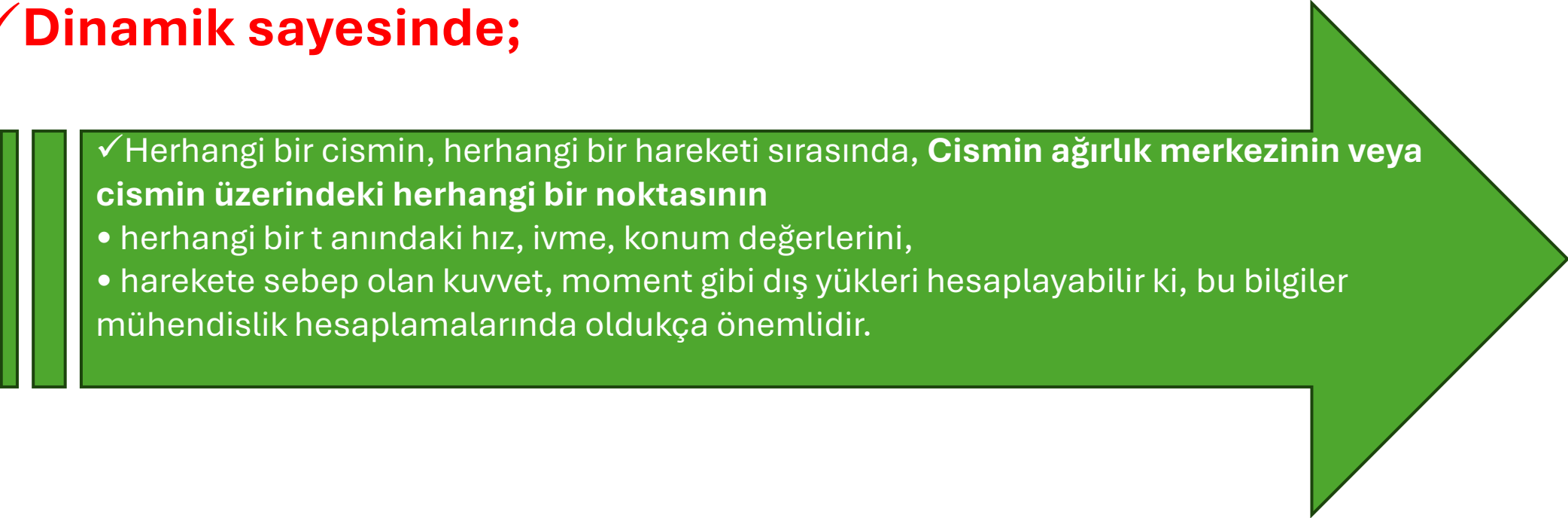


Mekanik (Dinamik) Ders Notları

Dr. Öğr. Üyesi Alper ÖZMEN

Giriş

- ✓ **DİNAMİK**, hareketli katı cisimleri inceleyen Mekanik'in bir alt bilim dalıdır.
- ✓ **DİNAMİK**, hareketin nasıl ve niçin olduğu sorularına net cevaplar bulmamızı sağlar.
- ✓ **Dinamik sayesinde;**



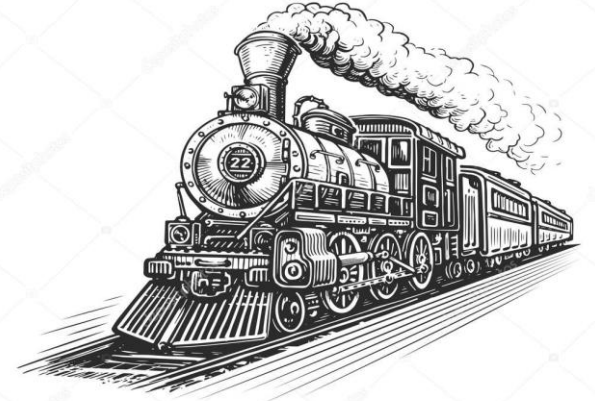
✓ Herhangi bir cismin, herhangi bir hareketi sırasında, **Cismin ağırlık merkezinin veya cismin üzerindeki herhangi bir noktasının**

- herhangi bir t anındaki hız, ivme, konum değerlerini,
- harekete sebep olan kuvvet, moment gibi dış yükleri hesaplayabilir ki, bu bilgiler mühendislik hesaplamalarında oldukça önemlidir.

Bazı Tanımlar ve Önemli Kavramlar

- DİNAMİK Bilimini **Kinematik** ve **Kinetik** olmak üzere ikiye ayırmamız mümkündür.
- 1) **Kinematik:** Hareketin nedenini araştırmaz ancak nasıl olduğu sorusuna cevap arar. Cismin hareketinin herhangi bir t anı için, hız, ivme ve konum değerleri herhangi bir nokta için bulunabiliyor olması, bu hareketin kinematik olarak çözülmüş olduğunu gösterir.
- 2) **Kinetik:** Hareketin neden olduğu sorusuna cevap arar. Hareketin nedeni olan dış yüklerle, cismin ivme, hız ve konumu arasındaki ilişkilerin kurulduğu bir alt bilim dalıdır.

3) Maddesel Nokta (parçacık-particle) : Hareketi sırasında tüm noktalarının hız ve ivmeleri aynı olan(ötelenme yapan) büyük veya küçük boyuttaki tüm cisimler, veya küçük olması sebebiyle sadece ağırlık merkezinin hareketi dikkate alınan cisimler dinamik açısından maddesel nokta olarak tanımlanır.

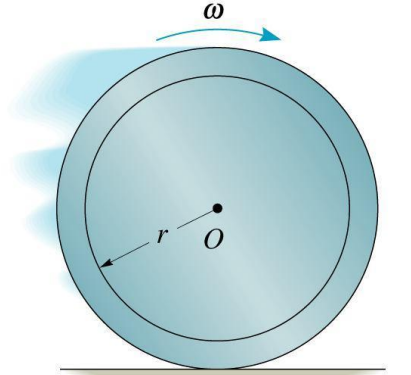
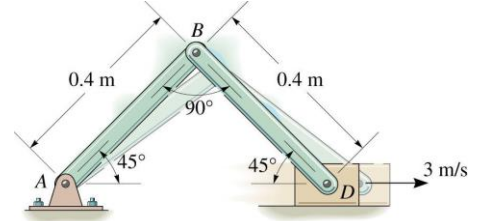


Örnek Olarak;

Düz bir hatta giden tren veya yuvarlanan bir bilye. Başka bir tanımlama : Sadece tek noktasının (genellikle ağırlık merkezinin) hareketi dikkate alınan cisimler maddesel nokta olarak incelenebilir.

4) Rijit Cisim:

- Hareketi sırasında her bir noktasının hızı veya ivmesi farklı olan (dönme hareketi yapmasının yanı sıra, boyutları da ihmal edilemeyen) cisimler dinamik açıdan rijit cisim olarak tanımlanır.
- Ötelenme yapan rijit cisimlerin noktalarının bir t anındaki hız ve ivmeleri aynıdır, yörüngeleri birbirlerine paraleldir ve maddesel nokta olarak da incelenebilir. Eğer yörüngeler doğrusal ise doğrusal ötelenme, yörüngeler eğrisel ise eğrisel ötelenme olarak isimlendirilir.
- Bir eksen veya nokta etrafında dönme hareketi yapan cisimlerin noktalarının hız ve ivmeleri birbirlerinden farklıdır.
- Rijit cisimler hem ötelenme hem dönmeyi aynı anda yapabilir. Buna genel hareket denir



Newton' un Hareket Kanunları

Yasa I: Bir parçacık, üzerinde dengelenmemiş bir kuvvet etkisi olmadıkça, durgun halde kalır veya sabit bir hızla (düz bir çizgide sabit bir hızla) hareket etmeye devam eder.

