C E E J A

EJA
EDUCAÇÃO DE
JOVENS E ADULTOS

MUNDO DO
TRABALHO

MATEMÁTICA

CADERNO DO ESTUDANTE

ENSINO FUNDAMENTAL
ANOS FINAIS

VOLUME 2

Nos Cadernos do Programa Educação de Jovens e Adultos (EJA) – Mundo do Trabalho/CEEJA são indicados *sites* para o aprofundamento de conhecimentos, como fonte de consulta dos conteúdos apresentados e como referências bibliográficas. Todos esses endereços eletrônicos foram verificados. No entanto, como a internet é um meio dinâmico e sujeito a mudanças, a Secretaria de Desenvolvimento Econômico, Ciência, Tecnologia e Inovação não garante que os *sites* indicados permaneçam acessíveis ou inalterados após a data de consulta impressa neste material.

Matemática : caderno do estudante. São Paulo: Secretaria de Desenvolvimento Econômico, Ciência, Tecnologia e Inovação (SDECTI) : Secretaria da Educação (SEE), 2014.
il. - - (Educação de Jovens e Adultos (EJA) : Mundo do Trabalho modalidade semipresencial, v. 2)

Conteúdo: v. 2. 7º ano do Ensino Fundamental Anos Finais.
ISBN: 978-85-8312-049-0 (Impresso)
978-85-8312-014-8 (Digital)

1. Matemática – Estudo e ensino. 2. Educação de Jovens e Adultos (EJA) – Ensino Fundamental Anos Finais. 3. Modalidade Semipresencial. I. Secretaria de Desenvolvimento Econômico, Ciência, Tecnologia e Inovação. II. Secretaria da Educação. III. Título.

CDD: 372.5

FICHA CATALOGRÁFICA
Tatiane Silva Massucato Arias – CRB-8 / 7262

GOVERNO DO ESTADO DE SÃO PAULO

Geraldo Alckmin
Governador

Secretaria de Desenvolvimento Econômico, Ciência, Tecnologia e Inovação

Nelson Luiz Baeta Neves Filho
Secretário em exercício

Maria Cristina Lopes Victorino
Chefe de Gabinete

Ernesto Mascellani Neto
Coordenador de Ensino Técnico, Tecnológico e Profissionalizante

Secretaria da Educação

Herman Voorwald
Secretário

Cleide Bauab Eid Bochixio
Secretária-Adjunta

Fernando Padula Novaes
Chefe de Gabinete

Maria Elizabete da Costa
Coordenadora de Gestão da Educação Básica

Mertila Larcher de Moraes
Diretora do Centro de Educação de Jovens e Adultos

Adriana Aparecida de Oliveira
Adriana dos Santos Cunha
Luiz Carlos Tozetto
Virgínia Nunes de Oliveira Mendes
Técnicos do Centro de Educação de Jovens e Adultos

Concepção do Programa e elaboração de conteúdos

Secretaria de Desenvolvimento Econômico, Ciência, Tecnologia e Inovação

Coordenação Geral do Projeto
Ernesto Mascellani Neto

Equipe Técnica
Cibele Rodrigues Silva, João Mota Jr. e Raphael Lebsa do Prado

Fundação do Desenvolvimento Administrativo – Fundap

Wanderley Messias da Costa
Diretor Executivo

Márgara Raquel Cunha
Diretora de Políticas Sociais

Coordenação Executiva do Projeto
José Lucas Cordeiro

Coordenação Técnica
Impressos: **Dilma Fabri Marão Pichoneri**
Vídeos: **Cristiane Ballerini**

Equipe Técnica e Pedagógica
Ana Paula Alves de Lavos, Cláudia Beatriz de Castro N. Ometto, Clélia La Laina, Elen Cristina S. K. Vaz Döppenschmitt, Emily Hozokawa Dias, Fernando Manzieri Heder, Herbert Rodrigues, Laís Schalch, Liliane Bordignon de Souza, Marcos Luis Gomes, Maria Etelvina R. Balan, Maria Helena de Castro Lima, Paula Marcia Ciacco da Silva Dias, Rodnei Pereira, Selma Venco e Walkiria Rigolon

Autores
Arte: Carolina Martins, Eloise Guazzelli, Emily Hozokawa Dias, Gisa Picosque e Lais Schalch; *Ciências*: Gustavo Isaac Killner, Maria Helena de Castro Lima e Rodnei Pereira; *Geografia*: Cláudia Beatriz de Castro N. Ometto, Clodoaldo Gomes Alencar Jr., Edinilson Quintiliano dos Santos, Liliane Bordignon de Souza e Mait Bertollo; *História*: Ana Paula Alves de Lavos, Fábio Luis Barbosa dos Santos e Fernando Manzieri Heder; *Inglês*: Clélia La Laina e Eduardo Portela; *Língua Portuguesa*: Claudio Bazzoni, Giulia Mendonça e Walkiria Rigolon; *Matemática*: Antonio José Lopes, Marcos Luis Gomes, Maria Etelvina R. Balan e Paula Marcia Ciacco da Silva Dias; *Trabalho*: Maria Helena de Castro Lima e Selma Venco (material adaptado e inserido nas demais disciplinas)

Gestão do processo de produção editorial

Fundação Carlos Alberto Vanzolini

Mauro de Mesquita Spínola
Presidente da Diretoria Executiva

José Joaquim do Amaral Ferreira
Vice-Presidente da Diretoria Executiva

Gestão de Tecnologias em Educação

Direção da Área
Guilherme Ary Plonski

Coordenação Executiva do Projeto
Angela Sprenger e Beatriz Scavazza

Gestão do Portal
Luis Marcio Barbosa, Luiz Carlos Gonçalves, Sonia Akimoto e Wilder Rogério de Oliveira

Gestão de Comunicação
Ane do Valle

Gestão Editorial
Denise Blanes

Equipe de Produção
Assessoria pedagógica: Ghisleine Trigo Silveira
Editorial: Carolina Grego Donadio e Paulo Mendes
Equipe Editorial: Adriana Ayami Takimoto, Airton Dantas de Araújo, Amanda Bonuccelli Voivodic, Ana Paula Santana Bezerra, Bárbara Odria Vieira, Bruno Pontes Barrio, Camila De Pieri Fernandes, Cláudia Letícia Vendrame Santos, David dos Santos Silva, Jean Kleber Silva, Lucas Puntel Carrasco, Mainã Greeb Vicente, Mariana Padoan de Sá Godinho, Patrícia Pinheiro de Sant'Ana, Tatiana Pavanelli Valsi e Thaís Nori Cornetta
Direitos autorais e iconografia: Aparecido Francisco, Camila Terra Hama, Fernanda Catalão Ramos, Mayara Ribeiro de Souza, Priscila Garofalo, Rita De Luca, Sandro Dominiquini Carrasco
Apoio à produção: Bia Ferraz, Maria Regina Xavier de Brito e Valéria Aranha
Projeto gráfico-editorial e diagramação: R2 Editorial, Michelangelo Russo e Casa de Ideias

CTP, Impressão e Acabamento
Imprensa Oficial do Estado de São Paulo

Caro(a) estudante

É com grande satisfação que a Secretaria da Educação do Estado de São Paulo, em parceria com a Secretaria de Desenvolvimento Econômico, Ciência, Tecnologia e Inovação, apresenta os Cadernos do Estudante do Programa Educação de Jovens e Adultos (EJA) – Mundo do Trabalho para os Centros Estaduais de Educação de Jovens e Adultos (CEEJAs). A proposta é oferecer um material pedagógico de fácil compreensão, que favoreça seu retorno aos estudos.

Sabemos quanto é difícil para quem trabalha ou procura um emprego se dedicar aos estudos, principalmente quando se parou de estudar há algum tempo.

O Programa nasceu da constatação de que os estudantes jovens e adultos têm experiências pessoais que devem ser consideradas no processo de aprendizagem. Trata-se de um conjunto de experiências, conhecimentos e convicções que se formou ao longo da vida. Dessa forma, procuramos respeitar a trajetória daqueles que apostaram na educação como o caminho para a conquista de um futuro melhor.

Nos Cadernos e vídeos que fazem parte do seu material de estudo, você perceberá a nossa preocupação em estabelecer um diálogo com o mundo do trabalho e respeitar as especificidades da modalidade de ensino semipresencial praticada nos CEEJAs.

Esperamos que você conclua o Ensino Fundamental e, posteriormente, continue estudando e buscando conhecimentos importantes para seu desenvolvimento e sua participação na sociedade. Afinal, o conhecimento é o bem mais valioso que adquirimos na vida e o único que se acumula por toda a nossa existência.

Bons estudos!

Secretaria da Educação

Secretaria de Desenvolvimento
Econômico, Ciência, Tecnologia e Inovação

APRESENTAÇÃO

Estudar na idade adulta sempre demanda maior esforço, dado o acúmulo de responsabilidades (trabalho, família, atividades domésticas etc.), e a necessidade de estar diariamente em uma escola é, muitas vezes, um obstáculo para a retomada dos estudos, sobretudo devido à dificuldade de se conciliar estudo e trabalho. Nesse contexto, os Centros Estaduais de Educação de Jovens e Adultos (CEEJAs) têm se constituído em uma alternativa para garantir o direito à educação aos que não conseguem frequentar regularmente a escola, tendo, assim, a opção de realizar um curso com presença flexível.

Para apoiar estudantes como você ao longo de seu percurso escolar, o Programa Educação de Jovens e Adultos (EJA) – Mundo do Trabalho produziu materiais especificamente para os CEEJAs. Eles foram elaborados para atender a uma justa e antiga reivindicação de estudantes, professores e sociedade em geral: poder contar com materiais de apoio específicos para os estudos desse segmento.

Esses materiais são seus e, assim, você poderá estudar nos momentos mais adequados – conforme os horários que dispõe –, compartilhá-los com sua família, amigos etc. e guardá-los, para sempre estarem à mão no caso de futuras consultas.

Os Cadernos do Estudante apresentam textos que abordam e discutem os conteúdos propostos para cada disciplina e também atividades cujas respostas você poderá registrar no próprio material. Nesses Cadernos, você ainda terá espaço para registrar suas dúvidas, para que possa discuti-las com o professor sempre que for ao CEEJA.

Os vídeos que acompanham os Cadernos do Estudante, por sua vez, explicam, exemplificam e ampliam alguns dos assuntos tratados nos Cadernos, oferecendo informações que vão ajudá-lo a compreender melhor os conteúdos. São, portanto, um importante recurso com o qual você poderá contar em seus estudos.

Além desses materiais, o Programa EJA – Mundo do Trabalho tem um *site* exclusivo, que você poderá visitar sempre que desejar: <http://www.ejamundodotrabalho.sp.gov.br>. Nele, além de informações sobre o Programa, você acessa os Cadernos do Estudante e os vídeos de todas as disciplinas, ao clicar na aba **Conteúdo CEEJA**. Lá também estão disponíveis os vídeos de Trabalho, que abordam temas bastante significativos para jovens e adultos como você. Para encontrá-los, basta clicar na aba **Conteúdo EJA**.

Os materiais foram produzidos com a intenção de estabelecer um diálogo com você, visando facilitar seus momentos de estudo e de aprendizagem. Espera-se que, com esse estudo, você esteja pronto para realizar as provas no CEEJA e se sinta cada vez mais motivado a prosseguir sua trajetória escolar.

SUMÁRIO

TENHO DÚVIDAS

JÁ ESTUDEI

Caro(a) estudante,

Bem-vindo ao Volume 2 de Matemática. Nele serão discutidas questões como: Quantos centavos compõem um real? O que significa dizer que três quartos da população do Estado de São Paulo vivem em cidades? Quanto você daria caso alguém dissesse que quer um oitavo de uma pizza?

Você perceberá que esse assunto faz parte de seu cotidiano e que poderá, ao longo dos seus estudos, construir novos conhecimentos que facilitem o uso desses números em muitas de suas atividades.

Na Unidade 1, você se familiarizará com a nomenclatura das frações, o que elas significam e como representam os números quebrados. Conhecerá as operações realizadas com frações – e como elas aparecem nas medidas de tempo, na divisão do dinheiro, de lucros, entre outros – e, ainda, as frações na Constituição brasileira e na Consolidação das Leis do Trabalho (CLT).

Na Unidade 2, continuando com o assunto de números "quebrados", você estudará sua representação decimal. A escrita fracionária, vista na Unidade 1, será transformada em escrita decimal. O uso da vírgula, nesse contexto, é fundamental.

Dando continuidade ao aprendizado, você trabalhará, na Unidade 3, com operações de adição, subtração, multiplicação e divisão com os números decimais. Você vai estudar ainda as possibilidades de cálculo mental e por estimativa com os números decimais.

Já na Unidade 4, serão ampliadas as noções de razão e porcentagem e outros assuntos relativos à proporcionalidade.

Por fim, na Unidade 5, você utilizará todo o conhecimento acerca de frações, decimais, porcentagens e proporcionalidade para explorar situações que têm relação direta ou indireta com o meio ambiente, como questões de reciclagem, desperdício e economia de água.

Bons estudos!

UNIDADE 1

NÚMEROS QUEBRADOS: AS FRAÇÕES

MATEMÁTICA

TEMAS

1. O todo e as partes
2. Frações equivalentes
3. As frações na Constituição brasileira e na Consolidação das Leis do Trabalho (CLT)

Introdução

Os números quebrados são uma construção dos seres humanos, motivada por necessidades práticas, como medir comprimentos, superfícies e outras grandezas físicas.

O todo e as partes TEMA 1

Aqui você perceberá como é fundamental a relação parte-todo para entender os números quebrados, pois as frações podem ser entendidas como parte de um todo.

ASSISTA!

Matemática – Volume 2

Números quebrados: as frações

Este vídeo apresenta como e por que são necessárias as frações, além de mostrar diversas situações cotidianas em que elas são utilizadas.

O QUE VOCÊ JÁ SABE?

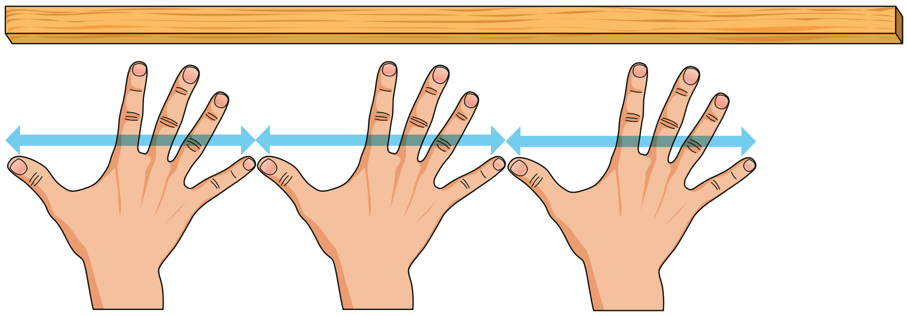
Você já comprou ou viu alguém comprar meia dúzia de ovos, um quarto de queijo fatiado etc.? O uso dessas expressões faz parte do nosso cotidiano, não é?

E se, antes de ir ao supermercado, você fosse montar uma lista de compras. Como escreveria essas quantidades?

Frações

Na vida e na escola, os primeiros números que se aprendem são os números para contar, ou seja, os números naturais (1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10...).

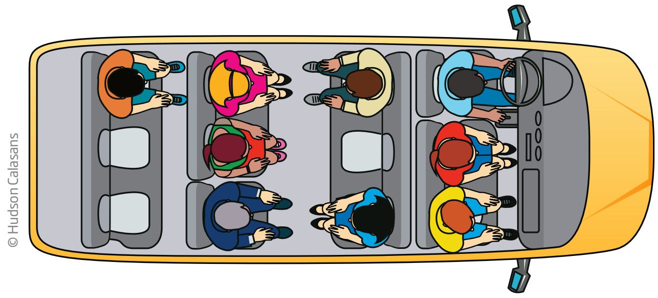
Mas, quando os seres humanos precisaram medir e quantificar coisas, eles se deram conta de que os números naturais não eram suficientes para representar tudo o que necessitavam. Quando usavam palmos para medir o comprimento de alguns objetos, percebiam que nem tudo podia ser medido contando uma quantidade inteira de palmos. Um pedaço de madeira, por exemplo, poderia medir 3 palmos e “alguma coisa a mais”; e esse “alguma coisa” era menor que um palmo, ou seja, menor que uma unidade.



Problemas de medida como esse motivaram a invenção das **frações**.

As frações ou “números quebrados” – como eram chamados pelos povos da Antiguidade – foram uma ideia útil para resolver problemas de muitos tipos. Elas são usadas para representar a parte de um todo.

É possível dizer, por exemplo, que apenas uma fração dos 12 bancos de uma van está ocupada pelos passageiros e pelo motorista.



O todo está representado pelos 12 lugares, e a parte, pelos 9 bancos ocupados:

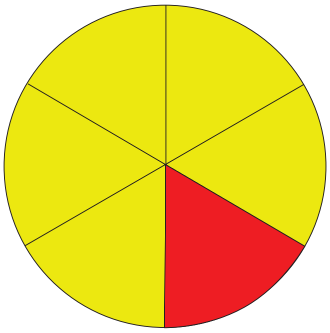
- assentos ocupados: 9 lugares;
- o todo (a van cheia): 12 lugares.

VOCÊ SABIA?

A palavra “fração” tem origem na palavra *fractio*, que vem do latim e significa “quebrado”. O latim era uma língua falada por povos que habitavam a região central da Itália e disseminou-se por todos os territórios do Império Romano, dando origem ao português e a outras línguas. Por isso, muitas palavras que têm essa mesma raiz também começam por “fra” e sugerem a ideia de quebrado, como fragmento e fratura, frágil e fraco (que pode ser quebrável), entre outras.

Outro exemplo bem comum de uso de frações aparece na divisão de pizzas em fatias.

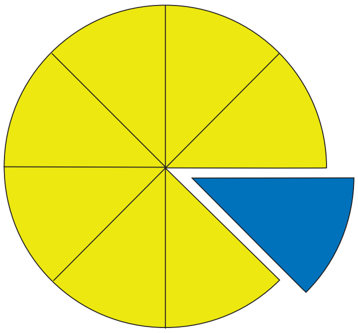
Quando se divide uma pizza, cada fatia representa uma fração do todo, da pizza inteira. Nas pizzarias, é comum dividi-la em 6 ou 8 fatias.



Ilustrações: © R2 Editorial

A "pizza" ao lado foi dividida em 6 partes iguais. A fatia vermelha representa a **sexta** parte da pizza inteira.

A "pizza" ao lado foi dividida em 8 partes iguais. A fatia azul representa a **oitava** parte da pizza inteira.



Quando se usa frações para quantificar ou comparar, deve-se tomar cuidado para que elas se refiram ao mesmo todo.

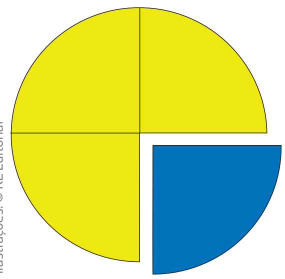
O que você escolheria comer quando estivesse com muita fome: 1 pedaço de uma pizza grande dividida em 8 partes iguais ou 1 pedaço de uma pizza de tamanho pequeno dividida em 4 partes iguais?

Fotos: © Paulo Savala

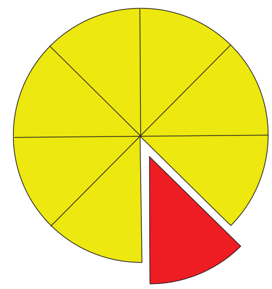
Sua escolha dependeu do tamanho da pizza?

Agora, se as pizzas fossem do mesmo tamanho, mas divididas em quantidades diferentes de partes, qual seria o maior pedaço?

O todo dividido em 4 partes:



O todo dividido em 8 partes:



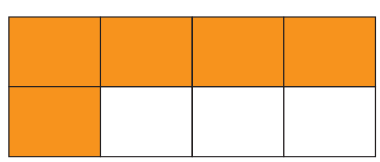
A quarta parte azul da pizza à esquerda é maior (o dobro) que a oitava parte vermelha da pizza à direita: $\frac{1}{4}$ é maior que $\frac{1}{8}$.

Assim, quanto maior for o número de partes em que se dividir o todo, menor será a parte obtida.

Visualização e representação de frações

Na representação de um número fracionário, usam-se dois números inteiros separados por uma barra horizontal. O número abaixo da barra horizontal tem de ser necessariamente diferente de zero.

Observe o retângulo dividido em 8 partes iguais, como se pode encontrar em barras de chocolate:



Cinco partes estão pintadas de laranja; logo, o número 5 numera essas partes, e o número 8 denomina o total de partes em que a barra foi dividida. Assim, a parte laranja, em relação ao todo, é representada pela fração $\frac{5}{8}$.

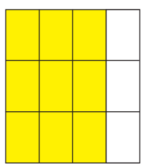
O número acima da barra horizontal é chamado **numerador**, e o número a baixo, **denominador**.

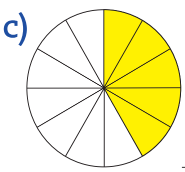
$$\frac{a \leftarrow \text{Numerador} \leftarrow \text{indica o número de partes consideradas}}{b \leftarrow \text{Denominador} \leftarrow \text{indica o total de partes em que o todo foi dividido}}$$

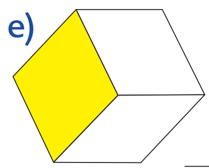
ATIVIDADE 1 A forma das frações

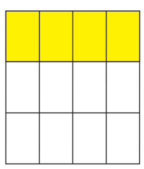
Nesta atividade, você fará exercícios de aplicação desse conteúdo, assim como a leitura correta das frações, percebendo o que elas expressam e a função do numerador e do denominador.

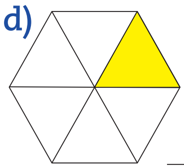
1 Represente as regiões pintadas usando a forma fracionária:

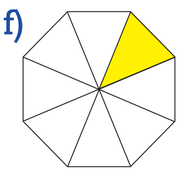
a)  ____________

c)  ____________

e)  ____________

b)  ____________

d)  ____________

f)  ____________

2 Desenhe regiões retangulares ou circulares relacionadas às frações a seguir:

a) $\frac{1}{2}$

e) $\frac{2}{3}$

b) $\frac{3}{4}$

f) $\frac{1}{8}$

c) $\frac{1}{3}$

g) $\frac{1}{4}$

d) $\frac{1}{6}$

h) $\frac{3}{8}$

Nomenclatura das frações

As palavras meio, terço, quarto, quinto, sexto, sétimo, oitavo, nono e décimo são usadas para nomear frações com denominadores de 2 a 10.

Para denominadores maiores do que 10, acrescenta-se à leitura do denominador a palavra **avos**. Veja os exemplos:

$\frac{1}{23} \rightarrow$ um, vinte e três avos

$\frac{37}{365} \rightarrow$ trinta e sete, trezentos e sessenta e cinco avos

As frações cujos denominadores são 10, 100, 1.000, 10.000, e assim por diante, são chamadas frações decimais e recebem denominações especiais.

$\frac{1}{10} \rightarrow$ um décimo

$\frac{1}{100} \rightarrow$ um centésimo

$\frac{1}{10.000} \rightarrow$ um décimo de milésimo

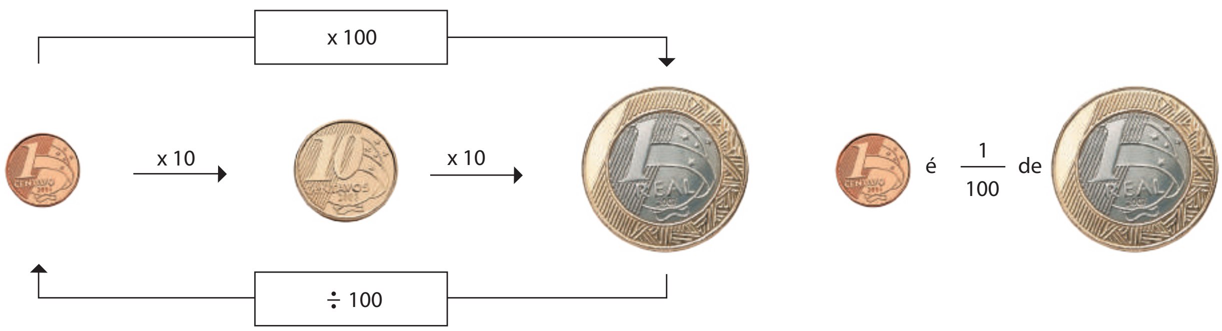
$\frac{1}{1.000.000} \rightarrow$ um milionésimo

Frações e a divisão da moeda brasileira

As frações estão presentes no dia a dia. Qualquer pessoa que usa dinheiro se relaciona com frações direta ou indiretamente, pois nossa moeda é dividida em partes que são frações. Veja como isso acontece.

1 centavo é a centésima parte de 1 real.

Diz-se que vale “1 cem avos” de 1 real, daí o nome centavo.



Fotos: © Iara Venanzi/Kino

ATIVIDADE 2 Qual é a correspondência?

Indique a fração representada pelas moedas a seguir.

a)  é __________ de 

b)  é __________ de 

c)  é __________ de 

d)  é __________ de 

e)  é __________ de 

f)  é __________ de 

g)  é __________ de 

h)  é __________ de 

Fotos: © Iara Venanzi/Kino

Fração como operador

Os problemas mais comuns em que se usam as frações são de dois tipos: os que você tem de representar a parte do todo e aqueles em que tem de calcular quanto é a parte do todo.

Veja algumas estratégias para calcular a parte correspondente à fração de determinada quantidade.

Suponha que, em uma empresa de 40 funcionários, $\frac{3}{5}$ dos postos de trabalho são ocupados por mulheres, e os demais, por homens. Quantos funcionários de cada sexo trabalham nessa empresa?

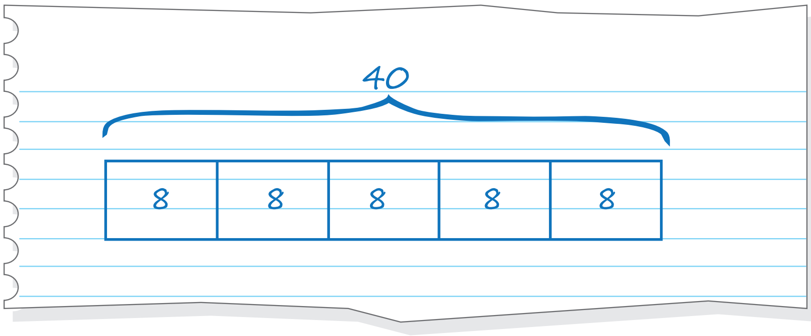
Como a fração correspondente envolve quintas partes, divide-se o todo por 5 e multiplica-se por 3.

$40 \div 5 = 8$, que é a quinta parte de 40, portanto $\frac{1}{5}$ de $40 = 8$;

$\frac{3}{5}$ de $40 = 24$, que é o número de trabalhadores do sexo feminino.

O restante $\left(\frac{2}{5} \text{ de } 40 = 16 \text{ ou } 40 - 24 = 16\right)$ é o número de trabalhadores do sexo masculino.

$\frac{3}{5}$ é o triplo de $\frac{1}{5}$, logo $\frac{3}{5}$ de $40 = 3 \times \left(\frac{1}{5} \text{ de } 40\right) = 3 \times 8 = 24$.

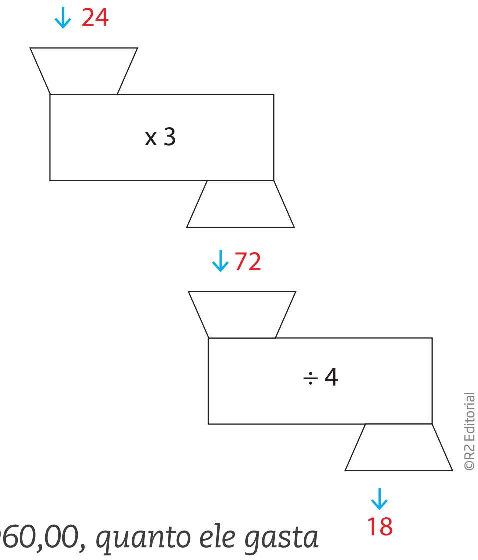


© R2 Editorial

Também é possível usar o chamado modelo de máquina (veja o exemplo a seguir) para calcular a fração de determinada quantidade.

Considere, por exemplo, a situação de uma oficina com 24 veículos para consertar, dos quais $\frac{3}{4}$ estão na funilaria, e o restante, na seção de pintura. Quantos são os carros que estão em cada seção?

No modelo de máquina, para calcular $\frac{3}{4}$ de determinada quantidade, primeiro multiplica-se o total (24) pelo numerador e, em seguida, divide-se o resultado pelo denominador. Veja o esquema ao lado.



Se a oficina tinha 24 carros, então 18 estavam na funilaria, e 6, na seção de pintura (24 – 18 = 6).

Veja essa outra situação. *Um trabalhador gasta* $\frac{2}{3}$ *do que ganha em moradia e transporte. Se o salário dele é de R$ 960,00, quanto ele gasta com moradia e transporte?*

Para responder à questão, é preciso calcular $\frac{2}{3}$ de 960. Para isso, divide-se 960 por 3, e multiplica-se o resultado por 2.

$960 \div 3 = 320 \rightarrow 320 \times 2 = 640$

Observe que, ainda que se inverta a ordem em que as operações são feitas, nesse caso, obtém-se o mesmo resultado:

$960 \times 2 = 1.920 \rightarrow 1.920 \div 3 = 640$

$\frac{2}{3}$ de $960 = \frac{2 \times 960}{3} = \frac{1.920}{3} = 640$

Para adquirir destreza no cálculo de frações, é preciso ter domínio das operações básicas, em especial da multiplicação e da divisão.

ATIVIDADE 3 Cálculo mental

Nesta atividade, será proposta a realização de cálculo mental, isto é, você deve fazer as contas “de cabeça”, sem usar lápis e papel. É importante que você perceba que realiza esse procedimento muitas vezes em situações do dia a dia.

Use um fato já conhecido relacionado à fração que você vai calcular. Por exemplo, se você descobrir o resultado de $\frac{1}{2}$ de 300, para saber quanto é $\frac{1}{4}$ de 300, basta calcular a metade do valor anterior. Outras relações poderão ser feitas; o importante é que elas ajudem a fazer os demais cálculos.

1 Calcule mentalmente:

a) $\frac{1}{2}$ de 300 = ______________________

b) $\frac{1}{4}$ de 300 = ______________________

c) $\frac{1}{2}$ de 150 = ______________________

d) $\frac{1}{4}$ de 600 = ______________________

e) $\frac{1}{3}$ de 600 = ______________________

f) $\frac{2}{3}$ de 600 = ______________________

g) $\frac{2}{3}$ de 1.800 = ______________________

2 Calcule mentalmente os valores das frações correspondentes às quantidades:

a) $\frac{1}{3}$ de 72 = ______________________

b) $\frac{2}{3}$ de 72 = ______________________

c) $\frac{1}{4}$ de 72 = ______________________

d) $\frac{3}{4}$ de 72 = ______________________

e) $\frac{1}{5}$ de 720 = ______________________

f) $\frac{2}{5}$ de 720 = ______________________

g) $\frac{3}{5}$ de 720 = ______________________

h) $\frac{1}{5}$ de 360 = ______________________

3 Continue calculando mentalmente:

a) $\frac{2}{5}$ de 300 = ______________________

b) $\frac{2}{5}$ de 600 = ______________________

c) $\frac{2}{5}$ de 75 = ______________________

d) $\frac{3}{5}$ de 300 = ______________________

e) $\frac{3}{5}$ de 600 = ______________________

f) $\frac{3}{5}$ de 75 = ______________________

g) $\frac{3}{4}$ de 600 = ______________________

h) $\frac{3}{4}$ de 840 = ______________________

i) $\frac{3}{4}$ de 420 = ______________________

j) $\frac{4}{5}$ de 600 = ______________________

k) $\frac{4}{5}$ de 720 = ______________________

l) $\frac{5}{6}$ de 600 = ______________________

m) $\frac{5}{6}$ de 1.800 = ______________________

n) $\frac{5}{6}$ de 72 = ______________________

o) $\frac{5}{6}$ de 144 = ______________________

DESAFIO

Em uma turma há 10 meninos e 15 meninas. A fração que pode representar a relação entre o número de meninos e o total de estudantes dessa turma é:

a) $\frac{10}{15}$ b) $\frac{15}{10}$ c) $\frac{10}{25}$ d) $\frac{25}{10}$

Saresp 2005. Disponível em: <http://saresp.fde.sp.gov.br/2005/Arquivos/Provas_EF_2005/6%C2%B0s%C3%A9rie%20EF%20tarde.pdf>. Acesso em: 11 abr. 2014.

HORA DA CHECAGEM

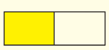
Atividade 1 - A forma das frações

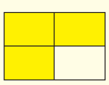
1 Como explicado anteriormente, é preciso considerar a parte amarela em relação ao todo.

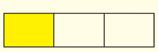
a) $\frac{9}{12}$ c) $\frac{5}{12}$ e) $\frac{1}{3}$

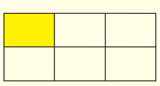
b) $\frac{4}{12}$ d) $\frac{1}{6}$ f) $\frac{1}{8}$

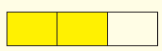
2 Respostas possíveis:

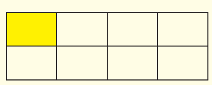
a) 

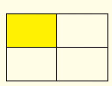
b) 

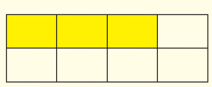
c) 

d) 

e) 

f) 

g) 

h) 

Ilustrações: © R2 Editorial

Atividade 2 - Qual é a correspondência?

1

a) $\frac{1}{10}$ c) $\frac{1}{2}$ e) $\frac{1}{5}$ g) $\frac{1}{25}$

b) $\frac{1}{4}$ d) $\frac{1}{2}$ f) $\frac{1}{10}$ h) $\frac{1}{50}$

Atividade 3 - Cálculo mental

1

a) 150

b) $\frac{1}{4}$ é metade de $\frac{1}{2}$; se $\frac{1}{2}$ de 300 é 150, então $\frac{1}{4}$ de 300 é metade de 150, que é 75.

c) $\frac{1}{2}$ de 150 equivale a $\frac{1}{4}$ de 300, que é 75.

d) 600 = 2 × 300; se $\frac{1}{4}$ de 300 é 75, então $\frac{1}{4}$ do dobro de 300 será 2 × 75 = 150.

e) 200

f) $\frac{2}{3} = 2 \times \frac{1}{3}$; $\frac{2}{3}$ de 600 = $2 \times \left(\frac{1}{3} \text{ de } 600\right)$ = 2 × 200 = 400.

g) 1.800 = 3 × 600; se $\frac{2}{3}$ de 600 = 400, então $\frac{2}{3}$ de 1.800 será 3 × 400 = 1.200.

