοσάεδρον τοῦ ὀκτάεδρου ἔ-
μείζον ἐστιν.

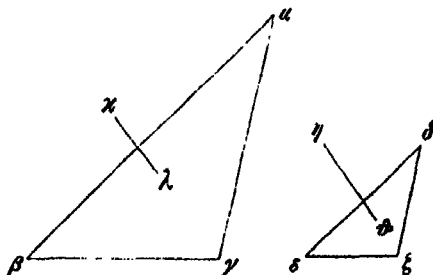
Καὶ ἔστω ὀκτάεδρον μὲν τρίγωνον τὸ ΑΒΓ, εἰκοσαέ-
δρον δὲ τὸ ΔΕΖ, καὶ ἤχθωσαν ἀπὸ τῶν κέντρων τῶν σφαι-
ρῶν τῶν περιλαμβανουσῶν τὰ στερεὰ ἐπὶ τὰ ἐπίπεδα τῶν
στερεῶν κάθεται αἱ ΗΘ ΚΑ. ἐπεὶ οὖν ἐδείχθη ἐν τῇ ζ' 10
θεωρήματι τῶν προγραφομένων ὅτι δώδεκα τὰ ἀπὸ ΗΘ
μείζονά ἐστιν πέντε τῶν ἀπὸ ΕΖ, πέντε δὲ τὰ ἀπὸ ΕΖ, δύο
ἐστὶν τὰ ἀπὸ ΒΓ (ἐπεὶ περ καὶ πέντε τρίγωνα τὰ ΔΕΖ
ἴσα ἐστὶν δυοὶ τριγώνοις τοῖς ΑΒΓ· καὶ γὰρ τετραπλάσια
κ' τρίγωνα τοῖς ἢ ἴσα ἐστὶν, καὶ ὥς τὸ τρίγωνον πρὸς τὸ 15
τρίγωνον, οὕτως τὸ τετράγωνον πρὸς τὸ τετράγωνον τῶν
ῥησιῶν σχημάτων πρὸς ἄλληλα διπλασίονα λόγον ἔχοντων
ἥπερ τῆς ὁμολόγου πλευρᾶς πρὸς τὴν ὁμόλογον πλευράν), δύο
δὲ τὰ ἀπὸ ΒΓ δώδεκά ἐστιν τὰ ἀπὸ ΚΑ (προδέδεικται
γὰρ λόγος τοῦ ἀπὸ ΒΓ πρὸς τὸ ἀπὸ ΚΑ ὡς ζ' πρὸς α'), 20
δώδεκα ἄρα τὰ ἀπὸ ΗΘ μείζονά ἐστιν δώδεκα τῶν ἀπὸ
ΚΑ· μείζων ἄρα ἡ ΘΗ τῆς ΚΑ. καὶ τὸ γ' τῆς ΘΗ τοῦ
γ' τῆς ΚΑ μείζον. καὶ ἐπεὶ τὸ μὲν εἰκοσάεδρον ἐστὶν εἰ-
κοσαί τρίγωνα τὰ ΔΕΖ ἐφ' ὕψος τὸ γ' τῆς ΗΘ, τὸ δὲ ὀκ-
τάεδρον ὁκτώ τρίγωνα τὰ ΑΒΓ ἐφ' ὕψος τὸ γ' τῆς ΚΑ, 25
καὶ ἔστιν κ' τρίγωνα τὰ ΔΕΖ ἴσα ὁκτώ τριγώνοις τοῖς ΑΒΓ
διὰ τὴν ὑπόθεσιν, μείζον ἄρα τὸ εἰκοσάεδρον τοῦ ὀκτάεδρου.

5. $\bar{\epsilon}\beta^{\text{ov}}$ add. B(S) 9. τῶν (ante περιλαμβ.) add. E1 10. αἱ
ΗΘ ΚΑ] ἢ ΘΚΑ AB, $\eta\delta\ \kappa\lambda$ S, αἱ add. E1 11. πέντε δὲ τὰ ἀπὸ
ΕΖ add. E1 auctore Co 12. ἥπερ ἡ ὁμόλογος πλευρὰ E1
πρὸς τὴν ὁμόλογον πλευράν add. E1 13. ἀπὸ ΒΓ Co pro ἀπὸ $\overline{AB\Gamma}$
προδέδεικται Ih, προδε..... Λ', $\overline{A\ E}$ add. A², unde πρὸς $\delta\epsilon\cdot\delta'\ \epsilon'\ B$,
πρὸ $\delta\epsilon\ \delta\epsilon\ S$, προτελεχθη E1, ὁ Co 14. καὶ τὸ Γ' B, καὶ τὸ τρίτον S
22. 23. τοῦ Γ' A, τοῦ Γ'ου B, τοῦ τρίτου S 24. μείζων A, corr. BS
25. post τὸ Γ' add. A τρίτον, sed id expunctum 26. 27. τοῖς $\overline{AB\Gamma\Delta}$
διὰ AB, corr. S 27. μείζον ἄρα S, μέζονα A, μείζον B

Atqui octaedrum *aequale* est prismati, cuius basis = $8 \Delta \alpha\beta\gamma$ altitudoque $\frac{1}{2}\delta\epsilon$, cubus autem est prisma, cuius basis est quadratum $\zeta\eta\theta$ altitudoque $\zeta\theta$; ergo octaedrum maius est cubo¹⁾.

LXII. Demonstratur icosaedrum maius esse octaedro.

Prop.
54



Sit octaedri triangulum $\alpha\beta\gamma$ et icosaedri *aequalem* superficiem habentis triangulum $\delta\epsilon\zeta$, et a centris sphaerarum ea polyedra comprehendentium ducantur ad singula eorum plana perpendiculares $\kappa\lambda$ $\eta\theta$. Iam quia superiore lemmate 7 demonstravimus esse

$12 \eta\theta^2 > 5 \epsilon\zeta^2$, suntque ex hypothesis $20 \Delta \delta\epsilon\zeta = 8 \Delta \alpha\beta\gamma$, id est $5 \Delta \delta\epsilon\zeta = 2 \Delta \alpha\beta\gamma$, itaque, quia planae figurae similes inter se sunt ut quadrata ex homologis lateribus (elem. 6, 20 coroll. 1.,

$5 \epsilon\zeta^2 = 2 \beta\gamma^2$, et, quia superiore lemmate medio ostendimus esse $\beta\gamma^2 : \kappa\lambda^2 = 6 : 1$,

$2 \beta\gamma^2 = 12 \kappa\lambda^2$, sunt igitur ex aequali

$12 \eta\theta^2 > 12 \kappa\lambda^2$, itaque $\frac{1}{2} \eta\theta > \frac{1}{2} \kappa\lambda$.