Yasa II: Bir parçacığın ivmesi, üzerine etki eden net kuvvetle orantılıdır ve bu kuvvetin doğrultusundadır.

$$F = ma$$

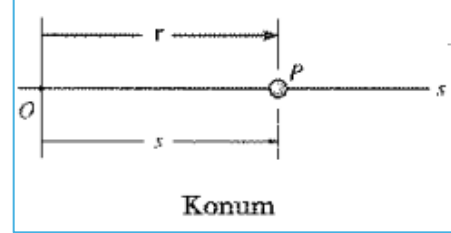
Yasa III: Etkileşimde bulunan cisimler arasındaki etki ve tepki kuvvetleri büyüklük olarak eşit, yön olarak zıt ve aynı doğrudur.

1. PARÇACIK KİNEMATİĞİ

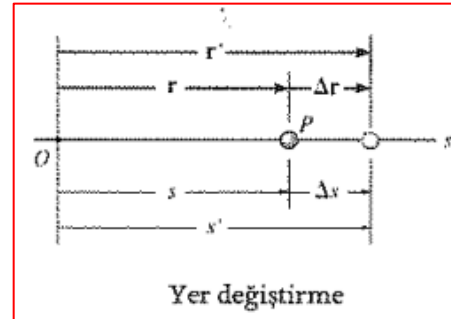
Bu bölümde bir parçacığın sabit ve hareketli referans sistemlerine göre ölçülen hareketinin geometrik yönlerini inceleyeceğiz. Yörünge değişik koordinat sistemlerine göre tanımlanacak ve hareketin koordinat eksenleri üzerindeki bileşenleri belirlenecektir.

1.1. Doğrusal Kinematik (Hareket)

- ✓ Doğrusal yörüngede hareket eden bir parçacığın verilen herhangi bir andaki konum, hız ve ivmesinin belirlenmesidir.
- ✓ **Konum:** Bir parçacığın yörüngesi tek bir s koordinat eksenini ile tanımlanabilir. Aşağıdaki şekildeki r konum vektörü ile parçacığın herhangi bir andaki konumu belirlenir.

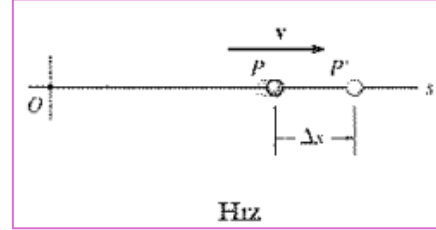


- ✓ **Yer değiştirme:** Parçacığın yer değiştirmesi konumundaki değişim olarak tanımlanmaktadır.



✓ **Hız:** Bir parçacığın Δr zaman aralığında P den P' 'ye yer değiştirmesi yaparak hareket ediyorsa bu parçacığın bu zaman aralığındaki ortalama hız vektörü ;

✓ $v_{ort} = \Delta r / \Delta t$ veya $v = dr / dt$



✓ **Ortalama Hız:** Daima pozitif bir skalerdir ve parçacığın aldığı s_T toplam yolun, geçen zamana oranı olarak tanımlanır.

✓ $v_m = s_T / \Delta t$ olarak tanımlanmaktadır.

✓ **İvme:** Parçacığın P ve P' gibi iki noktadaki hızları bilindiğinde, Δt zaman aralığındaki ortalama ivmesi, $a_{ort} = \Delta v / \Delta t$ olarak tanımlanır. Kısaca belli bir zaman aralığında hızdaki değişimi göstermektedir.

✓ $a = dv / dt$ (Anlık ivme), $a = d^2s / dt^2$

$$\bullet \mathbf{a} = dv/dt \quad (1)$$

$$\bullet \mathbf{a} = d^2s/dt^2 \quad (2)$$

Zamanın fonksiyonu olarak **hız**:

$$\int_{v_0}^v dv = \int_0^t a_c dt \rightarrow v - v_0 = a_c(t - 0)$$

$$\blacktriangleright \mathbf{v} = \mathbf{v}_0 + \mathbf{a}_c \mathbf{t} \quad (\text{Sabit ivme})$$

Zamanın fonksiyonu olarak **konum**:

$$\int_{s_0}^s ds = \int_0^t (v_0 + a_c t) dt$$

$$s - s_0 = v_0(t - 0) + a_c(\frac{1}{2}t^2 - 0)$$

$$\blacktriangleright \mathbf{s} = \mathbf{s}_0 + \mathbf{v}_0 \mathbf{t} + \frac{1}{2} \mathbf{a}_c \mathbf{t}^2$$

Denklem (1) ve (2) arasında dt zaman diferansiyelini yok ederek, yol boyunca yer değiştirme, hız ve ivmeyi içeren bir diferansiyel bağıntı elde edilir.

$$a ds = v dv$$

Konumun fonksiyonu olarak **hız**:

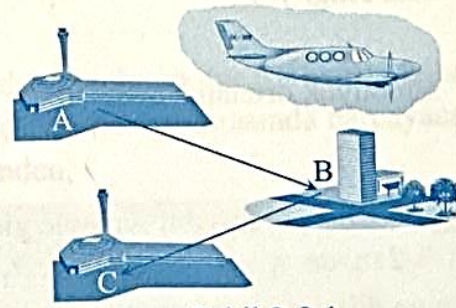
$$\int_{v_0}^v v dv = \int_{s_0}^s a_c ds$$

$$1/2 v^2 - 1/2 v_0^2 = a_c(s - s_0)$$

$$\blacktriangleright \mathbf{v}^2 = \mathbf{v}_0^2 + 2\mathbf{a}_c(\mathbf{s} - \mathbf{s}_0)$$

ÖRNEKLER

2-2.1 Şekil 2-2.1 deki çift motorlu uçak A havalimanından havalandıktan 2 saat uçtukten sonra B şehrine ulaşıyor. Fakat orada karşılaşılan kötü hava koşulları nedeniyle pilot buradaki havalimanına inmekten vazgeçip yönünü değiştirerek 1.5 saatlik bir uçuştan sonra C havalimanına iniyor. A havalimanı ile B şehri arasındaki uzaklık 300 km ve B şehri ile C havalimanı arasındaki uzaklık 210 km ise, bu yolculuk sırasında A havalimanından B şehrine ve B şehirden C havalimanına giderken her iki güzergahta uçağın yaptığı ortalama hızları hesaplayınız.



Şekil 2-2.1

ÇÖZÜM: A-B arasında : $(v_{AB})_{ort} = \frac{\overline{AB}}{t_{AB}} = \frac{300}{2} = 150 \text{ km/saat}$

B-C arasında : $(v_{BC})_{ort} = \frac{\overline{BC}}{t_{BC}} = \frac{210}{1.5} = 140 \text{ km/saat}$

2-2.2 Havalimanından kalkış yapmak için pist başına gelen Şekil 2-2.2 deki savaş uçağı F16 bir an için durup, sonra harekete geçerek 9 sn içinde pistte 725 m yol aldıktan sonra havalandırmak için yeterli hıza ulaşıldığından, pilot levyeyi çekerek tekerleklerin yerle temasını kesiyor. Kalkış anında uçağın ulaştığı hızı ve bu harekete ait ortalama ivmeyi hesaplayınız.



