



GAZİSEM

T.C.  
GAZİ ÜNİVERSİTESİ  
Sürekli Eğitim Uygulama  
ve Araştırma Merkezi

2015

**ELEKTRONİK MÜHENDİSLİĞİ**  
**DERS NOTU**

# İÇİNDEKİLER

Sayfa

1	DEVRE ANALİZİ .....	11
1.1	Elektrik Enerjisinde Temel Kavramlar .....	11
1.1.1	Potansiyel fark ile akım arasındaki sabit ilişki .....	11
1.1.2	Doğru gerilim kaynakları .....	12
1.1.2.1	Piller .....	12
1.1.3	Sembolik elektrik devresi .....	14
1.1.4	Devre elemanı olarak dirençler ve çeşitleri .....	14
1.1.4.1	Sabit Dirençler .....	14
1.1.4.2	Ayarlı Dirençler .....	15
1.1.4.3	Özel Dirençler .....	15
1.1.5	Dirençlerin Teknik Özelliklerine Kısa Bir Bakış .....	16
1.2	Temel Elektrik Devre Kanunları ve Dirençlerin Çeşitli Bağlanmaları .....	16
1.2.1	Ohm Kanunu .....	16
1.2.1.1	Dirençlerin Seri Bağlanmaları ve Kirşof'un Gerilimler Kanunu .....	16
1.2.1.2	Dirençlerin Paralel Bağlanmaları ve Kirşof'un Akımlar Kanunu .....	17
1.2.1.3	Seri – paralel bağlı devreler .....	17
1.3	Gerçek ve İdeal Gerilim Ve Akım Kaynakları .....	20
1.3.1	Üreteçlerin seri ve paralel bağlanmaları üreteçlerin seri bağlanmaları .....	21
1.3.1.1	Üreteçlerin Paralel Bağlanmaları .....	21
1.4	DC Devre Çözüm Yöntemleri .....	21
1.4.1	Düğüm Gerilimleri Yöntemi .....	22
1.4.1.1	Düğüm gerilimleri yöntemi özel durumlar .....	23
1.4.2	Çevre Akımları Yöntemi .....	25
1.4.2.1	Çevre akımları yöntemi özel durumlar .....	28
1.4.3	Kaynak dönüşümü .....	29
1.4.4	Thevenin Ve Norton Eşdeğer Devreleri .....	31
1.4.5	Maksimum Güç Transferi .....	38
1.4.6	Süperpozisyon Metodu .....	40
1.4.7	Millmann Teoremi .....	44
1.4.8	Y ve $\Delta$ Devreler .....	45
1.4.8.1	Dönüşüm Formülleri .....	45
1.5	Elektrik Devrelerindeki Kısa Süreli Depo Elemanları Kondansatörler .....	46
1.5.1	Kondansatörlerin çeşitli bağlantıları .....	48
1.5.1.1	Paralel Bağlantı .....	48
1.5.1.2	Seri Bağlantı .....	48
1.5.2	Doğru akımda kondansatör .....	49
1.5.2.1	Gerilim uygulanan bir kondansatörde gelişen olaylar .....	49