Et quia icosaedrum *aequale* est prismati, cuius basis est $= 20 \Delta \delta\epsilon\zeta$ altitudoque $\frac{1}{2} \eta\theta$, octaedrum autem prismati, cuius basis $= 8 \Delta \alpha\beta\gamma$ altitudoque $\frac{1}{2} \kappa\lambda$, eaeque bases ex hypothesis aequales sunt, maius igitur est icosaedrum octaedro (elem. 11, 31).

1) Conf. propos. 53 extr.

101 ξγ'. Τὸ εἰκοσαέδρον τοῦ δωδεκαέδρου μεῖζόν ἐστιν.

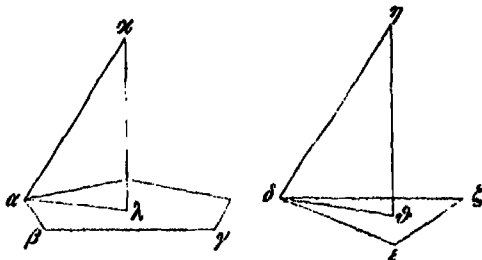
Ἔστω γὰρ πεντάγωνον μὲν τὸ $ABΓ$ ἐν τῶν τοῦ δωδεκαέδρου, τρίγωνον δὲ τὸ $ΔΕΖ$ ἐν τῶν τοῦ εἰκοσαέδρου, καὶ ἤχθωσαν ἀπὸ τῶν κέντρων τῶν σφαιρῶν τῶν περιεχουσῶν τὰ στερεὰ σχήματα ἐπὶ τὰ $ΔΕΖ$ $ABΓ$ ἐπίπεδα 5 κάθετοι αἱ $HΘ$ $ΚΑ$, καὶ ἐπεξέχθωσαν αἱ $HΔ$ $ΘΑ$ $ΚΑ$ $ΑΑ$. ἐπεὶ οὖν ἐδείχθη ἐν τῇ ιβ' θεωρήματι τῶν προγραφομένων ὅτι ὁ αὐτὸς κύκλος περιλαμβάνει τὸ τε πεντάγωνον τοῦ δωδεκαέδρου καὶ τὸ τρίγωνον τοῦ εἰκοσαέδρου τοῦ εἰς τὴν αὐτὴν σφαῖραν ἐγγεγραμμένου τῷ δωδεκαέδρῳ, ὥστε 10 ἡ $ΑΑ$ ἐκ τοῦ κέντρου ἐστὶν τοῦ κύκλου τοῦ περιλαμβανόντος τὸ τρίγωνον τοῦ εἰκοσαέδρου, ἡ δὲ $ΚΑ$ ἡ ἀπὸ τοῦ κέντρου τῆς σφαίρας ἐπ' αὐτὸν κάθετος, ἡ δὲ $ΚΑ$ ἡ ἐκ τοῦ κέντρου τῆς σφαίρας, ἀλλὰ καὶ τὸ $HΘΔ$ τρίγωνον ὁμοίως ἐστὶν λαμβανόμενον [διὸ δὴ καὶ ὅμοιον ἐστὶν τῇ 15 $ΚΑΑ$ τριγώνῳ. ὥς γὰρ ἡ τῆς σφαίρας διάμετρος τῆς περιλαμβανούσης τὸ δωδεκαέδρον πρὸς τὴν $ΑΑ$, οὕτως ἡ τῆς σφαίρας τῆς περιλαμβανούσης τὸ εἰκοσαέδρον πρὸς τὴν $ΔΘ$. ἀλλὰ καὶ ὥς ἡ τοῦ τριγώνου ἰσοπλεύρου πλευρὰ τοῦ ἐγγεγραμμένου εἰς τὸν κύκλον τὸν δεχόμενον τὸ τρίγωνον 20 τοῦ εἰκοσαέδρου καὶ τὸ πεντάγωνον τοῦ δωδεκαέδρου πρὸς τὴν $ΑΑ$, οὕτως ἡ $ΕΔ$ πρὸς $ΔΘ$. καὶ ὥς ἄρα ἡ $ΚΑ$ ἐκ κέντρου σφαίρας πρὸς $ΑΑ$, οὕτως ἡ $HΔ$ ἐκ κέντρου σφαίρας πρὸς $ΔΘ$. καὶ ὁρῶναι εἰσιν αἱ πρὸς τοῖς $Α$ $Θ$ γωνίαι· ὅμοιον ἄρα τὸ $ΑΚΑ$ τρίγωνον τῇ $ΔΗΘ$ τριγώνῳ], 25 καὶ ἐπεὶ πάλιν ἐδείχθη ἐν τῇ ιδ' θεωρήματι τῶν προγρα-

1. $\xi\gamma\omicron\nu'$ add. B(S) 5. ἐπὶ S, ἐπεὶ AB 7. ιβ' Co, $\overline{I\Gamma}$ AB, τρισκαδικάτῳ S 8. 9. πεντάγωνον — καὶ τὸ add. Co 9. 10. τοῦ — ἐγγεγραμμένου S, τῶν — ἐγγεγραμμένου AB ol, ut videtur, cod. Co, τῶν — ἐγγεγραμμένων conl. et τῷ δωδεκαέδρῳ del. Co 15. διὸ δὴ — 25. $\overline{ΑΗΘ}$ τριγώνῳ interpolatori tribuit Hu 15. διὸ Paris. 2363, διὸ ὁ A, δὲ ὁ (sic) B, δύο S 19. ἀλλὰ καὶ ὥς ABS, ὥς δὲ Ki ἰσοπλεύρου villose interpolator, cum id aut omitti tamquam consentaneum aut ante τριγώνου poni oportuerit 20. τὸ δεχόμενον AB, corr. S 22. πρὸς τὴν $\overline{αλ}$ S, πρὸς τὴν $\overline{αγ}$ | τὴν $\overline{ΑΑ}$ A(B) 23. σφαῖρας — κέντρου add. A² in marg. (BS) ἡ $\overline{HΔ}$ Co pro ἡ $\overline{ΕΔ}$ 24. τοῖς $\overline{ΔΘ}$ AB¹, distinx. B²S 26. ἐν τῷ $\overline{ΑΒ}$, ἐν τῷ τετάρτῳ S, corr. Co

LXIII. Icosaedrum maius est dodecaedro.

Prop.
55

Sit enim dodecaedri pentagonum $\alpha\beta\gamma$ et icsaedri eandem superficiem habentis triangulum $\delta\epsilon\zeta$, et a centrīs sphaerarum polyedra comprehendentium ad plana $\alpha\beta\gamma$ $\delta\epsilon\zeta$ ducantur perpendiculares $\alpha\lambda$ $\eta\vartheta$, et iungantur $\alpha\alpha$ $\alpha\lambda$ $\eta\delta$ $\delta\vartheta$. Iam