Şekil 2-2.2

ÇÖZÜM: $v = \frac{725 - 0}{9 - 0} \cong 80.6 \text{ m/sn}$ ve $a_{ort} = \frac{80.6 - 0}{9 - 0} = 8.95 \text{ m/sn}^2$

ÖRNEK

Bir yolcu treni A istasyonundan hareket edip 500 km gidip önce B istasyonuna geliyor. Burada yolcu indirip, aldıktan sonra hareket edip 1200 km gidip C istasyonunda duruyor. Toplam 10 saat süren bu seyahatte A istasyonundan kalkıp, B istasyonunda duruncaya kadar 3 saat geçiyor. Trenin B istasyonundan harekete geçip en büyük ortalama hızına ulaşıncaya kadar geçen süre ile C istasyonuna yaklaşırken yavaşlayıp durması için harcadığı zamanın toplamı, A istasyonundan kalkarken ve B istasyonunda durmak için yavaşlarken harcadığı sürelerin toplamının iki katıdır. Şu halde, tüm seyahat boyunca trenin yaptığı ortalama hızını hesaplayınız.



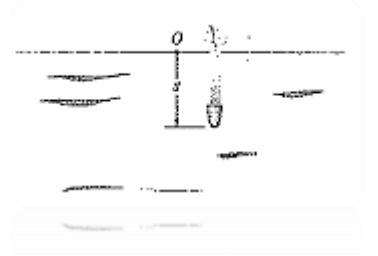
- Trenin A istasyonundan kalkıp hızlanması ve B istasyonuna vardığında yavaşlayıp duruşu sırasında harcadığı zamana t^- dersek, B istasyonundan kalkışı ve C istasyonunda yavaşlayıp duruşu sırasında harcadığı zaman $2t^-$ olur. Buna göre her iki güzergahta yapılan ortalama hızın eşitliğinden,

- $$(v_{ort})_{AB} = (v_{ort})_{BC} \longrightarrow \frac{500}{3-t^-} = \frac{1200}{7-2t^-} \longrightarrow t^- = 0.5 \text{ saat}$$

- A istasyonundan B istasyonuna giden trenin:
- Seyahat süresi : $t_{AB}^- = t_{AB} - t^- = 3 - 0.5 = 2.5 \text{ saat}$
- Ortalama hızı: $v_{ort} = \frac{500}{2.5} = 200 \frac{\text{km}}{\text{saat}}$

ÖRNEK

Bir mermi aşağıya doğru dikey olarak 60 m/s'lik başlangıç hızıyla bir akışkan ortamın içine ateşleniyor. Mermi $a = (-0.4v^3)$ olacak şekilde yavaşlamakta ise merminin ateşlendikten 4 s sonraki hızını ve konumunu bulunuz. Burada v m/s ile ölçülmektedir.



- **Koordinat sistemi:** Hareket aşağıya doğru olduğundan, konum koordinatı başlangıç noktası O'da olmak üzere aşağı doğru pozitiftir.
- **Hız:** İvme hızın fonksiyonu olarak verilmiştir, bu yüzden hız v , a ve t 'yi birbirine bağlayan $a = dv/dt$ denklemi ile belirlenebilir.
- $t=0$ ' da $v_0 = 60$ m/s alarak integre edersek

$$a = dv/dt = -0.4v^3 \quad \xrightarrow{\int_{60}^v \frac{dv}{-0.4v^3} = \int_0^t dt} \quad \xrightarrow{1/-0.4 \left(\frac{2}{-2} \right) \frac{1}{v^2} I_{60}^v} \quad t - 0 \quad v = \left(\frac{1}{60^2} + 0.8t \right)^{-1/2}$$

- Mermi aşağı doğru hareket ettiğinden pozitif kök alınmıştır. $T=4$ s için $v = \mathbf{0.559 \text{ m/s}}$
- **Konum:** Hız zamanın fonksiyonu olarak bilindiğine göre, merminin hızını s, v ve t 'yi birbirine bağlayan $v = ds/dt$ denkleminde elde edebiliriz.

$$v = ds/dt = \left(\frac{1}{60^2} + 0.8t \right)^{-1/2} \quad \int_0^s ds = \int_0^t \left(\frac{1}{60^2} + 0.8t \right)^{-1/2} dt \quad s = \frac{2}{0.8} \left(\frac{1}{60^2} + 0.8t \right)^{1/2} I_0^t$$

$$s = \frac{1}{0.4} \left(\frac{1}{60^2} + 0.8t \right)^{1/2} - \frac{1}{60} \quad t = 4 \text{ s iken } \mathbf{s = 4.43 \text{ m olur.}}$$

Bir deneme sırasında bir asansör 15 m/s ile yukarı doğru çıkmaktadır ve taşıyıcı kablo asansör yerden 40 m yüksekte iken kesilmektedir. Asansörün ulaştığı s_B maksimum yüksekliğini ve yere çarpmadan hemen önceki hızını belirleyiniz. Bütün bu süre boyunca asansör hareket halindedir; yerçekiminden dolayı aşağıya doğru 9.81 m/s^2 'lik bir ivmeye maruz kalmaktadır. Hava direncinin etkisini ihmal ediniz.

ÇÖZÜM

Koordinat Sistemi. s konum koordinatının pozitif yönü yukarı olmak üzere, O başlangıç noktası yer düzeyinde alınır, Şekil 12-4.

Maksimum Yükseklik. $s = s_B$ maksimum yüksekliğindeki hız $v_B = 0$ 'dır. $t = 0$ 'da asansör yukarı çıkınakta olduğundan, hızı $v_A = +15 \text{ m/s}$ 'dir (pozitifdir çünkü pozitif yer değiştirme ile aynı yöndedir). Bütün hareket için, ivme $a_c = -9.81 \text{ m/s}^2$ şeklinde sabittir (negatiftir çünkü pozitif hız veya pozitif yer değiştirmeye *zıt* yönde etki etmektedir). a_c bütün hareket boyunca sabit olduğundan, yolu üzerindeki A ve B noktalarında asansörün konumu ve hızı arasında Denklem 12.6 kullanılarak bağıntı kurulabilir:

$$\begin{aligned} (+ \uparrow) \quad v_B^2 &= v_A^2 + 2a_c(s_B - s_A) \\ 0 &= (15 \text{ m/s})^2 + 2(-9.81 \text{ m/s}^2)(s_B - 40 \text{ m}) \\ s_B &= 51.5 \end{aligned}$$

Yanıt

bulunur.

Hız. Asansörün yere çarpmadan hemen önceki hızını elde etmek için, B ve C noktaları arasında Denklem 12.6'yı uygulayabiliriz, Şekil 12-4.

$$\begin{aligned} (+ \uparrow) \quad v_C^2 &= v_B^2 + 2a_c(s_C - s_B) \\ &= 0 + 2(-9.81 \text{ m/s}^2)(0 - 51.5 \text{ m}) \\ v_C &= -31.8 \text{ m/s} = 31.8 \text{ m/s} \downarrow \end{aligned}$$

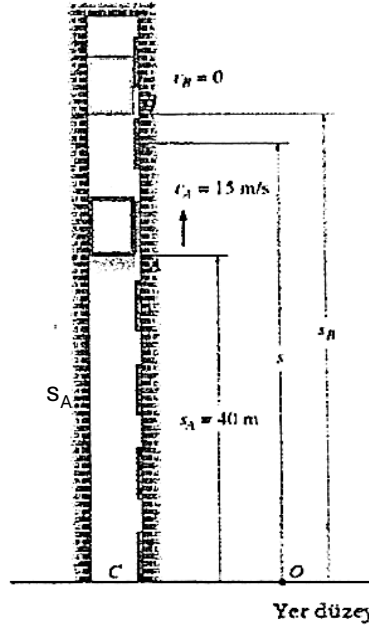
Yanıt

olur. Negatif kök alınmıştır çünkü asansör *aşağı* doğru hareket etmektedir.