2

a) 24

b) 2 × 24 = 48

c) 18

d) 3 × 18 = 54

e) 144

f) 2 × 144 = 288

g) 3 × 144 = 432 ou $\frac{3}{5} = \frac{1}{5} + \frac{2}{5}$ = 144 + 288 = 432

h) 360 é metade de 720; então, $\frac{1}{5}$ de 360 é metade de $\frac{1}{5}$ de 720; como $\frac{1}{5}$ de 720 é 144, $\frac{1}{5}$ de 360 é metade de 144, que é 72.

3

a) 120	d) 180	g) 450	j) 480	m) 1.500
b) 240	e) 360	h) 630	k) 576	n) 60
c) 30	f) 45	i) 315	l) 500	o) 120

Desafio

Alternativa correta: **c**. A turma completa é igual a 10 + 15 = 25. Portanto, a relação entre o total de meninos (10) e a turma completa (25) é $\frac{10}{25}$.

Registro de dúvidas e comentários

Aqui você verá que frações equivalentes são aquelas que, mesmo que sejam escritas de formas diferentes, representam a mesma quantidade.

O QUE VOCÊ JÁ SABE?

Se Marcela e Givanildo ganharam uma barra de chocolate e ela comeu metade da barra, e ele, $\frac{2}{4}$, quem comeu mais?

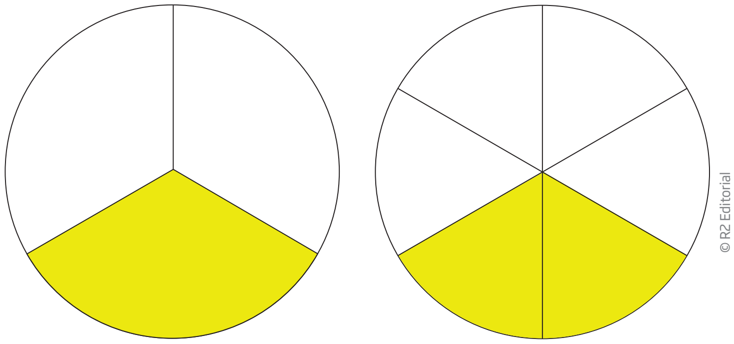
Para responder essa questão, você pode pensar que metade corresponde a $\frac{1}{2}$ ou a 1 parte de 2 e que $\frac{2}{4}$ correspondem a 2 partes de 4, que também é metade.

Portanto, ambos comeram a mesma quantidade de chocolate.

Equivalência entre frações

Um dos conceitos mais importantes, quando se trabalha com frações, é o de fração equivalente.

Retome a situação das fatias de pizza. Suponha um estabelecimento que trabalha com pizzas de um só tamanho, mas vende dois tipos de fatias: a grande, correspondente a $\frac{1}{3}$ da pizza, e a pequena, correspondente a $\frac{1}{6}$ da pizza. A fatia grande de pizza equivale a duas fatias pequenas.



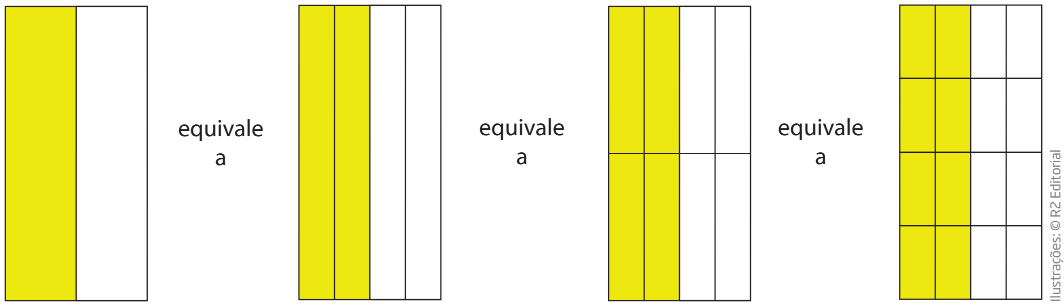
Diz-se, portanto, que as frações $\frac{1}{3}$ e $\frac{2}{6}$ são equivalentes.

equi → termo relacionado a igualdade, equilíbrio, igual;

valente → termo relacionado a valor;

equivalente → equi + valente → igual valor.

A representação geométrica é útil para visualizar equivalências.

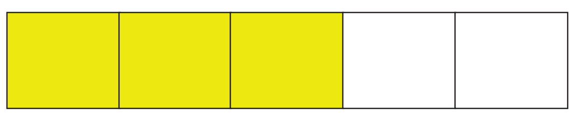


Em linguagem fracionária, pode-se escrever $\frac{1}{2} = \frac{2}{4} = \frac{4}{8} = \frac{8}{16}$.

Aprenda mais sobre equivalências

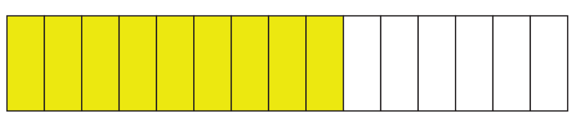
Imagine uma tira de papel com uma parte pintada e que foi dobrada de dois modos distintos.

1º modo: dividida em 5 partes iguais, ficando 3 partes pintadas de amarelo; a parte pintada corresponde a $\frac{3}{5}$ da tira.



$\frac{3}{5}$

2º modo: agora, cada quinta parte da tira foi dividida em três partes iguais. Dessa forma, cada parte menor corresponde a $\frac{1}{15}$ da tira, e a parte pintada de amarelo, a $\frac{9}{15}$ da tira.



$\frac{9}{15}$

Veja que tanto a quantidade de partes pintadas de amarelo quanto o número total das partes foram multiplicadas por 3.

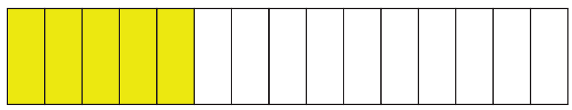
$$\overset{\times 3}{\underset{\times 3}{\frac{3}{5} = \frac{9}{15}}}$$

Pode-se dizer que as frações $\frac{3}{5}$ e $\frac{9}{15}$ são equivalentes.

Observe que, multiplicando o numerador e o denominador pelo mesmo número, desde que diferente de zero, obtêm-se frações equivalentes.

$$\frac{3}{5} = \frac{2 \times 3}{2 \times 5} = \frac{6}{10}; \frac{3}{5} = \frac{3 \times 3}{3 \times 5} = \frac{9}{15}; \frac{3}{5} = \frac{7 \times 3}{7 \times 5} = \frac{21}{35}$$

Observe outro exemplo de frações equivalentes, partindo da fração $\frac{5}{15}$.



Se o numerador e o denominador forem divididos por 5, obtém-se outra fração equivalente que pode ser representada do seguinte modo:

a) Qual é a representação fracionária desse novo esquema?

A representação fracionária é $\frac{1}{3}$.

b) O que você conclui?

É possível concluir, na prática, que $\frac{1}{3}$ *é equivalente a* $\frac{5}{15}$.

Observando a representação gráfica nessas questões, você deve ter percebido que:

a) A representação fracionária no novo esquema é $\frac{1}{3}$.

b) Que $\frac{5}{15}$ são equivalentes a $\frac{1}{3}$, pois o numerador e o denominador foram divididos pelo mesmo número.

ATIVIDADE 1 Frações equivalentes

1 Dê três frações equivalentes a:

a) $\frac{2}{7} =$ ____________________

b) $\frac{3}{10} =$ ____________________

c) $\frac{3}{5} =$ ______

d) $\frac{12}{20} =$ ______

e) $\frac{4}{9} =$ ______

f) $\frac{5}{12} =$ ______

g) $\frac{3}{7} =$ ______

2 Considere as frações $\frac{15}{35}, \frac{12}{28}, \frac{21}{49}, \frac{60}{70}, \frac{6}{14}, \frac{18}{28}, \frac{30}{35}$. Quais delas são equivalentes a $\frac{3}{7}$?

______

______

3 Encontre e escreva frações equivalentes a $\frac{3}{8}$ com:

a) denominador igual a 24: ______

b) denominador igual a 80: ______

c) numerador igual a 6: ______

d) numerador igual a 54: ______

4 Qual deve ser o valor numérico de cada letra para que as frações sejam equivalentes?

a) $\frac{a}{3} = \frac{12}{18}$

b) $\frac{3}{11} = \frac{x}{99}$

c) $\frac{4}{5} = \frac{32}{b}$

Frações e medida do tempo

Desde que o tempo começou a ser medido, há milhares de anos, a ideia de dividir o dia ou o mês em frações de tempo já estava presente.

O dia pode ser dividido em 2, 3, 4 ou mais partes, já a semana equivale aproximadamente à quarta parte do mês. O mês é a duodécima parte do ano, ou seja, $\frac{1}{12}$ do ano. Para calcular o 13º salário ou as férias proporcionais, por exemplo, também é preciso fazer alguns cálculos com frações.

Nesse sentido, quando você diz a uma pessoa que vai se atrasar um quarto de hora, quanto tempo essa fração representa?

VOCÊ SABIA?

A medição do tempo antes da existência do relógio esteve sempre associada à vida familiar e ao trabalho. Entre os povos primitivos em Madagascar[1], por exemplo, sabia-se contar meia hora pelo tempo de cozimento do arroz; em Cross River (Nigéria)[2], 15 minutos equivaliam ao tempo para o milho assar.

Fonte: THOMPSON, Edward Palmer. *Costumes em comum*. São Paulo: Companhia das Letras, 1998, p. 270.

[1] (N. E.) Ilha de Madagascar, país africano próximo à costa de Moçambique.
[2] (N. E.) Estado da Nigéria, na África.

ATIVIDADE 2 Frações no dia a dia

1 A quantas horas do dia corresponde cada fração?

a) $\frac{1}{2}$ do dia = ______________________

b) $\frac{1}{3}$ do dia = ______________________

c) $\frac{1}{4}$ do dia = ______________________

d) $\frac{1}{6}$ do dia = ______________________

e) $\frac{1}{8}$ do dia = ______________________

f) $\frac{1}{12}$ do dia = ______________________

2 Um estabelecimento comercial fica aberto 16 horas por dia. Que fração do dia esse estabelecimento:

a) fica aberto?

____

b) fica fechado?

____

3 Algumas pessoas costumam dormir pouco. Mateus dorme 6 horas por dia. Que fração do dia:

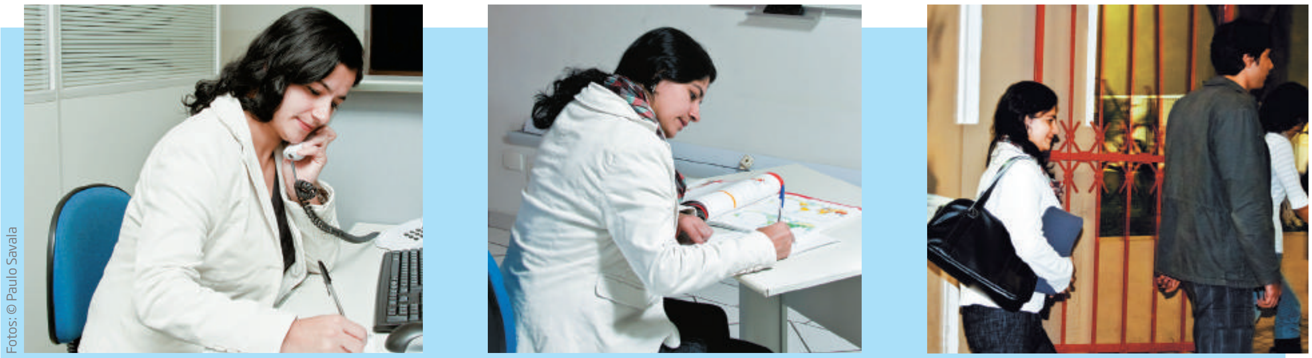
a) ele passa dormindo?

b) ele fica acordado?

4 Uma semana tem 168 horas. Que fração da semana representa 24 horas? Assinale a alternativa correta.

a) $\frac{1}{4}$ b) $\frac{1}{6}$ c) $\frac{1}{7}$ d) $\frac{1}{24}$

5 Os dias úteis de Marta são muito corridos, pois ela trabalha e estuda.



Fotos: © Paulo Savala

Marta trabalha das 7h às 13h.

À tarde, ela vai à escola de idiomas, onde estuda espanhol por 2 horas.

À noite, ela passa 4 horas na faculdade.

a) Que fração do dia de 24 horas ela:

- trabalha?
- estuda espanhol?
- estuda na faculdade?

b) Quantas horas ela estuda no total, durante um dia?

c) Que fração do dia ela estuda?

d) Que fração do dia ela estuda e trabalha?

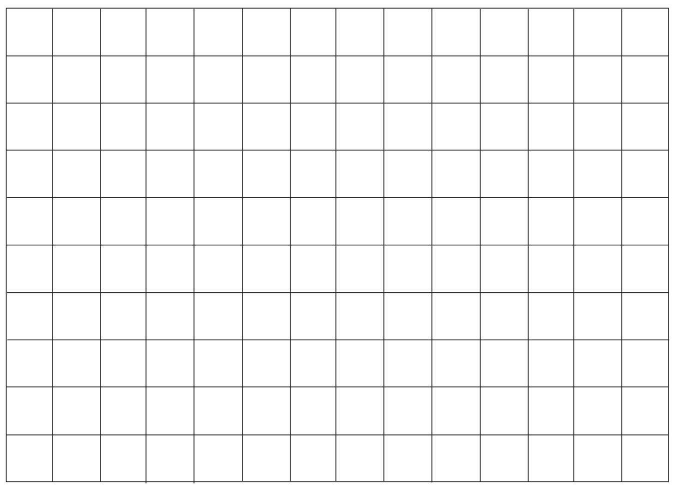
6 Indique quais são as adições corretas.

a) $\frac{1}{4} + \frac{1}{4} = \frac{2}{4}$

b) $\frac{1}{4} + \frac{1}{4} = \frac{1}{2}$

c) $\frac{2}{24} + \frac{4}{24} = \frac{6}{24}$

7 Na malha quadriculada, faça o contorno de dois retângulos, cada um com 24 quadradinhos. Cada retângulo vai representar um dia de 24 horas.



a) No primeiro retângulo, pinte $\frac{6}{24}$ do dia.

b) No segundo retângulo, pinte $\frac{1}{4}$ do dia.

c) Compare as duas regiões pintadas. O que você descobriu?

____

____

DESAFIO

Robson utilizou $\frac{3}{4}$ de 1 litro de tinta para pintar a sala de sua casa. Sabendo que o restante da casa equivale a 3 vezes a área pintada da sala, quantos litros de tinta ele precisará para pintar os outros cômodos?

a) $2\frac{1}{4}$ litros

b) $3\frac{3}{4}$ litros

c) $\frac{9}{12}$ litros

d) $\frac{12}{4}$ litros

Saresp 2007. Disponível em: <http://saresp.fde.sp.gov.br/2007/Arquivos/Provas%202007/Matem%C3%A1tica/6%C2%AA%20s%C3%A9rie%20EF/2_Tarde/Prova-MAT-6EF-Tarde.pdf>. Acesso em: 11 abr. 2014.

HORA DA CHECAGEM

Atividade 1 – Frações equivalentes

1 Lembre-se do que viu anteriormente, se o numerador e o denominador forem divididos ou multiplicados pelo mesmo número, a fração não se altera. Assim, a seguir são apresentadas algumas respostas possíveis:

a) $\frac{4}{14}$; $\frac{6}{21}$; $\frac{8}{28}$

b) $\frac{6}{20}$; $\frac{12}{40}$; $\frac{15}{50}$

c) $\frac{6}{10}$; $\frac{9}{15}$; $\frac{12}{20}$

d) $\frac{3}{5}$ (simplificação); $\frac{24}{40}$; $\frac{36}{60}$

e) $\frac{8}{18}$; $\frac{12}{27}$; $\frac{16}{36}$

f) $\frac{10}{24}$; $\frac{15}{36}$; $\frac{20}{48}$

g) $\frac{6}{14}$; $\frac{12}{28}$; $\frac{18}{42}$

2 As frações equivalentes a $\frac{3}{7}$ são $\frac{15}{35}$; $\frac{12}{28}$; $\frac{21}{49}$; $\frac{6}{14}$.

3 Lembre-se de que sempre que não perceber qual foi a multiplicação feita, faça a operação inversa, isto é, use a divisão. Por exemplo, no item **d**, calcule 54 ÷ 3 = 18 para descobrir por quanto multiplicar o 8.

a) Como 24 é o triplo de 8, basta multiplicar o numerador (o número 3) também por 3.

$$\frac{9}{24} \rightarrow \frac{3}{8} \overset{\times 3}{\underset{\times 3}{=}} \frac{9}{24}$$

b) 80 ÷ 8 = 10 → 10 × 3 = 30

$$\frac{30}{80} \rightarrow \frac{3}{8} \overset{\times 10}{\underset{\times 10}{=}} \frac{30}{80}$$

c) 6 ÷ 3 = 2 → 2 × 8 = 16

$$\frac{6}{16} \rightarrow \frac{3}{8} \overset{\times 2}{\underset{\times 2}{=}} \frac{6}{16}$$

d) 54 ÷ 3 = 18 → 18 × 8 = 144

$$\frac{54}{144} \rightarrow \frac{3}{8} \overset{\times 18}{\underset{\times 18}{=}} \frac{54}{144}$$

4

a) Veja que, no denominador da segunda fração, dá para fazer a operação inversa, isto é, a divisão; então calcule 18 ÷ 3 = 6, portanto a = 12 ÷ 6 = 2.

b) Aqui também dá para começar com a divisão 99 ÷ 11 = 9, então para achar o valor de **x** é só multiplicar o 3 por 9 → x = 3 × 9 = 27.

c) Nesse caso é só descobrir qual é o número que multiplicado por 4 dá 32. É o 8, então b = 5 × 8 = 40.

Atividade 2 – Frações no dia a dia

1 Como o dia possui 24 horas, tem-se:

a) $\frac{1}{2}$ de $24 = \frac{1}{2} \times 24 = \frac{24}{2} = 12$ horas

b) $\frac{1}{3} \times 24 = \frac{24}{3} = 8$ horas

c) $\frac{1}{4} \times 24 = \frac{24}{4} = 6$ horas

d) $\frac{1}{6} \times 24 = \frac{24}{6} = 4$ horas

e) $\frac{1}{8} \times 24 = \frac{24}{8} = 3$ horas

f) $\frac{1}{12} \times 24 = \frac{24}{12} = 2$ horas

2

a) Ele fica aberto 16 horas das 24 horas do dia, então a fração é $\frac{16}{24}$, mas ela pode ser escrita de modo mais simples ao se dividir o 16 e o 24 por 8 $\rightarrow \frac{16}{24} = \frac{2}{3}$ do dia.

b) Ele fica fechado por 8 horas ($24 - 16 = 8$) e a fração será $\frac{8}{24}$, que também pode ter o 8 e o 24 divididos por 8 $\rightarrow \frac{8}{24} = \frac{1}{3}$ do dia.

3

a) $\frac{6}{24} = \frac{1}{4}$ do dia.

b) $24 - 6 = 18 \rightarrow \frac{18}{24} = \frac{3}{4}$ do dia.

4 Alternativa correta: **c**. $\frac{24}{168} = \frac{1}{7}$

5

a)
- $13 - 7 = 6 \rightarrow \frac{6}{24} = \frac{1}{4}$. Ela trabalha $\frac{1}{4}$ do dia.
- $\frac{2}{24} = \frac{1}{12}$. Ela estuda espanhol $\frac{1}{12}$ do dia.
- $\frac{4}{24} = \frac{1}{6}$. Ela estuda na faculdade $\frac{1}{6}$ do dia.

b) $2 + 4 = 6$. Ela estuda 6 horas no total, durante um dia.

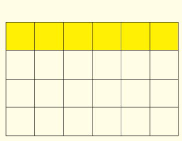
c) $\frac{6}{24} = \frac{1}{4}$ do dia.

d) $6 + 6 = 12 \rightarrow \frac{12}{24} = \frac{1}{2}$ do dia.

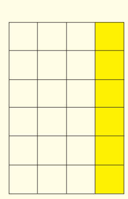
6 Todas as adições estão corretas. Lembrando que, ao realizar uma adição de frações, é necessário igualar os denominadores, então, se elas possuírem o mesmo denominador, é só mantê-lo e somar os numeradores, como foi feito nos itens *a* e *c*. Já em *b*, o resultado foi simplificado. Trata-se da mesma soma feita no item *a*.

7 Você pode pintar o número de quadradinhos na posição que preferir.

a) Resposta possível:



b) Resposta possível:



Ilustrações: © R2 Editorial

c) $\frac{6}{24}$ do dia equivalem a $\frac{1}{4}$ do dia.

Desafio

Alternativa correta: **a**. Se o restante da casa equivale a 3 vezes a área pintada, então serão usados $3 \times \frac{3}{4} = \frac{9}{4}$. Como esta fração não corresponde a nenhuma das alternativas, pode-se escrever $\frac{9}{4}$ como $\frac{8}{4} + \frac{1}{4} = 2 + \frac{1}{4}$ ou $2\frac{1}{4}$.

Registro de dúvidas e comentários

Neste Tema, você verá como as frações estão presentes em espaços de participação política e nas relações de trabalho. Saber trabalhar com elas é importante para exercer direitos assegurados pela legislação brasileira.

O QUE VOCÊ JÁ SABE?

Você provavelmente conhece alguma pessoa que trabalha ou já trabalhou com registro em carteira. Também já ouviu falar de décimo terceiro salário, contribuição ao INSS (Instituto Nacional do Seguro Social), indenização em caso de demissão sem justa causa etc. As frações são usadas para se calcular a maior parte desses valores.

ASSISTA!

Mundo do Trabalho

Previdência Social

Neste vídeo, você conhecerá mais sobre a Previdência Social e descobrirá que há por volta de 17 milhões de aposentados no Brasil. Como eles recebem a aposentadoria? Com quais direitos contam aqueles que contribuem para a Previdência? Essas e outras informações você ficará sabendo assistindo a este vídeo.

ATIVIDADE 1 As frações e o mundo do trabalho

Esta atividade aborda o tratamento das informações e requer a organização dos dados por meio da análise de uma tabela.

1 Reflita: Quantas horas uma pessoa deveria trabalhar por dia? Por quê?

2 Com base na tabela a seguir, que lista uma série de pessoas, suas profissões e as respectivas horas de trabalho, responda aos itens.

Pessoa	Profissão	Horas de trabalho (por dia útil)
Eu	ajudante de cozinha	8
Meu pai	comerciante	10
Minha mãe	bancária	8
Meu tio	marceneiro	9
Eliana	taxista	12
Marcos	aprendiz	4
Meu vizinho	comerciante	10
Aírton	estagiário	6
Cristiane	enfermeira	12

a) Existe alguma profissão que aparece mais de uma vez na tabela? Qual é e quem a exerce?

b) Quais são as profissões em que as pessoas trabalham mais horas?

c) Qual é a profissão em que as pessoas trabalham menos horas?

MOMENTO CIDADANIA

A história das 8 horas de trabalho

No final do século XIX, e mesmo durante boa parte do século XX, a maioria dos trabalhadores – principalmente aqueles que se ocupavam de ofícios "pesados", como os mineiros e os operários – chegava a trabalhar 14 horas ou mais por dia, em condições bastante precárias. Muitos só paravam para dormir, alimentar-se e repor as energias do corpo cansado.

Para transformar essa situação e reivindicar melhores condições de trabalho, eles se organizaram em associações de apoio mútuo e sindicatos, onde uma das discussões consistia em como um dia, com suas 24 horas, deveria ser dividido.

No dia 1º de maio de 1886, na cidade de Chicago (EUA), uma grande manifestação exigiu que a jornada de trabalho fosse de 8 horas por dia, a fim de que as pessoas pudessem fazer outras coisas além de só trabalhar e dormir. Em razão de reivindicarem 8 horas de trabalho por dia, alguns operários foram presos e condenados à morte. Contudo, a luta não foi em vão.

O cálculo de 8 horas de trabalho foi fundamentado na fração de um dia, que tem 24 horas. Assim, o dia foi dividido em três partes iguais, sendo $\frac{1}{3}$ para o trabalho, e duas partes para que os trabalhadores pudessem dormir $\left(\frac{1}{3}\right)$ e praticar outras atividades para ter uma vida saudável $\left(\frac{1}{3}\right)$.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24

$\frac{1}{3}$ para o descanso	$\frac{1}{3}$ para o trabalho	$\frac{1}{3}$ para o estudo e o lazer

A luta pela jornada de trabalho de 8 horas no Brasil data de 1906. Em 1932, o primeiro decreto (nº 21.364) sobre o tema foi promulgado, mas ainda fazendo grandes concessões aos empregadores, como se pode ver no art. 1º do decreto a seguir:

> Art. 1º A duração normal de trabalho diurno do empregado em estabelecimentos industriais de qualquer natureza será de oito horas diárias, ou quarenta e oito horas semanais, de maneira que a cada período de seis dias de ocupação corresponda um dia de descanso obrigatório. [...]

Porém, o art. 4º do mesmo decreto mencionava que:

> Art. 4º A duração normal do trabalho poderá ser, excepcionalmente, elevada até doze horas diárias: em determinadas secções de estabelecimentos industriais, quando o seu funcionamento for imprescindível para acabar ou completar o trabalho de outras secções; nos serviços necessários para acabamento de trabalhos começados, desde que seja para prevenir estragos nas matérias-primas ou nos artigos em processo de fabricação, ou, ainda, para evitar o mau resultado técnico de serviço já iniciado.

Observa-se que, desde sua criação, a jornada de trabalho tem caráter “flexível”, ficando o trabalhador exposto às condições de trabalho que a produção exigir.

Fique atento e observe, em seu pagamento, se as horas extras, ou seja, as que você faz além das 8 horas diárias, estão sendo pagas ou estão compondo o chamado “banco de horas”.

Referências:

BRASIL. Câmara dos deputados. Decreto nº 21.364, de 4 de maio de 1932. Disponível em: <http://www2.camara.gov.br/legin/fed/decret/1930-1939/decreto-21364-4-maio-1932-526751-publicacaooriginal-1-pe.html>. Acesso em: 11 abr. 2014.

SILVA, Josué Pereira da. *Três discursos, uma sentença*: tempo e trabalho em São Paulo - 1906-1932. São Paulo: Annablume, 1996.

As características do trabalho na atualidade

A fim de compreender as características do trabalho na atualidade, é importante destacar alguns aspectos, seja para quem está à procura do primeiro emprego, para quem está à procura de outro trabalho ou ainda para aqueles que desejam aprender uma nova ocupação e mudar de emprego.

Um dos assuntos mais importantes no mundo do trabalho diz respeito ao tipo de contrato a que cada um é submetido, porque a forma de contratação de cada trabalhador afeta diretamente sua vida pessoal.

E quais são os tipos de contrato de trabalho?

Na condição de empregado, o trabalhador pode ser registrado ou não. O trabalhador registrado tem um **emprego formal**, ou seja, com registro em sua carteira profissional.

EMPREGO FORMAL

Você encontrará mais detalhes sobre esse assunto no Volume 1 de Matemática do Ensino Fundamental – Anos Finais.

Os direitos do trabalho têm história

Os direitos vinculados ao trabalho têm uma longa história, especialmente na Europa, onde alguns países foram os primeiros a reconhecê-los. É importante lembrar que, no Brasil, a conquista desses direitos só aconteceu no século XX. Observe a linha do tempo que indica a criação de pilares importantes dos direitos dos trabalhadores brasileiros:

1932	1936	1939	1943	1949
	Instituição do salário mínimo	Criação da Justiça do Trabalho	Consolidação das Leis do Trabalho (CLT)	Instituição do descanso semanal remunerado

© Luís Dávila

Em 1º de maio de 1943 foi promulgada, pelo então presidente Getúlio Vargas, a CLT, que unia toda a legislação trabalhista do País em uma única lei.

A Carteira de Trabalho e Previdência Social existia informalmente desde 1891. Nela, os empregadores registravam algumas informações sobre os trabalhadores. Foi só em 1932 que, por meio do Decreto nº 21.175, esse documento foi instituído e, com ele, vários direitos foram garantidos aos trabalhadores.

A conquista do salário mínimo, em 1936, significou para todos os trabalhadores do Brasil a garantia de que nenhum assalariado poderia receber valor mensal inferior ao estabelecido pela lei.

O descanso semanal remunerado previu, em lei, o direito ao trabalhador da recuperação da fadiga causada pelo trabalho.

Atualmente, os principais direitos trabalhistas ou previdenciários do trabalhador são:

- jornada semanal de trabalho: 44 horas, conforme definida pela Constituição Federal de 1988. Esse tema está sendo atualmente debatido, pois há forte pressão para que a jornada legal seja limitada a 40 horas semanais;
- Fundo de Garantia por Tempo de Serviço (FGTS): criado em 1966, é formado pelo depósito mensal feito pelo empregador, junto à Caixa Econômica Federal, do valor que corresponda a 8% do salário dos trabalhadores;
- férias remuneradas de 30 dias: com o valor do salário normal acrescido de $\frac{1}{3}$ desse valor. Por exemplo: se o salário é de R$ 724,00, o salário a receber no mês de férias será de R$ 965,33;
- 13º salário: gratificação anual, cujo valor mensal corresponde a $\frac{1}{12}$ (um doze avos) do salário mensal do trabalhador. Aqui também o cálculo é semelhante. Se o salário é de R$ 724,00, e o empregado trabalhou de janeiro a dezembro, o décimo terceiro será o pagamento de outros R$ 724,00. Mas, no primeiro ano na empresa, o 13º salário será proporcional aos meses trabalhados: se foi contratado no começo do mês de julho receberá como décimo terceiro salário R$ 362,00, ou seja, valor proporcional aos meses trabalhados;
- aviso-prévio em caso de demissão: comunicado de rescisão de contrato de trabalho com duração de, no mínimo, 30 dias, podendo, pelas novas regras, chegar a até 90 dias, de acordo com o tempo de serviço na empresa;
- adicionais salariais por periculosidade, por insalubridade: sempre que o assalariado exercer seu trabalho em condições perigosas e/ou nocivas à saúde, ele tem direito a receber mensalmente um percentual adicionado ao salário. Esse percentual varia conforme a classificação do grau de risco ao qual o trabalhador é exposto: no caso de insalubridade, por exemplo, 10% para nível baixo, 20% para médio e até 40% para nível alto. Para saber se seu trabalho é considerado insalubre, pesquise o artigo 189 da CLT no *site*: <http://www.mte.gov.br> (acesso em: 13 fev. 2014);
- estabilidade de emprego por acidente de trabalho: se o trabalhador sofrer acidente de trabalho, ele terá garantia de emprego por 12 meses após o término do auxílio-doença;
- estabilidade de emprego para a mulher em caso de gestação, após a confirmação da mesma, acrescida de mais 5 meses após o parto; para a licença-maternidade são previstos atualmente 120 dias;
- dispensa imotivada (sem justa causa): dá ao trabalhador o direito a receber adicional de 40% sobre o total das contribuições que a empresa efetuou ao FGTS;
- direito ao pagamento de horas extras no valor estipulado pela lei;
- aposentadoria por tempo de contribuição: 35 anos para homens e 30 anos para mulheres;
- aposentadoria por invalidez permanente, sempre que a perícia médica considerar a pessoa incapaz para exercer o trabalho;
- seguro-desemprego: quando o trabalhador for contratado por pessoa jurídica e for demitido **sem justa causa**, ele tem direito a receber até 6 meses de assistência financeira paga pelo governo federal. O valor varia conforme a faixa salarial.

Emprego informal

As pessoas que trabalham e não possuem registro em carteira fazem parte do grupo de trabalhadores com **trabalhos informais**. Essa denominação significa que o trabalhador, nessa condição, não tem assegurados os direitos listados anteriormente. Por esse motivo, o trabalho informal é chamado trabalho desprotegido, popularmente conhecido como "trabalho precário".

Os empregos informais podem estar presentes em várias situações:

- nas empresas que contratam sem registro, mas os trabalhadores exercem atividade regular, diária e sem contar com nenhum direito;
- no caso de outros trabalhadores, a exemplo dos camelôs, que, em geral, trabalham nas ruas, fora de um estabelecimento, para um grande distribuidor de mercadorias e sem dispor de nenhum tipo de vínculo oficial. Nessa situação, se tiverem a mercadoria apreendida pela polícia, os trabalhadores informais são obrigados a repô-la às suas próprias custas.

Você precisa prestar atenção nisto: não existe contrato de trabalho sem carteira assinada! As empresas podem registrar o trabalhador por tempo de experiência, ou seja, ele tem um contrato de até 90 dias. Durante esse período, os direitos são os mesmos que os atribuídos a um trabalhador cujo emprego é formal. O empregador está desobrigado apenas de pagar o aviso-prévio ao contratado.

O não registro, inclusive no período de experiência, contraria a lei. Se o trabalhador não for registrado durante esse período de experiência, o tempo para aposentadoria, 13º salário, férias e FGTS não serão computados.

No emprego informal, o tempo de trabalho sem registro não será considerado para efeito de aposentadoria, pois nesse tipo de emprego não se faz contribuição ao INSS. Então, se você trabalhou cinco anos sem registro e, consequentemente, não recolheu INSS nesse período, você precisará trabalhar cinco anos a mais registrado para poder pedir a aposentadoria quando for o momento.

Além do tempo para aposentadoria, sem o recolhimento do FGTS durante 5 anos, o trabalhador vai perder aproximadamente **5 salários**, um para cada ano de trabalho, no total depositado no fundo. E, ainda, se a demissão ocorrer sem justa causa, também não terá direito a receber a multa de 40% do valor total dos depósitos ou recolhimentos ao FGTS sobre o período. Se forem 5 anos de trabalho, 40% seriam equivalentes a mais 2 anos, o que corresponde a cerca de mais 2 salários. Esse caso aqui exemplificado acontece quando a empresa não registra o trabalhador a partir do primeiro dia de trabalho, conforme determina a lei.

Essa situação fica ainda mais grave se, além desses direitos, existirem outros negociados entre as empresas e os trabalhadores, por meio dos sindicatos, como vale-refeição, vale-alimentação, seguro-saúde, seguro de vida, auxílio-creche etc., que só os trabalhadores formais possuem.

Daí a importância dos sindicatos dos trabalhadores: são eles que representam os trabalhadores, que negociam o reajuste salarial anualmente e a Participação nos Lucros e Resultados (conhecida como PLR) e que fiscalizam o pagamento dos valores devidos aos empregados nas demissões (chamadas de rescisão contratual). Mas o sindicato só poderá atuar se o trabalhador tiver emprego formal, ou seja, com registro em carteira.

VOCÊ SABIA?

O trabalhador autônomo também pode contribuir para o INSS. Para isso, é necessário fazer um registro em uma agência da Previdência Social na cidade onde mora.

ATIVIDADE 2 As frações e a divisão de lucros: trabalhar por conta própria

© Paulo Savala

As frações podem aparecer nos contextos de formação e partilha de lucro de uma sociedade. Nos exercícios a seguir, você vai calcular as cotas e a divisão do lucro da *bombonière* aberta pelos irmãos Josefa e Marcos.