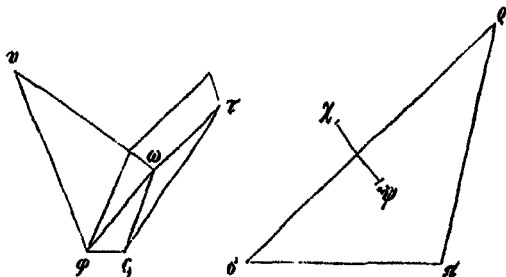


quia superiore lemmate 42 demonstravimus eundem circum et dodecaedri pentagonum et icsaedri in eandem sphaeram inscripti triangulum comprehendere, itaque circulus, cuius radius $\alpha\lambda$, non solum pentagonum $\alpha\beta\gamma$, sed etiam icsaedri in eandem sphaeram inscripti triangulum (quod quidem simile est triangulo $\delta\epsilon\zeta$) recipit, et $\alpha\lambda$ perpendicularis ex centro sphaerae ad eum circum ducta, et $\alpha\alpha$ sphaerae radius est, et triangulum $\eta\vartheta\delta$ prorsus similiter constructum est¹⁾, tum quia superiore lemmate 44 demonstravimus esse

1) Sequitur in Graecis demonstratio quaedam hunc in modum interpretanda "quapropter triangulum $\eta\vartheta\delta$ simile est triangulo $\alpha\lambda\alpha$; nam ut sphaerae dodecaedrum comprehendentis diametrus ad $\alpha\lambda$, ita est sphaerae icsaedrum comprehendentis ad $\delta\vartheta$. Sed ut latus trianguli aequaliteri, quod in circumlo qui et icsaedri triangulum et dodecaedri pentagonum recipit inscribitur, ad $\alpha\lambda$, ita est $\epsilon\delta$ ad $\delta\vartheta$; ergo etiam ut sphaerae radius $\alpha\alpha$ ad $\alpha\lambda$, ita est sphaerae radius $\eta\delta$ ad $\delta\vartheta$. Et anguli λ ϑ recti sunt; ergo $\Delta \alpha\lambda\alpha \sim \Delta \delta\eta\vartheta$ ". Vera haec quidem sunt, sed langida et cum taedio verbosa; ac vero ipse Pappus superioribus verbis ἐπεὶ οὖν ἐδεῖ(χθῆναι — ὁμοίως ἐστὶν λαμβανόμενον satis superque similia esse trianguia $\alpha\lambda\lambda$ $\delta\eta\vartheta$ significavisse videtur; quapropter nos ista quae seclusimus ab interpolatore addita esse censemus.

φομένων· ὅτι εἴκοσι τρίγωνα τὰ $\Delta ΕΖ$, τοντέστιν δώδεκα πεντάγωνα τὰ $ΑΒΓ$, μείζονά ἐστιν εἴκοσι τριγώνων τῶν ἐγγραφομένων εἰς τὸν κύκλον τὸν περιλαμβάνοντα τὸ $ΑΒΓ$ πεντάγωνον, φανερόν ὡς καὶ ἡ περὶ τὸ $\Delta ΕΖ$ τρίγωνον κύκλος μείζων ἐστὶν τοῦ περὶ τὸ $ΑΒΓ$ πεντάγωνον· ὥστε⁵ καὶ ἡ $\Delta Θ$ μείζων ἐστὶν τῆς $ΑΑ$, καὶ ἐστὶν ὅμοια τὰ $\Delta ΗΘ$ $ΑΚΑ$ τρίγωνα· ὡς ἄρα ἡ $\Delta Θ$ πρὸς $ΘΗ$, οὕτως ἡ $ΑΑ$ πρὸς $ΑΚ$, καὶ ἐναλλάξ ὡς ἡ $\Delta Θ$ πρὸς $ΑΑ$, ἡ $ΗΘ$ πρὸς $ΚΑ$. μείζων δὲ ἡ $\Delta Θ$ τῆς $ΑΑ$ · μείζων ἄρα καὶ ἡ $ΗΘ$ τῆς $ΚΑ$. καὶ τὸ τρίτον ἄρα τῆς $ΗΘ$ τοῦ τρίτου τῆς¹⁰ $ΚΑ$ μείζον ἐστὶν. καὶ ἐστὶν τὸ μὲν εἰκοσάεδρον εἴκοσι τρίγωνα τὰ $\Delta ΕΖ$ ἐπὶ τὸ τρίτον τῆς $ΗΘ$, τὸ δὲ δωδεκάεδρον ἐστὶν δώδεκα πεντάγωνα τὰ $ΑΒΓ$ ἐπὶ τὸ τρίτον τῆς $ΚΑ$. καὶ ὑπόκειται ἅ' τρίγωνα τὰ $\Delta ΕΖ$ ἑβ' πενταγώνοις τοῖς $ΑΒΓ$ ἴσα· μείζων ἄρα τὸ εἰκοσάεδρον τοῦ δωδεκαέδρου.¹⁵

102 ξδ'. Τὸ δωδεκάεδρον τοῦ ὀκταέδρου μείζον ἐστὶν.



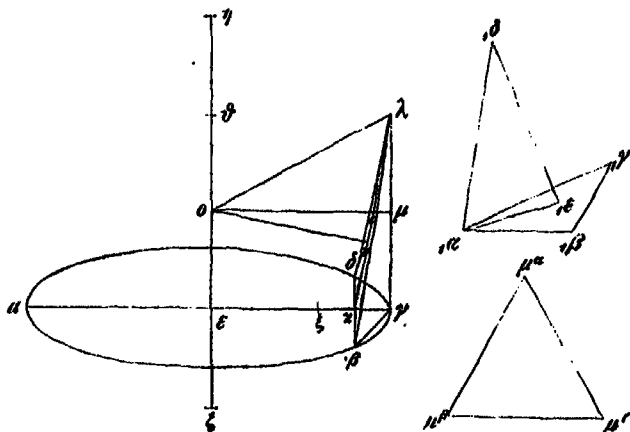
Ἐστω δωδεκάεδρον μὲν πεντάγωνον τὸ $ΦCΓ$ καὶ κά-
θετος ἡ $ΥΩ$ ἀπὸ τοῦ κέντρου τῆς σφαίρας τῆς περιλα-
μβανούσης τὸ δωδεκάεδρον ἐπὶ τὸ $ΦCΓ$ πεντάγωνον ἡγμένη,