Benzer şekilde, Denklem 12.6 A ve C noktaları arasında uygulanabilir, yani

$$\begin{aligned} (+ \uparrow) \quad v_C^2 &= v_A^2 + 2a_c(s_C - s_A) \\ &= (15 \text{ m/s})^2 + 2(-9.81 \text{ m/s}^2)(0 - 40 \text{ m}) \\ v_C &= -31.8 \text{ m/s} = 31.8 \text{ m/s} \downarrow \end{aligned}$$

çıkar.



Şekil 12-4

Notlar:

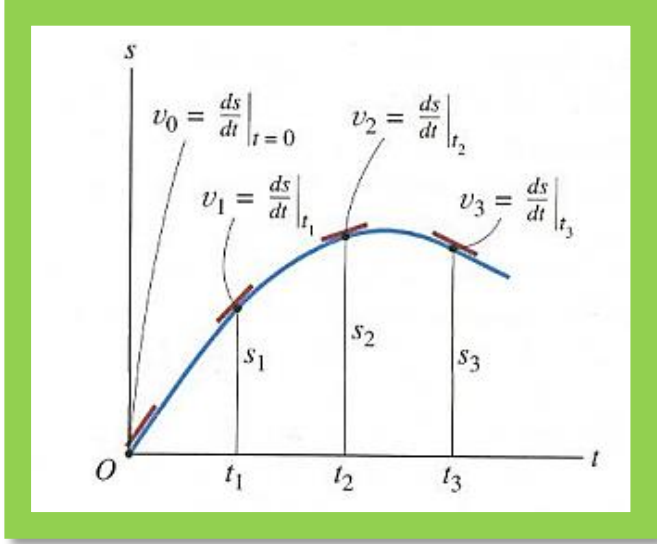
Not: Asansörün A 'dan B 'ye 9.81 m/s^2 'lik harekete ters yönde bir ivmeye maruz kaldığı ve sonra B 'den C 'ye aynı değerde hareket yönünde bir ivmeyle hareket ettiğine dikkat edilmelidir. Ayrıca, asansör bir an için B noktasında durmasına rağmen ($v_B = 0$), B 'deki ivme *aşağı* doğru 9.81 m/s^2 'dir!

ÖDEV

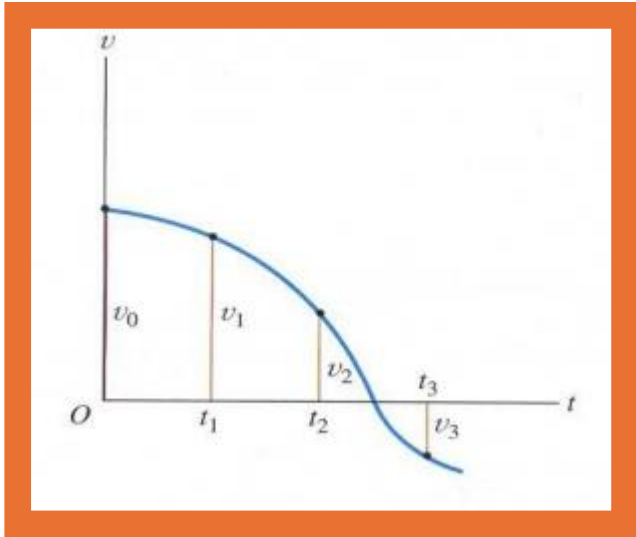
1.2. Düzensiz Hareket

- Bir parçacığın bir zaman aralığındaki hareketi düzensiz ise, konum, hız ya da ivmesini tanımlayacak sürekli bir matematiksel fonksiyon elde etmek zor olabilir.
- Bunun yerine, hareket en iyi şekilde bilgisayar çıktılarından deneysel olarak oluşturulabilecek bir dizi eğri ile grafiksel olarak tanımlanabilir.
- Sonuç olarak, elde edilen grafik a , v , s , t değişkenlerinden hangi ikisi arasındaki bağıntıyı tanımlıyorsa, diğer değişkenler arasındaki bağıntıyı tanımlayacak bir grafik $a = dv/dt$, $v = ds/dt$, $ads = vdv$ kinematik denklemlerini kullanarak oluşturulabilir.

S-t grafiğinden **v-t** grafiğini oluşturmak

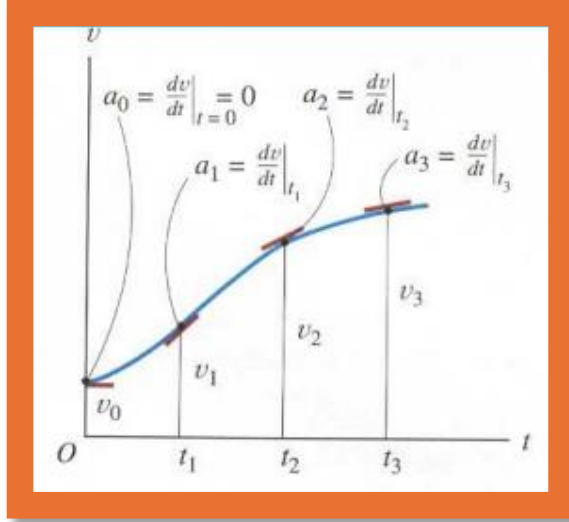


Yol zaman değişim grafiği zamanla alınan yolu gösteren grafikdir. Herhangi bir andaki hız değerini bulmak için **yol-zaman eğrisinin o noktadaki eğimi hesaplanır.** ($v = ds/dt$).

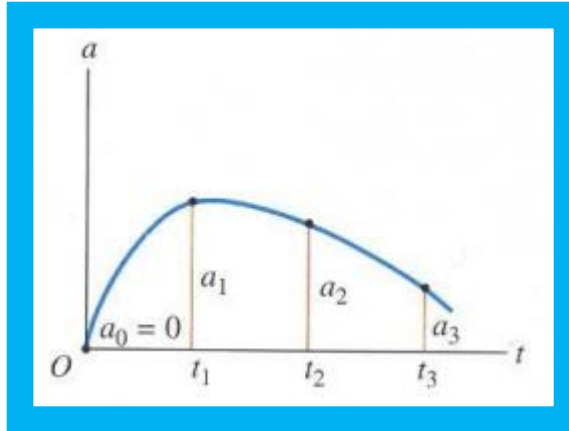


Hız-zaman (v-t) grafiği yol-zaman (s-t) grafiğinin türevidir. Yani hız zaman grafiği, yol zaman grafiğindeki farklı noktalarda eğrinin eğimi hesaplanarak çizilebilir.