1 Quando os irmãos resolveram montar um negócio, eles investiram um capital inicial de R$ 600,00. Dividiram esse valor em cinco cotas de R$ 120,00. Josefa entrou com duas cotas, e Marcos, com três cotas.

a) Qual foi o valor de investimento inicial de:

- Josefa?

- Marcos?

b) Que fração do capital inicial corresponde às partes de:

- Josefa?

- Marcos?

2 Os sócios decidiram que o **lucro líquido** obtido nos três primeiros meses deveria ser dividido em partes proporcionais ao investimento inicial de cada um.

a) No primeiro mês de sociedade, o lucro líquido foi de R$ 1.200,00. Determine as partes de Josefa e de Marcos.

Lucro líquido

Retorno de um investimento menos os gastos com compra de produtos, pagamento de funcionários e manutenção de espaço físico.

b) No segundo mês, os negócios melhoraram, e eles tiveram um lucro líquido de R$ 1.800,00. Determine as partes de Josefa e de Marcos na divisão dos lucros desse segundo mês.

c) No terceiro mês, o lucro foi um pouco menor que no mês anterior: R$ 1.500,00. Determine quais foram as partes de Josefa e Marcos nesse mês.

3 Após os primeiros meses de sociedade, Josefa e Marcos resolveram aumentar o capital da microempresa, de modo que a participação de cada sócio fosse de 50% do total investido. Marcos colocou mais R$ 140,00 de capital. Quanto colocou Josefa, para que os dois tenham ficado com cotas iguais?

4 A partir do momento em que a participação de cada sócio no capital da microempresa ficou igual, eles passaram a distribuir os lucros proporcionalmente ao número de horas trabalhadas.

Observe a tabela de horas trabalhadas e o lucro líquido em cada mês e complete a parte do lucro correspondente à divisão que coube a cada um.

Mês	Horas trabalhadas (em h)		Lucro líquido mensal (em R$)	Divisão proporcional dos lucros	
	Josefa	Marcos		Josefa	Marcos
Abril	30	60	R$ 1.200,00		
Maio	40	60	R$ 900,00		
Junho	72	48	R$ 2.400,00		

O uso de frações na legislação brasileira

As frações são utilizadas para definir a aprovação de leis no Congresso Nacional, ou seja, na Câmara e no Senado. Com $\frac{2}{3}$ dos votos dos deputados federais, pode-se iniciar um processo de impedimento (*impeachment*) do Presidente da República; $\frac{1}{3}$ dos ministros do Tribunal de Contas são escolhidos pelo Presidente da República, e $\frac{2}{3}$, pelo Congresso Nacional.

As leis são úteis também para garantir os direitos dos trabalhadores, como no cálculo das férias e do décimo terceiro salário proporcionais e ainda no cálculo das indenizações por tempo de serviço.

O Congresso Nacional é responsável pelas leis do Brasil. Ele é formado pela reunião das bancadas da Câmara dos Deputados e do Senado Federal, que reúnem, respectivamente, um total de 513 deputados federais, com mandato de 4 anos, e 81 senadores – 3 para cada uma das 27 unidades federativas (26 estados e o Distrito Federal) –, com mandato de 8 anos.

ATIVIDADE 3 Exercitando frações na legislação

1 Após ter lido o texto anterior com bastante atenção, descubra qual é a quantidade de votos necessária para iniciar um processo de impedimento do Presidente da República de continuar o seu mandato.

PENSE SOBRE...

Você sabia que muitas coisas do mundo do trabalho são medidas em polegadas, como o diâmetro dos canos?

Os encanadores experientes sabem muito bem para que serve um cano de $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{4}$, $1\frac{1}{4}\left(\frac{5}{4}\right)$, $1\frac{1}{2}\left(\frac{3}{2}\right)$ ou $\frac{5}{8}$ de polegadas. Um cano "de $\frac{3}{4}$" tem 19,05 mm de diâmetro e equivale a $\frac{3}{4}$ de 2,54 cm, que é a medida de uma polegada.

O que é mais usual para se referir a canos: polegadas ou milímetros? Por que será? Se tiver oportunidade, converse com algum encanador sobre o uso dessas medidas.

HORA DA CHECAGEM

Atividade 1 - As frações e o mundo do trabalho

1 Essa é uma resposta pessoal, por isso não existe certo ou errado. No entanto, o mais comum no Brasil é a exigência de 8 horas de trabalho por dia.

2

a) Sim. A profissão de comerciante aparece duas vezes na tabela, exercida pelo pai e pelo vizinho.

b) Segundo a tabela, as profissões com mais horas de trabalho são as de taxista e enfermeira.

c) Segundo a tabela, a profissão com menos horas de trabalho é a de aprendiz, com 4 horas de trabalho.

Atividade 2 - As frações e a divisão de lucros: trabalhar por conta própria

1

a) • **Josefa**: 2 × 120 = 240. Foi de R$ 240,00.

• **Marcos**: 3 × 120 = 360. Foi de R$ 360,00.

b) • **Josefa**: R$ 240,00 correspondem a $\frac{2}{5}$ de R$ 600,00.

• **Marcos**: R$ 360,00 correspondem a $\frac{3}{5}$ de R$ 600,00.

2

a) **Josefa**: $\frac{2}{5}$ de 1.200 = 480; R$ 480,00.

Marcos: $\frac{3}{5}$ de 1.200 = 720; R$ 720,00.

Também é possível calcular a parte de Marcos subtraindo do total do lucro a parte de Josefa: 1.200 – 480 = 720.

b) **Josefa**: $\frac{2}{5}$ de 1.800 = 720; R$ 720,00.

Marcos: $\frac{3}{5}$ de 1.800 = 1.080; R$ 1.080,00.

c) **Josefa**: $\frac{2}{5}$ de 1.500 = 600; R$ 600,00.

Marcos: $\frac{3}{5}$ de 1.500 = 900; R$ 900,00.

3 Se cada um tiver 50%, deverão ter cotas iguais. Marcos ficará com: 360 + 140 = 500. Logo, Josefa deverá ter também um total de R$ 500,00 de capital. Como já tem R$ 240,00; 500 – 240 = 260. Josefa deverá colocar R$ 260,00.

4

Veja a tabela a seguir:

Mês	Horas trabalhadas (em h)		Total de horas trabalhadas	Fração de horas trabalhadas	
	Josefa	Marcos		Josefa	Marcos
Abril	30	60	90	$\frac{30}{90} = \frac{3}{9} = \frac{1}{3}$	$\frac{60}{90} = \frac{6}{9} = \frac{2}{3}$
Maio	40	60	100	$\frac{40}{100} = \frac{4}{10} = 0{,}4$	$\frac{60}{100} = \frac{6}{10} = 0{,}6$
Junho	72	48	120	$\frac{72}{120} = \frac{6}{10} = 0{,}6$	$\frac{48}{120} = \frac{4}{10} = 0{,}4$

Multiplicando o lucro mensal pelos valores resultantes das divisões acima, tem-se:

Mês	Horas trabalhadas (fração do total)		Lucro líquido mensal (em R$)	Divisão proporcional dos lucros	
	Josefa	Marcos		Josefa	Marcos
Abril	$\frac{1}{3}$	$\frac{2}{3}$	R$ 1.200,00	$\frac{1}{3} \times 1.200 = \frac{1.200}{3} =$ R$ 400,00	$\frac{2}{3} \times 1.200 =$ R$ 800,00
Maio	0,4	0,6	R$ 900,00	$0{,}4 \times 900 =$ R$ 360,00	$0{,}6 \times 900 =$ R$ 540,00
Junho	0,6	0,4	R$ 2.400,00	$0{,}6 \times 2.400 =$ R$ 1.440,00	$0{,}4 \times 2.400 =$ R$ 960,00

Atividade 3 - Exercitando frações na legislação

1 Para se iniciar o processo de impedimento, é necessário obter $\frac{2}{3}$ dos votos dos deputados federais a favor. Como eles são 513, é preciso calcular:

$\frac{2}{3}$ de $513 = 342$

Logo, dos 513 deputados federais, 342 precisam votar a favor do processo de impedimento.

Registro de dúvidas e comentários

UNIDADE 2

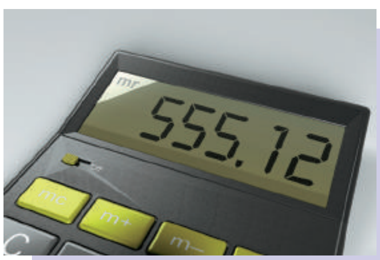
NÚMEROS QUEBRADOS: OS DECIMAIS

TEMAS

1. Representação dos números decimais
2. Da escrita fracionária para a escrita decimal
3. Representação de decimais na reta numérica e comparação entre eles

Introdução

Os números com vírgula indicam quantidades ou medidas “quebradas” (que não podem ser representadas apenas por números inteiros). Esses números aparecem nas manchetes de jornal, nos preços e nas embalagens dos produtos que são consumidos, no visor de aparelhos eletrônicos, como calculadoras, computadores e balanças, e no painel de eletrodomésticos e de automóveis, em geral.



© Megastocker/123RF

© Valentin Oleynikov/123RF

© João Prudente/Pulsar Imagens

Embora os números com vírgula possam ser vistos em diversos lugares, há muito que aprender a respeito deles, sobre como efetuar cálculos com eles e como usá-los em uma calculadora.

O objetivo desta Unidade é discutir, explicitar e organizar seus conhecimentos sobre os números decimais, aprofundando-os.

TEMA 1 Representação dos números decimais

Neste Tema, você aprenderá a ler, interpretar e representar números decimais, vai saber onde se deve colocar a vírgula e qual é o seu significado.

ASSISTA!

Matemática – Volume 2

Números quebrados: os decimais

Neste vídeo, a relação entre frações e números decimais é abordada.

O QUE VOCÊ JÁ SABE?

De todos os tipos de número que você usa em seu dia a dia e em suas atividades profissionais, os números com vírgula são os mais comuns, pois podem ser utilizados em variados contextos.

- Tente lembrar quais são as situações do cotidiano em que você usa a vírgula em números.

- Agora, imagine como seria a leitura de um jornal sem saber o que significam os números com vírgula.

A importância dos números decimais na nossa vida

Na maioria das situações do cotidiano, principalmente aquelas relacionadas a medidas e dinheiro, nem sempre os números envolvidos são naturais. Por exemplo:

- é muito difícil que uma pessoa meça exatamente 1 m ou 2 m. O mais provável é que a altura de uma pessoa de estatura média seja maior que 1 m e menor que 2 m. Se ela mede 1 m e 68 cm, não é usual expressar essa altura em centímetros, ou seja, 168 cm; o mais comum, na verdade, é usar uma vírgula e expressá-la como 1,68 m;

- quando se vai comprar um frango inteiro no supermercado, dificilmente seu “peso” será 2 kg ou 3 kg exatos; porém, se ele pesar 2 kg e 325 g, é improvável que apareça na embalagem a informação do peso em gramas, 2.325 g, pois a unidade grama somente costuma ser utilizada para expressar massas menores que 1 kg.

Fotos: © Paulo Savala

VOCÊ SABIA?

Em alguns países, os números decimais são escritos de forma diferente.

Existem dois tipos de códigos para separar a parte inteira da parte decimal nas calculadoras: o ponto ou a vírgula. Em muitas calculadoras importadas, utiliza-se o ponto, isto é, o ponto decimal; em outras, usa-se a vírgula. No Brasil, por exemplo, utiliza-se a vírgula.

© R2 Editorial

Como escrever essas medidas?

Essa questão ocupou muitos matemáticos durante vários séculos, até que, enfim, surgiu a ideia de usar a vírgula para separar a parte inteira de outra "quebrada".

No século IX, o astrônomo e matemático árabe Al Kasi desenvolveu uma teoria sobre as frações decimais e a noção de número decimal. Mas foi somente depois de cerca de sete séculos que a vírgula, da forma que é usada hoje, foi utilizada pela primeira vez.

Os números com vírgula presentes nas embalagens, nas ofertas e nas manchetes do dia a dia estão associados a uma fração decimal correspondente e são chamados **números decimais**.

A notação decimal é uma das maneiras de representar as frações que podem ser escritas com denominadores 10, 100, 1.000... isto é, as frações decimais.

Notação fracionária	Notação decimal	Leitura
$\frac{1}{10}$	0,1	Um décimo
$\frac{1}{100}$	0,01	Um centésimo
$\frac{1}{1.000}$	0,001	Um milésimo

Nos casos a seguir, observe algumas frações com denominadores 10 e 100 e o número de dígitos escritos depois da vírgula.

- $\frac{2}{10} = 0{,}2$
- $\frac{24}{100} = 0{,}24$
- $\frac{13}{100} = 0{,}13$
- $\frac{17}{10} = 1{,}7$
- $\frac{13}{10} = 1{,}3$
- $\frac{237}{100} = 2{,}37$

Na notação decimal, a vírgula separa a escrita do número em duas partes: a parte inteira e a parte fracionária ou decimal.

Veja outros exemplos:

$3,7 = 3 + 0,7 = 3 + \frac{7}{10}$ Lê-se: "três inteiros e sete décimos".

Parte inteira Parte fracionária ou decimal

$0,05 = 0 + 0,05 = 0 + \frac{5}{100}$ Lê-se: "cinco centésimos".

Parte inteira Parte fracionária ou decimal

$4,318 = 4 + 0,318 = 4 + \frac{318}{1.000}$ Lê-se: "quatro inteiros e trezentos e dezoito milésimos".

Parte inteira Parte fracionária ou decimal

$721,125 = 721 + 0,125 = 721 + \frac{125}{1.000}$ Lê-se: "setecentos e vinte e um inteiros e cento e vinte e cinco milésimos".

Parte inteira Parte fracionária ou decimal

ATIVIDADE 1 Notação fracionária

Nesta atividade, você vai pôr em prática o que aprendeu e avaliar se deve retomar e se aprofundar um pouco mais no tema. Então, mãos à obra.

1 Escreva a fração decimal e como se lê.

a) 0,3 ____________________

b) 0,03 ____________________

c) 0,003 ____________________

d) 0,5 ____________________

e) 0,35 ____________________

f) 0,035 ____________________

g) 0,14 ____________________

h) 0,4 ____________________

DESAFIO

A representação decimal da fração $\frac{5}{2}$ é:

a) 5,2 b) 5,0 c) 2,5 d) 2,0

Saresp 2007. Disponível em: <http://saresp.fde.sp.gov.br/2007/Arquivos/Provas%202007/Matem%C3%A1tica/6%C2%AA%20s%C3%A9rie%20EF/1_Manh%C3%A3/Prova-MAT-6EF-Manha.pdf>. Acesso em: 11 abr. 2014.

HORA DA CHECAGEM

Atividade 1 – Notação fracionária

1

a) $\frac{3}{10}$ → três décimos.

b) $\frac{3}{100}$ → três centésimos.

c) $\frac{3}{1.000}$ → três milésimos.

d) $\frac{5}{10}$ → cinco décimos.

e) $\frac{35}{100}$ → trinta e cinco centésimos.

f) $\frac{35}{1.000}$ → trinta e cinco milésimos.

g) $\frac{14}{100}$ → catorze centésimos.

h) $\frac{4}{10}$ → quatro décimos.

Desafio

Alternativa correta: **c**. O melhor modo de se obter o número decimal correspondente a uma fração é encontrar, primeiro, a fração decimal. Como a fração decimal precisa ter denominador 10, o cálculo pode ser feito como no exemplo ao lado.

$$\frac{5}{2} \overset{\times 5}{=} \frac{25}{10} = 2{,}5$$

Registro de dúvidas e comentários

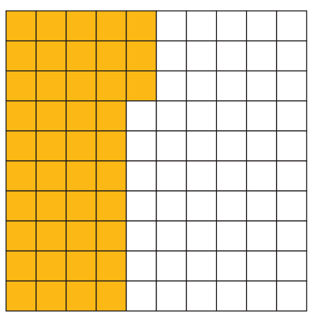
Neste Tema, você verá como é possível representar uma fração na forma decimal e também aprenderá a continuar a divisão quando o resultado não for exato.

O QUE VOCÊ JÁ SABE?

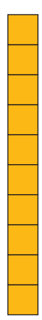
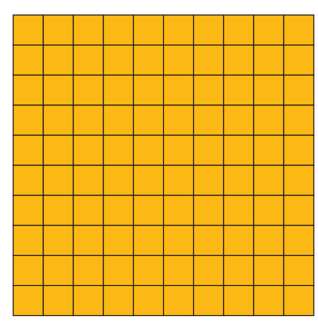
A escrita decimal está presente em sua vida, no seu dia a dia. Mesmo que você não perceba, quando divide uma garrafa de 1 ℓ de refrigerante em copos que têm capacidade de 250 mℓ, o que acha que está fazendo?

Isso mesmo, você está "fracionando" o líquido da garrafa, ou seja, dividindo 1 ℓ em quatro copos de 250 mℓ, ou colocando 0,250 ℓ de refrigerante em cada um.

Escrita decimal e fracionária

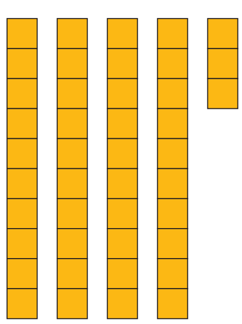


A parte pintada da placa ao lado representa a fração decimal $\frac{43}{100}$, cuja forma decimal é 0,43.

Observe que a barra  equivale a $\frac{1}{10}$ da placa. 

Ilustrações: © R2 Editorial

A barra equivale à décima parte da placa.



Quatro barras e três cubinhos, lê-se: "quarenta e três centésimos", que é igual a "quatro décimos e três centésimos".

Resumindo, $\frac{43}{100} = \frac{40}{100} + \frac{3}{100}$, mas $\frac{40}{100} = \frac{4}{10}$.

Portanto, $\frac{43}{100} = \frac{4}{10} + \frac{3}{100} = 0,4 + 0,03 = 0,43$.

Veja outros exemplos a seguir. O que você percebe?

Escrita fracionária	Escrita decimal
$\frac{32}{10}$	3,2
$\frac{32}{100}$	0,32
$\frac{325}{10}$	32,5
$\frac{325}{100}$	3,25
$\frac{325}{1.000}$	0,325

ATIVIDADE 1 Escrita decimal e escrita fracionária

1 Escreva na forma decimal:

a) $\frac{8}{10} =$ ______

b) $\frac{8}{100} =$ ______

c) $\frac{43}{10} =$ ______

d) $\frac{43}{100} =$ ______

e) $\frac{815}{10} =$ ______

f) $\frac{815}{100} =$ ______

g) $\frac{815}{1.000} =$ ______

h) $\frac{815}{10.000} =$ ______

2 Escreva na forma de fração decimal:

a) 0,6 = ______

b) 0,60 = ______

c) 0,04 = ______

d) 0,64 = ______

e) 0,70 = ______

f) 0,005 = ______

g) 6,43 = ______

h) 64,3 = ______

i) 0,643 = ______

j) 0,045 = ______

VOCÊ SABIA?

As moedas de 1 centavo de real não são produzidas desde 2004.
Os motivos alegados para interromper a cunhagem dessas moedas foram o alto custo de sua emissão e a baixa circulação. Todas as cédulas e moedas em reais são produzidas pela Casa da Moeda do Brasil, empresa pública vinculada ao Ministério da Fazenda. As moedas de 1 centavo de real foram lançadas em 1994, com o Plano Real.

3 Pratique a leitura e a escrita de números decimais escrevendo a forma decimal de:

a) dois inteiros e quatro décimos: ______

b) quarenta e dois inteiros e quinze centésimos: ______

c) cento e onze milésimos: ______

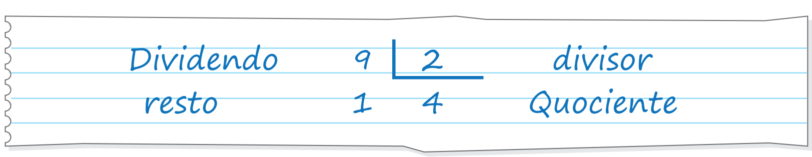
d) onze milésimos: ______

e) dez milésimos: ______

f) um milésimo: ______

Os decimais e a divisão

Você se lembra dos procedimentos de divisão de dois números inteiros?



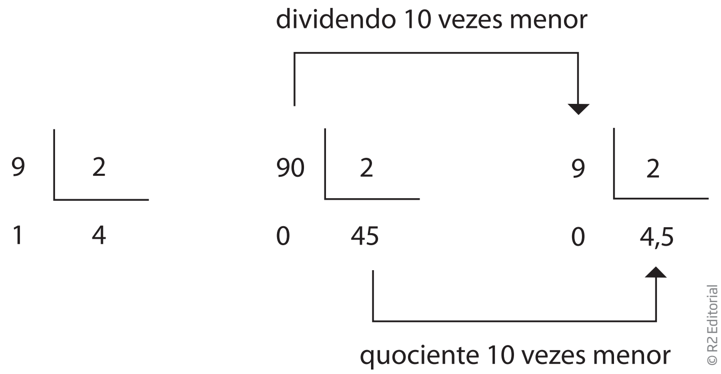
Quando você estudou a técnica da divisão na chave, aprendeu a parar a divisão quando o resto era menor que o divisor.

Mas, com a invenção das frações e dos números decimais, é possível continuar a divisão.

Nas situações do dia a dia, não há a menor dificuldade em fazer certas divisões, como dividir 9 pães para duas pessoas. Nesses casos, não é preciso usar "vírgulas". No caso da divisão dos pães, por exemplo, cada pessoa fica com 4 pães, e o pão restante é dividido ao meio, então cada pessoa passa a ter 4 pães e 1 metade. Contudo, quando for preciso representar o resultado dessa divisão, a vírgula é necessária.

Montagem sobre foto © Jacek/Kino

Veja o exemplo a seguir e uma das possíveis estratégias utilizadas para dividir dois números até que o resto seja zero e seja possível representar o resultado final.



© R2 Editorial

A estratégia adotada aqui foi fazer outra divisão (90 ÷ 2) com um dividendo 10 vezes maior (90) que o original (9), o que resultou em um quociente 10 vezes maior (45) que o da operação original (4,5).

Para compensar, então, divide-se por 10 o quociente da conta intermediária. Na conta apresentada anteriormente, era preciso dividir 9 por 2, mas calculou-se 90 por 2, a fim de que pudesse ser uma divisão exata.

Logo, o resultado foi 45, um quociente que é 10 vezes maior que o da conta original. Portanto, para encontrar o resultado da divisão 9 ÷ 2, dividiu-se 45 por 10, o que se faz facilmente recolocando a vírgula uma casa à esquerda, obtendo-se **4,5**.

ATIVIDADE 2 Mais cálculo mental

1 Pratique o que aprendeu até agora resolvendo mentalmente as seguintes divisões:

a) 100 ÷ 4 = ____________________

b) 100 ÷ 8 = ____________________

c) 10 ÷ 4 = ____________________

d) 10 ÷ 8 = ____________________

e) 1 ÷ 4 = ____________________

f) 1 ÷ 8 = ____________________

g) 3 ÷ 4 = ____________________

h) 13 ÷ 2 = ____________________

i) 50 ÷ 2 = ____________________

j) 14 ÷ 4 = ____________________

k) 5 ÷ 2 = ____________________

l) 60 ÷ 8 = ____________________

m) 1.000 ÷ 8 = ____________________

n) 21 ÷ 4 = ____________________

HORA DA CHECAGEM

Atividade 1 - Escrita decimal e escrita fracionária

1

a) 0,8
b) 0,08
c) 4,3
d) 0,43
e) 81,5
f) 8,15
g) 0,815
h) 0,0815

2

a) $\frac{6}{10}$
b) $\frac{60}{100} = \frac{6}{10}$
c) $\frac{4}{100}$
d) $\frac{64}{100}$
e) $\frac{70}{100} = \frac{7}{10}$
f) $\frac{5}{1.000}$
g) $\frac{643}{100}$
h) $\frac{643}{10}$
i) $\frac{643}{1.000}$
j) $\frac{45}{1.000}$

3

a) 2,4
b) 42,15
c) 0,111
d) 0,011
e) 0,010
f) 0,001

Atividade 2 - Mais cálculo mental

1

a) 25

b) Sabendo que 100 ÷ 4 = 25, ao calcular 100 ÷ 8 é só dividir o resultado por 2 → 25 ÷ 2 = 12,5.

HORA DA CHECAGEM

c) Neste caso, é só dividir o resultado de 100 ÷ 4 por 10 para obter 10 ÷ 4 = 2,5.

d) Basta dividir o resultado de 100 ÷ 8 por 10 para obter 10 ÷ 8 = 1,25.

e) Pensando do mesmo modo que no item c, tem-se 1 ÷ 4 = 0,25.

f) 0,125

g) 0,75

h) 6,5

i) 25

j) 3,5

k) 2,5

l) 7,5

m) 125

n) 5,25

Registro de dúvidas e comentários

Agora você verá não só como representar decimais na reta numérica, mas também como comparar números decimais.

O QUE VOCÊ JÁ SABE?

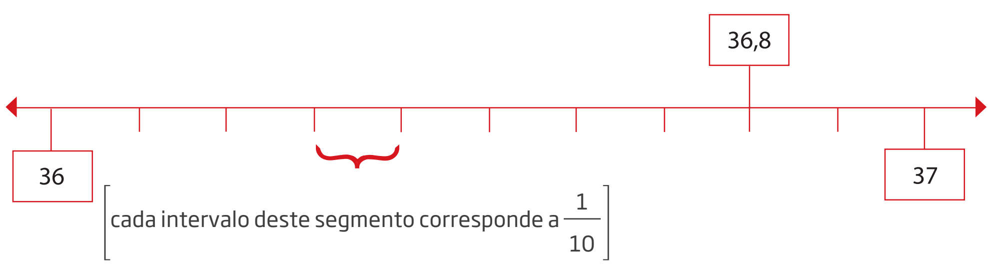
A utilização de uma reta numérica, na qual é possível marcar qualquer das medidas convencionais, está presente em algumas profissões, a saber:

- costureira – ela poderia fazer uma roupa se não pudesse medir onde cortar o tecido? Que instrumento ela usa para medir?
- encanador – ele poderia consertar um encanamento se não pudesse medir onde cortar o cano? O que ele usa para obter essa medida?

Representação de decimais na reta numérica

Exemplo de reta numérica.

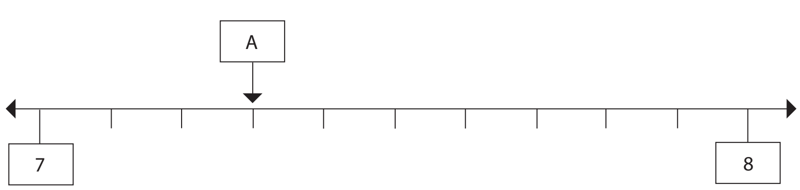
Os números decimais podem ser representados na reta numérica. Para tanto, deve-se fazer ou imaginar subdivisões dos intervalos entre números inteiros, tal como em uma régua, por exemplo. Veja as marcas entre 36 e 37 e a localização do número decimal 36,8.



ATIVIDADE 1 Decifrando os números decimais

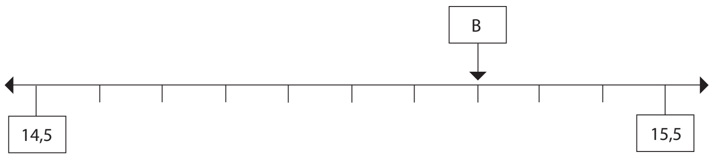
1 Descubra quais são os números decimais representados por letras na reta numérica:

a)



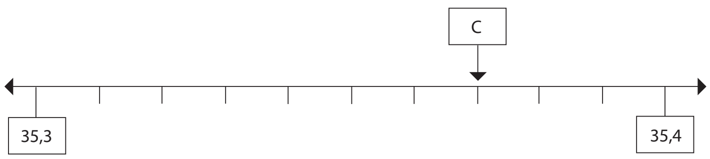
A = ____________

b)



B = ________

c)



C = ________

Comparação de decimais

Observe a figura a seguir. O caminhão tem 3,15 m de altura. Será que ele consegue passar com segurança embaixo da ponte?

Para que você possa responder à pergunta, basta comparar 3,4 e 3,15 para saber qual número é maior.

Acompanhe a discussão a seguir para aprender a comparar números decimais

Montagem de Hudson Calasans sobre foto © Jacek/Kino

O que é maior: 0,3 ou 0,30?

Vê-se que 0,3 é equivalente a 0,30.

$$0{,}3 = \frac{3}{10} = \frac{30}{100} = 0{,}30$$

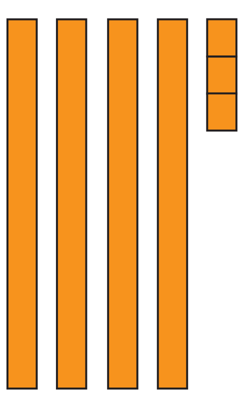
Frações equivalentes

0,3 = 0,30 = 0,300 = 0,3000

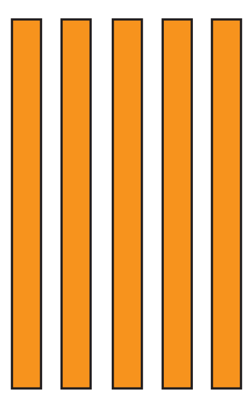
A quantidade de zeros acrescentados à direita dos algarismos que estão depois da vírgula não altera o valor do número.

E agora, como saber qual é o maior: 0,43 ou 0,5?

0,43

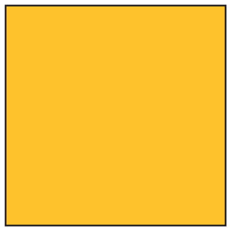


0,5



Ilustrações: © R2 Editorial

Considere que esta placa equivale a 1.



Então, a barra obtida da divisão da placa por 10 equivale a $\frac{1}{10}$ ou 0,1.

De acordo com a figura, vê-se que 0,5 = 0,50 > 0,43.

Para comparar números decimais, compara-se casa a casa, da esquerda para a direita: inteiros com inteiros, décimos com décimos, centésimos com centésimos, e assim por diante.

Centena	Dezena	Unidade	,	Décimo	Centésimo	Milésimo
	4	3	,	7	8	9
	3	4	,	9	9	9

- 43,789 > 34,999, porque 43 > 34.
- 8,6 > 8,37, porque 6 > 3.
- 0,048 > 0,03, porque 4 > 3.
- 1,002 = 1,0020, porque 2 = 2 e zeros colocados à direita do último algarismo que está depois da vírgula não alteram o valor do número.

Agora, você já consegue responder se o caminhão passa ou não por baixo da ponte.

ATIVIDADE 2 Maior, menor ou igual?

1 Compare os números a seguir usando os sinais de “maior que” (>), “menor que” (<) ou “igual” (=).

a) 21,34 ________ 21,43

b) 6,541 ________ 6,54

c) 6,54 ________ 6,5402

d) 0,12 ________ 0,120

e) 5,03 ________ 5,302

f) 67,228 ________ 67,23

g) 2,07 ________ 2,1

h) 45,002 ________ 45,01

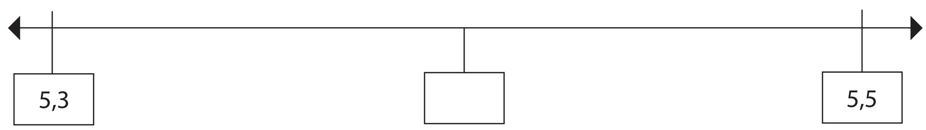
2 Coloque os números a seguir em ordem crescente, ou seja, do menor para o maior.

3,500	2,61	23,01	1,09	2,507	0,09	1,11

---

3 Encontre o que se pede na reta numérica:

a) Um número decimal entre 5,3 e 5,5.



b) Um número centesimal entre 5,3 e 5,4.

4 Escreva um número que se encontre entre os números a seguir:

a) 3,5 e 3,85 ____________________

b) 0,12 e 0,125 ____________________

c) 1,9 e 2 ____________________

d) 2,11 e 2,12 ____________________

ATIVIDADE 3 Arredondamento com decimais

Preste atenção na forma como os preços são representados nos anúncios dos postos de combustíveis. É comum o uso de números com três casas decimais, embora a menor fração do real seja 1 centavo. O que se faz, em geral, é arredondar os números para um valor mais familiar.

Os preços do anúncio da direita, em que a casa dos milésimos é zero, não precisam ser arredondados, pois existem moedas de real que possibilitam pagar as quantias indicadas: R$ 1,98 e R$ 2,04. Mas os preços do anúncio da esquerda precisam ser arredondados:

© Fernando Favoretto/Criar Imagem

© Sergio Lima/Folhapress

R$ 2,699 → R$ 2,70 R$ 2,729 → R$ 2,73

R$ 2,099 → R$ 2,10 R$ 2,059 → R$ 2,06

1 Arredonde os números abaixo até a casa dos centésimos:

a) 13,599 ______________________ b) 235,7899 ______________________

2 Arredonde o resultado das adições até a casa dos décimos:

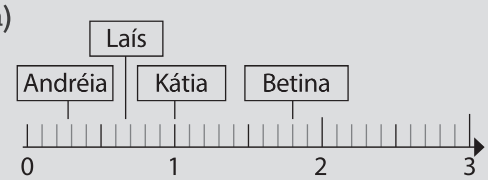
a) 3,49 + 6,39 = ______________________ b) 16,89 + 3,10 = ______________________

DESAFIO

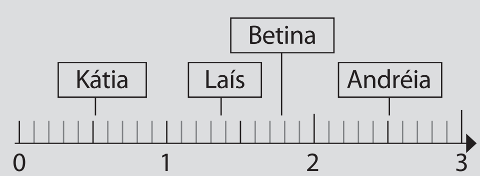
Quatro amigas foram ao armazém comprar queijo. Veja as quantidades que cada uma comprou: Kátia: 0,51 kg; Betina: 1,73 kg; Laís: 1,37 kg; Andréia: 2,51 kg.

Qual reta numérica indica corretamente a quantidade que cada uma comprou?

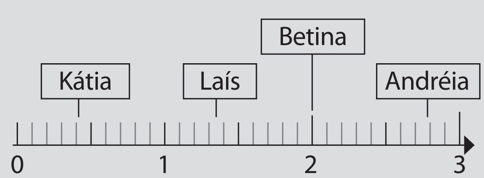
a)



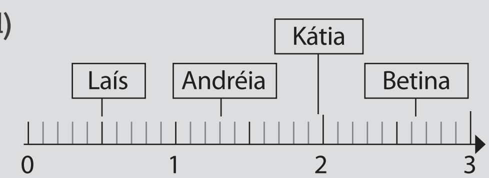
b)



c)



d)



Saresp 2007. Disponível em: <http://saresp.fde.sp.gov.br/2007/Arquivos/Provas%202007/Matem%C3%A1tica/6%C2%AA%20s%C3%A9rie%20EF/2_Tarde/Prova-MAT-6EF-Tarde.pdf>. Acesso em: 11 abr. 2014.