1. δώδεκα BS , ἑβ' Λ 3. 4. τὸ $\overline{AB}$ πεντάγωνον AB , corr. S
4. τρίγωνον add. K κύκλον AB , corr. S 5. post πεντάγωνον
repetunt $\overline{AB}$ (B² in marg.), sed id in Λ expunctum 6. ἡ ΔH
 $C\alpha$ pro ἡ ΔE post μείζων ἐστὶν add. ἡ AB cod. $C\alpha$, del. S $C\alpha$
10. τῆς $ΑΑ$ καὶ τὸ τρίγωνον ἄρα ABS , corr. $C\alpha$ 12. ἐπίτερον τῆς

12 pentagona $\alpha\beta\gamma$ maiora 20 triangulis eidem circulo inscriptis, id est *ex hypothesi* 20 triangula $\delta\epsilon\zeta$ maiora 20 triangulis circulo, qui pentagonum $\alpha\beta\gamma$ comprehendit, inscriptis, apparet circulum, qui est circa triangulum $\delta\epsilon\zeta$, maiorem esse eo, qui est circa pentagonum $\alpha\beta\gamma$. Ergo etiam radius $\delta\vartheta$ maior est quam $\alpha\lambda$. Et similia sunt triangula $\delta\vartheta\eta$ $\alpha\lambda\kappa$; ergo $\delta\vartheta : \vartheta\eta = \alpha\lambda : \lambda\kappa$, et vicissim $\delta\vartheta : \alpha\lambda = \vartheta\eta : \lambda\kappa$. Sed est $\delta\vartheta > \alpha\lambda$; ergo etiam $\vartheta\eta > \lambda\kappa$, itemque $\frac{1}{2} \vartheta\eta > \frac{1}{2} \lambda\kappa$. Atqui icosaedrum æquale est prismati, cuius basis = 20 $\Delta \delta\epsilon\zeta$ altitudoque $\frac{1}{2} \vartheta\eta$, dodecaedrum autem prismati, cuius basis = 12 pentag. $\alpha\beta\gamma$ = 20 $\Delta \delta\epsilon\zeta$ altitudoque $\frac{1}{2} \lambda\kappa$; ergo icosaedrum maius est dodecaedro.

LXIV. Dodecaedrum octaedro maius est.

Prop.
56



Sit dodecaedri pentagonum $\varphi\zeta\tau$, ad quod a centro sphaerae dodecaedrum comprehendentis ducatur perpendicularis $\nu\omega$, et iungantur $\omega\varphi$ $\omega\zeta$ $\omega\tau$ $\nu\varphi$; octaedri autem ae

$\overline{H\Theta}$ τὸ δωδεκάεδρον ABS, corr. Ei auctore Co 43. δαίκεα BS, $\overline{IB}$
A 44. α' Hu auctore Co, $\overline{EK}$ AB(S), εἴκοσι Ei 46. $\xi\delta\omega\nu$ add.
B(S) 17. τὸ $\overline{\Phi\zeta\tau}$ Hu, τὸ $\overline{\Phi\gamma\tau}$ ABS, τὸ $\zeta\phi\tau$ Ei 49. ἐπὶ τὸ
 $\phi\gamma\tau$ AB, ἐπὶ τὸ $\omega\phi\tau$ S, ἐπὶ τὸ $\zeta\phi\tau$ Ei

καὶ ἐπεξεύχθωσαν αἱ ΩΦ ΩΖ ΩΤ ΥΦ, ὑπετάδρου δὲ τρίγωνον τὸ ΣΠΙ ἔστω, καὶ ὁμοίως ἡ ΧΨ κάθετος, ἣν δαὶ ἐλάσσονα δεῖξαι τῆς ΥΩ καθέτου.

- 103 Ἐκκείσθω δὲ καὶ τὸ ληφθὲν θεωρημα εἰς τὴν σύγκρισιν τοῦ εἰκοσαέδρου καὶ ὑπετάδρου [οὗ σημεῖον ἀστήρ],⁵ δι' οὗ ἐδείχθη δώδεκα τὰ ἀπὸ ON μείζονα πάντα τῶν ἀπὸ ΒΔ. ἔστω δὲ καὶ τὸ ΑΒΓ τρίγωνον εἰκοσαέδρου, καὶ κάθετος ἀπὸ τοῦ Α ἢ ΑΕ, ὡς ἐν τῷ προκειμένῳ θεωρήματι. ὅμοιον ἄρα τὸ ΥΦΩ τῷ τε ΑΑΕ τριγώνῳ καὶ τῷ ONΑ [καὶ ἰβ' τὰ ἀπὸ ΑΕ μείζονα ε' τῶν ἀπὸ¹⁰ ΒΓ, ταυτέστιν ἰβ' τὰ ἀπὸ ΥΩ μείζονα ε' τῶν ἀπὸ ΓΤ.] ἐπεὶ οὖν διὰ τοῦ ις' λημματίου ἐδείχθη ὅτι, ἐὰν ἡ τρίγωνον ἰσοσκελὲς ὡς τὸ ΓΩΤ ἔχον τὴν πρὸς τῷ Ω γωνίαν τεσσάρων πέμπτων ῥοθῆς καὶ ἰσοπλευρον ἴσον αὐτῷ ὡς τὸ Μ^αΜ^βΜ^γ, τὸ ἀπὸ Μ^αΜ^β πρὸς τὸ ἀπὸ ΓΩ ἐλάσσονα¹⁵ λόγον ἔχει ἥπερ εὐθείας ἄκρον καὶ μέσον λόγον τεινομένης τὸ ἀπὸ τῆς ὕλης πρὸς τὸ πεντάκις ἀπὸ τῆς ἐλάσσονος, καὶ ἡ ΕΓ εὐθεῖα ἄκρον καὶ μέσον λόγον τέμνεται κατὰ τὸ Ξ, τὸ ἄρα ἀπὸ τῆς ΕΓ πρὸς τὸ πεντάκις ἀπὸ