$V-t$ grafiğinden $a-t$ grafiğini oluşturmak



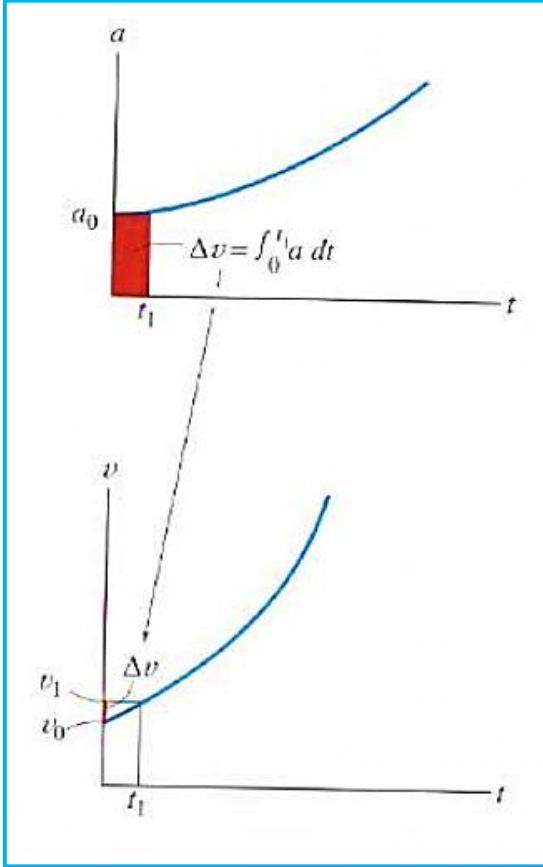
Hız zaman grafiği zamanla hız değişimi gösteren grafikdir. Bu grafiğin **türevi alınarak ivme zaman grafiği çizilebilir**. Yani hız zaman grafiğinde farklı noktalarda eğrinin eğimi hesaplanır ve bu değerler grafik olarak çizilirse ivme-zaman grafiğini elde ederiz.
($a = dv/dt$)



Ayrıca herhangi bir zaman aralığında (Δt), hız zaman değişim grafiği eğrisi altında kalan alan bize o zaman aralığında cismin aldığı yol değerini verir

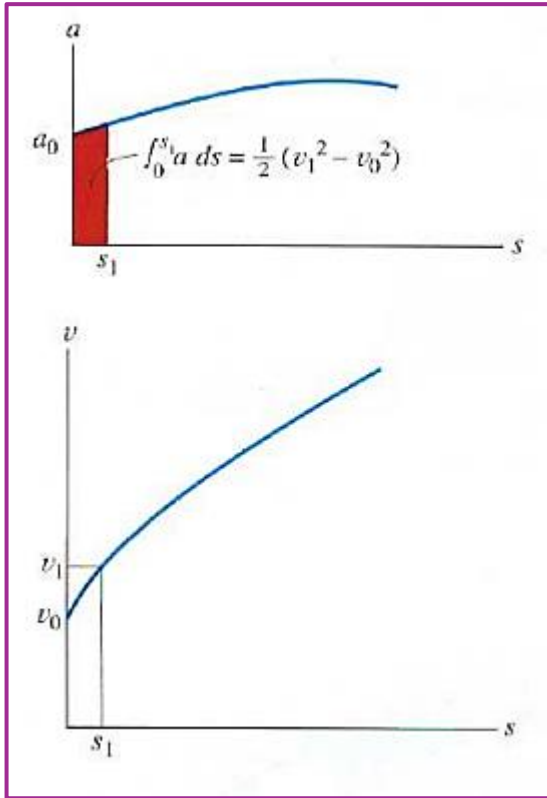
$$\Delta s = \int_{t_1}^{t_2} v dt \quad (\Delta t = t_1 - t_2)$$

İvme-zaman ($a-t$) grafiği



İvme zaman grafiği kullanılarak herhangi bir zaman aralığındaki hız değişimi hesaplanabilir. **İvme- zaman grafik eğrisi altında kalan alan bize hızdaki değişim miktarını verir.** Böylece başlangıçtaki hız değeri biliniyorsa hız zaman grafiği kolaylıkla çizilebilir.

İvme- yol (***a-s***) grafiği



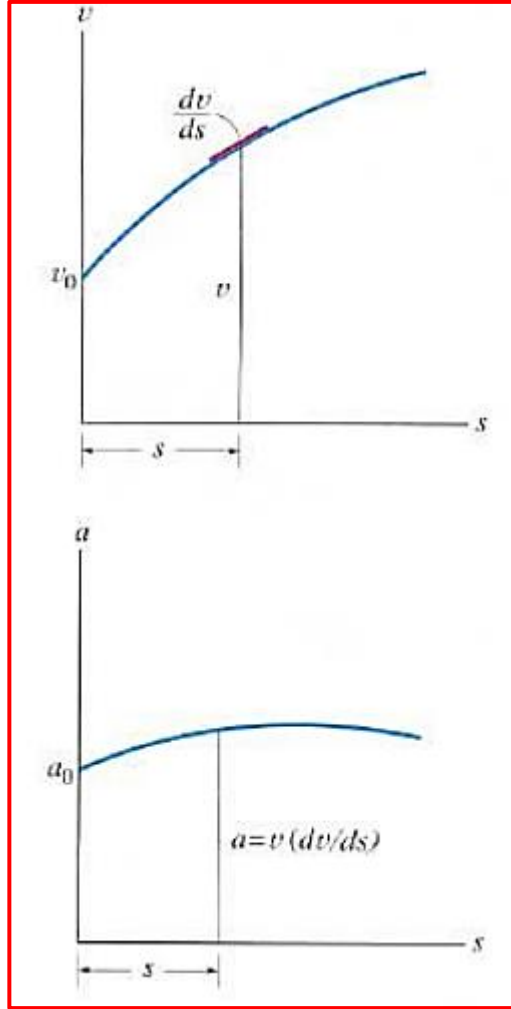
Bu grafiğin kullanımı diğerlerine göre daha karışıktır. **İvme-yol grafik eğrisi altında kalan alan bize o zaman aralığındaki hız değişimini verir.**

$$a ds = v dv$$

$$\frac{1}{2} (v_1^2 - v_0^2) = \int_{s_1}^{s_2} a ds$$

a- s eğrisi altında kalan alan

Hız- yol (**v-s**) grafiği



Bir diğer grafik ise hız-yol değişim grafiğidir. Herhangi bir andaki hız değeri ile o andaki hız-yol eğrisinin eğim (türev) değeri çarpılırsa o andaki ivme değeri bulunur.

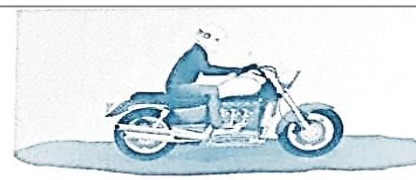
$$a = v \left(\frac{dv}{ds} \right)$$

Bu şekilde hesaplanan ivme değerleri kullanılarak $v-s$ grafiği yardımıyla $a-s$ değişim grafiği de çizilebilir.

ÖRNEKLER

2-2.8 Şekil 2-2.8 deki motosikletli düz bir yolda O başlangıcına gelip buradan geçiyor. Motosikletin konum fonksiyonu $x = -14.4t + 0.1t^3$ m biçiminde ifade edilebiliyor. Bu bağında t nin birimi saniyedir.

- $t = 9$ sn için motorun konumunu ve $0 \leq t \leq 9$ sn zaman aralığı içinde kat ettiği yolu bulunuz.
- $t = 12$ sn için motorun konumunu ve $0 \leq t \leq 12$ sn zaman aralığı içinde kat ettiği yolu hesaplayınız.
- $0 \leq t \leq 12$ sn zaman aralığı içinde motorun yapacağı en büyük hızı belirleyiniz.



Şekil 2-2.8

Hız : $v = \frac{dx}{dt} = -14.4 + 0.3t^2$ m/sn

İvme : $a = \frac{dv}{dt} = 0.6t$ m/sn²

$0 \leq t \leq 12$ sn zaman aralığı içinde hızın sıfır olduğu anı ararsak,

$$v = 0 \Rightarrow -14.4 + 0.3t^2 = 0 \Rightarrow t = \pm 6.9$$

bulunur. Bu iki değerden fiziksel anlamı olan zaman $\bar{t} = 6.9$ sn dir. Bu anda, motor başlangıçtan en uzak noktaya ulaşmıştır ve artık geri dönmeye başlayacaktır.

a). $t = 9$ sn $> \bar{t} = 6.9$ sn olduğunda, Şekil 2 de görüldüğü gibi motor başlangıcın sol tarafına doğru gittiği en uzak noktadan geri gelmektedir.