PENSE SOBRE...

Tanto faz você gastar 0,5 ou 0,50 de seu salário com algo de que não precisa. Nos dois casos, você sentirá falta de metade do seu salário. No entanto, há situações em que escrever 0,5 ou 0,50 faz muita diferença. Por exemplo, um farmacêutico precisa adicionar 0,50 mg de um clorato em determinado remédio. Por que não escrever 0,5 mg? Isso tem a ver com arredondamentos e "precisão de uma medida".

Pesquise na internet ou entreviste pessoas que usem medidas de precisão para saber qual é a diferença.

HORA DA CHECAGEM

Atividade 1 - Decifrando os números decimais

1

a) A = 7,3 b) B = 15,2 c) C = 35,37

Atividade 2 - Maior, menor ou igual?

1

a) 21,34 < 21,43 c) 6,54 < 6,5402 e) 5,03 < 5,302 g) 2,07 < 2,1

b) 6,541 > 6,54 d) 0,12 = 0,120 f) 67,228 < 67,23 h) 45,002 < 45,01

2 0,09; 1,09; 1,11; 2,507; 2,61; 3,500; 23,01.

3 A intenção dessa questão é que você perceba a posição em que se encontra o quadradinho, com relação aos números já determinados.

a) Como o quadradinho está na metade do espaço entre 5,3 e 5,5, ele corresponde a 5,4.

b) Pode ser o 5,33 ou 5,34, porque o quadradinho está antes do meio, que seria 5,35.

4 Respostas possíveis, pois há outras respostas corretas:

a) 3,6 b) 0,123 c) 1,95 d) 2,117

Atividade 3 - Arredondamento com decimais

1

a) 13,60 b) 235,79

2

a) 3,49 + 6,39 = 9,88, aproximadamente 9,9.

b) 16,89 + 3,10 = 19,99, aproximadamente 20,0.

Desafio

Alternativa correta: **b**. Nesse desafio, é preciso observar que cada unidade da reta numérica foi dividida em 10 partes, o que significa que cada uma das partes corresponde a 0,1. Assim, a reta numérica funciona como se fosse o marcador de uma balança com ponteiro, e a quantidade de queijo comprada por cada uma está indicada pela alternativa **b**.

Registro de dúvidas e comentários

UNIDADE 3

OPERAÇÕES COM NÚMEROS DECIMAIS E FRAÇÕES

TEMAS

1. Adição e subtração com números decimais
2. Multiplicação e divisão com números decimais

Introdução

No dia a dia, os números decimais estão por toda parte. Todos são solicitados a fazer cálculos com eles, seja para saber de quanto será determinado desconto, qual é o valor da multa que se terá de pagar, no caso de pagamento em atraso, ou para calcular o tamanho de uma cortina ou a quantidade de tinta necessária para pintar uma casa.

O cálculo com decimais é necessário nas operações comerciais e financeiras, bem como na metalurgia, na marcenaria, na carpintaria, na construção civil, entre outros.

Esta Unidade vai tratar dos procedimentos de cálculo com números decimais, tanto na forma de cálculo mental, quanto usando a calculadora ou realizando o cálculo escrito.

TEMA 1 Adição e subtração com números decimais

Aqui você vai retomar as propriedades de adição e subtração que aprendeu com números naturais e perceber que a maior parte delas também se aplica aos cálculos com números decimais.

O QUE VOCÊ JÁ SABE?

Como você faz cálculos com números decimais? Costuma fazer esses cálculos mentalmente, prefere usar uma calculadora ou faz por escrito?

© Paulo Savala

Em razão do desenvolvimento da tecnologia, a maioria dos cálculos, principalmente aqueles que envolvem números decimais, é feita por meio de instrumentos como calculadoras e computadores; em outras situações, não é possível perceber os cálculos sendo feitos porque o resultado aparece automaticamente no visor de um aparelho que tem um *chip* embutido, por exemplo: geladeira (de bar) que indica a temperatura, forno micro-ondas, balança digital (de restaurante por quilo).

© Paulo Savala

Efetuando cálculos com números decimais

Nos casos citados anteriormente, nem se pensa que há um cálculo sendo feito. Porém, há situações do cotidiano, como quando você vai fazer compras no supermercado, em que é preciso saber o resultado exato ou estimado do valor total da conta.

Observe as imagens a seguir:

R$ 3,28

© Paulo Savala

R$ 3,49

© Paulo Savala

R$ 4,59

© Paulo Savala

Nessa compra, quanto se pagará pelos três produtos?

© Paulo Savala

Observe que as quatro respostas estão corretas. Dependendo das exigências da situação, pode-se obter o resultado da adição R$ 3,28 + R$ 3,49 + R$ 4,59 por meio de **cálculo mental, estimativa, cálculo escrito** com lápis e papel ou usando uma **calculadora**.

Agora é com você: Se uma pessoa der uma nota de R$ 20,00 para pagar essa conta do mercado, quanto ela deve receber de troco?

Primeiro, faça uma estimativa e, em seguida, obtenha o troco exato por escrito. Confira os cálculos com uma calculadora.

Resolução de problemas de adição e subtração

Veja o **passo a passo** da **resolução de problemas** de adição e subtração de números decimais em situações que envolvem dinheiro.

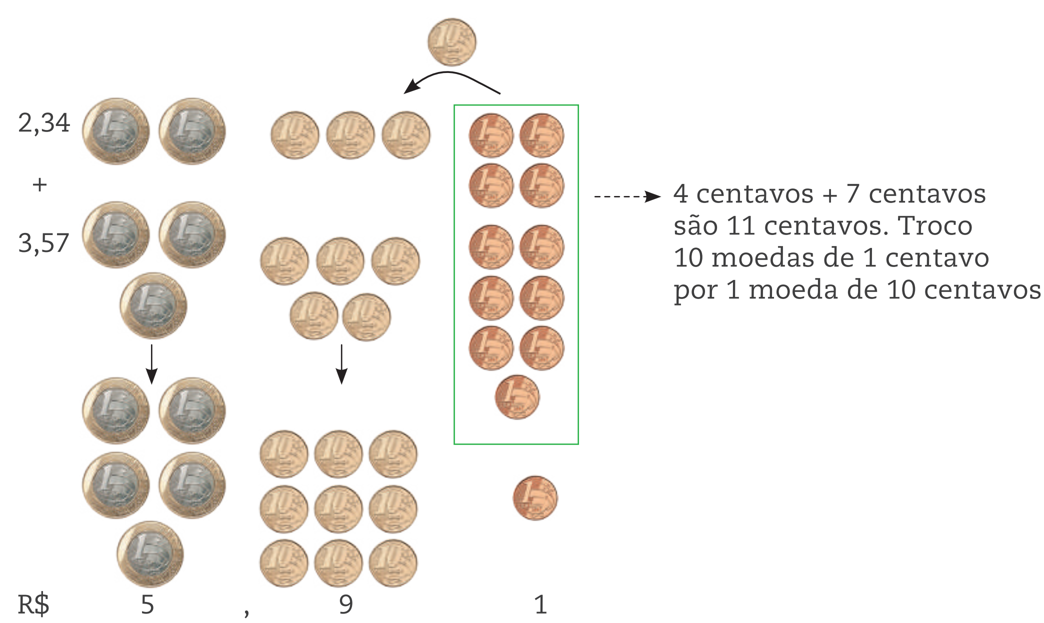
1ª situação: na padaria Estrela do Bairro, cada caixa de leite custa R$ 1,99. Quanto custam duas caixas de leite?

> 1,99 é quase 2, e 2 + 2 = 4. Seriam R$ 4,00 se o preço fosse arredondado, mas, como cada caixa custa R$ 1,99, subtrai-se "1 centavo" do preço de cada uma. Então, R$ 4,00 menos R$ 0,02, vai dar... humm... R$ 3,98.

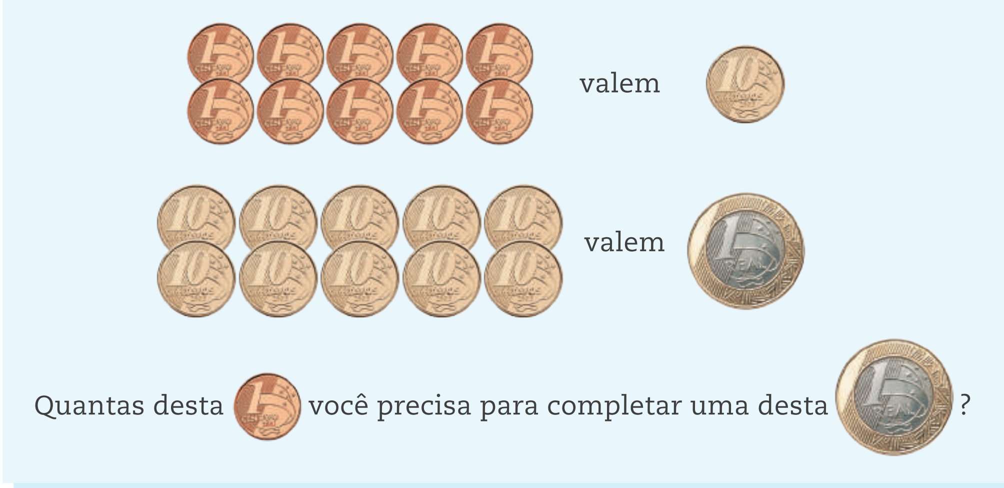
Mas esse tipo de conta é fácil. Veja como é fazer uma conta mais complicada, como R$ 2,34 + R$ 3,57.

Visualize a adição 2,34 + 3,57 por meio de moedas de R$ 1,00 e de centavos.

Observe que 10 moedas de R$ 0,01 podem ser trocadas por 1 moeda de R$ 0,10, e 10 moedas de R$ 0,10 por 1 moeda de R$ 1,00.



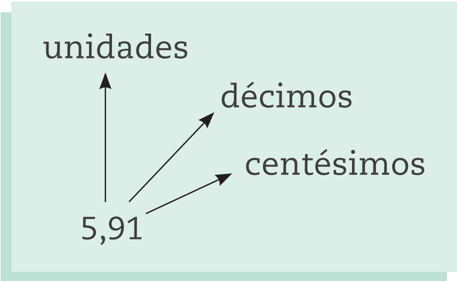
Montagem sobre foto © Iara Venanzi/Kino



Montagem sobre foto © Iara Venanzi/Kino

Lê-se a quantia de R$ 5,91 como “cinco reais e noventa e um centavos”.

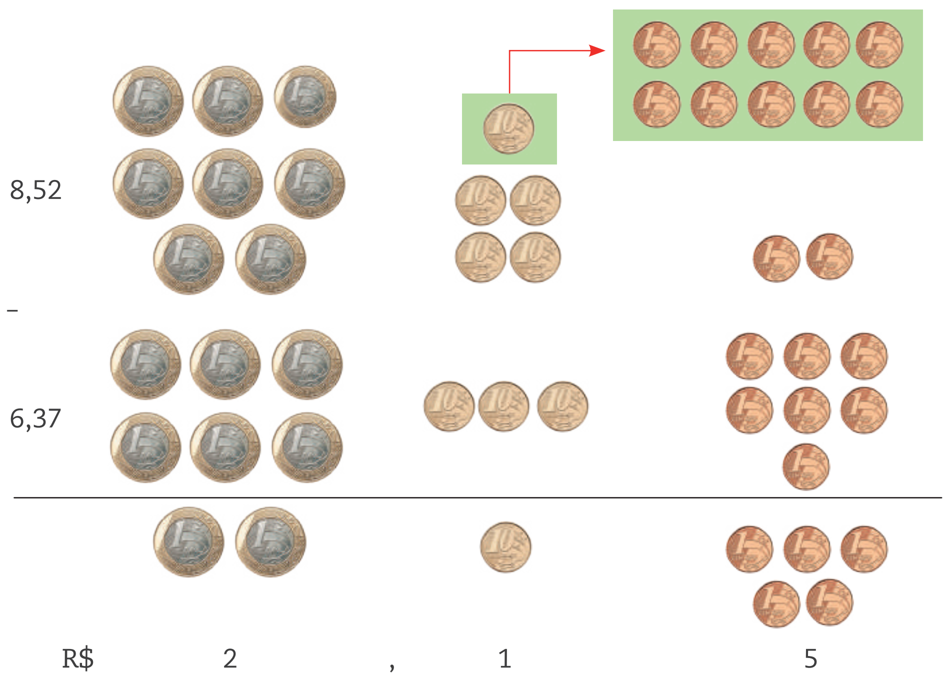
Já o número decimal 5,91 lê-se “cinco inteiros e noventa e um centésimos”.



Você sabe dizer por que existe essa diferença?

2ª situação: para fazer a subtração, pode-se proceder do mesmo modo.

Observe o exemplo a seguir.



Montagem sobre foto © Iara Venanzi/Kino

Perceba que, como não é possível tirar R$ 0,07 de R$ 0,02, troca-se uma moeda de R$ 0,10 por 10 moedas de R$ 0,01; agora, ficaram 12 moedas de R$ 0,01; tirando 7 moedas de R$ 0,01, restaram 5 moedas de R$ 0,01.

Havia 5 moedas de R$ 0,10, mas uma delas foi trocada por moedas de R$ 0,01; ficaram então 4 moedas de R$ 0,10 para tirar 3 moedas de R$ 0,10; o resultado é 1 moeda de R$ 0,10. Das 8 moedas de R$ 1,00, foram tirados R$ 6,00. Resultado final: R$ 2,15 (2 reais e 15 centavos).

ATIVIDADE 1 Fazendo o troco

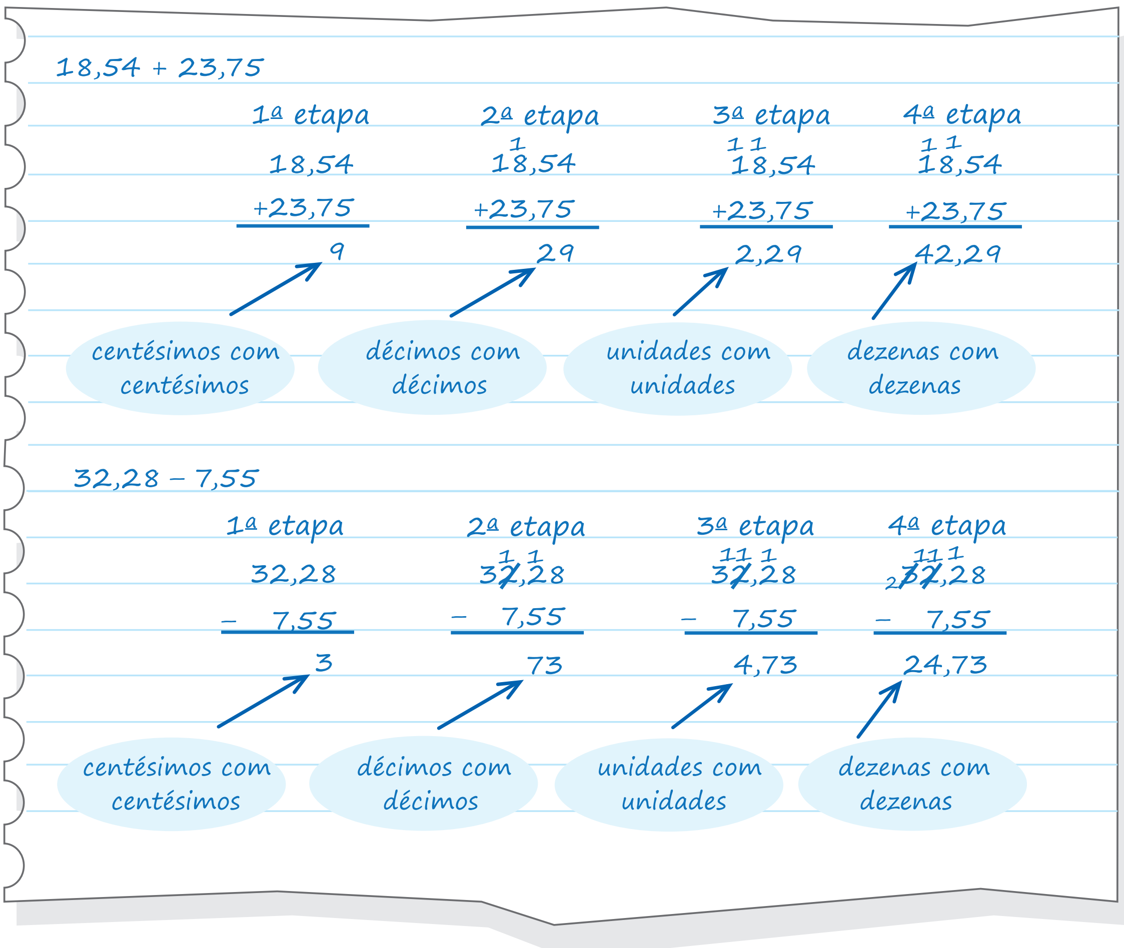
1 Calcule as quantias:

a)

b)

2 Determine o troco de uma compra que custou R$ 13,45 e foi paga com uma nota de R$ 20,00.

Cálculo escrito de adição e subtração de decimais



E se o número de casas decimais for diferente?
Não há problema, basta igualar as casas com zeros.

Veja no caso de uma adição:

13,47 + 5,3 = 13,47 + 5,30 = 18,77

$$\begin{array}{r} 13,47 \\ +\ \ 5,30 \\ \hline 18,77 \end{array}$$

Lembre-se de que 5,3 = 5,30.

No caso da subtração, procede-se do mesmo modo:

23,4 – 8,25 = 23,40 – 8,25 = 15,15

$$\begin{array}{r} 23,40 \\ -\ \ 8,25 \\ \hline 15,15 \end{array}$$

Nas adições e subtrações com números decimais, as contas são feitas do mesmo modo que se faz com números naturais, tomando o cuidado de alinhar centenas com centenas, dezenas com dezenas, unidades com unidades, vírgula embaixo de vírgula, décimos com décimos, centésimos com centésimos, e assim por diante.

ATIVIDADE 2 Calculando mentalmente

1 Calcule as operações a seguir e escreva o resultado por extenso. Observe o exemplo a seguir:

Tinha: 	Ganhei: 	Com quanto fiquei?
R$ 8,75 + R$ 2,85 = R$ 11,60 (onze reais e sessenta centavos)		

Montagem sobre foto © Glyn Thomas/Alamy/Other Images; Iara Venanzi/Kino

a)

Tinha: 	Ganhei: 	Com quanto fiquei?

Montagem sobre foto © Ismar Ingber/Pulsar Imagens; Iara Venanzi/Kino; G. Evangelista/Opção Brasil Imagens

b)

Tinha: 	Gastei: 	Com quanto fiquei?

Montagem sobre foto © G. Evangelista/Opção Brasil Imagens; Glyn Thomas/Alamy/Other Images; Iara Venanzi/Kino

2 Some 0,1 a cada número indicado:

a) 2,2

b) 2,3

c) 2,4

d) 2,5

e) 1,23

f) 1,24

g) 1,25

h) 1,29

i) 1,3

j) 5,05

k) 5,06

l) 5,6

m) 5,62

n) 5,63

o) 5,64

IMPORTANTE!

Neste exercício, você deve ter percebido que, ao se adicionar 0,1 ocorreu uma regularidade, a casa dos décimos sempre se alterou.

3 Complete as colunas A e B com os números que estão faltando:

A		B
6,7	+ 0,2	6,9
7,2	+ 0,2	
	+ 0,2	3,1
10,92	+ 0,2	
	+ 0,2	4,03
5,91	+ 0,2	

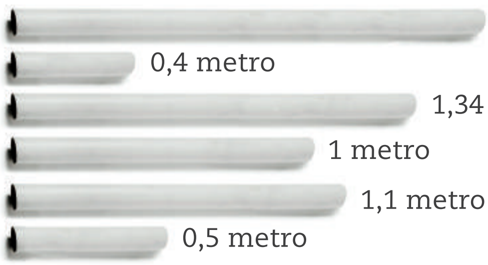
4 Dona Lúcia é costureira e calculou o total de tecido que precisava comprar para fazer cortinas e colchas, mas, sem querer, derrubou café sobre o papel em que fez as contas. Descubra os números que estavam sob as manchas de café feitas sobre o papel.

$$\begin{array}{r}
5{,}55 \\
+\;2{,}\;\;\;3 \\
\;\;{,}48 \\
2{,}3\;\; \\
\hline
11{,}60
\end{array}$$

DICA

Para chegar a resultados razoáveis nos exercícios 5 e 6, você precisará exercitar a estimativa e a análise de cada situação apresentada.

5 Um encanador tem à sua disposição canos com as seguintes medidas:



© Paulo Savala

a) Quais canos ele deve emendar para formar um cano com 2,9 m?

____

____

b) Há mais de uma possibilidade?

____

____

6 Uma sala retangular tem as seguintes medidas: 3,90 m de comprimento e 2,80 m de largura; a porta tem 0,90 m de largura.

a) Quantos metros de rodapé serão necessários para essa sala?

____

____

b) O piso da sala foi forrado com tábuas com as seguintes medidas: 0,70 m × 3,90 m. Se colocadas lado a lado, 4 dessas tábuas cobrem totalmente o chão da sala?

____

____

7 Complete os cálculos de forma que os resultados fiquem corretos:

a) 7.643 –	☐	= 7.043	g) 1 ×	☐	= 100
b) 8.964 –	☐	= 8.904	h) 2 ×	☐	= 100
c) 6.347 –	☐	= 347	i) 4 ×	☐	= 100
d) 2,69 –	☐	= 2,09	j) 8 ×	☐	= 100
e) 1,56 –	☐	= 1,5	k) 16 ×	☐	= 100
f) 1,65 –	☐	= 1,05	l) 32 ×	☐	= 100

8 Observe o cardápio a seguir.

Comes e bebes	Preço (em R$)	Comes e bebes	Preço (em R$)
Cafezinho	2,50	Pão com manteiga	1,80
Café com leite	2,60	Sanduíche de queijo	3,50
Copo de leite	2,10	Bauru	6,00
Copo de suco de laranja	4,50	Água mineral	2,00
Chocolate	3,40	Fruta	2,20

Use o cardápio para calcular o valor de cada pedido dos fregueses.

a) 1 cafezinho mais 1 pão com manteiga mais 1 água mineral.

b) 1 café com leite mais 1 suco de laranja mais 1 sanduíche de queijo.

c) 1 chocolate mais 1 bauru mais 1 fruta.

d) 2 cafezinhos mais 2 pães com manteiga.

DESAFIO

1 Com uma nota de R$ 20,00 comprei um saquinho de pipoca, um suco e quatro balas, gastando R$ 5,25. Quanto recebi de troco?

a) R$ 14,15 b) R$ 14,25 c) R$ 14,50 d) R$ 14,75

Saresp 2007. Disponível em: <http://saresp.fde.sp.gov.br/2007/Arquivos/Provas%202007/Matem%C3%A1tica/4%C2%AA%20s%C3%A9rie%20EF/2_Tarde/Prova-MAT-4EF-Tarde.pdf>. Acesso em: 11 abr. 2014.

2 Carla comprou uma boneca de R$ 78,90 e pagou com uma nota de R$ 100,00. Ela recebeu de troco:

a) R$ 21,10 b) R$ 32,10 c) R$ 41,90 d) R$ 42,90

Relatório pedagógico Saresp 2008 – Matemática. Disponível em: <http://saresp.fde.sp.gov.br/2008/pdf/Relatorios/2_Saresp%202008%20-%20Relat%C3%B3rio%20Pedag%C3%B3gico_Matem%C3%A1tica.pdf>. Acesso em: 11 abr. 2014.

HORA DA CHECAGEM

Atividade 1 - Fazendo o troco

1

a) R$ 15,28 + R$ 5,72 = R$ 21,00.

b) R$ 43,25 + R$ 18,55 = R$ 61,80.

2

R$ 20,00 – R$ 13,45 = R$ 6,55.

Atividade 2 - Calculando mentalmente

1

a) R$ 170,67 + R$ 30,34 = R$ 201,01 (duzentos e um reais e um centavo).

b) R$ 13,00 – R$ 5,85 = R$ 7,15 (sete reais e quinze centavos).

2 O número 0,1 é igual a $\frac{1}{10}$ (um décimo), e a casa decimal dos décimos corresponde à primeira casa depois da vírgula, então, quando se soma 0,1 a um número qualquer, essa casa decimal é alterada.

a) 2,2 + 0,1 = 2,3

b) 2,3 + 0,1 = 2,4

c) 2,4 + 0,1 = 2,5

d) 2,5 + 0,1 = 2,6

e) 1,23 + 0,1 = 1,33

f) 1,24 + 0,1 = 1,34

g) 1,25 + 0,1 = 1,35

h) 1,29 + 0,1 = 1,39

i) 1,3 + 0,1 = 1,4

j) 5,05 + 0,1 = 5,15

k) 5,06 + 0,1 = 5,16

l) 5,6 + 0,1 = 5,7

m) 5,62 + 0,1 = 5,72

n) 5,63 + 0,1 = 5,73

o) 5,64 + 0,1 = 5,74

3

A		B
6,7	+ 0,2	6,9
7,2	+ 0,2	7,4
2,9	+ 0,2	3,1
10,92	+ 0,2	11,12
3,83	+ 0,2	4,03
5,91	+ 0,2	6,11

4

$$\begin{array}{r} 5{,}55 \\ +\ 2{,}23 \\ 1{,}48 \\ 2{,}34 \\ \hline 11{,}60 \end{array}$$

5

a) 1,56 m e 1,34 m.

b) Não.

6

a) 2,80 + 3,90 + 2,80 + 3,90 – 0,90 = 12,50. Serão necessários 12,5 m de rodapé.

b) Sim, pois 0,70 + 0,70 + 0,70 + 0,70 = 2,80. A medida da largura da sala é 2,80 m.

7

a) 7.643 – $\boxed{600}$ = 7.043

b) 8.964 – $\boxed{60}$ = 8.904

c) 6.347 – $\boxed{6.000}$ = 347

d) 2,69 – $\boxed{0,6}$ = 2,09

e) 1,56 – $\boxed{0,06}$ = 1,5

f) 1,65 – $\boxed{0,6}$ = 1,05

g) 1 × $\boxed{100}$ = 100

h) 2 × $\boxed{50}$ = 100

i) 4 × $\boxed{25}$ = 100

j) 8 × $\boxed{12,5}$ = 100

k) 16 × $\boxed{6,25}$ = 100

l) 32 × $\boxed{3,125}$ = 100

8

a) R$ 2,50 + R$ 1,80 + R$ 2,00 = R$ 6,30.

b) R$ 2,60 + R$ 4,50 + R$ 3,50 = R$ 10,60.

c) R$ 3,40 + R$ 6,00 + R$ 2,20 = R$ 11,60.

d) 2 × R$ 2,50 + 2 × R$ 1,80 = R$ 5,00 + R$ 3,60 = R$ 8,60.

Desafio

1 Alternativa correta: **d**. R$ 20,00 – R$ 5,25 = R$ 14,75.

2 Alternativa correta: **a**. R$ 100,00 – R$ 78,90 = R$ 21,10.

HORA DA CHECAGEM

Registro de dúvidas e comentários

Neste Tema, você vai perceber a importância da posição da vírgula nos números decimais e entender o que significa ela ser deslocada de posição para a direita ou à esquerda de onde estava originalmente.

O QUE VOCÊ JÁ SABE?

A multiplicação e a divisão com números decimais parecem difíceis, principalmente quando se pensa em deslocar a vírgula de posição. Nos exemplos a seguir, acompanhe o desenvolvimento da multiplicação e da divisão de números inteiros e decimais.

Divisão

$$124 \div 10 = \frac{124}{10} = 12{,}4$$

Perceba que, na divisão de 124 por 10, tem-se como resultado os mesmos algarismos, com a diferença de que se acrescenta uma vírgula entre os dois últimos. Como o número 10 possui um zero, diz-se que, no divisor, a vírgula se desloca uma casa para à esquerda.

$$124 \div 100 = \frac{124}{100} = 1{,}24$$

Nesse sentido, ao dividir 124 por 100, como o número 100 tem dois zeros, deve-se deslocar a vírgula, no divisor, duas casas à esquerda. Por 1.000, que tem três zeros, desloca-se três casas, e assim sucessivamente.

Multiplicação

$$1{,}24 \times 10 = 12{,}4$$

Na multiplicação, é justamente o contrário, pois, quando se multiplica por 10, avança-se a vírgula uma casa à direita do número original. Assim, ao multiplicar por 100, duas casas, e assim sucessivamente.

Agora veja o que acontece ao multiplicar o número 1,24 por 1.000.

$$1{,}24 \times 1.000 = 1.240$$

Como o número 1.000 tem três zeros, é preciso que a vírgula avance três casas à direita. Nesse caso, entretanto, esse número ultrapassa a quantidade de casas decimais, então, além de avançar a vírgula, é preciso acrescentar um zero à direita para completar o número de casas decimais necessárias.

Muitas pessoas fazem esses cálculos mentalmente no dia a dia, quando, por exemplo, compram algum produto e pagam com dinheiro.

Se você for à padaria e comprar 10 pães de queijo por R$ 2,50 cada um, quanto gastará? E se você quiser dividir R$ 15,00 para 10 crianças, quanto deverá dar a cada uma? O que você fez foi multiplicar e dividir com números decimais.

A multiplicação com decimais

A professora Márcia precisa comprar calculadoras de bolso para usar em suas aulas de Matemática. Como o preço de cada calculadora é R$ 8,30, quanto ela gastará para comprar 10 calculadoras?

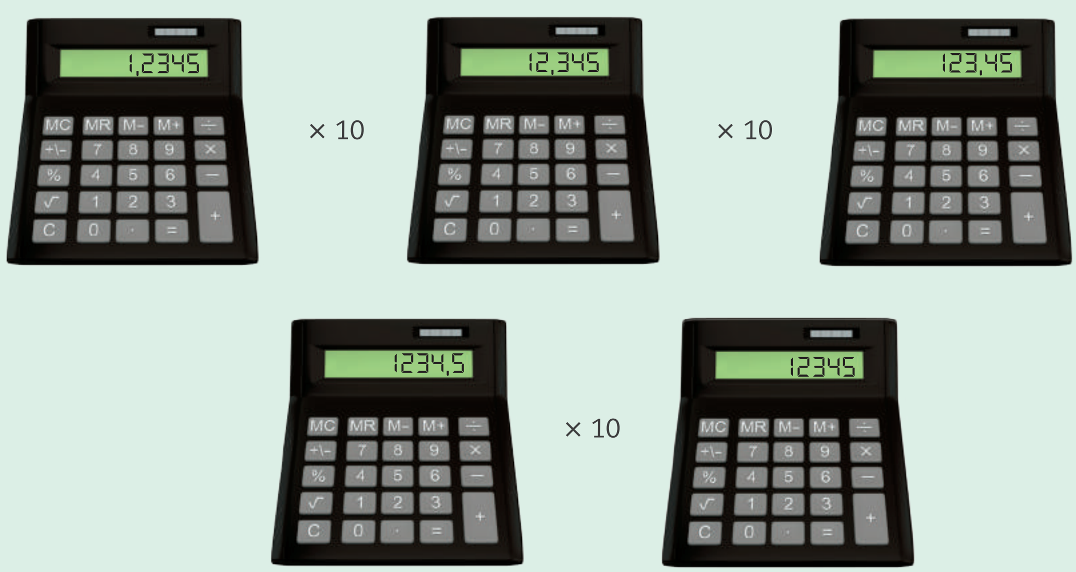
Para responder a essa questão, basta fazer uma multiplicação simples: 10 × 8,30.

Se cada calculadora custasse R$ 8,00, o preço de 10 unidades seria 10 × 8 = R$ 80,00.

Como cada uma custa R$ 8,30, as 10 calculadoras devem custar R$ 83,00.

Como explicado anteriormente, no tópico *Multiplicação*, quando se multiplica um número decimal por 10, a vírgula é deslocada uma posição à direita.

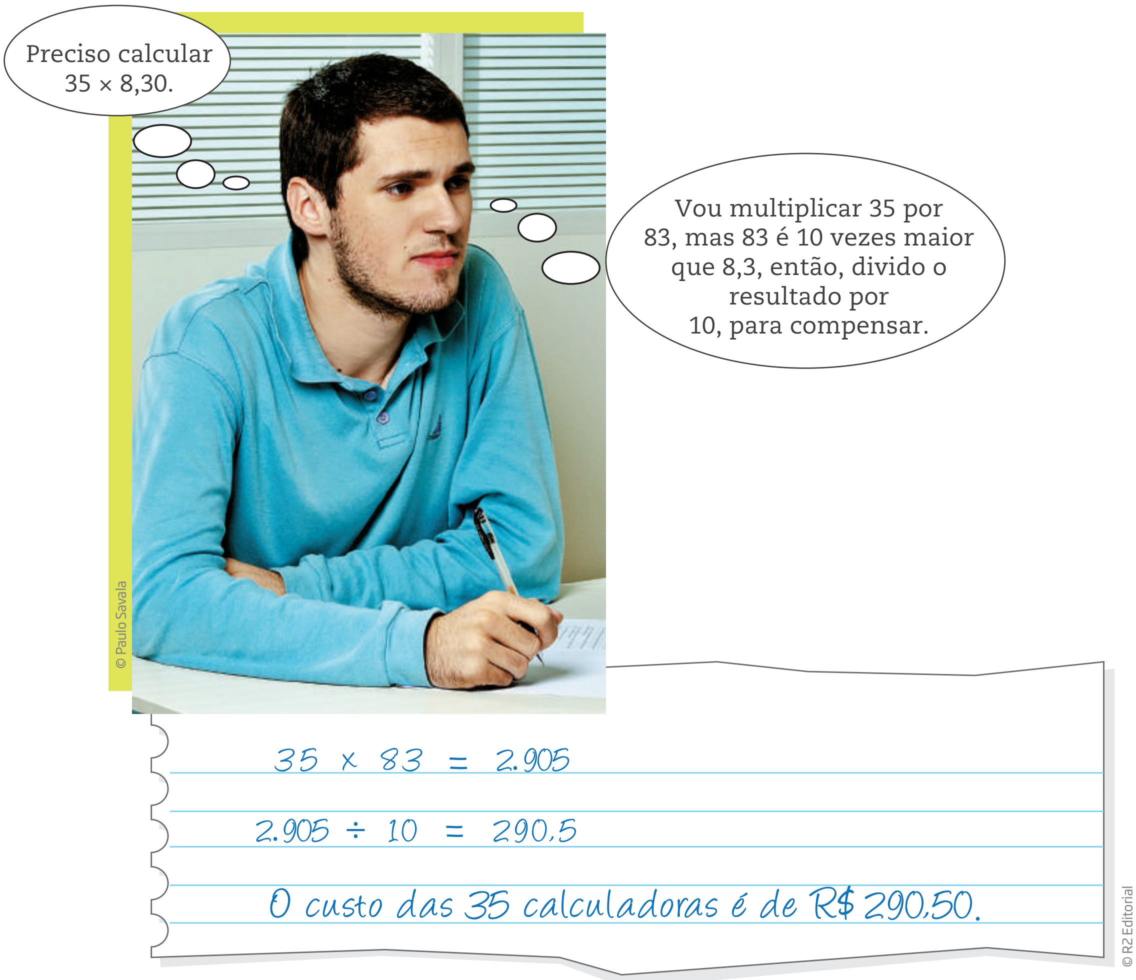
Experimente você mesmo: digite o número 1,2345 na calculadora e multiplique por 10, seguidamente, e observe a posição da vírgula.