1. αἱ ὡφω ω τ ΥΦ Α, distinx. BS, ΩΖ corr. Hu (Ως Εἰ)
 3. κάθετος AB, corr. S 5. οὗ σημείον ἀστήρ interpolatori tribuit Co 6. δώδεκα S, $\overline{TB}$ A, δώδεκα expunctum et ἰβ' prima manu B 7. ἔστω — 44. ἀπὸ ΓΤ om. Eἰ 7. τὸ ΑΒΓ Hu, τὸ $\overline{XBC}$ ABS (nisi quod τὸ om. S) 8. τοῦ $\overline{AC}$ ὡς ἐν Α(Σ), τοῦ $\overline{OC}$ ὡς ἐν B, corr. Hu auctore Co 9. τοῦ $\overline{C\omega}$ τῷ τε $\overline{AE}$ τριγώνῳ Α, τοῦ $\overline{C\omega}$ τῷ τε $\overline{AE}$ τριγώνῳ Β, τὸ $\overline{C\omega}$ τῷ τε $\overline{OC}$ τριγώνῳ S, τῷ τε $\overline{AE}$ corr. Hu (τῷ τε $\overline{AE}$ voluit Co) 10. 44. καὶ ἰβ' — ἀπὸ ΒΓ] "vera haec quidem sunt, sed quid ad demonstrationem conferant, non video" Co 10. $\overline{TB}$ τὸ ἀπὸ $\overline{AC}$ μείζονα Α(Β), δώδεκα ἄρα τὰ ἀπὸ $\overline{OC}$ μείζονα ο Paris. 2368 descripsit Waltzius, ἰβ' τὰ ἀπὸ $\overline{OC}$ μείζονα SV, corr. Hu auctore Co 10. 44. τῶν ἀπὸ $\overline{BC}$ ABS, corr. Hu auctore Co 11. ταυτέστιν — ἀπὸ ΓΤ] "corrupta haec sunt, ut optior, neque enim vera; quare si quis ea una cum antedictis de medio tollat, fortasse non errabit" Co ε Α, πεντάκις B, πέντε S ἀπὸ ΓΤ Hu, ἀπὸ ΩΦ ABS Co 13. ὡς τοῦ ωτ AB, ὡς τὸ ωτ S, corr. Hu (ὡς τὸ $\overline{C\omega}$ Eἰ) τῷ ω S, τὸ $\overline{C\omega}$ Α' B, τὸ $\overline{C\omega}$ Α² 13. ἀπὸ ΓΩ Hu, ἀπὸ $\overline{C\omega}$ ABS (ἀπὸ $\overline{C\omega}$ Eἰ) 13. ἡ ΕΓ Co pro ἡ Ε'.

qualem superficiem habentis triangulum sit $\sigma\eta\pi$, et similiter ducatur perpendicularis $\chi\psi$, quam quidem minorem esse recta $\nu\omega$ demonstrare oportet.

Exponentur praeterea et figura lemmatis ad comparationem icosaedri et octaedri *præmissi* (propos. 43), quo demonstravimus esse $12 \sigma\tau^2 > 5 \beta\delta^2$, et triangulum $\alpha\beta\gamma$ icosaedri in sphaeram, cuius radius est $\nu\phi$, inscripti, atque a centro δ ducatur perpendicularis $\delta\epsilon$ iungunturque $\delta\alpha$, $\delta\epsilon$, ut est in superiore theoremate (propos. 55); ergo similia sunt triacula $\nu\phi\omega$, $\delta\alpha\epsilon$ $\sigma\lambda\tau$. Iam quia lemme 16 ostendimus, si sit triangulum aequicrurum, velut $\zeta\eta\tau$, cuius ad ω angulus sit quattuor quintarum partium recti, eique aequale triangulum aequilaterum, velut $\mu^4\mu^3\mu^1$, quadratum $\alpha^4\mu^1$ ad quadratum ab $\omega\zeta$ minorem proportionem habere quam, si recta quaedam extrema ac media proportionem secetur, quadratum a tota ad quintuplum quadratum a minore parte, et recta $\epsilon\gamma$ extrema ac media proportionem secuta est in puncto ξ (supra p. 427), est igitur

* Quam ad finem triacula $\alpha\beta\gamma$, $\delta\alpha\epsilon$ constructa sint, primo oculorum obtutu non satis liquet, ideoque non iniuria forsitan et hoc loco verba $\epsilon\sigma\tau\omega \delta\epsilon \kappa\alpha\iota \epsilon\sigma\tau.$ et infra p. 468, 4 sq. $\tau\omicron\upsilon\tau\epsilon\sigma\tau\epsilon\iota\iota \rho\epsilon^1 \tau\acute{\alpha} \acute{\alpha}\pi\omicron \epsilon\iota\epsilon \tau\acute{\alpha} \acute{\alpha}\pi\omicron \epsilon\iota\epsilon$, $\epsilon\lambda$ ab Eisenmanno omissa esse videantur. Sed accuratius insipientibus hoc Graeco scriptori propositum fuisse apparet, ut figurae quaedam in sphaeris inaequalibus, quarum radii $\nu\phi$, $\sigma\lambda$, descriptae inter se comparerentur. Iam ex hypothesis sphaerae $\nu\phi$ circulus $\phi\zeta\tau$ dodecaedri pentagonum, et ex constructione (propos. 43) sphaerae $\sigma\lambda$ circulus $\lambda\delta\beta$ icosaedri triangulum comprehendit. Atqui propter propos. 48 circulus qui dodecaedri pentagonum, idem etiam icosaedri triangulum in eandem sphaeram inscripti, et vice versa recipit. Ergo comparari inter se poterant aut pentagonum $\phi\zeta\tau$ et pentagonum circulo $\lambda\delta\beta$ inscriptum, aut triangulum circulo $\phi\zeta\tau$ inscriptum et triangulum $\lambda\delta\beta$. Quorum alterum scriptor similiter atque in propos. 55 praetulit. Scilicet illud $\alpha\beta\gamma$ icosaedri triangulum propter propos. 48 simile et aequale est ei quod circulo $\phi\zeta\tau$ inscribitur. Iam ex similitudine triangulorum $\alpha\beta\gamma$, $\lambda\delta\beta$ eodem modo atque in propos. 55 evincitur triacula quoque $\delta\alpha\epsilon$ $\sigma\lambda\tau$ similia esse, tum separatim concluditur triacula quoque $\nu\phi\omega$, $\delta\alpha\epsilon$ similia esse (quae quidem etiam aequalia sunt), denique esse $\Delta \nu\phi\omega \sim \Delta \sigma\lambda\tau$. Quae omnia ex veterum mathematicorum usu vix brevius absolvi poterant.