Konum : $x|_{t=9} = -14.4 \times 9 + 0.1 \times 9^3 = -56.7$ m

Gidilen en uzak mesafe : $x|_{t=6.9} = -14.4 \times 6.9 + 0.1 \times 6.9^3 = -66.5$ m

Geri dönülen yol : $x|_{6.9}^9 = -14.4 \times (9 - 6.9) + 0.1 \times (9 - 6.9)^3 = -9.8$ m

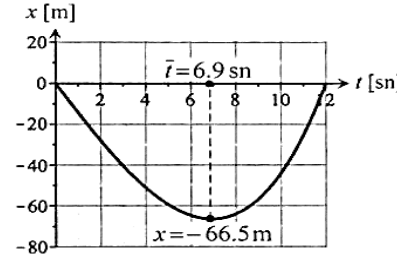
Gidilen yol : $s = |-66.5| + |-9.8| = 76.3$ m

b). Konum : $x|_{t=12} = 0$ (başlangıca dönmüş)

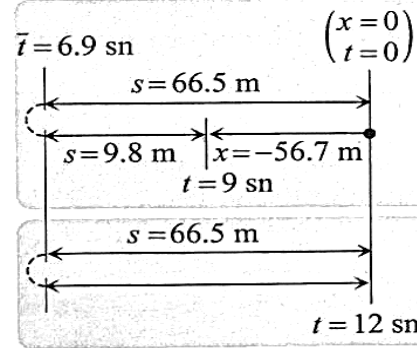
Gidilen yol : $s = 2 \times 66.5 = 133$ m (Bakınız Şekil 2)

c). $0 \leq t \leq 12$ sn zaman aralığı içinde motor en uzak noktaya yavaşlayarak gitmekte, sonra oradan hızlanarak geri dönmektedir. Şu halde, motorun yapacağı en büyük hız:

$$v|_{t=12} = -14.4 + 0.3 \times 12^2 = 28.8 \text{ m/sn}$$



Şekil 1



Şekil 2

Notlar:

2-2.11 Düz bir hat üstünde giden Şekil 2-2.11 deki deniz motoru belli bir noktadan geçerken buraya göre belirlenen konum-zaman fonksiyonu $x = 2 + 2t^2 - \frac{1}{6}t^3$ m dir. Bu ifadede t nin birimi saniyedir.



Şekil 2-2.11

- $t = 10$ sn için motorunun konumunu, hızını ve ivmesini bulunuz,
- $0 \leq t \leq 10$ sn zaman aralığında gidilen toplam yolu bulunuz.

ÇÖZÜM: Deniz motoru için,

Konum : $x = 2 + 2t^2 - \frac{1}{6}t^3$ m

Hız : $v = \frac{dx}{dt} = 4t - \frac{1}{2}t^2$ m/sn

İvme : $a = \frac{dv}{dt} = 4 - t$ m/sn²

a). $x|_{t=10} = 2 + 2 \times 10^2 - \frac{1}{6} \times 10^3 = 35.33$ m

$v|_{t=10} = 4 \times 10 - \frac{1}{2} \times 10^2 = -10$ m/sn

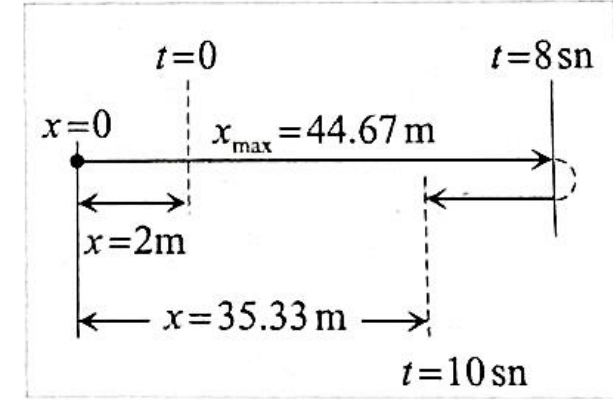
$a|_{t=10} = -6$ m/sn²

b). Hızın sıfır olduğu an: $v = 0 \Rightarrow 4t - \frac{1}{2}t^2 = 0 \Rightarrow t = 0, t = 8$ sn

$x_{\max} = x|_{t=8} = 44.67$ m

$t = 10$ sn $>$ $t = 8$ sn olduğundan deniz motoru en uzak noktadan geri döner (Bakınız Şekil 1). Ayrıca deniz motoru $t = 0$ anında $x = 2$ m konumundadır. Şu halde teknenin $0 \leq t \leq 10$ sn zaman aralığında gittiği yol,

$s = (44.67 - 2) + (44.67 - 35.33) = 52$ m



Şekil 1

ÖRNEK

Ormanlık alan içinde düz bir yolda 90 km/saat'lik hızla gitmekte olan otobüsün önüne çıkan bir köpek nedeniyle, şoför ani olarak frene basarak 10s içinde aracı tamamen durduruyor. Otobüsün ortalama ivmesini ve şoförün frene bastığı noktadan itibaren otobüsün duruncaya kadar kat ettiği yolu hesaplayınız.



- Otobüsün ilk hızı $v_0 = 90 \left(\frac{1000}{3600} \right) = 25 \frac{m}{sn}$.
- $a_{ort} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{0-25}{10} = -2.5 m/s^2$
- $\Delta s = v_0 t + \frac{1}{2} a_{ort} (\Delta t)^2 = 25 \times 10 + \frac{1}{2} (-2.5) 10^2 = 125 m$
- Aynı sonuç $\Delta s = -v_0^2 / 2a$ 'den de elde edilebilirdi.

2-3.5 Başlangıç noktasında $t = 0$ için $s_o = 0$ ve $v_o = 50 \text{ m/sn}$ ile harekete başlayan bir parçacığın ivme-zaman grafiği Şekil 2-3.5 de görüldüğü gibidir. $t = 12 \text{ sn}$ için parçacığın konumunu ve hızını bulunuz.

ÇÖZÜM: Üç bölgede hesap yapılacaktır.

1. Bölge $0 \leq t \leq 4 \text{ sn}$: Başlangıçta $s_o = 0$, $v_o = 50 \text{ m/sn}$ ve $a_1 = 0$:

$$\int_{50}^{v_1} dv = \int_0^t a_1 dt \quad \Rightarrow \quad v_1 = 50 \text{ m/sn}$$

$$\int_0^{s_1} ds = \int_0^t v_1 dt \quad \Rightarrow \quad s_1 = 50t \text{ m}$$

2. Bölge $4 \text{ sn} \leq t \leq 8 \text{ sn}$: Sabit ivme $a_2 = -10 \text{ m/sn}^2$ ve başlangıç koşulları $(s_2)_o = s_1|_{t=4} = 200 \text{ m}$, $(v_2)_o = v_1|_{t=4} = 50 \text{ m}$ için,

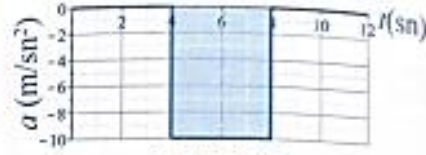
$$\int_{50}^{v_2} dv = \int_4^t a_2 dt \quad \Rightarrow \quad v_2 = 90 - 10t \text{ m/sn}$$

$$\int_{200}^{s_2} ds = \int_4^t v_2 dt \quad \Rightarrow \quad s_2 = -80 + 90t - 5t^2 \text{ m}$$