1.6	Elektromanyetizma.....	51
1.6.1	Bobin Etrafındaki Manyetik Alan.....	51
1.6.2	Manyetik alan içinde akım taşıyan iletken.....	52
1.6.3	Manyetik Direnç (Relüktans).....	52
1.6.4	İndüksiyon akımı .....	52
1.6.5	Özindüksiyon e-m-k ve endüktans.....	52
1.7	Doğru Akımda Bobin .....	53
1.7.1	Gerilim Uygulanan Bir Bobinden Geçen Akım.....	53
1.7.1.1	Zaman Sabitesi .....	54
1.7.1.2	Uygulanan Gerilimi Kesilmiş Bir Bobinde Akımın Gözlenmesi .....	54
1.7.1.3	Bir Bobinde Depo Edilen Enerji .....	54
1.7.2	Bobinlerin kendi aralarında bağlanmaları.....	54
1.7.2.1	Seri Bağlantı .....	54
1.7.2.2	Paralel Bağlantı .....	55
1.8	Uluslar Arası Birim Sistemi (SI) Alt Ve Üst Katları.....	55
1.9	Kondansatör Üzerinde Renk, Rakam Ve Harflerin Okunması.....	55
1.9.1	Kondansatörlerin seçimi .....	56
1.9.2	Direnç seçimi .....	57
1.9.2.1	Direnç Kodları.....	57
2	SAYISAL SİSTEMLER .....	59
2.1	Sayı Sistemleri.....	59
2.2	Kod Sistemleri .....	63
2.2.1	BCD 8421 Kodu .....	63
2.2.2	EXCESS -3 Kodu .....	64
2.2.3	Gray kodu.....	65
2.3	Mantık Kapıları ve Devreleri.....	66
2.3.1	Giriş.....	66
2.3.2	Mantık Kapıları.....	68
2.3.2.1	Değil Kapısı (Tersleyici) (NOT).....	68
2.3.2.2	Ve Kapısı (AND gate).....	69
2.3.2.3	Veya Kapısı (OR gate).....	70
2.3.2.4	Vedeğil Kapısı (NAND - NOT AND gate).....	70
2.3.2.5	Veya Değil Kapısı (NOR - NOT OR gate).....	71
2.3.2.6	Özel Veya Kapısı (Exclusive-OR EXOR gate).....	71
2.3.2.7	Özel Veya Değil Kapısı.....	72
2.3.2.8	Buffer Gate (Tampon kapısı) .....	73
2.4	Boolean Matematiği .....	74
2.4.1	Boolean Matematiğinde Hesaplamalar : .....	74

2.4.2	Karno haritası.....	76
2.4.2.1	Değişken sayısına göre karno hazırlama.....	77
2.4.2.2	Tablodan karno haritasına geçiş.....	77
2.4.2.3	Karnodan Lojik devre tasarlama.....	78
2.5	FLİP - FLOP 'LAR.....	78
2.5.1	Flip- Flop Tipleri.....	78
2.5.1.1	R-S (reset-set) tipi Flip-Flop.....	79
2.5.1.2	Tetiklemeli R-S (reset-set) tipi Flip - Flop.....	79
2.5.1.3	D (data) tipi Flip – Flop.....	80
2.5.1.4	T (toggle) tipi Flip - Flop.....	80
2.5.1.5	J - K tipi Flip - Flop.....	80
2.5.1.6	Master - Slave tipi Flip - Flop.....	81
2.6	Sayıcılar.....	81
2.6.1	Asenkron sayıcılar.....	81
2.6.1.1	Asenkron yukarı sayıcı.....	82
2.6.1.2	Asenkron aşağı sayıcı.....	84
2.7	Hafıza Birimleri ve Mikroişlemcilerle Kullanılmaları.....	87
2.7.1	Hafıza Birimlerinin Tanımları, Fonksiyonları.....	87
2.7.1.1	ROM (Read Only Memory – Salt Okunabilir Hafıza).....	87
2.7.1.2	RAM Türü Hafıza Çeşitleri ve Fonksiyonları.....	88
3	ELEKTRONİK.....	89
3.1	İletken, Yarı İletken ve Yalıtkanlar.....	89
3.2	Diyotlar.....	92
3.2.1	PN Bağlantısı.....	92
3.2.2	Diyodun ohmmetre ile test edilmesi.....	98
3.2.3	Diyodlar ve uygulamaları.....	99
3.2.3.1	Yarım dalga doğrultucuları.....	99
3.2.3.2	Tam dalga doğrultucuları.....	102
3.2.3.3	Diyod limitleme devreleri.....	105
3.2.3.4	Kenetleme devreleri.....	107
3.3	Diyot Çeşitleri.....	108
3.3.1.1	Zener Diyot.....	108
3.3.1.2	Tunel Diyot.....	108
3.3.1.3	Varikap Diyot.....	109
3.3.1.4	Şotki (Schottky) Diyot.....	109
3.3.1.5	Led Diyot.....	110
3.3.1.6	İnfraruj Led.....	110
3.3.1.7	Foto Diyot.....	110