ΕΓ' μείζονα λόγον ἔχει ἥπερ τὸ ἀπὸ $M^{\alpha}M^{\beta}$ πρὸς τὰ ἀπὸ
 QΩ, τουτέστιν τὸ πεντεκαίδεκάκις ἀπὸ $M^{\alpha}M^{\beta}$ πρὸς τὸ
 πεντεκαίδεκάκις ἀπὸ QΩ. καὶ ἀπὸ ἔχομεν ἡ τρίγωνα τὰ
 ΣΡΗ ἴσα ἰσὺ πενταγώνοις τοῖς ΦQT, τουτέστιν ἔ
 τρίγωνοις τοῖς QΩΤ, ὥστε καὶ δύο τρίγωνα τὰ ΣΡΗ ἴσα ἔστιν
 ἰς τρίγωνοις τοῖς QΩΤ, τουτέστιν ἰς τοῖς $M^{\alpha}M^{\beta}M^{\gamma}$,
 ὥστε καὶ τὸ δις ἀπὸ ΣΠ ἴσον ἔστιν τῷ πεντεκαίδεκάκις
 ἀπὸ $M^{\beta}M^{\gamma}$, τὸ ἄρα ἀπὸ τῆς ΕΓ' πρὸς τὸ πεντάκις ἀπὸ
 τῆς ΕΓ' μείζονα λόγον ἔχει ἥπερ δύο τὰ ἀπὸ ΣΠ πρὸς τὸ
 πεντεκαίδεκάκις ἀπὸ ΩΦ (ἴση γὰρ ἔστιν ἡ ΩQ τῇ ΩΦ). 10
 δύο δὲ τὰ ἀπὸ ΣΠ ἰσὺ ἔστιν τὰ ἀπὸ ΧΨ, ὡς ἐδείχθη ἐν
 τῇ συγκρίσει τοῦ κύβου καὶ ὀκταέδρου· τὸ ἄρα ἀπὸ τῆς
 ΕΓ' πρὸς τὸ πεντάκις ἀπὸ ΕΓ' μείζονα λόγον ἔχει ἥπερ ἰσὺ
 τὰ ἀπὸ ΧΨ πρὸς ἰς τὰ ἀπὸ ΩΦ. καὶ ἔστιν ἴση ἡ ΕΚ
 τῇ ΚΓ· τὸ ἄρα ἀπὸ τῆς ΕΓ' πρὸς τὸ εἰκοσάκις ἀπὸ τῆς 15
 ΚΓ' μείζονα λόγον ἔχει ἥπερ ἰσὺ τὰ ἀπὸ ΧΨ πρὸς ἰς τὰ
 ἀπὸ ΩΦ· ὥστε καὶ λς' τὰ ἀπὸ ΕΓ', τουτέστιν λς' τὰ ἀπὸ
 ΓΑ, πρὸς ψκ' τὰ ἀπὸ ΓΚ μείζονα λόγον ἔχει ἥπερ ἰσὺ τὰ
 ἀπὸ ΧΨ πρὸς ἰς τὰ ἀπὸ ΩΦ. ἀλλ' ὡς μὲν ἡ ΓΑ πρὸς
 ΓΚ, ἡ ΑΜ πρὸς ΙΜ, ὡς δὲ ἡ ΑΜ πρὸς ΜΙ, ἡ ΟΝ πρὸς 20
 ΝΙ· ὥστε καὶ λς' τὰ ἀπὸ ΟΝ πρὸς ψκ' τὰ ἀπὸ ΝΙ, τουτέ-
 στιν π' τὰ ἀπὸ ΙΑ (τριπλασία γὰρ ἐν τῷ ζ' λήμματι
 ἐδείχθη ἡ ΙΑ τῆς ΙΝ), τουτέστιν κ' τὰ ἀπὸ ΚΔ, τουτέστιν
 ἰς' τὰ ἀπὸ ΒΔ (ἐπίτετος γὰρ ἡ ΒΔ τῆς ΚΑ δυνάμει),
 μείζονα λόγον ἔχει ἥπερ ἰσὺ τὰ ἀπὸ ΧΨ πρὸς ἰς τὰ ἀπὸ 25
 ΩΦ· ὥστε καὶ ἰς' τὰ ἀπὸ ΟΝ πρὸς ε' τὰ ἀπὸ ΒΔ μεί-
 ζονα λόγον ἔχει ἥπερ ἰσὺ τὰ ἀπὸ ΧΨ πρὸς ἰς τὰ ἀπὸ

1. 3. ἀπὸ QΩ recte hoc loco ac similiter posthac ABS (ἀπὸ ζΩ
 Rb) 2. 3. πεντεκαίδεκάκις utroque loco S, ἰ καὶ δεκάκις AB priore,
 πεντάκις καὶ δεκάκις altero loco 3. καὶ ἐπιεχομένη τρίγωνα A(B),
 corr. S 3. 4. τὰ ΣΡΗ Co pro τὰ σρπ 4. ἴσαι AB, corr. S
 5. 6. τὰ ΣΡΗ — τοῖς QΩΤ om. S 5. τὰ σρ ἴσα A(B), corr. B
 auctore Co ἔστιν εἰ S, τρίγωνοις om. B 6. τὸ ἄρα B auctore Co
 pro τοῦ ἄρα 12. τὸ ἄρα — 12. τῇ ΚΓ om. S B 17. καὶ λς' τὰ ἀπὸ
 ΕΓ' AB, καὶ ὄQ τὸ ἀπὸ εἰ Paris. 3368, καὶ ὄι τὸ ἀπὸ εἰ S, καὶ ὄQ τὸ

$\epsilon\gamma^2 : 5 \xi\gamma^2 > \mu^{\alpha}\mu^{\beta 2} : \omega\zeta^2$, id est
 $> 15 \mu^{\alpha}\mu^{\beta 2} : 15 \omega\zeta^2$. Et quia *ex hypothesi*
habemus

8 $\Delta \sigma\varrho\pi = 12$ pentag. $\varphi\zeta\tau$, id est

$= 60 \Delta \zeta\omega\tau$, itaque

2 $\Delta \sigma\varrho\pi = 15 \Delta \zeta\omega\tau = 15 \Delta \mu^{\alpha}\mu^{\beta}\mu^{\gamma}$, itaque

2 $\sigma\pi^2 = 15 \mu^{\beta}\mu^{\gamma 2}$, est igitur

$\epsilon\gamma^2 : 5 \xi\gamma^2 > 2 \sigma\pi^2 : 15 \omega\varphi^2$ (est enim $\omega\zeta = \omega\varphi$). Sed
sunt $2 \sigma\pi^2 = 12 \chi\psi^2$, ut
demonstravimus in compa-
ratione cubi et octaedri
(*propos. 53*); ergo

$\epsilon\gamma^2 : 5 \xi\gamma^2 > 12 \chi\psi^2 : 15 \omega\varphi^2$. Et est $\xi\gamma = 2 \kappa\gamma$ (*supra*
p. 427); ergo

$\epsilon\gamma^2 : 20 \kappa\gamma^2 > 12 \chi\psi^2 : 15 \omega\varphi^2$; itaque etiam $36 \epsilon\gamma^2$, id
est (*p. 425*)

$36 \gamma\lambda^2 : 720 \kappa\gamma^2 > 12 \chi\psi^2 : 15 \omega\varphi^2$. Sed est (*p. 427*)

$\gamma\lambda : \kappa\gamma = \mu\lambda : \mu\epsilon$, et, quia *triangulorum orthogoniorum*
λμι ονι anguli ad verticem aequales
sunt,