Montagem sobre foto © Rukanoga/123RF

Quanto a professora Márcia deve gastar, então, se comprar uma calculadora para cada um dos 35 estudantes de sua classe?

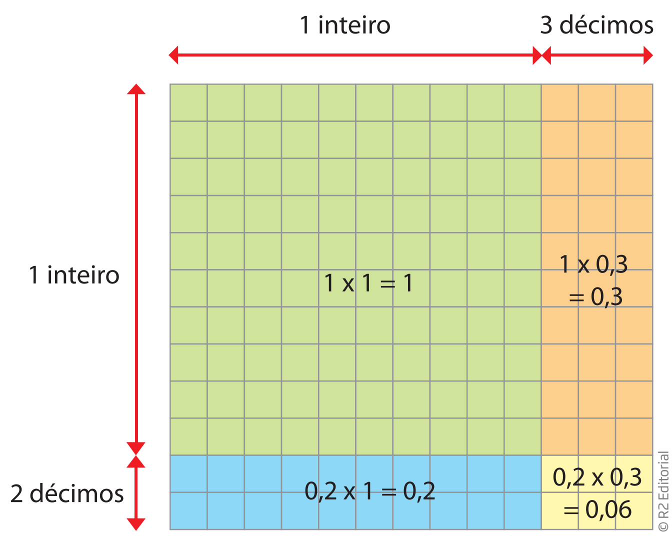
Veja como Augusto resolveu esta conta.



Visualização da multiplicação de dois números decimais

Para compreender melhor a multiplicação de dois números decimais, pode-se recorrer a um quadriculado.

Observe as partes do quadriculado relacionadas à multiplicação de 1,2 × 1,3.



$1 + 0{,}3 + 0{,}2 + 0{,}06 = 1{,}56$

Agora veja outro exemplo: em um restaurante *self-service*, o quilo de comida custa R$ 9,75.

Quanto deverá ser pago por esse prato?

Como a balança indica menos do que 1 kg, sabe-se que esse prato vai custar menos do que R$ 9,75.

Também nesse caso, a calculadora dá o resultado quase instantaneamente.

O prato de comida vai custar aproximadamente R$ 6,40.

Agora, faça de conta que sua calculadora está com a tecla da vírgula quebrada. Como você faria para calcular 3,5 × 4,23?

35 × 423 = 14.805

10 vezes maior que 3,5 — 100 vezes maior que 4,23

Se a tecla da vírgula está quebrada, então você só pode trabalhar com números inteiros.

O resultado 14.805 é 10 × 100, isto é, 1.000 vezes maior que o resultado da conta 3,5 × 4,23. Então, o valor é 14.805 ÷ 1.000 = 14,805.

Na multiplicação e na divisão com decimais, o procedimento é igual ao utilizado na multiplicação e na divisão com números inteiros, acertando, depois, a posição da vírgula.

Uma dica para estimar essa conta: “3 e pouco” vezes “4 e pouco” não pode dar um número como 14 mil, mas sim um número perto de 14.

É muito importante saber estimar o resultado final.

Divisão de números decimais

Todos os dias, os jornais trazem anúncios de venda de computadores à vista ou em prestações.

Não é difícil calcular o valor de cada prestação.

Se o preço fosse R$ 1. 200,00, cada prestação seria de R$ 120,00.

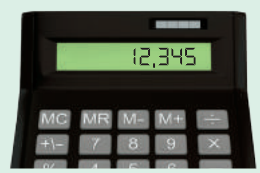
Como o preço é de R$ 1. 199,00, basta dividir isso por 10 e deve dar R$ 119,90.

Experimente você mesmo: digite o número 12345 na calculadora, divida por 10, seguidamente, e observe a posição da vírgula.

÷ 10

÷ 10

÷ 10



÷ 10

Quando se divide um número decimal por 10, a vírgula é deslocada uma posição à esquerda.

ASSISTA!

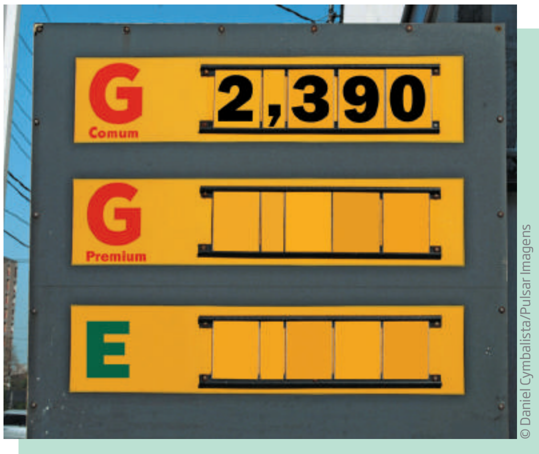
Matemática – Volume 2

Fazendo contas com decimais

Nesse vídeo, todas as operações matemáticas (adição, subtração, multiplicação e divisão) com números decimais são trabalhadas e relacionadas às situações em que elas são exigidas.

O consumo do taxista

Imagine a situação de um taxista que tem apenas R$ 50,00 para abastecer seu carro em um posto de combustível no qual a gasolina custa R$ 2,39 por litro. Quantos litros de combustível ele poderá comprar?



© Daniel Cymbalista/Pulsar Imagens

$50 \div 2{,}39 = ?$

Dificilmente o motorista vai pegar uma folha de papel e um lápis para fazer a conta. Se ele for bom de cálculo, resolverá o problema fazendo um cálculo aproximado.

Se o litro custasse R$ 2,50, por exemplo, seria possível comprar exatamente 20 litros. Como custa um pouco menos, a quantidade de combustível a ser comprada será superior a 20 litros.

Usando a calculadora, a resposta é imediata:

Montagem sobre foto © Rukanoga/123RF

Dará para comprar, aproximadamente, 21 litros de combustível.

ATIVIDADE 1 O preço das mercadorias

1 Roberto comprou uma calça e pagou com uma nota de R$ 50,00. Quanto ele vai receber de troco?


© Ismar Ingber/Pulsar Imagens


© Natallia Khlapushyna/123RF

2 Joana quer comprar um par de sapatos, mas ela só tem R$ 55,50. Quanto ela precisa para completar o valor do sapato?

© Ismar Ingber/Pulsar Imagens

© Glyn Thomas/Alamy/Other Images

© Iara Venanzi/Kino

© Elnur Amikishiyev/123RF

3 Calcule o valor total do computador deste anúncio.

© Roman Gorielov/123RF

4 Calcule o valor de cada prestação do computador deste anúncio.

© Evgeny Karandaev/123RF

5 Três amigos foram almoçar em um restaurante de comida por quilo:

- Adão estava com muita fome; seu prato pesou 1,23 kg;
- Beto não come muito; seu prato pesou 0,6 kg;
- Chico consumiu 0,74 kg de comida.

Quanto cada amigo pagou por seu prato de comida?

ATIVIDADE 2 Cálculo mental

1 Calcule rapidamente as adições e subtrações a seguir, sem usar recursos como lápis e papel ou calculadora.

a) 3 + 0,2 = ______________________

b) 3 + 0,02 = ______________________

c) 4,75 + 2,25 = ______________________

d) 7,3 + 3 = ______________________

e) 7,3 + 0,3 = ______________________

f) 4,78 + 2,21 = ______________________

g) 5,37 – 3 = ______________________

h) 5,37 – 0,37 = ______________________

i) 4,78 – 2,21 = ______________________

j) 6,38 – 0,08 = ______________________

k) 6,38 – 0,30 = ______________________

l) 6,38 – 0,3 = ______________________

2 Agora, faça as multiplicações e divisões usando também o cálculo mental.

a) $12 \div 10 =$ ______________________

b) $1{,}25 \times 10 =$ ______________________

c) $2{,}4 \div 2 =$ ______________________

d) $2{,}4 \times 2 =$ ______________________

e) $5 \div 2 =$ ______________________

f) $2{,}5 \times 2 =$ ______________________

g) $2{,}5 \times 3 =$ ______________________

h) $2{,}5 \times 4 =$ ______________________

i) $2{,}5 \times 5 =$ ______________________

j) $7{,}5 \times 2 =$ ______________________

ATIVIDADE 3 Hora da aproximação

1 Examine cada situação proposta, faça alguns arredondamentos nos valores e responda se vai dar para pagar com o dinheiro disponível.

Compras	Pagamento
 © Karam Miri/123RF pacote de macarrão R\$ 1,98 +  © Oleg Zhukov/123RF molho de tomate R\$ 3,41	 © Glyn Thomas/Alamy/Other Images
 © Oleksiy Mark/123RF lata de refrigerante R\$ 3,52 +  © Valentyn Volkov/123RF sanduíche R\$ 6,50	 © G. Evangelista/Opção Brasil Imagens
 © Image Source/Hermann Mock/Folhapress sabonete R\$ 2,09 +  © Einar Muoni/123RF creme dental R\$ 3,80 +  © John McAllister/123RF fio dental R\$ 8,40 +  © Serghei Velusceac/123RF escova de dente R\$ 7,91	 © G. Evangelista/Opção Brasil Imagens  © Iara Venanzi/Kino
 © Andreas Fischer/123RF abacaxi R\$ 5,29 +  © Evgeny Karandaev/123RF uvas R\$ 4,15 +  © Nito500/123RF laranjas R\$ 4,18 +  © Anna Kucherova/123RF bananas R\$ 5,73	 © Iara Venanzi/Kino

Agora, justifique suas respostas.

2 O que é maior:

a) 4,3 ou 4,25?

b) 13,25 ou 13,147?

c) 1,0032 ou 1,035?

d) 2,999 ou 3,1?

3 Encontre um número decimal:

a) entre 3,615 e 3,62

b) entre $\frac{1}{2}$ e $\frac{3}{4}$

c) maior que 23.430 ÷ 100 e menor que 100 × 2,345

4 Calcule as divisões da coluna à direita com base nas informações da coluna à esquerda:

	Sabendo que	calcule
a)	2.500 ÷ 4 = 625	25 ÷ 4 =
b)	1.000 ÷ 8 = 125	1 ÷ 8 =
c)	1.500 ÷ 4 = 375	15 ÷ 4 =
d)	5.000 ÷ 8 = 625	5 ÷ 8 =

5 Escreva os números decimais na forma fracionária. Observe os exemplos abaixo e continue a partir daí:

- $12{,}4 = \frac{124}{10}$
- $0{,}01 = \frac{1}{100}$

a) 14,5 =

b) 1,45 =

c) 0,145 =

d) 4,44 =

e) 19,1 =

f) 23,25 =

g) 1,234 =

h) 0,019 =

6 Escreva na forma decimal:

a) cinco milésimos ______

b) duzentos e doze milésimos ______

c) treze milésimos ______

d) vinte e sete inteiros e dois milésimos ______

e) trinta inteiros e doze centésimos ______

f) cinco centésimos ______

7 Encontre, em cada caso:

- o maior número;
- o menor número;
- os dois números com menor diferença entre si.

a)

1,002	1,102	1,201	2,001	1,001

b)

14,27	19,99	21,01	27,17	27,2

c)

0,217	0,41	0,3	0,298	0,099

d)

0,6	0,60	0,600	0,6000	0,60000

DESAFIO

O resultado de 0,9 × 0,08 é:

a) 7,2 **b)** 0,72 **c)** 0,072 **d)** 0,0072

Saresp 2005. Disponível em: <http://saresp.fde.sp.gov.br/2005/Arquivos/Provas_EF_2005/6ºserie%20EF%20tarde.pdf>. Acesso em: 11 abr. 2014.

PENSE SOBRE...

Além dos aspectos do dia a dia mencionados nesta Unidade, nos quais o uso da Matemática aparece de forma mais evidente, é possível também observar seu uso em outras atividades, como em manifestações artísticas e trabalhos artesanais. Observe se há músicos, artistas plásticos, artesãos e atores em seu bairro, em seu local de trabalho, entre seus conhecidos. Procure verificar se essas pessoas utilizam a Matemática em sua arte e como a usam.

HORA DA CHECAGEM

Atividade 1 - O preço das mercadorias

1 50,00 – 43,75 = 6,25. O troco será de R$ 6,25.

2 63,45 – 55,50 = 7,95. Ela precisa de R$ 7,95.

3 12 × 71,17 = 854,04. O valor total do computador é R$ 854,04.

4 898,80 ÷ 12 = 74,90. Cada prestação será de R$ 74,90.

5

	Prato de comida (em kg)		Preço de 1 kg		Total a pagar	Total a pagar arredondado
Adão	1,23	×	7,35	=	9,0405	R$ 9,04
Beto	0,6	×		=	4,41	R$ 4,41
Chico	0,74	×		=	5,439	R$ 5,44

Para trabalhar com o cálculo mental, você precisa visualizar mentalmente estratégias e procedimentos de modo a chegar ao resultado sem precisar escrevê-los. Siga as orientações seguintes e, se possível, crie outras.

Atividade 2 – Cálculo mental

1

a) Como uma parcela é de número inteiro e a outra é de decimal sem parte inteira, a soma é dada apenas pela justaposição dos dois números, então tem-se 3,2.

b) 3,02. Idem ao anterior.

c) Neste caso, pense primeiro na parte decimal. Observe que 0,75 + 0,25 formam 1 inteiro, que somado a 4 e 2 vão resultar em 7.

d) Agora, tem-se uma parcela formada apenas por número inteiro, então o cálculo deve ser apenas entre eles, e a parte decimal se mantém, obtendo 10,3.

e) O cálculo, nesse caso, é apenas na parte decimal, e a parte inteira se mantém: 7,6.

f) Novamente comece pensando na parte decimal: 0,78 + 0,21 = 0,99. Como não chegou a formar 1 inteiro, basta somar 4 + 2 e chegar ao resultado 6,99.

g) Aqui é só calcular a parte inteira: 2,37.

h) Agora, só a parte decimal: 5.

i) Comece pela parte decimal e depois pelos inteiros: 2,57.

j) Neste caso, a subtração foi só dos centésimos: 6,3.

k) Aqui a subtração foi só dos décimos: 6,08.

l) Esta é idêntica à anterior, uma vez que 0,3 = 0,30. A resposta é 6,08.

2

a) Não se esqueça de que, na divisão por 10, é só mover a vírgula uma casa para a esquerda: 1,2.

b) Na multiplicação por 10, mova a vírgula uma casa para a direita: 12,5.

c) Pense em 24 ÷ 2 e divida o resultado por 10, o que vai dar 1,2.

d) Pense em 24 × 2 e divida o resultado por 10, o que vai dar 4,8.

e) Considere a metade de 5 → 2,50.

f) Se a metade de 5 é 2,5, então o dobro de 2,5 é 5.

g) Como 3 = 2 + 1, então 2,5 × 3 = 2,5 × 2 + 2,5 × 1 = 5,0 + 2,5 = 7,5. Esta é uma das propriedades da multiplicação.

h) Usando a mesma propriedade anterior, tem-se 4 = 2 + 2, então 2,5 × 4 = 2,5 × 2 + 2,5 × 2 = 5 + 5 = 10. Mas, nesse caso, também é possível pensar que, como 4 é o dobro de 2, o resultado de uma multiplicação de um número por 4 é o dobro da multiplicação desse número por 2.

i) Como 5 = 2 + 3, então 2,5 × 5 = 2,5 × 2 + 2,5 × 3 = 5,0 + 7,5 = 12,5.

j) Considere o dobro de 7,5 ou 7,5 + 7,5 = 15.

HORA DA CHECAGEM

Atividade 3 - Hora da aproximação

1 Nota de 5 reais: Não, pois R$ 1,98 arredonda-se para R$ 2,00 e R$ 3,41 arredonda-se para R$ 3,40, então o total aproximado será de R$ 5,40.

Nota de 10 reais: Não. Arredonde R$ 3,52 para R$ 3,50 e junte com R$ 6,50, que dá exatamente R$ 10,00. Mas é preciso lembrar que se está calculando com R$ 0,02 a menos e, portanto, o total da compra será de R$ 10,02.

Nota de 10 reais mais nota de 20: Sim. Arredondando R$ 2,09 para R$ 2,10, R$ 3,80 para R$ 4,00, R$ 8,40 para R$ 8,50 e R$ 7,91 para R$ 8,00, tem-se 2,10 + 4,00 + 8,50 + 8,00 = 22,60.

Nota de 20 reais: Sim. Arredondando R$ 5,29 para R$ 5,30, R$ 4,15 para R$ 4,20, R$ 4,18 para R$ 4,20 e R$ 5,73 para R$ 5,80. Calculando, tem-se 5,30 + 4,20 + 4,20 + 5,80 = 19,50.

2

a) 4,3 = 4,30 > 4,25 (basta comparar a parte dos décimos, pois as unidades são iguais).
b) 13,25 = 13,250 > 13,147 (basta comparar a parte dos décimos).
c) 1,035 > 1,0032 (basta comparar a casa dos centésimos).
d) 3,1 > 2,999 (basta comparar a parte inteira).

3

a) 3,62 = 3,620; entre 3,615 e 3,620 há infinitos números decimais, como: 3,616; 3,617; 3,618; 3,619; 3,6151.

b) $\frac{1}{2}$ = 0,5 e $\frac{3}{4}$ = 0,75; entre $\frac{1}{2}$ e $\frac{3}{4}$ há infinitos decimais, como: 0,53; 0,6; 0,666; 0,7; 0,749.

c) 23.430 ÷ 100 = 234,3 e 100 × 2,345 = 234,5. Uma possibilidade, entre infinitos números, é 234,4 (234,3 < 234,4 < 234,5).

4 Observe que os dividendos da primeira operação foram divididos por 100 ou por 1.000, se comparados com os dividendos da segunda divisão. Então, para chegar ao cálculo da segunda operação, basta dividir o resultado da primeira também por 100 ou por 1.000, como apresentado nas resoluções seguintes:

Se 2.500 ÷ 4 = 625 e 2.500 ÷ 100 = 25, então 25 ÷ 4 = 625 ÷ 100 = 6,25.
Se 1.000 ÷ 8 = 125 e 1.000 ÷ 1.000 = 1, então 1 ÷ 8 = 125 ÷ 1.000 = 0,125.
Se 1.500 ÷ 4 = 375 e 1.500 ÷ 100 = 15, então 15 ÷ 4 = 375 ÷ 100 = 3,75.
Se 5.000 ÷ 8 = 625 e 5.000 ÷ 1.000 = 5, então 5 ÷ 8 = 625 ÷ 1.000 = 0,625.

5

a) $\frac{145}{10}$
b) $\frac{145}{100}$
c) $\frac{145}{1.000}$
d) $\frac{444}{100}$
e) $\frac{191}{10}$
f) $\frac{2.325}{100}$
g) $\frac{1.234}{1.000}$
h) $\frac{19}{1.000}$

HORA DA CHECAGEM

6

a) 0,005 b) 0,212 c) 0,013

d) 27,002 e) 30,12 f) 0,05

7

a)
- Maior: 2,001.
- Menor: 1,001.
- Menor diferença: 1,001 e 1,002.

b)
- Maior: 27,2.
- Menor: 14,27.
- Menor diferença: 27,2 e 27,17.

c)
- Maior: 0,41.
- Menor: 0,099.
- Menor diferença: 0,3 e 0,298.

d) São todos iguais.

Desafio

Alternativa correta: **c**. $0,9 \times 0,08 = 0,072$.

Registro de dúvidas e comentários

UNIDADE 4

PROPORCIONALIDADE

TEMAS

Introdução

No dia a dia, na vida e nas atividades profissionais, muitas vezes surgem situações que exigem a realização de cálculos antes de tomar uma decisão. Esta Unidade dedica-se ao estudo das relações proporcionais que existem nessas situações de tomada de decisão, em que você precisa saber qual produto é mais econômico, qual é a quantidade de votos necessária para se vencer uma eleição em uma associação de bairro, qual é o valor que um trabalhador deve receber pelas horas extras trabalhadas, como ampliar a receita de um bolo etc. Muitas situações serão vistas nesta Unidade, de forma a trabalhar o pensamento proporcional utilizando os temas como instrumento para esse aprofundamento.

Comparação proporcional TEMA 1

Ao estudar este Tema, você terá a oportunidade de ampliar seu conhecimento a respeito da proporcionalidade, ou seja, sobre a comparação entre valores diferentes e seus múltiplos.

O QUE VOCÊ JÁ SABE?

O raciocínio proporcional está presente em situações do dia a dia, a saber: quando você vai tomar um café, se colocar uma medida dupla do líquido, provavelmente precisará dobrar também a quantidade de açúcar, para que o cafezinho não fique amargo.

Se um pedreiro, ao preparar o reboque para revestir uma parede, dobrar a quantidade de água, mas não a de cimento e areia, o que acha que acontecerá?

E se, ao fazer um arroz, a quantidade de grãos for aumentada, mas não a de água e tempero, será que o gosto será o mesmo?

ASSISTA!

Matemática – Volume 2

Porcentagens: 100 mistério

Este vídeo aborda assuntos como financiamentos imobiliários ou empréstimos.

Proporcionalidade e seus desmembramentos

Cláudio é eletricista. Ele foi chamado para fazer a instalação elétrica de um conjunto de cinco casas iguais: com dois quartos, sala, cozinha e banheiro. Há um ano, ele fez uma instalação para a mesma pessoa, em duas casas iguais a essas e usou 645 metros de fiação. Ele sabe que, na loja Da-nó-em-tudo, o rolo inteiro do fio (250 metros) é vendido com 15% de desconto, em relação ao custo do metro avulso, que é de R$ 2,50. A princípio, ele precisa calcular quantos metros de fiação usará nas cinco casas. Seria muito bom se conseguisse obter o menor custo possível nessa loja.

Essa é uma questão que envolve o conhecimento de razão, proporção e porcentagem, como muitas questões que são enfrentadas no trabalho, em casa ou na comunidade. Trata-se de um cálculo que não é muito fácil de fazer.

Você sabe como ajudar o Cláudio? Que tal se preparar para enfrentar esse cálculo?

Em primeiro lugar, comece por outra situação, bem mais simples: a de ofertas de produtos no supermercado. Muitas vezes, você pode ficar inseguro para decidir qual é a melhor oferta, como no caso das margarinas apresentadas nas imagens ao lado. Nesse caso, é mais vantajoso comprar qual das margarinas?

Pote de 250 g:
R$ 2,75

Pote de 500 g:
R$ 5,40

Fotos: © Paulo Savala

Para saber qual é a embalagem mais econômica, a simples comparação entre preços não resolve, pois a quantidade de margarina em cada embalagem é diferente uma da outra. Uma estratégia de solução é calcular o custo de meio quilo de cada tipo de margarina. Faça isso e aponte a melhor escolha.

Acompanhe, agora, outra situação.

Considerando o preço unitário da lata de molho de tomate de cada oferta, pode parecer que o preço do Mercado da Praça é o melhor:

- Preço de 1 lata de molho de tomate:

  Mercado Girassol: R$ 2,50.

  Mercado da Praça: R$ 12,00 ÷ 6 = R$ 2,00.

  Mas, se for preciso comprar 6 latas de molho, a oferta do Mercado Girassol é mais vantajosa:

- Preço de 6 latas de molho de tomate:

  Mercado Girassol: R$ 2,50 × 4 = R$ 10,00.

  Mercado da Praça: R$ 12,00.

O raciocínio proporcional é importante para a tomada de decisões: se você pensar na compra de 1 ou 2 latas de molho de tomate, é tentado a comprar do Mercado da Praça, onde o valor unitário é menor que o do Mercado Girassol. Mas, quando você leva em conta a oferta “leve 3, pague 2”, então a compra no Mercado Girassol é mais vantajosa.

Local	Preço de 3 latas de molho de tomate	Preço de 6 latas de molho de tomate
Mercado Girassol	2 × R$ 2,50 = R$ 5,00	4 × R$ 2,50 = R$ 10,00
Mercado da Praça	R$ 12,00 ÷ 2 = R$ 6,00	6 × R$ 2,00 = R$ 12,00

ASSISTA!

Matemática – Volume 2

Proporcionalidade: comparando partes

Este vídeo traz situações de proporcionalidade que acontecem no mundo do trabalho e no dia a dia.

Proporcionalidade na comparação

Imagine a situação de um trabalhador, o Pedro, que tem um negócio de venda de suco de laranja no terminal de transportes de sua cidade. Ele vai à feira e estuda os preços em cada barraca de frutas.

Veja as ofertas de cada barraca e decida qual é a compra mais vantajosa.

Barraca do Antônio

5 dúzias de laranja
R$ 12,00

Barraca do Bernardo

4 dúzias de laranja
R$ 10,00

Barraca do Carlos

10 dúzias de laranja
R$ 20,00

Fotos: © Paulo Savala

O preço de cada dúzia de laranjas na barraca:

- do Antônio é: R$ 2,40 (12,00 ÷ 5);
- do Bernardo é: R$ 2,50 (10,00 ÷ 4);
- do Carlos é: R$ 2,00 (20,00 ÷ 10).

Conclusão: é melhor comprar as dúzias de laranjas na barraca do Carlos. Isso se você só for considerar o preço.

Contudo, a aplicação da Matemática a situações profissionais como a dos feirantes não se restringe apenas a encontrar um valor mais em conta; veja o caso do Mauro, que também é feirante.

Ele é dono de uma das barracas de frutas que fica aberta todos os dias. Ela é sempre abastecida com uma pequena quantidade de kiwi, porque ele tem 3 fregueses que vão à barraca com frequência: Paulinha, Dona Dulce e Seu Felipe. Paulinha vem a cada 10 dias; Dona Dulce, a cada 6 dias; e Seu Felipe, a cada 4 dias. A dificuldade é que, quando coincide de os três comparecerem juntos, como aconteceu hoje, sempre falta kiwi para um deles. Como Antônio pode prever a próxima vez em que seus fregueses virão no mesmo dia?

Para discutir essa questão, é preciso introduzir uma ideia matemática importante para a solução do problema: o conceito de múltiplo comum.

Múltiplos e mínimo múltiplo comum

Para cada número natural, podem-se associar outros números que são denominados **múltiplos** desse número.

A ideia de múltiplo está relacionada à multiplicação, como nas tabuadas; por exemplo, o número 7 tem como múltiplos os números 14, 21, 28 e 35, entre outros, porque podem ser obtidos pela multiplicação de 7 por um número natural:

$7 = 7 \times 1$

$14 = 7 \times 2$

$21 = 7 \times 3$

$28 = 7 \times 4$

$35 = 7 \times 5$

Se **n** é um número natural, qualquer número do tipo $7 \times n$ é um múltiplo de 7.

O número 7 tem infinitos múltiplos. Chamando o conjunto dos múltiplos de 7 de M(7), tem-se:

$M(7) = \{0, 7, 14, 21, 28, 35, 42, 49, 56, 63, 70, 77, 84, ..., 700, 707, 714, ...\}$

O número 0 (zero) é múltiplo de 7, porque pode ser obtido multiplicando-se 7 por um número natural, no caso pelo próprio zero, que é o primeiro número natural: $0 = 7 \times 0$.

Verifique se o zero é múltiplo de outros números naturais: 1, 2, 3, ..., 12, ..., 2.000.

O zero é múltiplo de todos os números naturais. O contrário não é verdade, ou seja, todos os números naturais não são múltiplos de zero, pois zero vezes um número qualquer é sempre zero.

Verifique se há outros números naturais que são múltiplos de si mesmos.

O número 7 é múltiplo de 7, pois $7 = 7 \times 1$.

Todo número natural é múltiplo de si mesmo.

Considere, agora, o conjunto dos múltiplos de 3:

M(3) = {0, 3, 6, 9, 12, 15, 18, 21, 24, 27, 30, 33, 36, 39, 42, 45, ...}

Compare os múltiplos de 3 e de 7, observe que há números que são múltiplos comuns de 3 e de 7, ou seja, são múltiplos tanto de um como de outro. Esse é o caso do 0, do 21, do 42, do 63 e assim por diante.

Múltiplos comuns de 3 e 7:

MC(3, 7) = {0, 21, 42, 63, 84, 105, ...}

Como o zero é múltiplo de qualquer número natural, os matemáticos se interessaram pelo mínimo múltiplo comum (MMC) de dois ou mais números que fosse diferente de zero.

Quando é preciso determinar o MMC de dois ou mais números, não se considera o zero.

O menor múltiplo comum de 3 e 7 é 21:

MMC(3, 7) = 21

Veja as relações possíveis entre 3, 7 e 21:

- 21 é múltiplo de 3;
- 21 é múltiplo de 7;
- 21 é divisível por 3 → 3 é divisor de 21;
- 21 é divisível por 7 → 7 é divisor de 21.

Quando um número **a** é múltiplo de um número **b**, diz-se que **a** é divisível por **b**.

Sejam dois números naturais **a** e **b**. Se n = a × b, então **n** é múltiplo de **a** e de **b**; **a** e **b** são divisores de **n**.

ATIVIDADE 1 Múltiplos comuns e mínimo múltiplo comum

Com base nos elementos do conjunto dos múltiplos de 2, 3, 5 e 7, faça os exercícios 1 a 6 a seguir.

M(2) = {0, 2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16, 18, 20, ...}

M(3) = {0, 3, 6, 9, 12, 15, 18, 21, 24, 27, 30, ...}

M(5) = {0, 5, 10, 15, 20, 25, 30, 35, 40, 45, 50, ...}

M(7) = {0, 7, 14, 21, 28, 35, 42, 49, 56, 63, 70, ...}

1 Determine:

a) Os seis primeiros múltiplos comuns de 2 e 3.

MC(2, 3) = {______, ______, ______, ______, ______, ______, ...}

b) O mínimo múltiplo comum de 2 e 3.

MMC(2, 3) = ____________________

2 Determine:

a) Os seis primeiros múltiplos comuns de 2 e 5.

MC(2, 5) = {______, ______, ______, ______, ______, ______, ...}

b) O mínimo múltiplo comum de 2 e 5.

MMC(2, 5) = ____________________

3 Determine:

a) Os seis primeiros múltiplos comuns de 2 e 7.

MC(2, 7) = {______, ______, ______, ______, ______, ______, ...}

b) O mínimo múltiplo comum de 2 e 7.

MMC(2, 7) = ____________________

4 Determine:

a) Os seis primeiros múltiplos comuns de 3 e 5.

MC(3, 5) = {______, ______, ______, ______, ______, ______, ...}

b) O mínimo múltiplo comum de 3 e 5.

MMC(3, 5) = ____________________

5 Determine:

a) Os seis primeiros múltiplos comuns de 5 e 7.

MC(5, 7) = {______, ______, ______, ______, ______, ______, ...}

b) O mínimo múltiplo comum de 5 e 7.

MMC(5, 7) = ____________________

6 Determine o MMC nos itens a seguir:

a) MMC(2, 3, 5) = ________________

b) MMC(2, 3, 7) = ________________

c) MMC(3, 5, 7) = ________________

d) MMC(3, 6) = ________________

e) MMC(15, 30) = ________________

f) MMC(15, 20) = ________________

g) MMC(14, 21) = ________________

h) MMC(12, 18) = ________________

7 Encontre um múltiplo comum de 7 e 8.

MC(7, 8) = ________________

8 Determine o MMC dos itens a seguir:

a) MMC(4, 6) = ________________

b) MMC(4, 10) = ________________

c) MMC(6, 10) = ________________

d) MMC(4, 6, 10) = ________________

De volta às barracas de frutas...

Um dos problemas propostos no texto *Proporcionalidade na comparação* era o de Mauro, que precisava prever o próximo dia em que coincidiria a vinda de Paulinha, Dona Dulce e Seu Felipe à sua barraca.

Como Paulinha vai à barraca a cada 10 dias, dona Dulce, a cada 6 dias, e seu Felipe, a cada 4 dias, então, considerando que todos tenham vindo hoje, a próxima vez que Paulinha irá comprar kiwi será daqui a 10 dias, depois daqui a 20 dias, daí daqui a 30 dias..., sempre em períodos múltiplos de 10. Dona Dulce irá daqui a 6 dias, depois daqui a 12 dias..., em períodos múltiplos de 6. E Seu Felipe irá daqui a 4 dias, 8 dias, 12 dias..., enfim, períodos múltiplos de 4.

O número de dias que vão passar até coincidir novamente a ida dos três à barraca do Mauro terá de ser um múltiplo comum de 10, 6 e 4, e o MMC desses números indicará a próxima vez em que comparecerão no mesmo dia. Então, deve-se usar o que foi estudado sobre múltiplos comuns para encontrar a solução do problema proposto.

Cálculo do MMC de 10, 6 e 4:

$$\left.\begin{array}{l} 10 = 2 \times 5 \\ 6 = 2 \times 3 \\ 4 = 2 \times 2 \end{array}\right\} \text{MMC}(10, 6, 4) = 2 \times 2 \times 3 \times 5 = 60$$

Veja que 60 é o menor número natural não nulo que pode ser dividido simultaneamente por 10, 6 e 4.

$60 = 10 \times 6$

$60 = 6 \times 10$

$60 = 4 \times 15$

Então, será daqui a 60 dias que coincidirá a vinda de Paulinha, dona Dulce e seu Felipe à barraca de Mauro.

ATIVIDADE 2 Fazendo economia

Leia as informações a seguir para responder às questões propostas.

1 Com base nos valores da dúzia de laranja de cada barraca da feira, assinale as seguintes afirmações como verdadeiras (V) ou falsas (F):

a) Com o dinheiro que se usa para comprar 16 dúzias de laranja na barraca do Bernardo dá para comprar 20 dúzias de laranja na barraca do Carlos. (_______)

b) Com o dinheiro que se usa para comprar 6 dúzias de laranja na barraca do Antônio dá para comprar 15 dúzias de laranja na barraca do Carlos. (_______)

2 Com base nos valores das dúzias apresentados, responda:

a) Com R$ 24,00, quantas dúzias de laranja dá para comprar na barraca do Antônio?

b) Com R$ 20,00, quantas dúzias de laranja dá para comprar na barraca do Bernardo?

c) Suponha que as laranjas da barraca do Carlos acabaram. Em qual das outras barracas é mais econômico comprar?

d) Nessa semana, um novo feirante, seu Daniel, entrou na disputa pela concorrência. Ele vende 15 dúzias de laranja por R$ 35,00. Dos quatro feirantes, quem vende dúzias de laranja mais barato?

e) Pedro economizaria ou gastaria mais se, em vez de comprar as 60 dúzias de laranja na barraca do Carlos, comprasse na barraca do seu Daniel? De quanto seria a diferença?