3.3.1.8	Optokuplörler .....	110
3.3.1.9	İmpatt diyod .....	111
3.4	Bipolar Transistör .....	111
3.4.1	Yapısı ve Sembolü .....	111
3.4.2	Transistörün Çalışması .....	111
3.4.2.1	Aktif Bölge .....	112
3.4.2.2	Doyum Bölgesi .....	113
3.4.2.3	Kesim Bölgesi .....	113
3.4.2.4	Ters Çalışma Bölgesi .....	113
3.4.3	Ortak Tabanlı Devre .....	114
3.4.4	Ortak Emiterli Devre .....	117
3.4.5	Ortak Kollektörlü Devre .....	120
3.4.6	Kutuplama Devreleri .....	120
3.4.6.1	Taban DC Öngerilimleme .....	121
3.4.6.2	Emiter Dirençli DC Öngerilimleme .....	122
3.4.6.3	Gerilim Bölücü ile DC Öngerilimleme .....	122
3.4.6.4	Geribeslemeli DC Öngerilimleme .....	124
3.4.7	Darlington Bağlantı .....	127
3.4.8	Transistörün Anahtar Olarak Kullanılması .....	127
3.4.9	İnverter Devresi .....	127
3.4.10	Transistör Katalog Bilgileri .....	129
3.5	FET (Alan Etkili Transistör) .....	129
3.5.1	FET transistörün öngerilimlenmesi .....	133
3.6	Farksal ve Ortak Mod Operasyonu .....	134
3.6.1	Ortak mod rejeksiyonu .....	136
3.7	İşlevsel Yükseltici Temelleri .....	138
3.7.1	Pratik opamp devreleri .....	139
3.7.1.1	Eviren yükselteç .....	139
3.7.1.2	Evirmeyen yükselteç .....	140
3.7.1.3	Gerilim izleyici .....	140
3.7.1.4	Toplayıcı yükselteç .....	141
3.7.1.5	Çıkarıcı yükselteç .....	141
3.7.1.6	İntegral alıcı .....	146
3.7.1.7	Türev (diferansiyel) alıcı .....	148
3.7.2	Pasif filtreler .....	148
3.7.3	Kazanç Eğrilerinin Karakteristik Özelliklerine Göre Filtreler .....	148
3.7.3.1	Butterworth süzgeç .....	148
3.7.3.2	Chebyshev süzgeç .....	149

3.7.3.3	Eliptik süzgeç (Cauer süzgeç) .....	149
3.7.4	Geçirgen Oldukları Frekans Bandına Göre Filtreler .....	150
3.7.4.1	Alçak geçiren filtreler .....	150
3.7.4.2	Yüksek geçiren filtreler .....	152
3.7.4.3	Band durduran filtreler .....	153
3.7.4.4	Band geçiren filtreler .....	156
3.8	Transistör Ac Analizi .....	158
3.8.1	Küçük Sinyal Analizi .....	158
3.8.2	Transistörün Karma Eşdeğer Devresi .....	158
3.8.3	Transistörün re modeli .....	161
3.8.4	Ortak Bazlı Devre .....	162
3.8.5	Ortak Emiterli Devre .....	163
3.8.6	Transistör Küçük Sinyal Analizi .....	164
3.8.7	Ortak Emiterli Bağlantının Küçük Sinyal Analizi .....	164
3.8.8	Gerilim Bölücülü Bağlantının Küçük Sinyal Analizi .....	166
3.8.9	Ortak Emiterli Köprülenmemiş Bağlantının Küçük Sinyal Analizi .....	167
3.8.10	Emiter İzleyici Bağlantının Küçük Sinyal Analizi .....	168
3.8.11	Ortak Bazlı Devrelerin Küçük Sinyal Analizi .....	169
3.8.12	Kollektör Geri Beslemeli Devrelerin Küçük Sinyal Analizi .....	170
4	HABERLEŞME SİSTEMLERİ .....	174
4.1	Giriş .....	174
4.2	Bir Haberleşme Sisteminin Bileşenleri .....	174
4.2.1	Haber (Bilgi) Kaynağı .....	174
4.2.2	Giriş dönüştürücüsü .....	175
4.2.3	Çıkış dönüştürücüsü .....	175
4.3	Temel bileşenler .....	175
4.3.1	Verici .....	175
4.3.2	İletim ortamı (Haberleşme kanalı) .....	176
4.3.2.1	Tel hatlı kanallar .....	176
4.3.2.2	Fiber optik kanallar .....	176
4.3.3	İletim Ortamından Kaynaklanan Bozulmalar ve Gürültü .....	176
4.3.4	Frekans, Periyot ve Dalga Boyu .....	177
4.3.4.1	Frekans .....	177
4.3.4.2	Periyot .....	178
4.3.4.3	Dalga Boyu .....	178
4.4	Haberleşme Sistemlerinde Güç Oranı Ve İşaret Düzey Birimleri .....	179
4.4.1	Bell ve Decibell .....	179
4.4.2	Referans Düzeyli Decibell .....	179