$\mu\lambda : \mu\epsilon = \nu\sigma : \epsilon\nu$; itaque

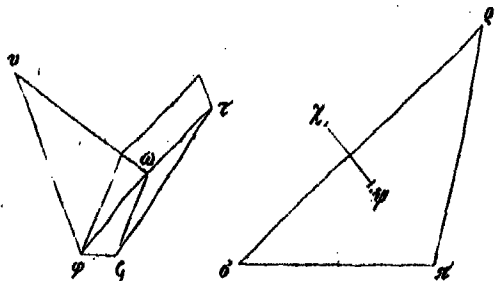
$36 \nu\sigma^2 : 720 \epsilon\nu^2 > 12 \chi\psi^2 : 15 \omega\varphi^2$. Sed, quia *lemmate*
7 (*p. 427*) demonstravimus $\epsilon\nu = \frac{1}{3} \lambda\epsilon$
 $= \frac{1}{3} \lambda\kappa$, et *triangulum βλδ aequilate-*
rum est (*p. 425*), sunt igitur $720 \epsilon\nu^2$
 $= 80 \lambda\epsilon^2 = 20 \lambda\kappa^2$; itaque, quia *prop-*
ter lemma 1 med. est $\lambda\kappa^2 : \beta\delta^2 = 3 : 4$,

$36 \nu\sigma^2 : 15 \beta\delta^2 > 12 \chi\psi^2 : 15 \omega\varphi^2$; itaque

$12 \nu\sigma^2 : 5 \beta\delta^2 > 12 \chi\psi^2 : 15 \omega\varphi^2$. Sed, quia *circuli*
circa triangulum βδλ descripti cen-

ἀπὸ εἰ V, corr. Co 32. τριπλάσιον εἰ 32. 23. ἐν τῷ δ' λήμματι
ἐδείχθη AB, τῇ τετάρτῃ λήμματι ἐδείχθη S, om. Eι, ζ' corr. Co
24. ἐκ τρίτου — δύναται in ABS post τὰ ἀπὸ ΩΦ inserta trans-
posuit Hu 25. ἥπερ τὰ $\overline{TB}$ τὰ A, sed prius τὰ expunctum
26. ὥστε Co pro τε καὶ ἡ $\overline{TB}$ AS, καὶ | καὶ ἡ β B, ἡ expunctum
in Paris. 2368 V

ΩΦ. πέντε δὲ τὰ ἀπὸ ΒΔ ἰσ' ἔστιν τὰ ἀπὸ ΝΑ, ὥς ἔστιν ἐν τῇ ιγ' τῶν στοιχείων (τὸ γὰρ κέντρον τοῦ περὶ τὸ ΒΔΑ τρίγωνον κύκλου τὸ Ν σημειὸν ἔστιν)· καὶ ἰβ' ἄρα τὰ ἀπὸ ΟΝ πρὸς ἰς τὰ ἀπὸ ΑΝ, τούτέστιν ἰβ' τὰ ἀπὸ ΔΕ πρὸς ἰς τὰ ἀπὸ ΕΑ, μείζονα λόγον ἔχει ἥπερ ἰβ' 5

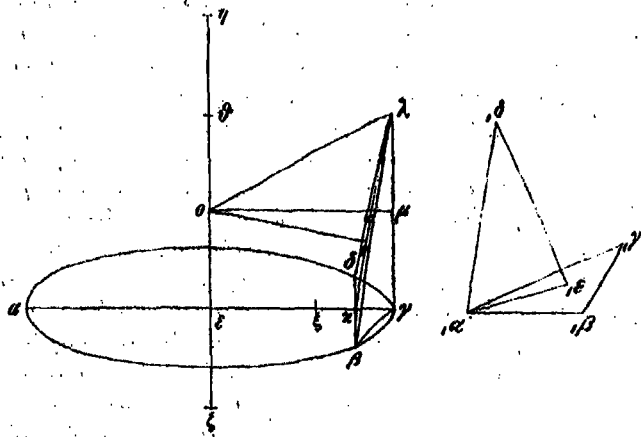


τὰ ἀπὸ ΧΨ πρὸς ἰς τὰ ἀπὸ ΩΦ. καὶ ἔστιν ὅμοιον τὸ ΔΑΕ τρίγωνον τῷ ΥΩΩ τριγώνῳ· καὶ ἰβ' ἄρα τὰ ἀπὸ ΥΩ πρὸς ἰς τὰ ἀπὸ ΩΦ μείζονα λόγον ἔχει ἥπερ ἰβ' τὰ ἀπὸ ΧΨ πρὸς ἰς τὰ ἀπὸ ΩΦ· μείζων ἄρα ἡ ΥΩ κάθετος τῆς ΧΨ καθέτου. καὶ ὑπόκειται αἱ ἐπιφάνειαι ἴσαι τῶν στερεῶν σχημάτων· μείζων ἄρα τὸ δωδεκάεδρον τοῦ δεκάεδρου.
104 ξε'. Ὅτι μὲν οὖν τῶν ε' σχημάτων τούτων ἃ δὴ καὶ πολύεδρα καλεῖται τὸ πολυεδρότερον αἰεὶ μείζον ἔστιν φανερόν ἐκ τῶν ἀποδεδειγμένων, ὅτι δὲ πλείω τῶν πέντε τοιούτων ἀδύνατόν ἐστιν εὑρεῖν ἄλλα σχήματα ἴσοις καὶ 15 ὁμοίοις ἰσοπλευροῖς πολυγώνοις περιεχόμενα μάθοι τις ἂν καὶ οὕτως.

105 Πᾶσαν στερεὰν γωνίαν ἐκ τριῶν ἐλαχίστων συνιστάναι

3. BAA add. E1 4. 5. τούτέστιν — ἀπὸ ΕΑ om. E1 ἀπὸ ΔΕ πρὸς ἰς τὰ ἀπὸ ΕΑ AB(S), corr. Hu aucloro Co 6. 7. τὸ ΔΑΕ] τὸ ΔΑΕ ἢ ε AB, τὸ ΛΟΔΟCQε S, τὸ ΟΑΝ E1, corr: Co 7. 8. τὰ ἀπὸ υω S, τὸ ἀπὸ ΥΩ A, τὸ ἀπὸ υψ B 8. 9. μείζονα — ἀπὸ ΩΦ add. Co 10. ξεον' B, ξΑ A' in marg. [S] 12. αἰεὶ Hu πρὸ πολὺ 13. ἐλαχίστων recte se habere neque vero ἐλάχιστον scribendum esse docet Euclides elem. 11, 21

trum est ν^{**}), propter elem. 43, 12
sunt $5 \beta \delta^2 = 15 \nu \lambda^2$; ergo $12 \nu \alpha^2$:
 $15 \nu \lambda^2$, id est propter triangulorum $\alpha \lambda \nu$
 $\delta, \alpha \epsilon$ similitudinem (supra p. 468)



$12 \delta, \alpha^2 : 15 \alpha, \epsilon^2 > 12 \chi \psi^2 : 15 \omega \phi^2$. Atqui triangu-
 $\delta, \alpha \epsilon$ $\nu \phi \omega$ similia sunt (supra l. c.); ergo
 $12 \omega \nu^2 : 15 \omega \phi^2 > 12 \chi \psi^2 : 15 \omega \phi^2$; itaque
 $\omega \nu > \chi \psi$.