DESAFIO

Numa caixa de adubo, a tabela ao lado indica as quantidades adequadas para o seu preparo. De acordo com esta tabela, a quantidade de adubo que se deve misturar em 2 litros de água é:

Adubo	Água
30 g	0,2 ℓ
150 g	1 ℓ
1.500 g	10 ℓ
3.000 g	20 ℓ

a) 3.000 g b) 300 g c) 150 g d) 30 g

Saresp 2005. Disponível em: <http://saresp.fde.sp.gov.br/2005/Arquivos/Provas_EF_2005/7%C2%B0s%C3%A9rie%20EF%20tarde.pdf>. Acesso em: 11 abr. 2014.

HORA DA CHECAGEM

Atividade 1 – Múltiplos comuns e mínimo múltiplo comum

1 M(2) = {0, 2, 4, 6, 8, 10, 12, ...}
M(3) = {0, 3, 6, 9, 12, 15, 18, ...}

a) MC(2, 3) = {0, 6, 12, 18, 24, 30, ...}
b) MMC(2, 3) = 6

2 M(2) = {0, 2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16, 18, 20, ...}
M(5) = {0, 5, 10, 15, 20, 25, 30, 35, 40, ...}

a) MC(2, 5) = {0, 10, 20, 30, 40, 50, ...}
b) MMC(2, 5) = 10

3 M(2) = {0, 2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16, 18, 20, ...}
M(7) = {0, 7, 14, 21, 28, 35, 42, ...}

a) MC(2, 7) = {0, 14, 28, 42, 56, 70, ...}
b) MMC(2, 7) = 14

4 M(3) = {0, 3, 6, 9, 12, 15, 18, 21, 24, 27, 30, ...}
M(5) = {0, 5, 10, 15, 20, 25, 30, 35, 40, 45, ...}

a) MC(3, 5) = {0, 15, 30, 45, 60, 75, ...}
b) MMC(3, 5) = 15

5 M(5) = {0, 5, 10, 15, 20, 25, 30, 35, 40, 45, ...}
M(7) = {0, 7, 14, 21, 28, 35, 42, 49, ...}

a) MC(5, 7) = {0, 35, 70, 105, 140, 175, ...}
b) MMC(5, 7) = 35

6

a) MMC(2, 3, 5) = 30
b) MMC(2, 3, 7) = 42
c) MMC(3, 5, 7) = 105
d) MMC(3, 6) = 6
e) MMC(15, 30) = 30
f) MMC(15, 20) = 60
g) MMC(14, 21) = 42
h) MMC(12, 18) = 36

7 MMC(7, 8) = 56. Outros múltiplos comuns: 112, 224, ...

8

a) MMC(4, 6) = 12 b) MMC(4, 10) = 20 c) MMC(6, 10) = 30 d) MMC(4, 6, 10) = 60

HORA DA CHECAGEM

Atividade 2 - Fazendo economia

1

a) (V)

16 dúzias na barraca do Bernardo: 4 dúzias custam R$ 10,00 e 16 = 4 × 4, então 16 dúzias custam 4 × R$ 10,00 = R$ 40,00.

20 dúzias na barraca do Carlos: 10 dúzias custam R$ 20,00 e 20 = 2 × 10, então 20 dúzias custam 2 × R$ 20,00 = R$ 40,00.

b) (F)

6 dúzias na barraca do Antônio: 5 dúzias custam R$ 12,00 e 6 = 5 + 1 = 5 + $\frac{1}{5}$ de 5, então 6 dúzias custam R$ 12,00 + $\frac{1}{5}$ de R$ 12,00, que é igual a R$ 12,00 + R$ 2,40 = R$ 14,40.

15 dúzias na barraca do Carlos: 10 dúzias custam R$ 20,00 e 15 = 10 + $\frac{1}{2}$ de 10, então 15 dúzias custam R$ 20,00 + $\frac{1}{2}$ de R$ 20,00, que é igual a R$ 20,00 + R$ 10,00 = R$ 30,00.

2

a) Com R$ 12,00 compram-se 5 dúzias. Como R$ 24,00 é o dobro de R$ 12,00, é possível comprar o dobro de 5 dúzias, que são 10 dúzias.

b) Com R$ 10,00, compram-se 4 dúzias. Com R$ 20,00, que é o dobro de R$ 10,00, é possível comprar o dobro de laranjas, ou seja, 8 dúzias.

c) Cada dúzia de laranja na barraca do Antônio custa R$ 2,40, e na barraca do Bernardo, R$ 2,50. É mais econômico comprar na barraca do Antônio.

d) Na barraca do Antônio, 1 dúzia custa R$ 2,40; na barraca do Bernardo, R$ 2,50; na barraca do Carlos, R$ 2,00; na barraca do seu Daniel, aproximadamente R$ 2,33. Carlos ainda é quem vende mais barato.

e) 60 é igual a 6 × 10. Logo, Pedro gastaria 6 × R$ 20,00 = R$ 120,00 na barraca do Carlos. 60 também é igual a 4 × 15. Logo, Pedro gastaria 4 × R$ 35,00 = R$ 140,00 na barraca do seu Daniel.

Pedro gastaria R$ 20,00 (R$ 140,00 – R$ 120,00 = R$ 20,00) a mais se comprasse com seu Daniel, em vez de comprar com Carlos.

Desafio

Alternativa correta: **b**. Se para 1 ℓ de água são necessários 150 g de adubo, então para 2 ℓ serão necessários: 2 × 150 = 300 g de adubo.

Registro de dúvidas e comentários

TEMA 2 Conceito e usos de razões

Neste Tema, você estudará o conceito de **razão** e onde ela se aplica. Aprenderá ainda outros conceitos como os de **densidade demográfica** e **escala**, que estão relacionados com a proporcionalidade.

O QUE VOCÊ JÁ SABE?

Em um estádio de futebol, se existem 20 mil assentos, será que é adequado vender 30 mil ingressos?

Para acomodar bem os torcedores, a razão deve ser de 1 lugar para cada pessoa, sem que haja torcedores em pé.

As razões são utilizadas em diversas situações, como num concurso em que há 5 candidatos para cada 2 vagas.

Razões

Uma Secretaria de Estado abriu concurso para o preenchimento das vagas de determinado cargo. Após o término do prazo de inscrição, verificou-se que havia 8 candidatos por vaga. O que isso significa?

Usando a linguagem matemática, pode-se dizer que a relação de candidatos por vaga está na razão de "8 para 1".

Entenda melhor a ideia de razão analisando os seguintes exemplos:

- se houvesse 60 candidatos disputando 30 vagas, a relação seria de "2 candidatos por vaga";
- se houvesse 40 candidatos disputando 40 vagas, a relação seria de "1 candidato por vaga".

Agora, veja o cálculo de uma nova situação, supondo que tenham se inscrito 160 candidatos e que cada 8 inscritos disputam 1 vaga. Quantas são as vagas oferecidas?

Para responder à questão de modo mais direto, basta calcular $\frac{160}{8} = 20$.

Pode-se concluir, nesse caso, que há um total de 20 vagas.

1 vaga e 8 candidatos

× 10 × 10

10 vagas e 80 candidatos

× 2 × 2

20 vagas e 160 candidatos

ASSISTA!

Matemática – Volume 2

Razão: comparando grandezas semelhantes

Este vídeo aborda o conceito de razão e sua aplicabilidade.

ATIVIDADE 1 O uso de razões na matemática

1 A comissão de fábrica de uma empresa tem de ser renovada, pois os mandatos dos representantes estão no fim. A eleição para escolher os membros dessa comissão apontou 10 candidatos para cada cargo na comissão. Sabe-se que 40 trabalhadores disputaram a eleição. Quantos representantes foram eleitos?

2 Houve um concurso para a seleção de professores em uma cidade do interior de São Paulo. Veja o número de candidatos e de vagas por disciplina.

Disciplina	Candidatos	Vagas
Língua Portuguesa	4.200	600
Matemática	4.745	365

Determine a relação candidato-vaga para cada disciplina.

a) Língua Portuguesa.

b) Matemática.

3 Em certa cidade, há 2 médicos para cada grupo de 900 habitantes. Sabendo que a cidade tem 24 médicos, quantos são seus habitantes?

4 Nos exames para o ingresso no curso de Gastronomia, a relação candidato--vaga está expressa pela razão $\frac{11}{2}$. Isso quer dizer que há 11 candidatos para cada 2 vagas. Sabendo que há apenas 30 vagas, quantos são os candidatos?

Conceito e usos de razões

As relações exploradas até aqui (candidatos/vagas, médicos/habitantes, entre outras) envolvem, em sua maioria, um quociente ou a razão entre dois números inteiros. Esse tipo de relação é expresso da seguinte forma: $\frac{a}{b}$ ou **a/b** ou ainda **a** : **b**, em que **a** e **b** são números inteiros e $b \neq 0$.

Muitos conceitos importantes do dia a dia são expressos por razões. Dois deles são os conceitos de densidade demográfica e de escala, ambos utilizados como indicadores para que geógrafos, economistas, engenheiros e outros profissionais possam interpretar informações relacionadas ao espaço e à dinâmica das populações.

> É comum ler essa razão como "**a** está para **b**". E, quando se fala de duas razões iguais como $\frac{2}{3}$ e $\frac{4}{6}$, diz-se que "2 está para 3, assim como 4 está para 6" e tem-se uma proporção.

Densidade demográfica

É a razão entre o número de habitantes de uma região e a área dessa região.

$$\text{Densidade demográfica} = \frac{\text{nº de habitantes}}{\text{área}}$$

A densidade demográfica de sua cidade

A cidade paulista com a menor população, em 2010, era Borá (SP). Naquele ano, a cidade tinha 805 habitantes e uma superfície de 118,4 km^2, conforme o Censo 2010 do Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística (IBGE).

Disponível em: <http://www.censo2010.ibge.gov.br/sinopse/index.php?uf=35&dados=0>. Acesso em: 13 fev. 2014.

$$\frac{805 \text{ habitantes}}{118{,}4 \text{ km}^2} \cong 6{,}8 \text{ hab./km}^2$$

VOCÊ SABIA?

Os símbolos matemáticos são uma forma de linguagem, assim como outros sinais gráficos. O esquema acima mostra um desses sinais: $\cong$, que significa "aproximadamente igual". Ele é usado quando um número apresenta duas ou mais casas decimais e é arredondado; por exemplo, $7{,}29 \cong 7{,}3$.

De acordo com o Censo 2010, a capital do Estado de São Paulo era a cidade mais populosa do Brasil, com seus 11.253.503 habitantes. A superfície da cidade de São Paulo é de 1.523,3 km^2.

$$\text{Densidade demográfica de São Paulo} = \frac{11.253.503 \text{ hab.}}{1.523{,}3 \text{ km}^2} \cong 7.387{,}58 \text{ hab./km}^2$$

Escala

Outra razão importante e de inúmeras aplicações práticas é a **escala**. No estudo de História e Geografia, aprende-se a ler, interpretar e desenhar mapas. Um mapa é uma representação da superfície da Terra, ou de uma parte dela, vista de cima. Nele se pode representar detalhes como as fronteiras, as cidades, o relevo e, até mesmo, as distâncias. Veja um exemplo de mapa a seguir.

Fonte: IBGE. Disponível em: <http://7a12.ibge.gov.br/images/7a12/mapas/Brasil/brasil_grandes_regioes.pdf>. Acesso em: 11 abr. 2014.

No entanto, é impraticável representar a superfície do Brasil ou mesmo de um bairro em mapa com tamanho natural.

Assim, representações gráficas de objetos ou de regiões são feitas em tamanho reduzido, porém preservando-se as relações entre as medidas de comprimento, ou seja, a proporcionalidade entre elas.

A razão entre o comprimento no desenho e o comprimento real expressa na mesma unidade é chamada escala.

$$\text{Escala} = \frac{\text{comprimento do desenho}}{\text{comprimento real}}$$

ASSISTA!

Matemática – Volume 2

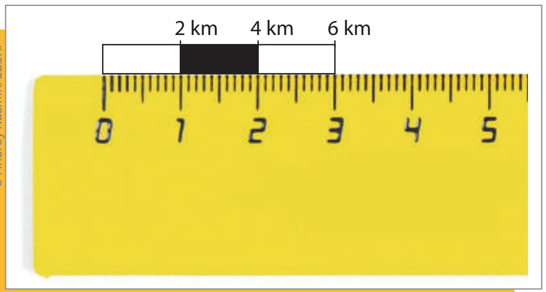
Escala: organizando medições

Este vídeo introduz o conceito de escala.

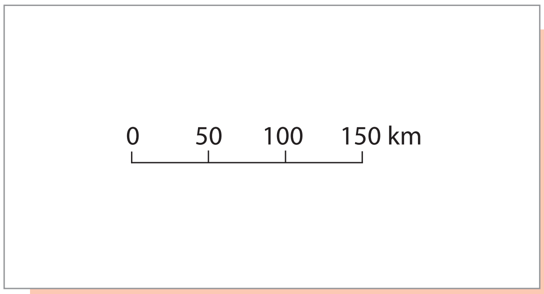
A escala de um mapa, planta ou desenho pode ser expressa nas formas gráfica ou numérica:

- Na forma **gráfica**, utiliza-se um segmento de reta graduado, sobre o qual se indica, de modo direto, a relação entre as distâncias. No mapa apresentado anteriormente, por exemplo, o segmento de reta mede 1 cm. Assim, cada centímetro no papel corresponde a 660 km no real, como está indicado na escala.

Veja outros exemplos:



Nesta escala, cada centímetro no desenho corresponde a 2 km no real.



Nesta outra escala, cada centímetro no papel corresponde a 50 km no real.

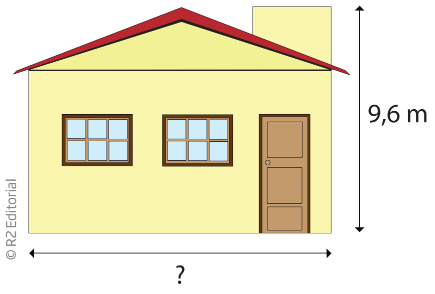
• Na forma **numérica**, as distâncias são sempre dadas em centímetros (cm) e utiliza-se uma razão que pode ser expressa com o uso de dois-pontos ou pela forma fracionária. Voltando ao mapa, qual seria sua escala numérica? Como 1 km = 100.000 cm, tem-se que 660 km = 66.000.000 cm. Logo, a escala numérica do mapa pode ser representada como 1 : 66.000.000 ou $\frac{1}{66.000.000}$.

Nos dois tipos de escala, o que se comunica é que cada centímetro do desenho corresponde a 660 km ou 66.000.000 cm no real.

Explore a escala com base em duas situações-problema e os respectivos modelos de resolução apresentados a seguir.

Situação 1: Escala de um desenho

No desenho a seguir, a casa mede 3 cm de altura. Qual seria o comprimento real da casa?



$$\text{Escala} = \frac{\text{altura do desenho}}{\text{altura real}}$$

$$9{,}6 \text{ m} = 9{,}6 \times 100 \text{ cm} = 960 \text{ cm}$$

$$\text{Escala} = \frac{3 \text{ cm}}{960 \text{ cm}} = \frac{1}{320} \longrightarrow 1 : 320$$

O comprimento da casa no desenho mede 4 cm.

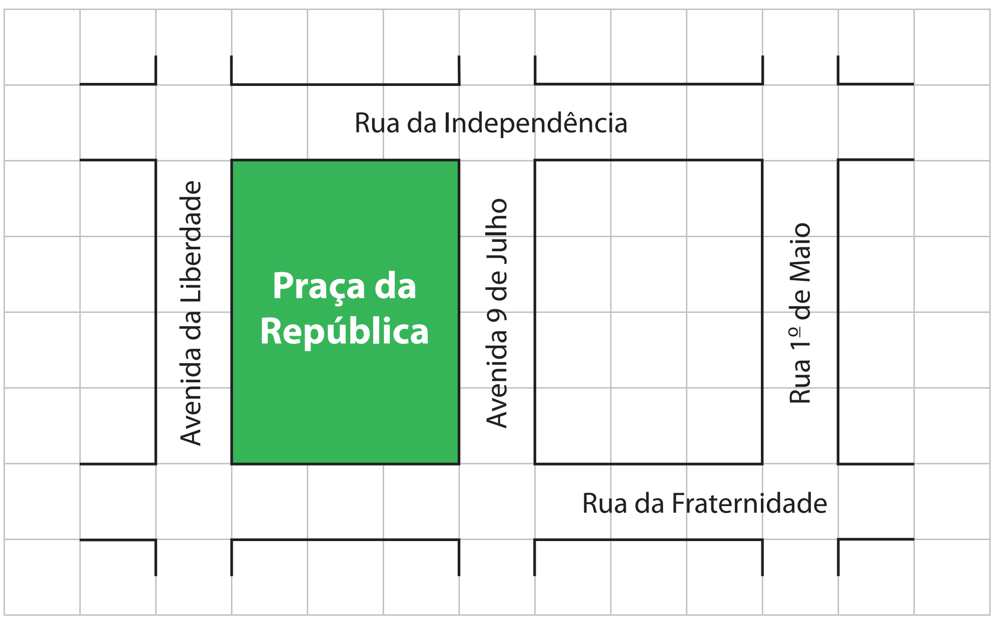
$$\frac{\text{comprimento do desenho}}{\text{comprimento real}} = \frac{1}{320} = \frac{4 \text{ cm}}{\text{comprimento real}}$$

Aqui se tem uma igualdade entre duas razões, que é chamada de **proporção**.

Se 1 cm do desenho corresponde a 320 cm no real, 4 cm correspondem a 4 × 320 = 1.280 cm, que, por sua vez, equivale a 12,8 m. Este deve ser o comprimento real da casa.

Situação 2: Escala de um mapa

O desenho a seguir é o esboço do traçado de parte de um bairro, em que o retângulo verde representa uma praça. Determine as medidas da praça, sabendo que a escala do desenho é 1 : 3.000.



O quadriculado sobre o qual foi traçado o mapa das ruas tem 1 cm de lado.

Se 1 cm no desenho corresponde a 3.000 cm de medida real, pois a escala é 1 : 3.000, então 4 cm no desenho correspondem a 4 × 3.000 cm de medida real, o que é igual a 12.000 cm ou 120 m.

Nas séries iniciais, o sinal × é usado para indicar uma multiplicação, mas, dependendo do contexto e do nível de ensino, são usados outros símbolos. Observe que, em algumas calculadoras, o asterisco (*) é o símbolo para o sinal de multiplicação. Outro símbolo utilizado para essa operação é o ponto (·). Esta modificação será utilizada efetivamente, neste Programa, a partir do Caderno do Estudante – Volume 3. Fique atento que o **x** também pode indicar uma incógnita, ou seja, um valor que se quer encontrar, como no exemplo a seguir.

$$\text{escala} = \frac{\text{medida no desenho}}{\text{medida real}} = \frac{1}{3.000} \rightarrow \frac{4}{x} = \frac{1}{3.000}$$

$$x = 4 \times 3.000 \rightarrow 12.000 \text{ cm} = 120 \text{ m}$$

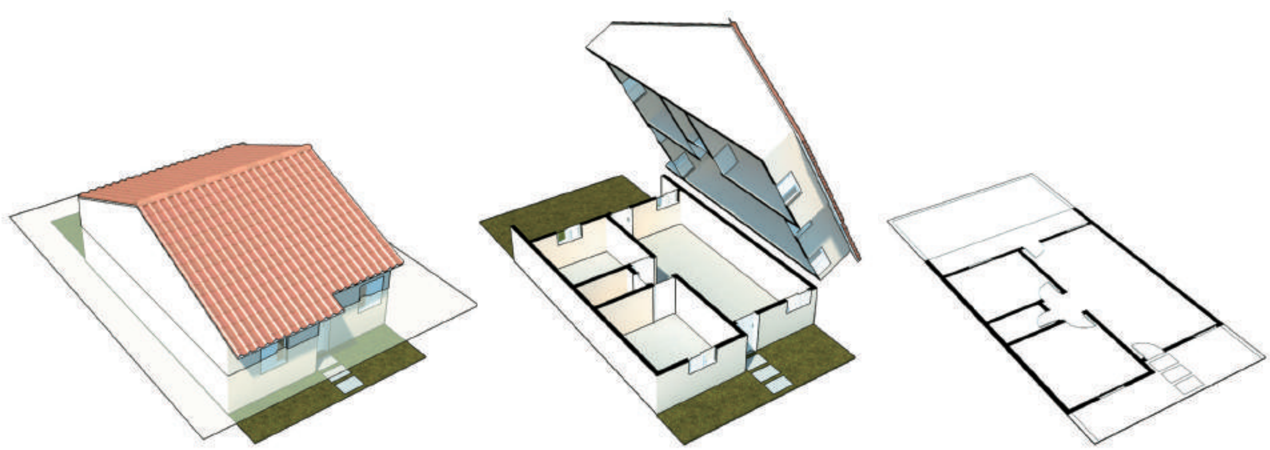
© R2 Editorial

A lateral da praça ladeada pela Rua da Fraternidade tem 3 cm no desenho, então a medida real é 3 × 3.000 = 9.000 cm = 90 m.

Portanto, as dimensões reais da praça são: 120 m por 90 m.

Planta baixa

Outra importante aplicação da ideia de escala está na elaboração e na leitura de **plantas baixas**. Muitos profissionais, como arquitetos, engenheiros, técnicos em edificações, pedreiros etc., trabalham com plantas baixas.



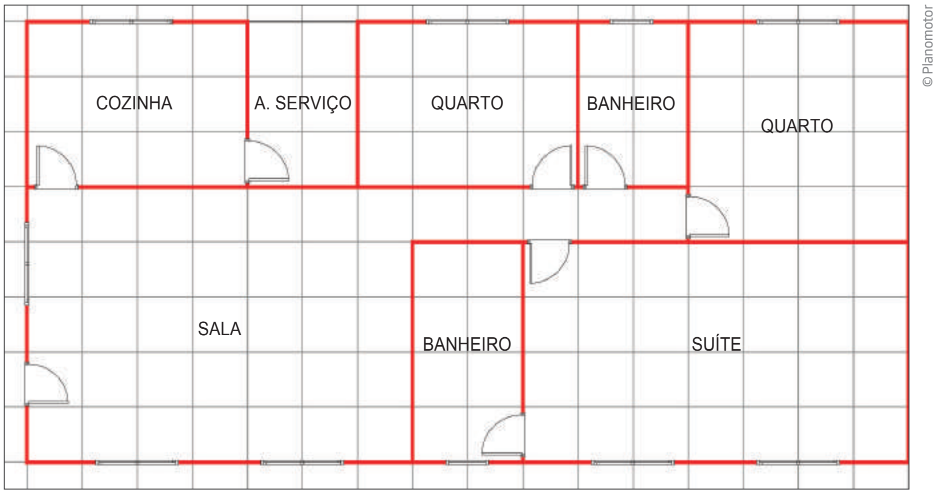
© Planomotor

A planta baixa é uma espécie de mapa de uma casa ou apartamento. É um desenho em escala feito com base em um corte horizontal de uma edificação.

A planta baixa permite que se conheçam a posição dos cômodos de uma habitação e a proporção entre as medidas de seus comprimentos.

ATIVIDADE 2 As medidas de uma casa

1 Na planta de uma casa, reproduzida a seguir, o comprimento da suíte é de 7 m.



a) Qual é a escala dessa planta?

b) Dê as medidas dos cômodos indicados na planta.

Proporções na cozinha

Um lugar em que se usa muito a Matemática, mesmo sem se dar conta, é na cozinha. Cozinheiros têm de saber Matemática, em especial as noções de proporcionalidade, para que suas receitas não fiquem mais ou menos salgadas, doces, amargas, cruas, torradas etc.

Veja a importância de usar a proporção analisando uma receita de refresco.

Junte o suco de 5 laranjas e de 1 limão e açúcar a gosto.

Misture com água gelada em uma jarra que tenha capacidade para 1,5 ℓ, enchendo-a, e passe por um coador.

Pronto! Você obteve 1,5 ℓ de refresco.

Esta receita dá para 6 copos de 250 mℓ.

© Ariel Skelley /Getty Images

Seu José é o gerente do refeitório de uma empresa e, por causa do intenso calor, decidiu fazer refresco para os 36 funcionários.

Para aumentar a receita, é preciso ampliar as quantidades dos ingredientes, garantindo que a proporção entre elas seja a mesma da receita original, senão o refresco pode ficar azedo, doce demais ou aguado.

Analise a tabela que relaciona as quantidades.

Laranja	Limão	Litro de suco	Copo (de 250 mℓ)
5	1	1,5	6
10	2	3	12
15	3	4,5	18
20	4	6	24

Dobrar uma receita implica duplicar a quantidade de todos os ingredientes envolvidos. Consequentemente, obtém-se o dobro da quantidade de refresco.

A razão entre o número de laranjas e o de limões deve ser a mesma.

Analisando a tabela, vê-se que, triplicando as quantidades de laranjas, de limões e de água gelada, a quantidade de litros de suco também triplica; quadruplicando os ingredientes, também se quadruplica a quantidade de refresco e de copos obtidos.

Nesses casos, para manter a proporção entre os ingredientes, a razão entre o número de laranjas e o de limões deve ser de “5 para 1”.

Agora suponha que, ao longo do dia, os 36 funcionários da empresa em que seu José trabalha consumam, em média, 5 copos de refresco cada um.

Acompanhe os cálculos:

Se 36 pessoas consomem, em média, 5 copos cada uma, prevê-se, portanto, o consumo de 180 copos de refresco (36 × 5 = 180 copos).

Se cada receita dá para 6 copos, é preciso fazer 30 receitas de refresco para obter 180 copos (180 ÷ 6 = 30 receitas).

Se cada receita produz 1,5 litros de refresco, devem ser produzidos 45 litros de refresco para o consumo de todos os funcionários (30 × 1,5 = 45 litros).

Copos	Litros
6	1,5
× 30	× 30
180	45

Quanto maior é a quantidade de copos, maior também é a quantidade de litros.

A receita deve render 30 vezes a receita básica. Isso quer dizer que a quantidade de cada ingrediente indicado na receita básica deve também ser aumentada 30 vezes.

	Receita original (1,5 litros)	Receita × 30 (45 litros)
Laranja	5	150
Limão	1	30
Copo de 250 mℓ	6	180

Quantas dúzias de laranja e quantas dúzias de limão são necessárias para produzir 45 litros de refresco?

Para aumentar ou diminuir uma receita de modo a manter o sabor e a consistência do produto final, usam-se os ingredientes na mesma **proporção** indicada na receita original.

ASSISTA!

Matemática – Volume 2

Proporções no dia a dia

Este vídeo problematiza questões relativas à proporcionalidade.

ATIVIDADE 3 A matemática na cozinha

1 Veja os ingredientes necessários para fazer 30 balas de leite.

- 4 copos (250 mℓ) de leite;
- 3 copos (250 mℓ) de açúcar;
- 8 colheres (sopa) de mel.

a) Qual é a quantidade de ingredientes necessária para fazer 10 balas?

b) Qual é a quantidade de ingredientes necessária para fazer 90 balas?

c) Qual é a quantidade de ingredientes necessária para fazer 100 balas?

d) Um confeiteiro tem apenas 3 litros de leite, o que dá aproximadamente 12 copos. Os outros ingredientes, ele tem à vontade. Quantas balas dá para fazer com essa quantidade de leite?

e) Quantas balas dá para fazer quadruplicando a receita original?

2 Agora veja os ingredientes da receita de um bolo:

- 2 xícaras (chá) de açúcar;
- 2 colheres (sopa) bem cheias de manteiga;
- 3 gemas de ovo;
- 1 xícara (chá) de amido de milho;
- 2 xícaras (chá) de farinha de trigo;
- 1 vidro de 200 mℓ de leite de coco;
- 1 colher (chá) de fermento em pó.

1 kg de farinha equivale a aproximadamente 9 xícaras de chá.
1 xícara (chá) de açúcar equivale a aproximadamente 125 g.
2 colheres (sopa) bem cheias de manteiga equivalem a 40 g.

a) Quantos bolos dá para fazer com uma dúzia de ovos? (Não há restrições quanto aos outros ingredientes.)

b) Considere que a despensa tem os ingredientes em quantidade suficiente para fazer mais de 30 bolos, exceto o fermento. Há apenas uma embalagem de fermento em pó, que equivale a 15 colheres de chá. Quantos bolos dá para fazer nesse caso?

c) Quantos bolos dá para fazer com 1 kg de farinha de trigo?

d) Quantos bolos dá para fazer com 1 kg de manteiga?

e) Quantos bolos dá para fazer com 1 kg de açúcar?

3 Veja algumas receitas de molho de tomate. Em qual delas você acha que vai sobressair o gosto de cebola?

© Robyn Mackenzie/123RF; Olga Chernetskaya/123RF

Receita do Genaro	Receita da Concetta
	

a) A receita do Genaro ou a da Concetta? Justifique.

Receita do Marcelo	Receita da Sofia
	

© Robyn Mackenzie/123RF; Olga Chernetskaya/123RF

b) A receita do Marcelo ou a da Sofia? Justifique.

ATIVIDADE 4 A matemática em um negócio

Quando se abre um empreendimento em sociedade, os sócios podem contribuir com partes diferentes de capital para iniciar o negócio. Nesses casos, em geral, estabelecem por contrato uma retirada ou divisão dos lucros e prejuízos em partes proporcionais ao capital investido. Resolva os exercícios a seguir, em que é preciso calcular as quantidades apresentadas em cada situação.

1 João e José entraram em um negócio de coleta de latas de alumínio para vender em um posto de reciclagem. João trabalha 4 horas por dia, enquanto José trabalha 5 horas por dia. No final de um dos dias de trabalho, haviam recolhido cerca de 3.600 latas. Os dois resolveram dividir o arrecadado com a venda das latas proporcionalmente às horas trabalhadas naquele dia. Quantas latas couberam a cada um?

2 Romeu e Julieta montaram uma empresa chamada Goiabada com queijo. Para iniciar o negócio, Romeu entrou com R$ 1.500,00, e Julieta, com R$ 2.000,00. Então, decidiram que os lucros obtidos deveriam ser distribuídos proporcionalmente ao capital empregado.

a) Num primeiro momento, fizeram uma venda cujo lucro foi de R$ 700,00. Quanto coube a cada um?

b) No Dia das Crianças, as vendas foram um sucesso. A parte correspondente a Romeu foi de R$ 1.200,00. Logo, qual valor corresponde à parte de Julieta?

c) Nas festas de fim de ano, a empresa também teve um bom lucro. Julieta recebeu R$ 1.200,00. Quanto Romeu recebeu?

d) A empresa Goiabada com queijo vendeu mais no Dia das Crianças ou nas festas de fim de ano? Explique por quê.

DESAFIO

O proprietário de uma pequena loja de produtos naturais emprega duas funcionárias, Joana e Carolina. No mês de julho ele decidiu dividir um bônus de R$ 160,00 entre as duas funcionárias, de forma que cada uma receberia um valor inversamente proporcional ao número de faltas naquele mês. Carolina faltou 3 vezes, e Joana faltou 2. A quantia recebida por Joana como bônus é igual a:

a) R$ 72,00

b) R$ 80,00

c) R$ 96,00

d) R$ 108,00

Saresp 2005. Disponível em: <http://saresp.fde.sp.gov.br/2005/Arquivos/Provas_EF_2005/7%C2%B0s%C3%A9rie%20EF%20tarde.pdf>. Acesso em: 11 abr. 2014.

HORA DA CHECAGEM

Atividade 1 – O uso de razões na matemática

1 A relação foi de 10 candidatos para cada cargo na comissão, ou seja, $40 \div 10 = 4$ representantes.

2

a) $\frac{4.200}{600} = 7$ candidatos-vaga. Você pode resolver fazendo cálculo mental:

$42 \div 6 = 7$; assim, $4.200 \div 600 = 7$.

b) $\frac{4.745}{365} = 13$ candidatos-vaga.

Você pode estimar o resultado: 365×10 é 3.650, que é próximo de 4.745. Com isso, sabe-se que o resultado será maior que 10 e menor que 20. Veja, então, que se você fizer o cálculo escrito ou usar a calculadora, $4.745 \div 365 = 13$.

3 Se 2 médicos correspondem a um grupo com 900 habitantes e $24 = 2 \times 12$, há $12 \times 900 = 10.800$ habitantes na cidade.

4 $30 \div 2 = 15$ e $11 \times 15 = 165$ candidatos.

Atividade 2 – As medidas de uma casa

1

a) 1 : 100 (1 cm – 1 m).

b) Quarto de 3 m por 4 m; outro quarto de 4 m por 4 m; cozinha de 4 m por 3 m; área de serviço de 2 m por 3 m; sala de 7 m por 5 m; banheiro da suíte de 2 m por 4 m; outro banheiro de 2 m por 3 m; suíte de 4 m por 7 m.

Atividade 3 – A matemática na cozinha

1

a) Como $10 = 30 \div 3$, basta dividir as quantidades da receita inicial por 3, ou seja, $\frac{4}{3}$ de copo de leite, 1 copo de açúcar, $2\frac{2}{3}$ colheres de mel.

b) Como $90 = 3 \times 30$, basta triplicar as quantidades da receita inicial: 12 copos de leite, 9 copos de açúcar, 24 colheres de mel, ou multiplicar as quantidades da receita do item **a** por 9.

c) Basta adicionar as quantidades da receita do item *a* com as do item *b*: $13\frac{1}{3}$ de copo de leite, 10 copos de açúcar, $26\frac{2}{3}$ colheres de mel.

d) $12 \div 4 = 3$ receitas; $3 \times 30 = 90$ balas.

e) $4 \times 30 = 120$ balas.

2

a) Como, para fazer 1 bolo, são usadas 3 gemas de ovo, então, 12 ÷ 3 = 4 bolos.

b) Como, para fazer 1 bolo, é usada 1 colher (chá) de fermento em pó, então para fazer 15 bolos.

c) Como 1 kg de farinha equivale a 9 xícaras (chá) e, para fazer 1 bolo, são usadas 2 xícaras (chá) de farinha: 9 ÷ 2 = 4,5 bolos ou 4 bolos, sobrando 1 xícara de farinha.

d) 1 kg = 1.000 g; 1.000 ÷ 20 = 50. Como 1 kg de manteiga equivale a 50 colheres (sopa) bem cheias e, para fazer 1 bolo, são usadas 2 colheres (sopa) bem cheias de manteiga, 50 ÷ 2 = 25 bolos.

e) 1 kg = 1.000 g; 1.000 ÷ 125 = 8. Como 1 kg de açúcar equivale a 8 xícaras (chá) e, para fazer 1 bolo, são usadas 2 xícaras (chá) de açúcar, 8 ÷ 2 = 4 bolos.

3

a) Dobrando a receita do Genaro, haverá 16 tomates para 6 cebolas. Comparando com a receita de Concetta, de 16 tomates para 5 cebolas, conclui-se que a do Genaro tem mais gosto de cebola.

b) Triplicando a receita do Marcelo e comparando com a receita da Sofia, conclui-se que as duas receitas têm a mesma proporção de cebolas por tomates. Levando em conta apenas a relação entre esses ingredientes, os molhos devem ter o mesmo gosto de cebola.