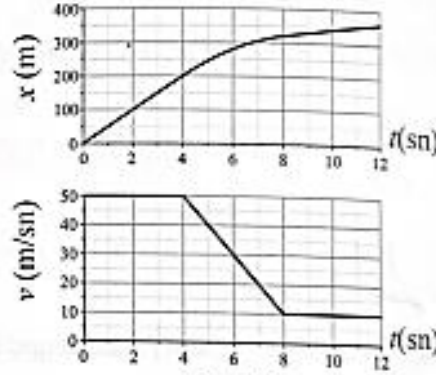
3. Bölge $8 \text{ sn} \leq t \leq 12 \text{ sn}$: Başlangıç koşulları $(s_3)_o = s_2|_{t=8} = 320 \text{ m}$, $(v_3)_o = v_2|_{t=8} = 10 \text{ m}$ ve ivme $a_3 = 0$ için,

$$\int_{10}^{v_3} dv = \int_8^t a_3 dt \quad \Rightarrow \quad v_3 = 10 \text{ m/sn}$$

$$\int_{320}^{s_3} ds = \int_8^t v_3 dt \quad \Rightarrow \quad s_3 = 240 + 10t \text{ m}$$



Şekil 2-3.5



Şekil 1

Notlar:

2-3.9 Basketbol maçını başlatmak için hakem Şekil 2-3.9 da görüldüğü gibi hava atışı yapıyor. Bize sırtı dönük hakemin elinden top çıktığı anda topun yerden yüksekliği 1.5 m ve hızı $v_o = 7 \text{ m/sn}$ dir.



Şekil 2-3.9

- Topun konum ve hız ifadelerini zamanın fonksiyonu olarak yazınız
- Topun çıkacağı en yüksek noktayı yerden itibaren hesaplayınız
- Zıplayan oyuncuların biri yerden 3 m yükseklikte topa dokunuyor. Hava atışının başlangıcından bu ana kadar geçen süreyi bulunuz.

ÇÖZÜM: a). Top sabit ivme $a = -g = -9.81 \text{ m/sn}^2$ ile yukarı çıkmaktadır.

$$a = \frac{dv}{dt} \Rightarrow \int_7^v dv = \int_0^t (-9.81) dt \Rightarrow v = -9.81t + 7$$

$$v = \frac{ds}{dt} \Rightarrow \int_{1.5}^s ds = \int_0^t v dt \Rightarrow s = -4.9t^2 + 7t + 1.5$$

- En yüksek noktada topun hızı sıfırdır: $v = -9.81\bar{t} + 7 = 0 \Rightarrow \bar{t} = 0.7 \text{ sn}$

$$h = s|_{\bar{t}=0.7} \Rightarrow h = -4.9 \times 0.7^2 + 7 \times 0.7 + 1.5 \cong 4 \text{ m}$$

- $3 = -4.9t^2 + 7t + 1.5 \Rightarrow t_1 = 0.2$ ve $t_2 = 1.16$

Burada birinci kök, top yukarı çıkarken 3 m yükseklikten geçtiği zamanı, diğeri aşağıya inerken bu noktadan geçtiği zamandır. O nedenle hava atışının başlangıcından bu ana kadar geçen $t = 1.16 \text{ sn}$ dir.

Notlar:

2-3.11 Bir motosikletin düz bir parkurdaki ivme diyagramı Şekil 2-3.11 ile görülmektedir. $t_1 = 20 \text{ sn}$ için motosikletin konumu $s_1 = 800 \text{ m}$, hızı $v_1 = 30 \text{ m/sn}$ ve ivmesi $a_1 = 2.4 \text{ m/sn}^2$ dir. Motosikletin $t = 0 \text{ sn}$ deki hızını ve konumunu belirleyiniz.

ÇÖZÜM: Doğrusal değişen ivme bulunduktan sonra sonuca gidilebilir.

$$a = \frac{a_1}{t_1} t = \frac{2.4}{20} t = 0.12t$$

$$\int_{v_o}^v dv = \int_0^t a dt \Rightarrow v = v_o + 0.06t^2$$

$$\int_{s_o}^s ds = \int_0^t v dt \Rightarrow s = s_o + v_o t + 0.02t^3$$

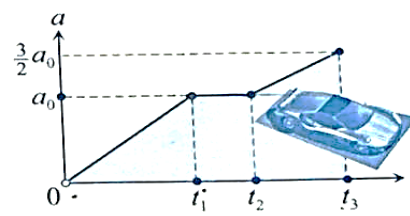
Başlangıç koşulları: $v_1 = v|_{t=20} = 30 \text{ m/sn} \Rightarrow 30 = v_o + 0.06 \times 20^2 \Rightarrow v_o = 6 \text{ m/sn}$

$s_1 = s|_{t=20} = 800 \text{ m} \Rightarrow 800 = s_o + 6 \times 20 + 0.02 \times 20^3 \Rightarrow s_o = 520 \text{ m}$



Şekil 2-3.11

2-3.14 Bir spor araba trafiğe kapalı bir alanda $t=0$ anında başlangıç koşulları $s_o=0$ ve $v_o=18\text{ m/sn}$ ile hareketine başladığında, izlediği ivmelenme Şekil 2-3.14 de görüldüğü gibidir. Burada $a_o=0.2\text{ m/sn}^2$, $t_1=3\text{ dk}$, $t_2=4\text{ dk}$ ve $t_3=6\text{ dk}$ dır. Arabanın $t_3=6\text{ dk}$ nın sonundaki konumunu ve hızını bulunuz.



Şekil 2-3.14

ÇÖZÜM: Arabanın hareketi üç bölgede incelenecek.

1. Bölge $0 \leq t \leq 180\text{ sn}$: Başlangıç koşulları $t=0$ anında $s_o=0$ ve $v_o=18\text{ m/sn}$ için,

$$a_1 = \frac{a_o}{t_1} t = \frac{0.2}{180} t = 11 \times 10^{-4} t \text{ m/sn}^2$$

$$\int_{v_o=18}^{v_1} dv = \int_0^t a_1 dt \Rightarrow v_1 = 18 + \int_0^t (11 \times 10^{-4} t) dt = 18 + 5.5 \times 10^{-4} t^2 \text{ m/sn}$$

$$\int_{s_o=0}^{s_1} ds = \int_0^t v_1 dt \Rightarrow s_1 = 18t + 1.85 \times 10^{-4} t^3 \text{ m}$$

2. Bölge $180\text{ sn} \leq t \leq 240\text{ sn}$: Başlangıç koşulları : $(s_2)_o = s_1|_{t=180} = 4320\text{ m}$, $(v_2)_o = v_1|_{t=180} = 36\text{ m/sn}$
ivme : $a_2 = 0.2\text{ m/sn}^2$

$$\int_{(v_2)_o=36}^{v_2} dv = \int_{180}^t a_2 dt \Rightarrow v_2 = 36 + 0.2(t-180) = 0.2t \text{ m/sn}$$

$$\int_{(s_2)_o=4320}^{s_2} ds = \int_{180}^t v_2 dt \Rightarrow s_2 = 1080 + 0.1t^2 \text{ m}$$