Atqui ex hypothese superficies dodecaedri sphaerae, cuius centrum ν , et octaedri sphaerae, cuius centrum χ , inscripto-
rum aequales sunt; ergo dodecaedrum maius est octaedro.

LXV. Harum igitur quinque figurarum, quae κατ' ἔξο- Prop.
 $\chi \eta \nu$, ut aiunt, polyedra vocantur, eam semper quae plures 57
bases habeat maiorem esse ex his quae demonstravimus li-
quido apparet; at praeter has quinque figuras alias plures
aequalibus ac similibus polygonis aequilateralis comprehensas
inveniri non posse sic facile cognoscatur¹⁾.

Omnem solidum angulum ex tribus minime angulis pla-

^{**}) Theodos. sphaer. 4, 4 coroll. 2; est enim α centrum sphaerae,
in qua est circulus $\beta \delta \lambda$ (supra p. 425), et ν perpendicularis ad circulum.

1) Conf. elem. 43, 48 scholium.

γωνιῶν ἐπιπέδων ἀναγκαῖόν, καὶ αἱ περιέχουσαι αὐτάς, εἰάν
 τε τρεῖς ὦσιν εἰς τὴν πλείους, τῶν τεσσάρων ὁρθῶν ἐλάτ-
 τονές εἰσιν πάντως. ὑπὸ μὲν οὖν ἐξαγώνου γωνιῶν ἢ τινος
 εὐθυγράμμου πολυγωνοτέρου περιεχέσθην στερεὰν γωνίαν
 ἀδύνατον (αἱ γὰρ ἐλάχισται δυνάμεναι περιλαβεῖν αὐτὴν 5
 τρεῖς τεσσάρων ὁρθῶν οὐκ εἰσὶν ἐλάττους), ὑπὸ δὲ πεντα-
 γώνου τριῶν μόνων δυνατόν, ὡς καὶ συνέστηκεν ἡ τοῦ δω-
 δεκαέδρου. πάλιν δὲ τέσσαρες μὲν ἢ πλείους τετραγώνου
 γωνίαι περιέχουσιν στερεὰν γωνίαν οὐ δύναται (τεσσάρων γὰρ
 ὁρθῶν οὐκ εἰσὶν ἐλάττους), τρεῖς δὲ περιέχουσιν τὴν τοῦ 10
 κύβου. κατὰ τὰ αὐτὰ δὲ καὶ ἰσοπλεύρου τριγώνου 8 μὲν
 ἢ πλείους γωνίαι τεσσάρων ὁρθῶν οὐκ εἰσὶν ἐλάττους, καὶ
 διὰ τοῦτο στερεὰν γωνίαν οὐ περιέχουσι, πέντε δὲ καὶ
 τέσσαρες καὶ τρεῖς δύναται, καὶ περιέχεται ὑπὸ μὲν πέντε
 ἢ τοῦ εἰκοσαέδρου, ὑπὸ δὲ τεσσάρων ἢ τοῦ ὀκταέδρου, ὑπὸ 15
 δὲ τριῶν ἢ τῆς πυραμίδος. δῆλον οὖν ἐκ τῶν εἰρημνίων
 ὅτι παρὰ ταύτας οὐκ ἔστιν ἄλλη στερεὰ γωνία 8 ἴσων καὶ
 τοῦ αὐτοῦ πολυγώνου συνεστηκυῖα γωνιῶν, ὥστε οὐδὲ πο-
 λύεδρον εὑρεῖν ἄλλο παρὰ τὰ προειρημμένα πέντε δυνατόν
 ἔσται ὑπὸ ἴσων καὶ ὁμοίων πολυγώνων περιεχομένην. 20

4. γωνίαν AB, corr. S. 4. post πολυγωνοτέρου add. του Α, του BS, del. E. περιεχέσθην S, περιέχεται E. 6. πενταγώνου H, πενταγώνων ABS, πένταγώνου γωνιῶν E. 7. μόνων H, μινων A(B), μόνων S. E. 18. τοῦ αὐτοῦ E. pro τὰ τοῦ. 20. in fine add. παππου ἀλεξανδρείας συναγωγῆς ε περιέχει δε συγκρίσεις τῶν ἴσων περιμέτρων ἔχόντων των ἐπιπέδων σχημάτων προσαλληλὰ τε καὶ τῶν κύκλων καὶ συγκρίσεις των ἴσων ἐπιφανείων ἔχόντων πρὸς ἀλλήλα τε καὶ τ' ἀνωμαλὰ K³ (τέλος τοῦ πέμπτου τῆς πάππου τοῦ ἀλεξανδρείας συναγωγῆς B, τέλος τοῦ ε' τῆς συναγωγῆς πάππου S)

nis constare necesse est (*elem. 11 defin. 11*), et anguli *plani* qui *solidum* comprehendunt, sive tres sunt sive plures, utique quattuor rectis minores sunt (*elem. 11, 21*). Iam vero neque hexagoni angulis neque ullius figurae rectilineae plures angulos habentis angulus solidus comprehendere potest (nam tres minimi, qui continere possint, scilicet *tres hexagoni anguli*, non sunt minores quattuor rectis); at pentagoni tres anguli per se *solidum angulum* comprehendere possunt, atque id quidem fit in dodecaedro. Rursus *pentagoni aut quadrati* quattuor pluresve anguli *solidum angulum* comprehendere non possunt (neque enim minores sunt quattuor rectis); at *tres anguli quadrati* comprehendunt cubi *angulum*. Eadem denique ratione sex pluresve trianguli aequilateri anguli, quia non sunt minores quattuor rectis, *angulum solidum* non comprehendunt; at quinque vel quattuor vel tres possunt, et *angulis* quidem quinque icosaedri *angulus*, quattuor octaedri, tribus pyramidis *angulus* continetur. Ex his igitur quae exposuimus apparet praeter hos nullum alium *solidum angulum* esse, qui ex aequalibus et ad idem polygonum pertinentibus angulis constet; ergo praeter illa quinque quae diximus polyedra nullum aliud quod aequalibus ac similibus polygonis comprehendatur inveniri posse.