Atividade 4 – A matemática em um negócio

1 Os dois trabalham 9 horas por dia, assim a razão das horas trabalhadas por eles será: João $\frac{4}{9}$ e José $\frac{5}{9}$. Isso significa que o total de latas recolhidas deve ser dividido em 9 partes, das quais 4 serão de João e 5 de José. Assim, 3.600 ÷ 9 = 400, sendo 4 × 400 = 1.600 o número de latas de João e 5 × 400 = 2.000 o número de latas de José.

2

a) Assim como no problema anterior, uma possibilidade de resolução é identificar a razão entre os investimentos, que é $\frac{1.500}{2.000}$, ou seja, $\frac{3}{4}$. O total de cotas é 3 + 4 = 7. A razão entre a cota de Romeu e o total é $\frac{3}{7}$. Assim, como 700 ÷ 7 = 100, então 3 × 100 = 300 e 700 – 300 = 400. Romeu ficou com R$ 300,00, e Julieta, com R$ 400,00.

b) Nesse caso, a informação que se tem é a parte correspondente a Romeu. A razão entre o que ele recebe e o que Julieta recebe é $\frac{3}{4}$. Como 1.200 ÷ 3 = 400 e 4 × 400 = 1.600, Julieta ficou com R$ 1.600,00.

c) $\frac{3}{4}$ de 1.200 = 900. Romeu recebeu R$ 900,00.

d) No Dia das Crianças, o lucro total foi de R$ 1.200,00 + R$ 1.600,00 = R$ 2.800,00, enquanto, nas festas de fim de ano, foi de R$ 1.200,00 + R$ 900,00 = R$ 2.100,00. Logo, no Dia das Crianças o lucro foi maior (R$ 700,00 a mais).

HORA DA CHECAGEM

Desafio

Alternativa correta: **c**. Dizer que a divisão é inversamente proporcional ao número de faltas de cada funcionária quer dizer que quem faltou menos receberá proporcionalmente mais dinheiro de bônus. Sendo assim,

Carolina teve 3 faltas de 5, logo receberá $\frac{2}{5}$ de R$ 160,00, ou seja,

$$\frac{2}{5} \times 160 = \frac{2 \times 160}{5} = \frac{320}{5} = \text{R\$ } 64{,}00.$$

E, Joana, que teve 2 faltas, receberá $\frac{3}{5}$ de R$ 160,00, ou seja,

$$\frac{3}{5} \times 160 = \frac{3 \times 160}{5} = \frac{480}{5} = \text{R\$ } 96{,}00.$$

Registro de dúvidas e comentários

Usando problemas que envolvem razões, você aprenderá a identificar a porcentagem como uma razão especial, percebendo a importância dela no nosso dia a dia.

O QUE VOCÊ JÁ SABE?

A porcentagem está presente em nossa vida, em nosso cotidiano. Em dia de eleição, por exemplo, o telejornal apresenta as variações percentuais dos candidatos no processo eleitoral.

O aumento do salário mínimo se dá ano a ano e também é apresentado por meio de índices percentuais, como o aumento do combustível, das mercadorias vendidas no supermercado, dos materiais escolares etc.

Variações percentuais

De todas as razões estudadas na escola, é provável que a mais importante, em função do uso em praticamente todas as atividades profissionais e científicas, seja a porcentagem, que pode ser interpretada como a razão em que o denominador é **100**.

> Em geral, uma razão cujo segundo termo é igual a 100 é chamada taxa percentual.

Taxa percentual: $\dfrac{\text{número}}{100}$

Taxa percentual: $37\% = \dfrac{37}{100}$

Use essas ideias para interpretar manchetes de jornal.

© R2 Editorial

(*) Fonte: SEGNINI, Liliana R. P. *Mercado de trabalho no Brasil*: um retrato baseado nas estatísticas nacionais, fev. 2012. Rais/MTE (2003 e 2010) e PNAD/IBGE (2003 e 2009).
(**) PNAD 2009 - IBGE. Disponível em: <http://saladeimprensa.ibge.gov.br/noticias?view=noticia&id=1&idnoticia=1708&busca=1&t=pnad-2009-rendimento-numero-trabalhadores-carteira-assinada-sobem-desocupacao-aumenta>. Acesso em: 13 fev. 2014.

Dizer que “36 em cada 100 trabalhadores domésticos não têm a carteira assinada” equivale a dizer que 36% dos trabalhadores domésticos não estão registrados.

Cada uma das notícias está expressa por uma razão, mas elas podem ser citadas por uma **porcentagem**. As porcentagens expressam relações entre uma quantidade e o número **100**. Daí o nome porcentagem (**por cento**).

ASSISTA!

Matemática – Volume 2

Porcentagens: 100 mistério

Esse vídeo ilustra a relação dos juros como uma proporção de um determinado valor.

ATIVIDADE 1 Manchetes equivalentes: analisando a notícia

1 Suponha que as manchetes apresentadas no quadro a seguir se refiram a um universo de 50 mil trabalhadores da cidade de Montanha Acima.

83% dos trabalhadores têm registro na carteira	54% dos trabalhadores estão sindicalizados
51% dos trabalhadores estudam à noite	60% dos trabalhadores ganham mais que 1 salário mínimo

Considerando as informações do quadro, quantos trabalhadores de Montanha Acima têm registro na carteira? Acompanhe os cálculos.

- Para cada 100 trabalhadores, 83 têm registro em carteira.
- É preciso saber quantos grupos de 100 há em 50 mil.
- Em 50 mil, há 500 grupos de 100, pois 50.000 ÷ 100 = 500.
- 83% significa 83 por 100, ou seja, 83 em cada 100.
- 83 × 500 = 41.500; assim, se a pesquisa estiver correta, 41.500 habitantes têm carteira assinada em Montanha Acima.

Agora é com você! Para responder às questões a seguir, considere o universo de Montanha Acima, com seus 50.000 trabalhadores.

a) Quantos trabalhadores de Montanha Acima estudam à noite?

b) Quantos são sindicalizados?

c) Quantos ganham mais que um salário mínimo?

d) Quantos ganham um salário mínimo ou menos?

Aplicações de porcentagens

O conhecimento e o uso das porcentagens são importantes para resolver uma variedade de problemas. Aprofunde seu conhecimento sobre porcentagem por meio da resolução de situações-problemas.

Veja como calcular porcentagens:

- Calcular 15% de 8.400.

8.400 ÷ 100 = 84

84 × 15 = 1.260

15% de 8.400 é 1.260.

• Uma companhia aérea anunciou que reajustará os preços de suas passagens em 20% no próximo mês. Sabendo que o preço da passagem de um dos voos é R$ 250,00, qual deve ser o novo preço, com o acréscimo?

Para cada R$ 100,00, o passageiro vai pagar mais R$ 20,00.

$250 \div 100 = 2{,}5 \rightarrow 2{,}5 \times 20 = 50$

O novo preço será de R$ 250,00 + R$ 50,00 = R$ 300,00.

• O quilo de feijão, sem desconto, custa R$ 4,00. De acordo com o anúncio a seguir, qual deve ser o preço por quilo no próximo sábado?

R2 Editorial sobre foto: © Fernando Favoretto/Criar Imagem

Para cada 100 centavos (R$ 1,00), o comerciante dá um desconto de 15 centavos (R$ 0,15).

R$ 4,00 equivalem a 400 centavos de real.

$400 \div 100 = 4$ (em 4 reais há 4 grupos de 100 centavos)

$4 \times 15 = 60$ (60 centavos de desconto por quilo)

No próximo sábado, o quilo de feijão-preto vai custar:

R$ 4,00 – R$ 0,60 = R$ 3,40.

• O televisor está em oferta.

R2 Editorial sobre foto: © Peter Lecko/123RF

Em relação ao preço à vista, quanto vai pagar quem comprar o televisor a prazo?

A prazo: 2 × R$ 300,00 = R$ 600,00.

Diferença: R$ 600,00 – R$ 500,00 = R$ 100,00.

A que fração do preço à vista corresponde os R$ 100,00?

100 está para 500 assim como 1 está para 5 ou

2 está para 10 ou

20 está para 100.

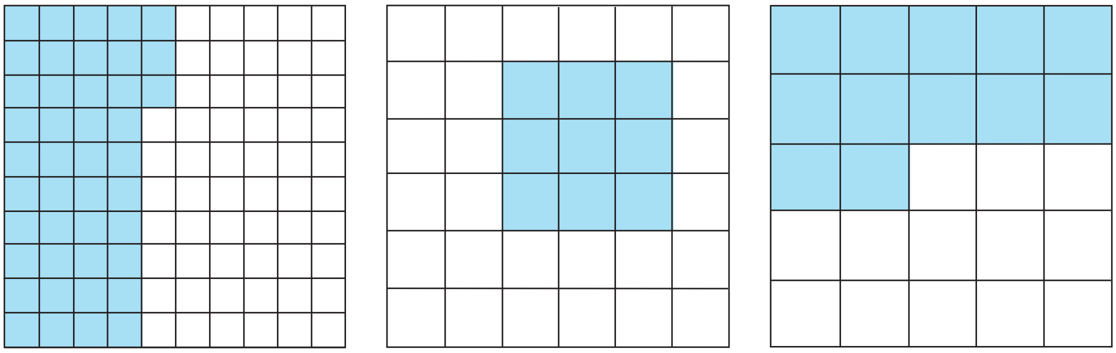
São razões equivalentes.

O acréscimo que se paga quando a compra é feita a prazo corresponde a 20% do preço à vista.

ATIVIDADE 2 Cálculo de porcentagem

1 Determine a porcentagem correspondente à região pintada de azul em cada quadrado.

a) ____________ b) ____________ c) ____________



2 “8 em cada 10 estrelas de cinema preferem o desodorante Aroma Suave”. Quantos por cento das estrelas de cinema preferem esse desodorante?

3 Gil das Contas participou de uma maratona de Matemática da escola e acertou 72% das 150 questões. Quantas questões ele acertou?

4 Seu Manuel, que vende laranjas na feira, dá um desconto de 25% para compras acima de 5 dúzias. Ele vende uma dúzia e meia de laranja por R$ 3,00. Resolvi comprar 144 laranjas. Quanto devo pagar?

5 O serviço de energia elétrica cobra uma multa de 2% ao dia se a conta é paga com atraso. Qual deverá ser o preço pago no dia 13 por uma conta de energia de R$ 48,00 que venceu no dia 10?

ATIVIDADE 3 Razões e índices: censo demográfico

O desenvolvimento de um país revela a capacidade produtiva de sua população e é medido com base em números da economia, da saúde e da educação. Almanaques, atlas e livros de Geografia são recheados de dados estatísticos sobre o Brasil. Veja alguns desses dados:

Para cada grupo de 16 brasileiros que moram na cidade, há 3 brasileiros que moram no campo.
Há aproximadamente 1,84 médicos em cada grupo de 1.000 habitantes.
9,6 em cada grupo de 100 habitantes maiores de 15 anos são analfabetos.
17,6 em 1.000 crianças morrem antes de completar 1 ano de idade.

Fonte: IBGE. Censo Demográfico 2010. Disponível em: <http://www.censo2010.ibge.gov.br/sinopse/index.php?uf=35&dados=0>. Acesso em: 11 abr. 2014.

Considerando essas relações de proporcionalidade, responda aos itens a seguir (com base na estimativa da população brasileira de 2010 de, aproximadamente, 190 milhões de habitantes).

1 Quantos brasileiros, aproximadamente, moram no campo?

2 Que taxa percentual representa os brasileiros que moram no campo? E na cidade?

3 Quantos são, aproximadamente, os médicos brasileiros?

4 Considerando que cerca de 144,8 milhões de pessoas têm mais de 15 anos no Brasil, quantas pessoas com mais de 15 anos são analfabetas?

5 Qual é o percentual de crianças que não chegam a completar 1 ano de idade?

ATIVIDADE 4 Revisão e aprofundamento

1 Indique qual é a compra mais econômica, depois de efetuar as contas.

a) ______________________________

5 kg por R$ 8,00

2 kg por R$ 3,40

© Luis Dávila

$\frac{1}{2}$ kg por R$ 0,90

b) ______________________________

2 dúzias por R$ 3,70

3 dúzias por R$ 4,40

© Silvestre Machado/Opção Brasil Imagens

5 dúzias por R$ 9,00

c) ______________________________

300 g por R$ 2,70

500 g por R$ 4,25

© V.J. Matthew/123RF

1 kg por R$ 9,50

d) ____

© João Prudente/Pulsar Imagens

10 por R$ 5,60 | 5 por R$ 3,00 | 12 por R$ 6,00

e) ____

© Luis Dávila

1 kg por R$ 0,99 | 2 kg por R$ 1,90 | 5 kg por R$ 4,70

2 Calcule os valores correspondentes às seguintes porcentagens:

a) 10% de 2.400 =

c) 40% de 2.400 =

b) 20% de 2.400 =

d) 4% de 2.400 =

e) 10% de 960 =

h) 15% de 960 =

f) 20% de 960 =

i) 7,5% de 960 =

g) 30% de 960 =

j) 3% de 960 =

3 Encontre os valores das porcentagens abaixo:

a) 4% de 2.400 =

d) 54% de 2.400 =

b) 44% de 2.400 =

e) 50% de 960 =

c) 60% de 2.400 =

f) 25% de 960 =

g) 75% de 960 =

i) 12,5% de 96 =

h) 25% de 96 =

4 Em um jogo de basquete, João acertou 13 cestas em 25 tentativas, e Marcelo fez 12 cestas em 24 tentativas. Quem teve o melhor rendimento?

5 Na última avaliação, Mariana acertou 23 de 40 questões de Matemática e Júlia acertou 29 de 50. Quem teve o melhor rendimento?

6 Nilson e Isolda resolveram abrir uma poupança conjunta. Nilson entrou com R$ 2.500,00, e Isolda, com R$ 2.000,00. Depois de certo tempo, o casal fez uma retirada de R$ 6.300,00, que foi dividida proporcionalmente aos respectivos depósitos. Quanto coube a cada um?

7 André e Cláudia fizeram uma sociedade para montar um negócio de perucas. André entrou com um capital de R$ 1.600,00, e Cláudia, com R$ 600,00. Nas festas de fim de ano, tiveram R$ 891,00 de lucro, que foi repartido proporcionalmente ao que cada um aplicou. Quanto coube a cada sócio?

8 No exame vestibular, dos 36.000 habilitados para concorrer à 2ª fase, 11% não compareceram. Quantos candidatos fizeram o exame?

9 Em uma pesquisa sobre a preferência por times de futebol, verificou-se que 4 em cada 10 habitantes de uma cidade torciam pelo time B.

a) Que porcentagem dos moradores essa proporção representa?

b) Supondo que a cidade tenha 250 mil habitantes, quantos deles torcem pelo time B?

10 Um padeiro deseja fazer uma fornada dupla de biscoitos de chocolate e meia fornada de biscoitos de coco. As receitas dizem que uma fornada de biscoitos de chocolate leva $2\frac{3}{4}$ xícaras de açúcar, e uma fornada de biscoitos de coco, $2\frac{1}{2}$ xícaras de açúcar. Se uma xícara de açúcar pesa cerca de 80 g, de quantos gramas de açúcar precisará o padeiro?

11 Um professor precisa ler 36 trabalhos de seus alunos. Nos primeiros 45 minutos, ele lê 4 trabalhos. Admitindo que ele continue a trabalhar no mesmo ritmo, quanto tempo levará para ler todos os trabalhos?

12 Um pintor mistura 4 partes de tinta branca com 1 parte de tinta vermelha para obter cor-de-rosa claro. Ele tem 2 litros de tinta cor-de-rosa de tom mais escuro, resultante da mistura, em partes iguais, de tinta vermelha e branca. Que quantidade de tinta branca deve ser misturada à tinta cor-de-rosa de tom mais escuro para transformá-la em cor-de-rosa claro?

13 Um jardineiro experiente tem de preparar um campo de futebol oficial de $64 \text{ m} \times 90 \text{ m}$. Quantos quilos de semente ele vai precisar, sabendo que 1 kg dá para semear 16 m^2?

14 Joana aplicou R$ 3.000,00 na poupança. No final de 4 meses, ela obteve 27,5% entre rendimento e correção monetária. Qual é o montante disponível em sua poupança?

DESAFIO

Marcos fez um empréstimo de R$ 120.000,00 que deverá pagar com juros de 1% sobre o valor emprestado a cada mês. Sabendo que ele pagou R$ 6.000,00 de juros, quantos meses levou para pagar o empréstimo?

a) 3 meses
b) 4 meses
c) 5 meses
d) 6 meses

Saresp 2005. Disponível em: <http://saresp.fde.sp.gov.br/2005/Arquivos/Provas_EF_2005/7%C2%B0s%C3%A9rie%20EF%20tarde.pdf>. Acesso em: 11 abr. 2014.

PENSE SOBRE...

O censo demográfico realizado em 2010 pelo IBGE, órgão do governo federal, indica modificações importantes na população brasileira. A população envelheceu. No ano de 2000, metade da população tinha menos de 25 anos. Em 2010, 43 em cada 100 habitantes tinham menos de 25 anos. Mudou também o número de pessoas por domicílio: em 2000 havia 3,8 pessoas por domicílio e, em 2010, eram 3,3. Em sua opinião, como as políticas públicas precisam se organizar a fim de atender a esse novo desenho da população brasileira?

HORA DA CHECAGEM

Atividade 1 – Manchetes equivalentes: analisando a notícia

1

a) Como em 50.000 há 500 grupos com 100 em cada um, significa que 1% de 50.000 é 500, então em 51% serão 51 × 500 = 25.500; logo, 25.500 trabalhadores estudam à noite.

b) Pensando do mesmo modo, 54% serão 54 × 500 = 27.000; logo 27.000 trabalhadores são sindicalizados.

c) Para calcular 60%, calcula-se 60 × 500 = 30.000; logo 30.000 trabalhadores ganham mais que um salário mínimo.

d) Como no item *c* já ficou determinado que os trabalhadores que ganham mais que um salário mínimo são 30.000, então os que ganham um salário mínimo ou menos são os 20.000 trabalhadores restantes.

Outro modo de calcular seria pensar na porcentagem, isto é, se 60% corresponde aos que ganham mais que um salário mínimo, então o que se busca aqui corresponde a 40% do total de trabalhadores. Assim $\frac{50.000 \times 40}{100}$ = 20.000 trabalhadores.

Atividade 2 - Cálculo de porcentagem

1

a) 43 em 100 são 43%.

b) Para determinar a porcentagem em situações como esta de 9 em 36, pode-se calcular a divisão de 9 por 36, multiplicar o resultado por 100 e obter 25%.

c) Do mesmo modo, 12 em 25 pode ser calculado como 12 ÷ 25 × 100 = 48, logo são 48%.

2 8 em cada 10 equivale a 80 em cada 100. Logo, 80%.

3 150 ÷ 100 = 1,5; 1,5 × 72 = 108 questões.

4 144 são 8 × 18 laranjas (uma dúzia e meia) ou ainda 144 laranjas ÷ 18 (uma dúzia e meia) = 8. Então, o preço de 144 laranjas é 8 × R$ 3,00 = R$ 24,00.

Como 144 = 12 × 12 (uma dúzia) e seu Manuel dá desconto de 25% para compras acima de 5 dúzias, se 25% de R$ 24,00 são R$ 6,00, pagarei, então: R$ 24,00 – R$ 6,00 = R$ 18,00.

5 Multa de 2% ao dia, de uma conta de R$ 48,00: 2% de R$ 48,00 é R$ 0,96 por dia. Como se passaram 3 dias, o valor da multa total será de R$ 0,96 × 3 = R$ 2,88. Portanto, o valor da conta será de R$ 48,00 + R$ 2,88 = R$ 50,88. Ou ainda, se foram 3 dias de multa, acumula-se um percentual de 6% (3 × 2% = 6%). Como 6% de R$ 48,00 são R$ 2,88, R$ 48,00 + R$ 2,88 = R$ 50,88.

Atividade 3 - Razões e índices: censo demográfico

1 Para o total de 19 brasileiros (16 + 3), 3 moram no campo. Como a população é de aproximadamente 190 milhões de habitantes, moram no campo cerca de 30 milhões.

2 $\frac{30.000.000}{190.000.000} = \frac{3}{19} \cong 0{,}158 \cong 15{,}8\%$. Aproximadamente 15,8% no campo;

$190.000.000 - 30.000.000 = 160.000.000 \rightarrow \frac{160.000.000}{190.000.000} = \frac{16}{19} \cong 0{,}842 \cong 84{,}2\%$ e 84,2% na cidade.

Sabendo que cerca de 15,8% das pessoas moram no campo, também é possível calcular a porcentagem aproximada de pessoas que moram na cidade por meio da subtração: 100 – 15,8 = 84,2%.

3 Em 190 milhões de brasileiros, há 190 mil grupos de mil pessoas:

190.000.000 ÷ 1.000 = 190.000

Em cada um desses grupos, há cerca de 1,84 médicos.
Como 190.000 × 1,84 = 349.600, há aproximadamente 349,6 mil médicos.

4 Em 144,8 milhões de pessoas, há 1,448 milhões de grupos de 100 pessoas:

144.800.000 ÷ 100 = 1.488.000

Em cada um desses grupos há 9,6 analfabetos. Então, como 9,6 × 1.448.000 = 13.900.800, aproximadamente 14 milhões de pessoas com mais de 15 anos são analfabetas.

5 $\frac{17,6}{1.000} = \frac{1,76}{100}$, isto é, 1,76%.

Atividade 4 – Revisão e aprofundamento

1

a)

5 kg por R$ 8,00	2 kg por R$ 3,40	$\frac{1}{2}$ kg por R$ 0,90
1 kg → R$ 1,60 (melhor)	1 kg → R$ 1,70	1 kg → R$ 1,80

b)

2 dúzias por R$ 3,70	3 dúzias por R$ 4,40	5 dúzias por R$ 9,00
1 dúzia → R$ 1,85	1 dúzia → aproximadamente R$ 1,47 (melhor)	1 dúzia → R$ 1,80

c)

300 g por R$ 2,70	500 g por R$ 4,25	1 kg por R$ 9,50
100 g → R$ 0,90	100 g → R$ 0,85 (melhor)	100 g → R$ 0,95

d)

10 pãezinhos por R$ 5,60	5 pãezinhos por R$ 3,00	12 pãezinhos por R$ 6,00
1 pãozinho → R$ 0,56	1 pãozinho → R$ 0,60	1 pãozinho → R$ 0,50 (melhor)

e)

1 kg por R$ 0,99	2 kg por R$ 1,90	5 kg por R$ 4,70
1 kg → R$ 0,99	1 kg → R$ 0,95	1 kg → R$ 0,94 (melhor)

2

a) 2.400 ÷ 10 = 240

b) dobro de 10% de 2.400 → 480

c) dobro de 20% de 2.400 → 960

d) décima parte de 40% de 2.400 → 96

e) 960 ÷ 10 = 96

f) dobro de 10% de 960 → 192

g) (10% + 20%) de 960 = 96 + 192 = 288

h) metade de 30% de 960 → 144

i) metade de 15% de 960 → 72

j) décima parte de 30% de 960 → 28,8

HORA DA CHECAGEM

3

a) décima parte de 40% de 2.400 → 96

b) (40% + 4%) de 2.400 = 960 + 96 = 1.056

c) (100% – 40%) de 2.400 = 2.400 – 960 = 1.440

d) (60% – 6%) de 2.400 = 1.440 – 144 = 1.296 ou (50% + 4%) de 2.400 = 1.200 + 96 = 1.296

e) metade de 960 → 480

f) metade da metade de 960 → 240

g) (50% + 25%) de 960 = 480 + 240 = 720 ou (100% – 25%) de 960 = 960 – 240 = 720

h) décima parte de 25% de 960 → 24

i) metade de 25% de 96 → 12

4 13 em 25 equivale a 26 em 50 e a 52 em 100, ou seja, 52%. João acertou 52% das cestas, enquanto Marcelo acertou metade das cestas, 50%. Portanto, João teve o melhor rendimento. Outra forma de raciocínio: 12 é metade de 24 e 13 é mais do que a metade de 25; logo, João teve melhor rendimento.

5 $\frac{23}{40}$ = 0,575. Traduzindo em porcentagem, Mariana acertou 57,5 em 100, ou seja, 57,5%, ao passo que Júlia acertou 29 em 50, que é o mesmo que 58 em 100, ou seja, 58%. Logo, Júlia teve melhor rendimento.

6 Eles tinham um total de R$ 4.500,00. R$ 2.500,00 está para R$ 4.500,00 assim como o que Nilson recebeu está para R$ 6.300,00. 2.500 é $\frac{5}{9}$ de 4.500. Logo, Nilson recebeu $\frac{5}{9}$ de 6.300. $\frac{1}{9}$ de 6.300 é 700, então $\frac{5}{9}$ é igual a 3.500. Então, Nilson ficou com R$ 3.500,00, e Isolda, com R$ 2.800,00 (6.300 – 3.500 = 2.800).

Outro modo de pensar: a relação entre os investimentos de Isolda e Nilson é $\frac{2.000}{2.500}$, ou seja, $\frac{4}{5}$. Isso corresponde a um total de 9 cotas: 4 de Isolda e 5 de Nilson. Levando em conta que foram retirados R$ 6.300,00, cada cota corresponde a R$ 6.300,00 ÷ 9 = R$ 700,00. Logo, Isolda recebeu 4 × R$ 700,00 = R$ 2.800,00, e Nilson, 5 × R$ 700,00 = R$ 3.500,00.

7 Cláudia entrou com R$ 600,00 de um total de R$ 2.200,00 (R$ 1.600,00 + R$ 600,00 = R$ 2.200,00), que é o mesmo que 3 partes de um total de 11 $\left(\frac{600}{2.200} = \frac{3}{11}\right)$. Como o lucro foi R$ 891,00, 1 parte em 11 desse lucro é R$ 891,00 ÷ 11 = R$ 81,00, então 3 partes são R$ 243,00. Cláudia recebeu R$ 243,00. Logo, André ficou com: R$ 891,00 – R$ 243,00 = R$ 648,00. Outra forma de pensar a questão é levar em conta a razão dos investimentos, que é $\frac{600}{1.600} = \frac{3}{8}$.

8 11% de 36.000 → 11 × 360 = 3.960. O número dos que fizeram o exame é 36.000 – 3.960 = 32.040. Aqui também há outras possibilidades de resolução, entre elas: se 11% não compareceram, então 89% o fizeram; 89% de 36.000 → 89 × 360 = 32.040.

9

a) $\frac{4}{10} = \frac{40}{100} = 40\%$

b) 40% de 250.000 = 100.000

HORA DA CHECAGEM

10 Biscoitos de chocolate (fornada dupla): $5\frac{1}{2}$ xícaras.

Biscoitos de coco (meia fornada): $1\frac{1}{4}$ xícara.

6 xícaras → 80 g × 6 = 480 g; $\frac{1}{2}$ xícara → 40 g; $\frac{1}{4}$ xícara → 20 g

Total: 540 g.

11 36 é 9 × 4. Se leva 45 minutos para ler 4 trabalhos, levará 9 × 45 = 405 min para ler todos. Como cada 60 min equivalem a 1 h, em 405 min cabem 405 ÷ 60 → 6 h e 45 min.

12 Como o pintor já tem 2 litros de tinta cor-de-rosa de tom mais escuro, resultante da mistura, em partes iguais, de tinta vermelha e branca, então ele possui uma mistura com 1 litro de tinta vermelha e 1 litro de tinta branca. Considerando que ele precisa de 4 partes de tinta branca e 1 de tinta vermelha e já tem 1 litro de cada, serão precisos, então, mais 3 litros de tinta branca.

13 64 m × 90 m = 5.760 m^2. Como para cada 16 m^2, é preciso 1 kg de semente, então, para 5.760 m^2, são necessários 5.760 ÷ 16 = 360 kg.

14 25% de 3.000 = 750; 2,5% de 3.000 = 75; 27,5% de 3.000 = 750 + 75 = 825. Logo, o montante é de: R$ 3.000,00 + R$ 825,00 = R$ 3.825,00.

Desafio

Alternativa correta: **c**. Marcos pagava 1% de 120 mil reais por mês, então ele pagava:

$\frac{1}{100} \times 120.000 = \frac{120.000}{100}$ = R$ 1.200,00.

Como ele já pagou R$ 6.000,00 de juros, então 6.000 ÷ 1.200 = 5 meses.

Registro de dúvidas e comentários

OS NÚMEROS DO PLANETA ÁGUA

TEMAS

1. A percepção numérica do uso da água
2. Os números da reciclagem

Introdução

Nesta Unidade serão aplicados os conteúdos estudados nas Unidades anteriores, utilizando frações, números decimais, porcentagens e proporcionalidade para explorar situações que tenham a ver direta ou indiretamente com o meio ambiente.

O estudo do meio ambiente envolve diversas disciplinas, como Ciências, Geografia e Matemática. Assim, nesta última Unidade do Volume 2, você fará uma revisão de procedimentos de cálculo, como o cálculo mental, a estimativa e o uso de calculadora. Vai rever também o uso de medidas de massa e de capacidade, além de analisar tabelas e outras representações gráficas.

A percepção numérica do uso da água TEMA 1

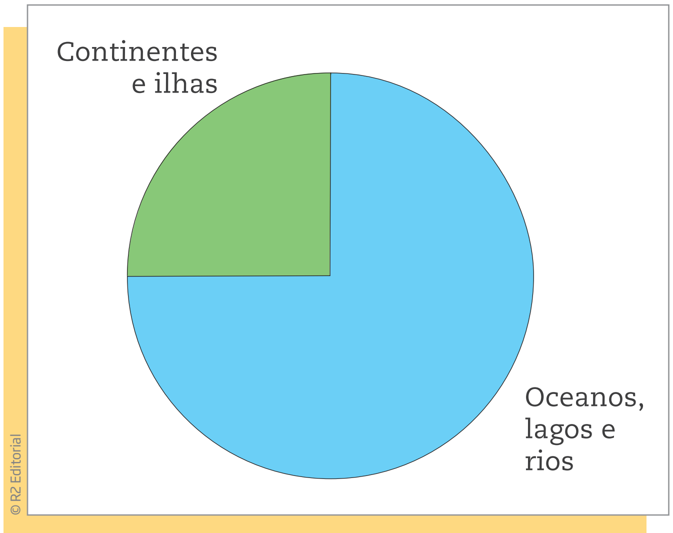
Ao calcular o desperdício do gotejamento de uma torneira, por exemplo, você terá a oportunidade de utilizar procedimentos de estimativa e de cálculo mental, reforçando seus conhecimentos de propriedades aritméticas e desenvolvendo habilidades de cálculo.

O QUE VOCÊ JÁ SABE?

Você já ouviu, alguma vez, a frase: “Vivemos no planeta água”?

Ela tem sido utilizada por poetas, músicos, jornalistas e muitos outros profissionais para reforçar o valor da água para a humanidade. Além disso, essa expressão também se dá pelo fato de que nosso planeta, a Terra, tem cerca de $\frac{3}{4}$ de sua superfície coberta pela água.

Observe o gráfico a seguir. Se o planeta Terra fosse um círculo, a parte azul corresponderia aos oceanos, lagos, rios etc.

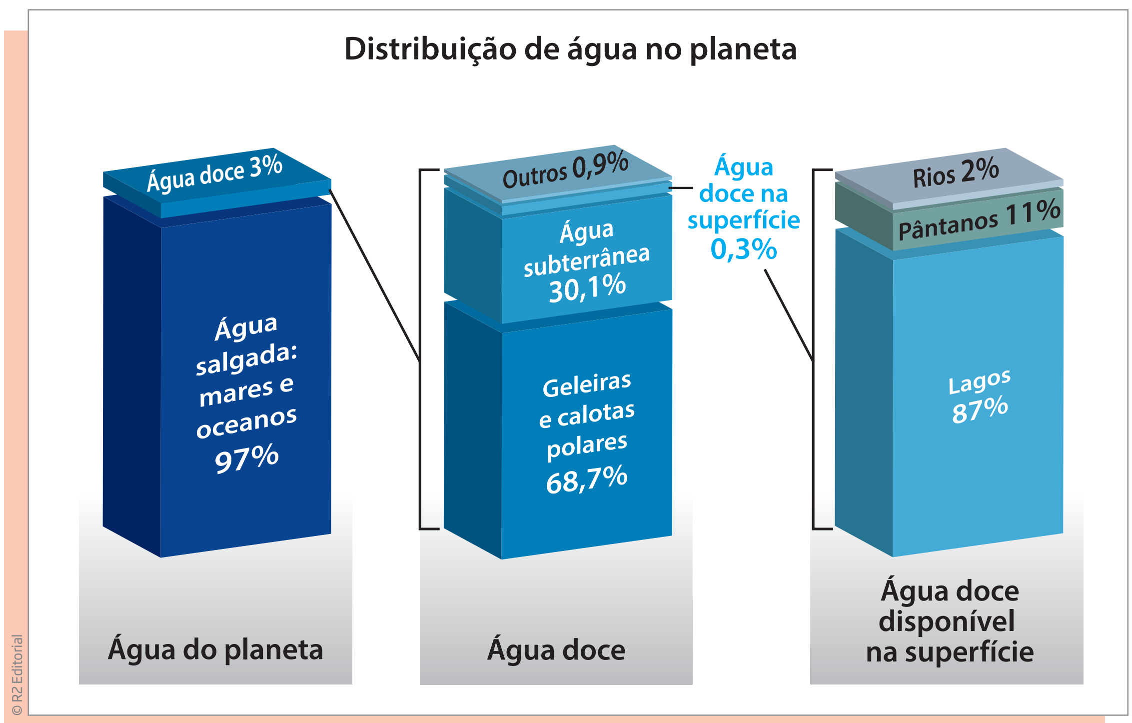


Se a água cobre cerca de $\frac{3}{4}$ do planeta Terra, que fração corresponde às ilhas e aos continentes?

A água em nossa vida

A água dos oceanos é muito importante para nossa vida: por causa da diversidade da vida marinha, da produção de grande parte do oxigênio do planeta, das navegações etc. Contudo, o ser humano não viveria sem a água doce dos rios e lagos.

Veja no infográfico a seguir como a água do planeta está distribuída.



Fonte: U.S. Geological Survey. Disponível em: <http://ga.water.usgs.gov/edu/waterdistribution.html>. Acesso em: 15 jun. 2012.

O Brasil possui cerca de 12% da água doce do planeta. Reflita: se toda a água doce do mundo pudesse ser colocada em uma garrafa PET de 2 ℓ, a quantos copos de 200 mℓ corresponderia a água doce que está em território brasileiro?

ATIVIDADE 1 Os números do desperdício de água

Agora, você exercitará conceitos aprendidos nas Unidades anteriores.