3. Bölge $240\text{ sn} \leq t \leq 360\text{ sn}$: Başlangıç koşulları : $(s_3)_o = s_2|_{t=240} = 6840\text{ m}$, $(v_3)_o = v_2|_{t=240} = 48\text{ m/sn}$
ivme : $a_3 = a_o + \frac{1.5a_o - a_o}{t_3 - t_2}(t - 240) = 83 \times 10^{-5} t \text{ m/sn}^2$

$$\int_{(v_3)_o=48}^{v_3} dv = \int_{240}^t a_3 dt \Rightarrow v_3 = 24 + 41.7 \times 10^{-5} t^2 \text{ m/sn}$$

$$\int_{(s_3)_o=6840}^{s_3} ds = \int_{240}^t v_3 dt \Rightarrow s_3 = -840 + 24t + 13.9 \times 10^{-5} t^3 \text{ m}$$

$t=360\text{ sn}$ için arabanın konumu ve hızı:

$$s_3|_{t=360} = 14280\text{ m} \quad \text{ve} \quad v_3|_{t=360} = 78\text{ m/sn}$$

Notlar:

2-3.31 Bir spor araba trafiğe kapalı düz bir parkurda sükûnetten hareket başlıyor ($s=0$ için $v_o = a_o = 0$) ve Şekil 2-3.31'deki $v-s$ grafiğini izleyerek yol alıyor. Burada $s_A = 120\text{ m}$, $s_B = 360\text{ m}$, $v_A = 40\text{ m/sn}$ ve $v_B = 10\text{ m/sn}$ dir. Spor araba 72 m yi ve 200 m yi geçerken ulaşacağı ivme değerlerini bulunuz ve $a-s$ grafiğini çiziniz.

ÇÖZÜM: Hesapları iki bölgede yapalım.

1. Bölge $0 \leq s \leq 120\text{ m}$: Başlangıç koşulları $s=0$ da $v_o = a_o = 0$ dır.

$$v_1 = \frac{v_A}{s_A} s = \frac{1}{3} s \text{ m/sn}$$

$$a_1 = v_1 \frac{dv_1}{ds} = \left(\frac{1}{3} s \right) \left(\frac{1}{3} \right) = \frac{1}{9} s \text{ m/sn}^2, \quad a_1|_{s=72} = 8 \text{ m/sn}^2$$

2. Bölge $120\text{ m} \leq s \leq 360\text{ m}$:

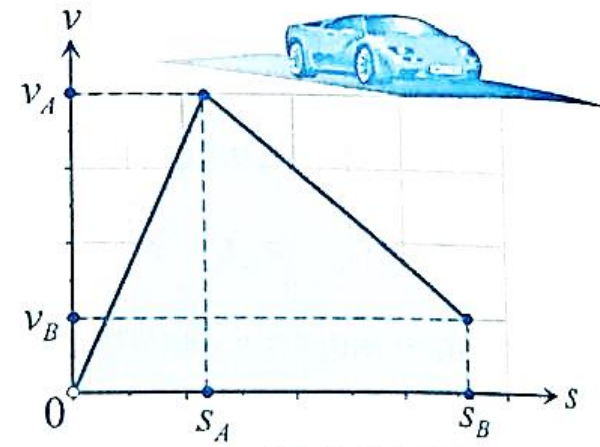
Başlangıç koşulu $(v_2)_o = v_1|_{s=120} = 40 \text{ m/sn}$

$$v_2 = (v_2)_o + \left(\frac{v_B - v_A}{s_B - s_A} \right) (s - s_A) = 55 - 0.125s \text{ m/sn}$$

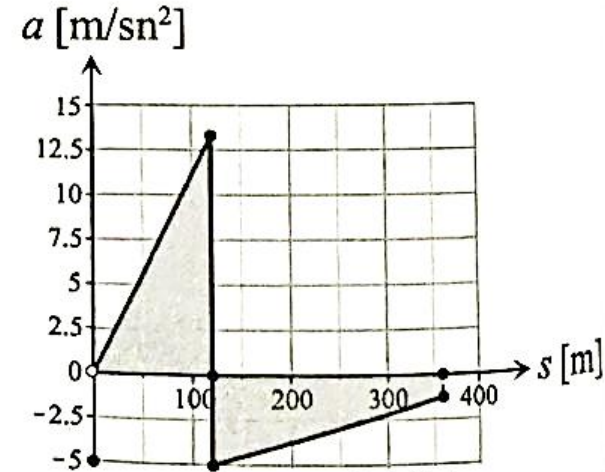
$$a_2 = v_2 \frac{dv_2}{ds} = -6.875 + 0.0156s \text{ m/sn}^2$$

$$a_2|_{s=200} = -3.75 \text{ m/sn}^2$$

$a-s$ grafiği Şekil 1'de görüldüğü gibi çizilir.



Şekil 2-3.31



Şekil 1

2-3.44 Şekil 2-3.44 deki kuyuya bir taş serbestçe bırakılıyor. Taşın suya temas etme sesi $T = 3\text{ sn}$ sonra duyuluyor. Ses hızının 340 m/sn olduğu bilindiğine göre, taşın bırakıldığı nokta ile kuyu suyu seviyesi arasındaki uzaklığı bulunuz.

ÇÖZÜM: Serbest düşen taşın gittiği yol : $t = 0$ için $(s_{\text{taş}})_0 = (v_{\text{taş}})_0 = 0$ dır.

$$s_{\text{taş}} = (s_{\text{taş}})_0 + (v_{\text{taş}})_0 t_{\text{taş}} + \frac{1}{2} g t_{\text{taş}}^2 \Rightarrow s_{\text{taş}} = \frac{1}{2} g t_{\text{taş}}^2 \quad (1)$$

Taşın suya çarpma sesi sabit hızla yukarı çıkarken kat ettiği yol:

$$s_{\text{ses}} = (s_{\text{ses}})_0 + v_{\text{ses}} t_{\text{ses}} \Rightarrow s_{\text{ses}} = 340 t_{\text{ses}} \quad (2)$$

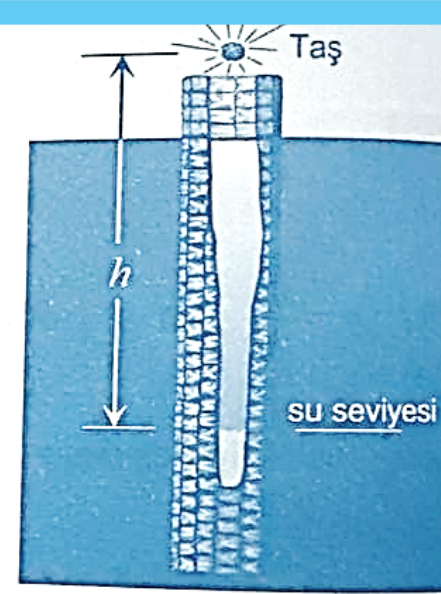
Geçen toplam zaman $T = 3\text{ sn}$ den: $T = t_{\text{taş}} + t_{\text{ses}} \Rightarrow t_{\text{ses}} = 3 - t_{\text{taş}} \quad (3)$

(2) de (3) ü yerleştirdikten sonra (1) ve (2) yi birbirlerine eşitlersek,

$$s_{\text{taş}} = s_{\text{ses}} \Rightarrow 4.9 t_{\text{taş}}^2 = 340(3 - t_{\text{taş}}) \Rightarrow t_{\text{taş}} = 2.88\text{ sn} \quad (4)$$

$t_{\text{taş}}$ için hesaplana diğer kök -72.2 nin fiziksel anlamı yoktur. (1) de $t_{\text{taş}} = 2.88\text{ sn}$ ve $s_{\text{taş}} = h$ yerleştirilirse, kuyu suyunun derinliği:

$$h = 4.9 \times 2.88^2 \cong 40.7\text{ m}$$



Şekil 2-3.44