

Apostila Resumida: Tópicos de cálculo vetorial.

Analogias e aplicações de teoremas integrais.

Teoremas de Integrais Múltiplas

Nome	Fórmula	Explicação
Teorema de Fubini	$\int_a^b \int_c^d f(x,y) \, dy \, dx = \int_c^d \int_a^b f(x,y) \, dx \, dy$	Permite calcular uma integral dupla como uma sequência de integrais iteradas, trocando a ordem de integração, desde que a função seja integrável.
Teorema de Green	$\oint_C \mathbf{F} \cdot d\mathbf{r} = \iint_R \left(\frac{\partial Q}{\partial x} - \frac{\partial P}{\partial y} \right) \, dx \, dy$	Relaciona uma integral de linha ao redor de uma curva fechada com uma integral de superfície sobre a região delimitada pela curva, em duas dimensões.
Teorema de Stokes	$\oint_C \mathbf{F} \cdot d\mathbf{r} = \iint_S (\nabla \times \mathbf{F}) \cdot d\mathbf{S}$	Generaliza o Teorema de Green para três dimensões, relacionando uma integral de linha ao longo da borda de uma superfície com o rotacional do campo vetorial.
Teorema da Divergência (Gauss)	$\iint_S \mathbf{F} \cdot d\mathbf{S} = \iiint_V (\nabla \cdot \mathbf{F}) \, dV$	Relaciona o fluxo de um campo vetorial através de uma superfície fechada com a integral da divergência do campo em um volume delimitado por essa superfície.
Teorema Fundamental do Cálculo para Linhas	$\int_C \nabla F \cdot d\mathbf{r} = F(b) - F(a)$	Relata a variação de uma função ao longo de uma curva à integral de seu gradiente, aplicável a campos escalares.

Teoremas de Integrais Múltiplas com Analogias

Nome do Teorema	Analogia Simples
Teorema de Green	Imagine caminhar ao redor de um lago medindo o vento ao longo da costa. O teorema de Green diz que a circulação do vento ao redor do lago é igual ao fluxo do vento dentro da área do lago.
Teorema de Stokes	É como um frisbee girando no ar. A borda do frisbee descreve uma curva, e o ar que gira sobre sua superfície está relacionado à rotação do vento ao longo da borda.
Teorema da Divergência (Gauss)	Se você imaginar o ar escapando de um balão, o teorema da divergência diz que o ar que sai pelo balão é igual ao ar que está sendo empurrado para fora no volume do balão.
Teorema Fundamental do Cálculo para Linhas	Imagine uma caminhada em uma montanha. O teorema diz que a mudança total na altitude depende apenas do ponto de início e fim, independentemente do caminho que você tomou.