1 Uma torneira gotejando desperdiça 46 litros de água por dia.

a) Preencha a tabela a seguir com o gasto acumulado de uma torneira gotejando durante uma semana.

Dias	Desperdício de água da torneira (em litros)
1	46
2	
3	
4	
5	
6	
7	

b) Quantos litros de água serão desperdiçados se uma torneira ficar gotejando por 20 dias?

c) Uma torneira foi deixada gotejando. Depois de alguns dias, o dono da casa percebeu que foram desperdiçados 368 litros de água. Quantos dias a torneira ficou gotejando?

2 Pratique, calculando:

a) $46 \times 22 =$

b) $32 \times 46 =$

c) $46 \times 50 =$

d) $61 \times 46 =$

e) $46 \times 32 =$

f) $46 \times 46 =$

g) 50 × 46 =

h) 46 × 72 =

3 Sabendo que 46 × 25 = 1.150, calcule mentalmente:

a) 460 × 25 = ____________________

b) 46 × 250 = ____________________

c) 460 × 250 = ____________________

4 Sabendo que 16 × 46 = 736, calcule mentalmente 32 × 23. Explique como você achou a solução.

____

____

____

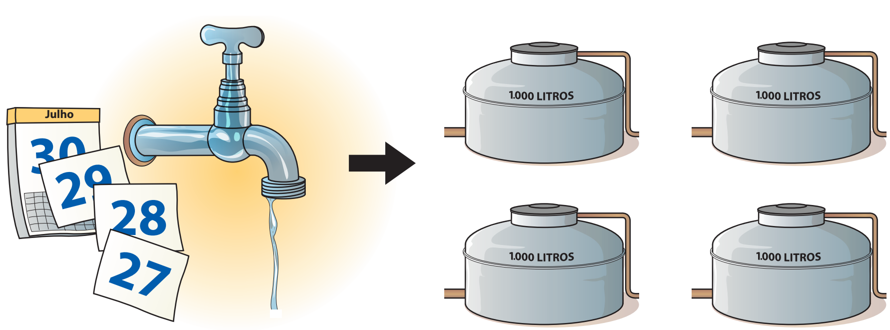
5 Descubra o valor do número escondido na seguinte divisão:

☐	46
7	23

6 Descubra os números escondidos:

a) (   ) ÷ 46 = 10   b) (   ) ÷ 46 = 100   c) (   ) ÷ 46 = 1.000

7 Uma torneira que não fecha direito deixa um filete de água escorrendo que desperdiça 4.140 litros de água no mês. Para se ter ideia do desperdício, isso equivale a pouco mais do que a capacidade de 4 caixas-d'água de 1.000 litros.

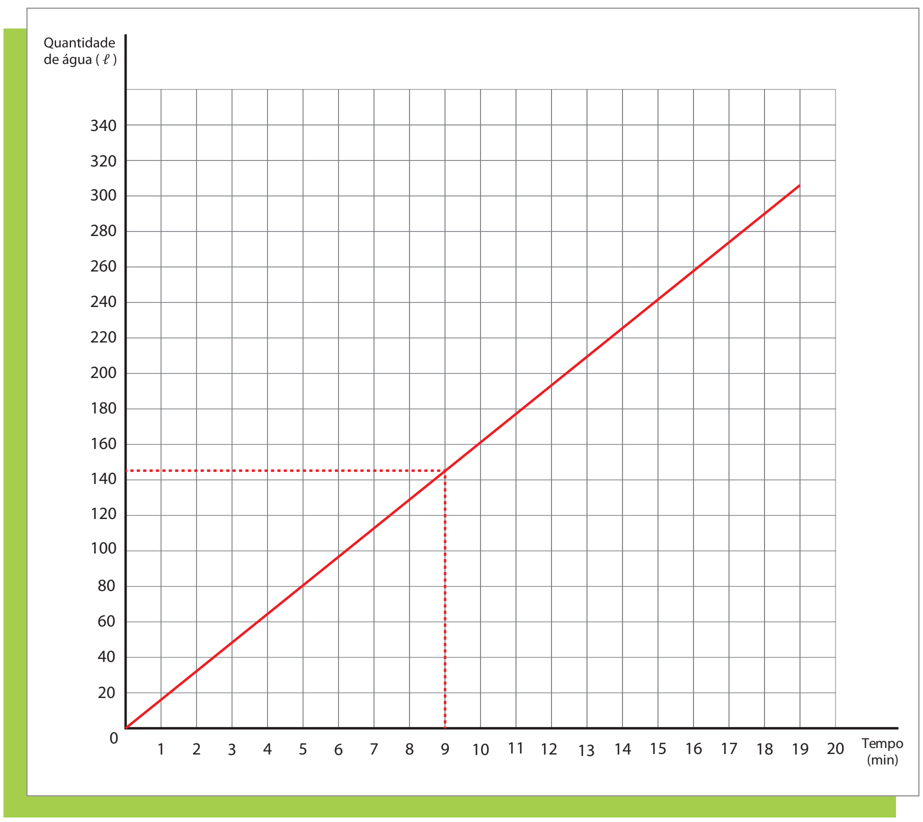


© Hudson Calasans

Calcule, aproximando os valores, o desperdício de água provocado por essa torneira durante um ano e responda a quantas caixas-d'água de 1.000 litros ele equivale.

"É só um filete de água" – é mesmo?

O gráfico a seguir relaciona a quantidade de água que sai de uma torneira aberta em função do tempo que passa. Observe que a quantidade de água é determinada em litros, e o tempo, em minutos.



Dependendo do diâmetro da torneira e/ou da pressão da água, uma torneira aberta pode despejar de 12 a 20 litros de água por minuto.

Se gastarmos água além do necessário, ela pode nos faltar. Há muitos lugares do Brasil em que o calor é demais, e a chuva, de menos. Consequência: falta água para as atividades essenciais do dia a dia.

Quando isso acontece, deve-se diminuir o consumo da água, fazendo um racionamento.

Ilustrações: © R2 Editorial

A família Silva gasta, em média, 600 litros de água por dia.

Veja como a dona Antônia da Silva raciocina para atingir a meta de economia.

Para a meta de economia de água ser cumprida, quantos litros de água a família Silva deve economizar por dia?

10% de 600 litros é fácil, são 60 litros.

20% é o dobro de 10%.

Logo, 20% de 600 ℓ = 2 × 60 ℓ = 120 ℓ.

20% equivalem à fração $\frac{20}{100}$.

ATIVIDADE 2 Os números da economia de água

1 Considerando os dados anteriores, quantos litros de água a família Silva deve economizar:

a) em uma semana?

b) em um mês?

2 Calcule 10% de:

a) 100 litros ____________________

b) 160 litros ____________________

c) 200 litros ____________________

d) 640 litros ____________________

e) 720 litros ____________________

f) 800 litros ____________________

g) 880 litros ____________________

h) 900 litros ____________________

3 Calcule 20% de:

a) 100 litros ____________________

b) 160 litros ____________________

c) 200 litros ____________________

d) 640 litros ____________________

e) 720 litros ____________________

f) 800 litros ____________________

g) 880 litros ____________________

h) 900 litros ____________________

4 O gasto médio do restaurante que serve as refeições em uma empresa é de 7.200 ℓ de água por dia, mas, por causa do racionamento, terá de economizar 20% para evitar a falta de água no bairro. Quantos litros passará a gastar por dia, em média, enquanto durar o racionamento?

DESAFIO

Muitas medidas podem ser tomadas em nossas casas visando à utilização racional de energia elétrica. Isso deve ser uma atitude diária de cidadania. Uma delas pode ser a redução do tempo no banho. Um chuveiro com potência de 4.800 W consome 4,8 kW por hora. Uma pessoa que toma dois banhos diariamente, de 10 minutos cada, consumirá, em sete dias, quantos kW?

a) 0,8 **b)** 1,6 **c)** 5,6 **d)** 11,2 **e)** 33,6

Enem 2011 – Prova amarela. Disponível em: <http://download.inep.gov.br/educacao_basica/enem/provas/2011/05_AMARELO_GAB.pdf>. Acesso em: 11 abr. 2014.

HORA DA CHECAGEM

Atividade 1 – Os números do desperdício de água

1 Ao completar a tabela, você estará construindo a tabuada do 46.

a)

Dias	Desperdício de água da torneira (em litros)
1	46
2	*92*
3	*138*
4	*184*
5	*230*
6	*276*
7	*322*

b) 20 × 46 = 920 litros.

c) 368 ÷ 46 = 8 dias.

2

a) 1.012 **c)** 2.300 **e)** 1.472 **g)** 2.300

b) 1.472 **d)** 2.806 **f)** 2.116 **h)** 3.312

3 Para trabalhar com o cálculo mental, você precisa visualizar mentalmente estratégias e procedimentos para chegar ao resultado sem precisar escrevê-los; siga as orientações propostas e, se possível, crie outras.

a) Note que 460 = 10 × 46, então 460 × 25 = 10 × 46 × 25 = 11.500.

b) Neste caso, tem-se 250 = 10 × 25 , então 46 × 250 = 46 × 10 × 25 = 11.500.

c) Agora tem-se 10 × 46 × 10 × 25 = 115.000.

4 32 é o dobro de 16, e 23 é metade de 46.

(2 × 16) × (46 ÷ 2) = 16 × 46 × 2 ÷ 2 = 16 × 46 = 736.

As operações (× 2) e (÷ 2) são inversas, cancelando-se quando compostas.

5 Para resolver essa questão, é preciso lembrar que, em uma divisão, vale a igualdade: divisor × quociente + resto = dividendo; assim, 46 × 23 + 7 = 1.065.

6

a) 10 × 46 = 460 b) 100 × 46 = 4.600 c) 1.000 × 46 = 46.000

7 4.140 × 12 = 49.680 litros, o que equivale a aproximadamente 50 caixas-d'água de 1.000 litros.

Atividade 2 - Os números da economia de água

1

a) 20% de 600 ℓ = 120 ℓ → 7 × 120 = 840 ℓ b) 30 × 120 = 3.600 ℓ

2 Calcular 10% de determinado valor significa multiplicá-lo por 0,1.

a) 100 × 0,1 = 10 litros
b) 160 × 0,1 = 16 litros
c) 200 × 0,1 = 20 litros
d) 640 × 0,1 = 64 litros
e) 720 × 0,1 = 72 litros
f) 800 × 0,1 = 80 litros
g) 880 × 0,1 = 88 litros
h) 900 × 0,1 = 90 litros

3 E 20% é equivalente a multiplicar por 0,2.

a) 100 × 0,2 = 20 litros
b) 160 × 0,2 = 32 litros
c) 200 × 0,2 = 40 litros
d) 640 × 0,2 = 128 litros
e) 720 × 0,2 = 144 litros
f) 800 × 0,2 = 160 litros
g) 880 × 0,2 = 176 litros
h) 900 × 0,2 = 180 litros

4 20% de 7.200 = 0,2 × 7.200 = 1.440 → 7.200 – 1.440 = 5.760 ℓ.

Outra forma de raciocínio é calcular que a porcentagem gasta, caso se consiga economizar 20%, será 80% de 7.200 ℓ, ou seja, 80% de 7.200 = 0,8 × 7.200 = 8 × 720 = 5.760 ℓ.

Desafio

Alternativa correta: **d**. Sabe-se que 20 minutos equivalem à fração $\frac{20}{60}$ hora = $\frac{1}{3}$ hora.

Portanto, ela consumirá $\frac{1}{3}$ de 4,8 = $\frac{1}{3} \times 4{,}8 = \frac{4{,}8}{3}$ = 1,6 kW por dia.

Então, em 7 dias, consumirá 1,6 × 7 = 11,2 kW.

HORA DA CHECAGEM

Registro de dúvidas e comentários

Este Tema possibilitará a retomada de procedimentos de cálculos das quatro operações aritméticas, assim como a revisão de medidas, em especial de massa e capacidade, mais comuns quando se trata de economia de água, e coleta e reciclagem de lixo.

O QUE VOCÊ JÁ SABE?

Além da preservação do ambiente, a coleta de papel, vidro, plástico e alumínio para reciclagem, atualmente, é uma atividade econômica que sustenta milhares de famílias.

Um caminhão de lixo leva 4.000 kg ou 4 toneladas (t) de material.

© Moacyr Lopes Júnior/Folhapress

A poluição é um dos grandes problemas que afetam o meio ambiente.

- Quais são os tipos de poluição?
- O que provoca a poluição?
- Como a poluição pode ser evitada?
- Qual é a matemática da poluição?

Você já parou para pensar quanto de lixo você, sozinho, produz em um único dia?

A poluição e o meio ambiente

Uma parte da poluição do lugar em que você vive e também onde trabalha é causada pelo lixo produzido pela população em geral. Pense, por exemplo, nas bolinhas de papel de rascunho, nas aparas de lápis recém-apontado, nas caixas que você não usa mais, nos lenços de papel, nas latas de bebidas e de alimentos, no papel higiênico, nas embalagens, nas tampinhas, nos caroços e cascas de frutas, nos restos de comida, nas coisas quebradas que não podem ser recuperadas, nas roupas velhas etc.

O lixo produzido pode ser classificado em dois tipos:

- lixo orgânico: restos de comida, plantas mortas, restos de frutas e verduras etc.;
- lixo inorgânico: metais, vidros, plásticos, entre outros.

Em geral, o lixo orgânico leva menos tempo para se decompor: semanas ou meses. Já o lixo inorgânico, se deixado no ambiente natural, leva muito mais tempo: anos e até séculos.

Muitas cidades brasileiras reciclam parte do lixo por meio de coleta seletiva, mas apenas 2% do lixo produzido no Brasil é reciclado, o que ainda é muito pouco.

Tempo de decomposição do lixo na natureza

ASSISTA!

Matemática – Volume 2

Matemática e meio ambiente

Esse vídeo relaciona a questão ambiental com a mensuração numérica das ações de reciclagem e o uso de água.

MOMENTO CIDADANIA

A destinação do lixo tem se constituído em grave problema social. Esse problema tem vinculação direta com o meio ambiente, e a reciclagem é uma das formas de amenizar dificuldades futuras e de a sociedade se tornar mais sustentável. Uma lata de alumínio, por exemplo, leva de 100 a 500 anos para se decompor; um simples chiclete jogado na rua leva 5 anos para se dissolver totalmente. Os sacos e os copos de plástico levam de 30 a 300 anos para se decompor. O vidro leva milênios para se desintegrar, embora seja o único material totalmente reciclável. Por essa razão, sempre que possível, prefira produtos em vidro, no lugar de latas ou plásticos.

Você pode contribuir para melhorar o ambiente fazendo uma composteira para produzir adubo usado em hortas e jardins: todo o lixo orgânico (cascas de frutas e legumes etc.) pode ser colocado em uma caixa plástica com tampa, intercalado com terra (uma camada de lixo, uma de terra). Dessa forma, você reduzirá a quantidade de lixo e ainda terá um excelente adubo para as plantas. É importante que a composteira seja tampada, para não atrair ratos e outros animais indesejados.

ATIVIDADE 1 Coleta seletiva

1 Você sabe o que é coleta seletiva? Pesquise entre seus familiares, busque informações e veja o que é e como ela é feita.

___

___

___

2 No município em que você mora, é feita a coleta seletiva de lixo?

___

Matemática *versus* lixo

Você deve estar se perguntando: Mas o que a Matemática tem a ver com o lixo?

A Matemática tem muito a ver com a reciclagem e com o meio ambiente, como você verá a seguir.

Papel

- A reciclagem de 50 kg de papel evita o corte de uma árvore de porte médio.
- Para fabricar 1 t (equivalente a 1.000 kg) de papel reciclado, são usados 2 mil ℓ de água.
- Para produzir a mesma quantidade de papel usando árvores que fornecem as fibras, gastam-se 100 mil ℓ.

© David Tring/Easypix; © Metta stock/Alamy/Other Images

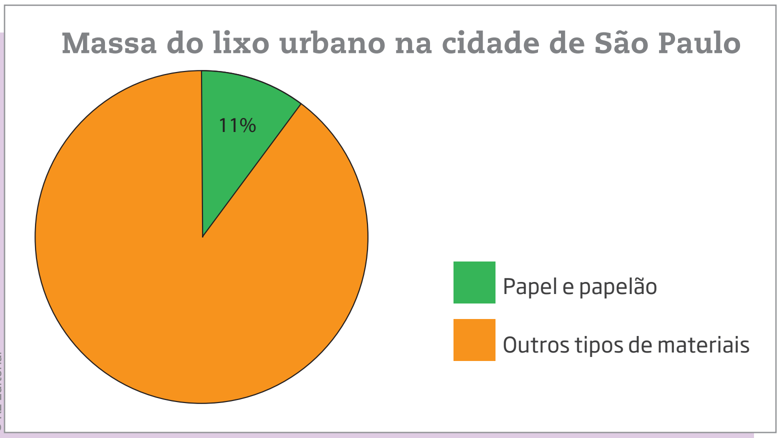
ATIVIDADE 2 Reciclagem de papel

Com base no que você leu sobre a reciclagem de papel, resolva os exercícios a seguir.

1 Na cidade de Montanha Acima, a população recolheu 1 tonelada de papel usado para ser reciclado. Isso evitou o corte de quantas árvores?

2 Para salvar 100 árvores do corte, quantos quilogramas de papel usado devem ser recolhidos para reciclagem?

3 Na cidade de São Paulo, o papel e o papelão correspondem a 11% da massa do lixo urbano. O restante é constituído por plástico, metais, vidro, matéria orgânica, entre outros. Observe o gráfico a seguir.



© R2 Editorial

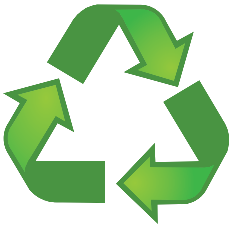
E os outros tipos de materiais, representam quantos por cento do lixo de São Paulo?

Vidro

- Para fabricar 1 kg de vidro é necessário extrair 1,3 kg de areia de dunas e rios.
- Com 1 kg de vidro são produzidas 3 garrafas vazias de 1 ℓ.
- 45% das embalagens de vidro são recicladas, o equivalente a 390 mil toneladas por ano.
- O vidro corresponde a 3% do volume do lixo brasileiro.

O vidro é 100% reciclável, isto quer dizer que:

1 kg de vidro quebrado ou usado → **Quando reciclado, produz** → **1 kg de vidro novo**



© A.J.D. Foto Ltd./Alamy/Other Images; © Manuel Ribeiro/123RF

ATIVIDADE 3 Reciclagem de vidro

Com base no que você leu sobre a reciclagem de vidro, resolva os exercícios a seguir.

1 Quantos quilogramas de areia são necessários para fabricar as quantidades indicadas de vidro?

a) 10 kg ______________________________

b) 20 kg ______________________________

c) 30 kg ______________________________

d) 60 kg ______________________________

2 Se com 1 kg de vidro pode-se produzir 3 garrafas de 1 litro, quantos quilogramas são necessários para fabricar:

a) 18 garrafas? ______________________________

b) 36 garrafas? ______________________________

c) 120 garrafas? ______________________________

d) 180 garrafas? ______________________________

Alumínio

© Daniel Augusto Jr./Pulsar Imagens

© Rangizzz/123RF

- 1 kg de latas recolhidas equivale a 75 latinhas.
- A energia economizada com a reciclagem de uma única latinha de alumínio é suficiente para manter uma televisão ligada por três horas.
- Cada 50 kg de latas recicladas poupam a extração de 5.000 kg de minério de bauxita da natureza.
- No Brasil, 89% das latas de alumínio são recicladas.
- 1% do lixo urbano brasileiro é composto por latas de alumínio.

ATIVIDADE 4 Reciclagem de alumínio

Com base no que você leu sobre a reciclagem de alumínio, resolva os exercícios a seguir.

1 A reciclagem de 10 latinhas é suficiente para manter a televisão ligada por quantas horas?

____

____

2 Quantas latas devem ser recolhidas para se obter:

a) 10 kg? ______________________________

b) 15 kg? ______________________________

c) 50 kg? ______________________________

d) 100 kg? ______________________________

3 Quantos quilogramas de latas serão recolhidos em:

a) 75 latas? ______________________________

b) 150 latas? ______________________________

c) 300 latas? ______________________________

d) 450 latas? ______________________________

e) 900 latas? ______________________________

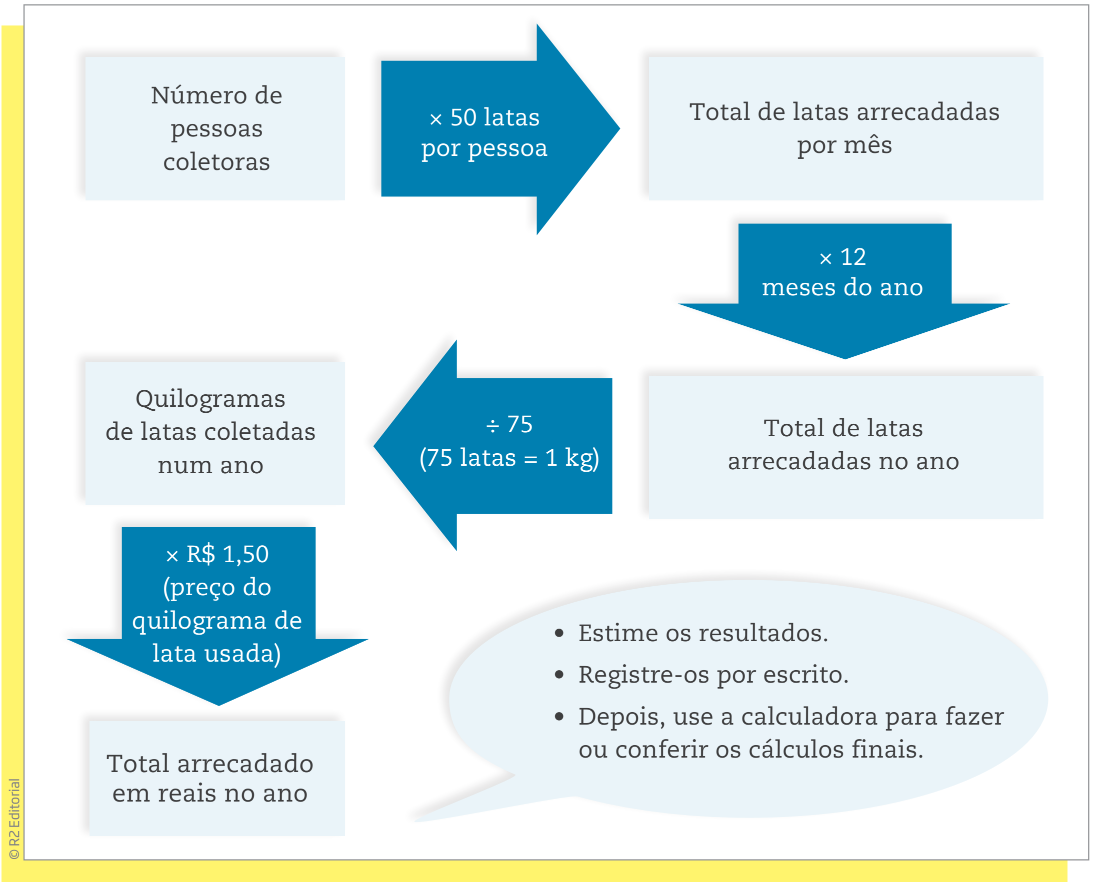
f) 1.500 latas? ______________________________

ATIVIDADE 5 Faturamento com a reciclagem de latas de alumínio

Em certa localidade, a comunidade fez uma campanha de coleta de latas de alumínio. Com o dinheiro da venda, pretende-se comprar coisas para a associação cultural da região.

- O quilograma de latas de alumínio vale R$ 1,50 na usina de reciclagem.
- Cada estudante da escola local recolheu 50 latas por mês.

Veja o esquema de como calcular quantos reais podem ser arrecadados durante o ano letivo.



1 Em uma turma com 30 estudantes, quantas latas podem ser coletadas em:

a) um mês? ______

b) 4 meses? ______

c) um bimestre? ______

d) um semestre? ______

e) um trimestre? ______

f) 8 meses? ______

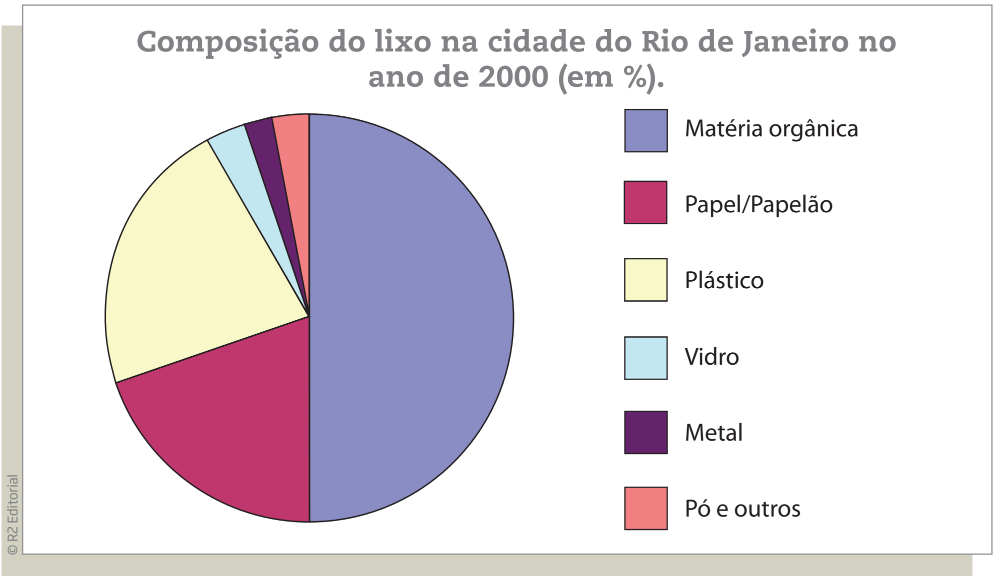
2 Os estudantes do 7º ano de EJA conseguiram coletar 12.000 latinhas durante um ano. Quantos quilogramas eles coletaram?

3 Os estudantes do 8º ano conseguiram coletar 180 kg de latas de alumínio. Quantas latas eles arrecadaram?

4 No mês de maio, a Escola da Comunidade conseguiu coletar 80 kg de latas de alumínio. Vendendo cada quilograma de lata a R$ 1,50, quanto a escola conseguiu arrecadar em reais?

ATIVIDADE 6 Lixo urbano

1 O gráfico a seguir mostra como é a composição do lixo de uma cidade grande como o Rio de Janeiro. No entanto, houve um problema na impressão e as porcentagens não apareceram no gráfico.



Fonte: Associação Brasileira de Engenharia Sanitária e Ambiental (Abes). Disponível em: <http://www.bvsde.paho.org/bvsaidis/resisoli/iii-063.pdf>. Acesso em: 9 maio 2014.

Verifique se as frases estão corretas ou incorretas.

a) Aproximadamente metade do lixo é composta por matéria orgânica. ______

b) Cerca de 20% do lixo é composto de papel ou papelão. ______

c) Menos de 10% do lixo é composto de plástico. ________________

d) Aproximadamente $\frac{1}{5}$ do lixo é composto de plástico. ________________

2 No Brasil, um adulto produz, em média, 800 g de lixo por dia. Em um ano, cada pessoa produz uma grande quantidade de lixo. Veja:

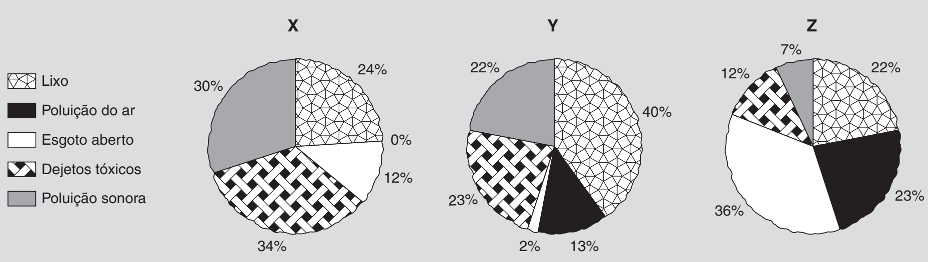
- 100 kg de papel;
- 90 latas de bebidas;
- 107 garrafas ou frascos;
- 70 latas de alimentos;
- 45 kg de plástico.

a) Quantos quilogramas de lixo são produzidos em um ano (365 dias) por uma única pessoa?

b) Calcule a quantidade de lixo (em toneladas) produzido pela população de uma cidade de 35 mil habitantes em um ano.

DESAFIO

Moradores de três cidades, aqui chamadas de X, Y e Z, foram indagados quanto aos tipos de poluição que mais afligiam as suas áreas urbanas. Nos gráficos abaixo estão representadas as porcentagens de reclamações sobre cada tipo de poluição ambiental.



Considerando a queixa principal dos cidadãos de cada cidade, a primeira medida de combate à poluição em cada uma delas seria, respectivamente:

	X	Y	Z
a)	Manejamento de lixo	Esgotamento sanitário	Controle de emissão de gases
b)	Controle de despejo industrial	Manejamento de lixo	Controle de emissão de gases
c)	Manejamento de lixo	Esgotamento sanitário	Controle de despejo industrial
d)	Controle de emissão de gases	Controle de despejo industrial	Esgotamento sanitário
e)	Controle de despejo industrial	Manejamento de lixo	Esgotamento sanitário

Enem 2005 - Prova amarela. Disponível em: <http://download.inep.gov.br/educacao_basica/enem/provas/2005/2005_amarela.pdf>. Acesso em: 11 abr. 2014.

PENSE SOBRE...

O lixo que não pode ser reutilizado ou reciclado polui o ambiente, contribui para o gasto de novos recursos naturais e gera despesas adicionais para o País. O que os cidadãos podem fazer para cuidar da saúde do planeta e combater a poluição?

© Rogério Reis/Pulsar Imagens

HORA DA CHECAGEM

Atividade 1 - Coleta seletiva

1 Resposta pessoal.

Uma resposta possível seria: Fazer a coleta seletiva do lixo que um estabelecimento (residência, empresa, indústria, comércio etc.) produz é separar do lixo comum todos os materiais que podem ser reciclados (em geral, plásticos, papéis, vidros e metais), de forma que eles sejam enviados para postos de coleta.

2 A resposta dependerá da localidade, das políticas públicas e do porte da cidade.

Atividade 2 - Reciclagem de papel

1 Como 1 tonelada são 1.000 kg e se a cada 50 kg evita-se o corte de 1 árvore, então com 1.000 kg serão 1.000 ÷ 50 = 20 árvores.

2 Se para salvar 1 árvore são necessários 50 kg de papel usado, então para salvar 100 árvores serão necessárias: 100 × 50 = 5.000 kg ou 5 toneladas.

3 100% – 11% = 89%

Atividade 3 - Reciclagem de vidro

1

	Vidro	Areia
	1 kg	1,3 kg
a)	10 kg	*13 kg*
b)	20 kg	*26 kg*
c)	30 kg	*39 kg*
d)	60 kg	*78 kg*

2

a) Se 3 garrafas são produzidas com 1 kg de vidro, então para produzir 18 garrafas serão necessários 18 ÷ 3 = 6 kg.

b) 36 ÷ 3 = 12 kg

c) 120 ÷ 3 = 40 kg

d) 180 ÷ 3 = 60 kg

Atividade 4 - Reciclagem de alumínio

1 Como a reciclagem de 1 latinha economiza energia suficiente para manter uma televisão ligada por 3 horas, então a reciclagem de 10 latinhas economizará energia para manter 1 televisão ligada por 10 × 3 = 30 horas ou 1 dia e 6 horas.

2

a) Se para obter 1 kg de latas são necessárias 75 latinhas, então para 10 kg será preciso: 10 × 75 = 750 latas

b) 15 × 75 = 1.125 latas

c) 50 × 75 = 3.750 latas

d) 100 × 75 = 7.500 latas

3

a) De acordo com o texto, são necessárias 75 latas para obter 1 kg.

b) Pode-se pensar que, como 150 é o dobro de 75, então serão obtidos 2 kg.

c) Como 300 é o dobro de 150, então serão obtidos 4 kg.

d) Como 450 = 300 + 150, então serão obtidos 4 + 2 = 6 kg.

e) Sendo 900 o dobro de 450, então serão obtidos 12 kg de latas.

f) Sabendo que 750 latinhas é igual a 10 × 75, ou seja, 750 equivale a 10 kg. Sendo 1.500 = 2 × 750, então serão 10 × 2 = 20 kg de latas.

Atividade 5 - Faturamento com a reciclagem de latas de alumínio

1

a) Se cada estudante recolher 50 latas em 1 mês, então 30 estudantes arrecadarão 50 × 30 = 1.500 latas em um mês.

b) Se os 30 estudantes recolherem 1.500 latas em 1 mês, então em 4 meses serão 1.500 × 4 = 6.000 latas.

c) Como 1 bimestre corresponde a 2 meses, tem-se 1.500 × 2 = 3.000 latas.

d) Pensando do mesmo modo, em 6 meses serão 1.500 × 6 = 9.000 latas.

e) Como 1 trimestre corresponde a 3 meses, tem-se 1.500 × 3 = 4.500 latas.

f) Em 8 meses serão 1.500 × 8 = 12.000 latas.

2 Como 75 latinhas formam 1 kg, então 12.000 latinhas formarão 12.000 ÷ 75 = 160 kg.

3 Como 1 kg de latinhas corresponde a 75 latinhas, então para 180 kg serão 180 × 75 = 13.500 latas.

4 Se a cada quilograma receberam R$ 1,50, então por 80 kg arrecadaram: 80 × 1,50 = R$ 120,00.

Atividade 6 - Lixo urbano

1

a) Correta, porque aproximadamente metade do gráfico corresponde à matéria orgânica.

b) Correta, porque a parte correspondente a papel/papelão é de aproximadamente $\frac{1}{5}$ do gráfico.

c) Incorreta, porque a parte correspondente ao plástico é de aproximadamente $\frac{1}{5}$ o gráfico.

d) Correta (resposta justificada no item anterior).

2

a) 800 g × 365 = 292.000 g = 292 kg.

b) 292 × 35.000 = 10.220.000 kg; 10.220.000 kg ÷ 1.000 = 10.220 t de lixo.

HORA DA CHECAGEM

HORA DA CHECAGEM

Desafio

Alternativa correta: **e**. Em cada um dos gráficos apresentados, as maiores queixas em cada cidade são:

X – 34% dejetos tóxicos; Y – 40% lixo; Z – 36% esgoto aberto.

Observe que as alternativas não expressam de modo direto os problemas apontados nos gráficos, porque elas dizem respeito às possíveis soluções que a política pública pode propor para cada problema. Então, você pode buscar a alternativa correta relacionando um problema à sua solução: no caso do lixo, é o manejamento de lixo; o esgoto aberto é uma questão que envolve o saneamento básico e, portanto, trata-se de esgotamento sanitário; por fim, chega-se à alternativa **e**, na qual os dejetos tóxicos podem ser resolvidos com o controle de dejetos industriais.

Registro de dúvidas e comentários