

PROGRESSÃO ARITMÉTICA (P.A.) EXERCÍCIOS COMPLEMENTARES

PROGRESSÃO ARITMÉTICA (P.A.), é uma seqüência de números reais onde cada termo, a partir do segundo, é igual ao anterior somado ou subtraído a uma mesma constante, chamada **razão**.

❖ RAZÃO DA P.A.

Dada a seqüência (4, 8, 12, 16, 20), observe que, ao subtrair cada termo, a partir do segundo, por seu antecessor, será um valor constante igual a 4.

Em outras palavras, se você fizer:

$$8 - 4 = 4, \quad \text{ou} \quad 12 - 8 = 4, \quad \text{ou} \quad 16 - 12 = 4, \quad \text{ou} \quad 20 - 16 = 4.$$

A este valor constante chamaremos de **RAZÃO DA P.A.**, e indicaremos pela letra *r*.

Assim, se tivermos uma seqüência de números reais, onde a diferença entre cada termo e o seu antecessor, a partir do segundo termo, for um valor constante (*r*), chamaremos esta seqüência de **PROGRESSÃO ARITMÉTICA (P.A.)**.

FÓRMULA DO TERMO GERAL DE UMA P.A .

A fórmula permite encontrar qualquer termo de uma **P.A.**, sem precisar desenvolvê-la completamente:

$$a_n = a_1 + (n - 1).r$$

Onde:

a_n \Rightarrow Termo geral

a_1 \Rightarrow Primeiro termo

n \Rightarrow número (quantidade) de termos

r \Rightarrow Razão da P.A .

Vamos praticar um pouco para que você saiba como utilizar esta fórmula:

EXEMPLOS:

- a)** Tomando o exemplo anterior da P.A. (3, 7, 11, 15), onde encontramos o 8º termo que é igual a 31 ($a_8 = 31$), vamos calculá-lo novamente, usando a fórmula do termo geral.

Portanto, precisamos inicialmente destacar os componentes necessários para o uso desta fórmula:

$$\begin{aligned}a_1 &= 3 \quad (\text{primeiro termo}) \\r &= 4 \quad (7 - 3) \quad \text{ou} \quad (11 - 7) \quad \text{ou} \quad (15 - 11) \\n &= 8 \quad (\text{estamos interessados no } 8^{\text{o}} \text{ termo}) \\a_n &= a_8 = ? \quad (\text{o termo que vamos calcular})\end{aligned}$$

Substituindo na fórmula temos:

$$\begin{aligned}a_n &= a_1 + (n - 1) \cdot r \\a_8 &= 3 + (8 - 1) \cdot 4 \\a_8 &= 3 + 7 \cdot 4 \quad (\text{efetuamos a subtração dentro dos parênteses}) \\a_8 &= 3 + 28 \quad (\text{efetuamos primeiro a multiplicação } 7 \cdot 4) \\a_8 &= 31 \quad (\text{O } 8^{\text{o}} \text{ termo é } 31)\end{aligned}$$

EXERCÍCIOS PROPOSTOS

- 1) Encontrar o décimo quinto termo (a_{15}) da P.A (4, 10, 16, ...).
- 2) Em uma P. A. tem-se $a_1 = 4$ e $r = 8$, calcule o décimo terceiro termo (a_{13}).
- 3) Determine o décimo segundo termo (a_{12}) da P.A. em que $a_1 = 4$ e $r = 2$.
- 4) Um corpo em queda livre percorre 3m no primeiro segundo, 12m no segundo, 21m no terceiro segundo e assim por diante. Continuando nessa seqüência, quantos metros terá percorrido após 10 segundos?

Nos exemplos a seguir vamos flexionar um pouco a fórmula do termo geral, veja :

Podemos observar que a fórmula $a_n = a_1 + (n - 1) \cdot r$ possui quatro incógnitas, mas precisamos conhecer 3 delas para poder calcular a 4^a. Observe com atenção os exemplos a seguir:

a) Para encontrar a razão (r)

Em uma P. A. temos $a_1 = 4$ e $a_{10} = 76$, encontrar a razão (r) desta P. A .

