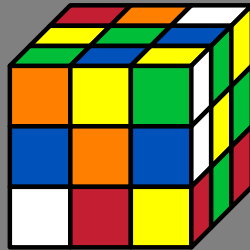

ΑΡΙΘΜΗΤΙΚΗ ΙΚΑΝΟΤΗΤΑ ΑΣΚΗΣΕΙΣ

ΒΟΗΘΗΜΑ ΣΤΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΓΙΑ ΤΙΣ ΚΥΒΕΡΝΗΤΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ



ΑΛΕΞΗΣ ΑΛΕΞΑΝΔΡΟΠΟΥΛΟΣ
ΓΙΑΝΝΗΣ ΠΑΠΑΒΑΣΙΛΕΙΟΥ

2024



Περιεχόμενα

1	Εισαγωγή	3
2	Ασκήσεις	4
2.1	Ποσοστά	4
2.2	Αναλογίες	14
2.3	Μείγματα	32
2.4	Μέσος όρος	38
2.5	Προβλήματα κίνησης	45
2.6	Συνδυαστική	50
2.7	Πιθανότητες-Σύνολα-Διαγράμματα Venn	57
2.8	Ακολουθίες	73
2.9	Ευθείες	78
2.10	Απόλυτη τιμή	83
2.11	Εξισώσεις-Συστήματα	85
2.12	Διαιρετότητα	96
2.13	Γεωμετρία	101
2.14	Λογική	108
2.15	Συναρτήσεις	110
2.16	Άλλα προβλήματα	113

οπότε θα υφάνουμε $x = 50$ μέτρα υφάσματος. Σωστή απάντηση το 4. □

Άσκηση 28. Τρεις εκτυπωτικές μηχανές A, B και Γ , όταν εργάζονται μαζί μπορούν να πραγματοποιήσουν μια συγκεκριμένη εργασία εκτύπωσης σε 12 ώρες. Εάν οι B και Γ εργάζονται μαζί, μπορούν να κάνουν την ίδια δουλειά σε 16 ώρες. Κάθε εκτυπωτική μηχανή εργάζεται με τον δικό της σταθερό ρυθμό. Πόσες ώρες θα χρειαζόταν η A προκειμένου να κάνει την ίδια δουλειά μόνη της?

1. 2

2. 50

3. 24

4. 48

5. 54

Λύση. Αν εργαστούν ταυτόχρονα οι εκτυπωτικές μηχανές A, B και Γ χρειάζονται 12 ώρες προκειμένου να ολοκληρώσουν την εργασία. Επομένως, κάθε ώρα ολοκληρώνουν το $\frac{1}{12}$ της εργασίας. Αν εργαστούν ταυτόχρονα οι εκτυπωτικές μηχανές B και Γ χρειάζονται 16 ώρες προκειμένου να ολοκληρώσουν την εργασία. Επομένως, κάθε ώρα ολοκληρώνουν το $\frac{1}{16}$ της εργασίας. Έτσι, η μηχανή A κάθε ώρα ολοκληρώνει το

$$\frac{1}{12} - \frac{1}{16} = \frac{16 - 12}{16 \cdot 12} = \frac{4}{16 \cdot 12} = \frac{1}{4 \cdot 12} = \frac{1}{48}$$

της εργασίας. Άρα για να ολοκληρώσει την εργασία μόνη της η A χρειάζεται 48 ώρες. Σωστή απάντηση είναι το 4. □

Άσκηση 29. Αν το μισό ενός αριθμού είναι ίσο με το $\frac{1}{5}$ ενός άλλου αριθμού, τότε ο λόγος αυτών των αριθμών είναι:

1. 0.04

2. 0.2

3. 2

4. 0.4

5. 0.5

Λύση. Ας ονομάσουμε τους δύο αριθμούς x και y . Τότε

$$\frac{x}{2} = \frac{1}{5} \cdot y \Leftrightarrow 5x = 2y \Leftrightarrow \frac{x}{y} = \frac{2}{5} = 0.4$$

Άσκηση 91. Στην αστυνομική ακαδημία Κύπρου 80 σπουδαστές παρακολουθούν μάθημα εγκληματολογίας, 20 σπουδαστές παρακολουθούν μαθήματα τεχνολογικής ανάπτυξης και 15 σπουδαστές παρακολουθούν μαθήματα πληροφορικής. Από αυτούς, 10 σπουδαστές παρακολουθούν εγκληματολογία και πληροφορική, 8 τεχνολογική ανάπτυξη και πληροφορική, 5 εγκληματολογία και τεχνολογική ανάπτυξη και 3 και τα τρία θέματα. Όλοι οι σπουδαστές στο σύνολο είναι:

1. 105

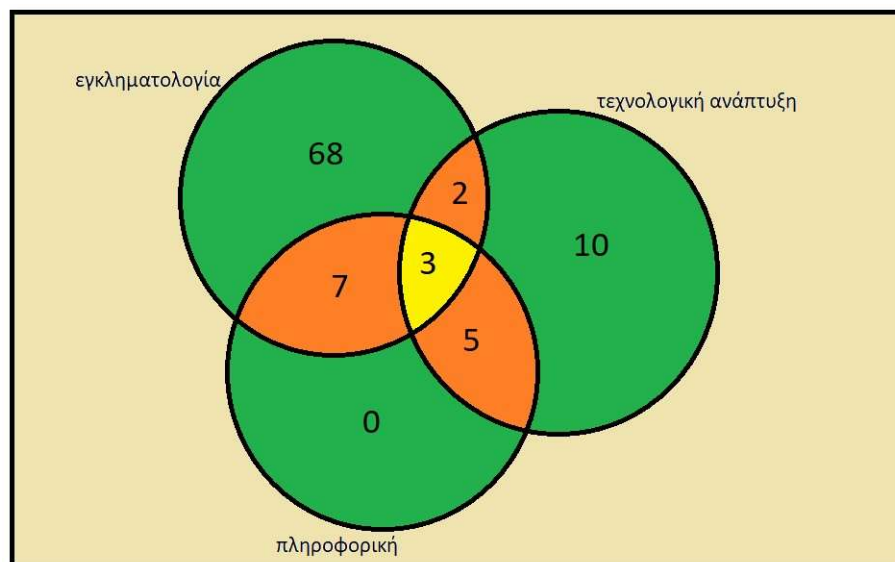
2. 95

3. 115

4. 130

5. 138

Λύση. Α' τρόπος: Μεταφέρουμε τα δεδομένα της εκφώνησης στο παρακάτω σχήμα. Η συμπλήρωση πρέπει να ξεκινήσει από τα κοινά σημεία και των τριών "κύκλων" (το κίτρινο στο σχήμα) τα οποία αντιστοιχούν στους σπουδαστές που παρακολουθούν και τα τρία θέματα. Στη συνέχεια συμπληρώνουμε τα πορτοκαλί σημεία και τελευταία τα πράσινα.



Επομένως, συνολικά οι σπουδαστές είναι

$$68 + 2 + 3 + 7 + 5 + 10 = 95.$$

Άσκηση 130. Το τριπλάσιο ενός αριθμού αυξημένο κατά 2 ισούται με το διπλάσιο του αριθμού αυξημένο κατά 3. Να βρείτε τον αριθμό.

1. 1

2. 2

3. 3

4. 4

5. 5

Λύση. Έστω x ο ζητούμενος αριθμός. Έχουμε

$$3x + 2 = 2x + 3 \Leftrightarrow x = 1.$$

Επομένως, ο ζητούμενος αριθμός είναι το 1, δηλαδή σωστή απάντηση είναι το 1. □

Άσκηση 131. Το τριπλάσιο ενός αριθμού αυξημένο κατά 2 ισούται με το διπλάσιο του αριθμού αυξημένου κατά 3. Να βρείτε τον αριθμό.

1. 1

2. 2

3. 3

4. 4

5. 5

Λύση. Έστω x ο ζητούμενος αριθμός. Έχουμε

$$3x + 2 = 2(x + 3) \Leftrightarrow 3x + 2 = 2x + 6 \Leftrightarrow x = 4$$

Επομένως, ο ζητούμενος αριθμός είναι το 4, δηλαδή σωστή απάντηση είναι το 4. □

Άσκηση 132. Ένα δοχείο περιέχει 28 λίτρα γάλα. Αν αφαιρέσουμε μία ποσότητα γάλακτος από το δοχείο, τότε τα $3/11$ του γάλακτος που απομένουν είναι ίσα με την ποσότητα που αφαιρούμε. Η ποσότητα που αφαιρέθηκε είναι ίση με:

1. 10 lt

2. 8 lt

3. 6 lt

4. 24 lt

5. 12 lt