Dados do problema:

$$\begin{aligned}a_1 &= 4 \quad (\text{primeiro termo}) \\a_{10} &= 76 \quad (\text{décimo termo}) \\n &= 10 \quad (\text{Nesta P. A. , o último termo é } a_{10}, \text{ por este motivo } n = 10) \\r &= ? \quad (\text{pretendemos calcular a razão})\end{aligned}$$

Solução:

Substituindo os valores na fórmula, temos:

$$\begin{aligned}a_n &= a_1 + (n - 1) \cdot r \\a_{10} &= 4 + (10 - 1) \cdot r \quad (\text{efetuado a subtração } 10 - 1, \text{ dentro dos parênteses}) \\76 &= 4 + 9 \cdot r \quad (\text{Passamos o n.º 4, para o 1º membro da equação}) \\76 - 4 &= 9 \cdot r \quad (\text{efetuada a subtração de } 76 - 4) \\72 &= 9 \cdot r \\ \frac{72}{9} &= r \quad (\text{passamos o n.º 9 para o 1º membro da equação}) \\8 &= r \Leftrightarrow \boxed{r = 8}\end{aligned}$$

b) Para encontrar o número de termos (n)

Determinar o número de termos de uma P. A. em que $a_n = 116$ $a_1 = 4$ e $r = 8$

Dados do problema:

$$a_1 = 4 \quad (\text{primeiro termo})$$

$$r = 8 \quad (\text{razão})$$

$$a_n = 116 \quad (\text{último termo})$$

$$n = ? \quad (\text{n.º de termos que vamos calcular})$$

Solução :

Substituindo na fórmula, temos:

$$a_n = a_1 + (n - 1) \cdot r$$

$$116 = 4 + (n - 1) \cdot 8$$

$$116 - 4 = (n - 1) \cdot 8$$

$$112 = (n - 1) \cdot 8$$

$$\frac{112}{8} = n - 1$$

$$14 = n - 1$$

$$14 + 1 = n$$

$$15 = n \Leftrightarrow \boxed{n = 15}$$

c) Para encontrar o 1º termo (a_1)

Encontrar o 1º termo (a_1) de uma P.A. cuja razão $r = 6$ e $a_{17} = 103$

Dados do problema:

$$a_1 = ? \quad (\text{primeiro termo que vamos calcular})$$

$$r = 6$$

$$a_n = a_{17} = 103 \quad (\text{último termo})$$

$$n = 17 \quad (\text{último termo } a_{17} \text{ então } n = 17)$$

Solução:

Substituindo na fórmula, temos:

$$a_n = a_1 + (n - 1) \cdot r$$

$$103 = a_1 + (17 - 1) \cdot 6$$

$$103 = a_1 + 16 \cdot 6$$

$$103 = a_1 + 96$$

$$103 - 96 = a_1$$

$$7 = a_1 \Leftrightarrow \boxed{a_1 = 7}$$

EXERCÍCIOS PROPOSTOS

- 5) Qual é o 1º termo (a_1) de uma P. A. em que $a_{16} = 53$ e $r = 4$.
- 6) Determine o número de termos (n) da P. A. $(-6, -9, -12, \dots, -66)$
- 7) Numa P.A. de razão 3, o sétimo termo é 21, qual é o primeiro termo ?
- 8) Numa P.A. de razão 5, o primeiro termo é 4 e o último 44. Calcular o número de termos desta P.A.
- 9) Numa P.A. de 20 termos, o primeiro termo é 5 e a razão é 4. Determine o último termo (a_n) dessa P.A.
- 10) Calcule o último termo de uma P.A., sabendo que $a_1 = -14$, $n = 11$ e $r = 3$