4.5	Frekans Domeninde Analiz .....	180
4.5.1	Spektrum Kavramı .....	181
4.5.2	Fourier Dönüşümü .....	181
4.5.3	Fourier Kuramı.....	182
4.6	Sürekli Dalga Modülasyon İlkeleri .....	183
4.6.1	Modülasyon.....	183
4.6.2	Modülasyonun Gerekliği .....	183
4.6.3	Modülasyon Çeşitleri .....	183
4.6.4	Genlik Modülasyonu.....	184
4.6.5	Genlik Modülatörü.....	184
4.6.5.1	Çift Yan Bandlı Tam Taşıyıcılı GM .....	184
4.6.5.2	Güç hesaplamaları .....	188
4.6.5.3	Akım hesaplamaları.....	188
4.6.5.4	Modülasyon indisi ve yüzdesi .....	189
4.6.5.5	Bant genişliği.....	190
4.6.6	Tek Yan Bant (SSB-Single Side Band) Modülasyon .....	195
4.6.6.1	SSB Modülasyonunun Elde Edilmesi .....	195
4.6.6.2	İki Filtre Kullanan SSB Verici .....	195
4.6.6.3	SSB de Bant Genişliği.....	195
4.6.6.4	Genlik Modülasyonunun Özellikleri .....	195
4.6.7	Frekans Modülasyonu .....	196
4.6.7.1	Frekans Kayması .....	197
4.6.7.2	Frekans modülasyonunun analizi .....	197
4.6.7.3	Frekans Modülasyon İhtiyacı .....	198
4.6.7.4	Frekans Modülasyonunda Bant Genişliği .....	198
4.6.7.5	Frekans Modülasyonunun Özellikleri: .....	200
4.7	GM ve FM Uygulamaları .....	200
4.7.1	GM Vericiler.....	200
4.7.1.1	Genlik Modülasyonu Üreten Devreler .....	200
4.7.1.2	Yüksek ve Alçak Seviyeli Modülasyon .....	201
4.7.1.3	GM Verici Sistemleri .....	202
4.7.1.4	Stereo Yayın.....	202
4.8	FM Vericiler .....	203
4.8.1.1	Kapasitif mikrofon yöntemi .....	203
4.8.1.2	Varaktör diyot yöntemi .....	203
4.8.1.3	Reaktans modülatör.....	204
4.8.1.4	Entegre devre VCO ile FM üretimi.....	204
5	MİKROİŞLEMCİLER .....	205

5.1	Mikroişlemciler ve Mikrodenetleyiciler .....	205
5.1.1	Basitten Karmaşığa Mikroişlemci Yapısı .....	208
5.2	Mikrodenetleyicilerin Gelişimi.....	212
5.3	Mikrodenetleyici Seçimi.....	213
5.4	Mikrodenetleyicilerin Yapısı.....	214
5.5	Mikrodenetleyici Mimarileri .....	214
5.5.1	Mikrodenetleyici / Mikrobilgisayar Tasarım Yapıları .....	214
5.5.1.1	Von Neuman (Princeton) Mimarisi.....	214
5.5.1.2	Harvard Mimarisi .....	216
5.5.2	Mikroişlemci Komut Tasarım Mimarileri.....	217
5.5.2.1	CISC (Complex Instruction Set Computer) Mimarisi.....	217
5.5.2.2	RISC ( Reduced Instruction Set Computer) Mimarisi .....	218
5.5.2.3	EPIC Mimarisi.....	220
5.5.2.4	DSP (Dijital Signal Processing -Dijital Sinyal işleme).....	221
5.6	Mikrodenetleyicilerin Başarım Ölçütleri .....	221
5.6.1	Başarım Tanımı.....	222
5.6.2	Ölçme Koşulları ve Ölçme Birimleri .....	223
5.6.3	Yaygın Kullanılan Yanıltıcı Başarım Ölçütleri.....	224
5.6.3.1	MIPS Başarım Ölçümü .....	224
5.6.3.2	MIPS Ölçümünü Kullanmanın Sakıncaları.....	224
5.6.3.3	Tepe MIPS.....	225
5.6.3.4	Göreceli MIPS .....	226
5.6.3.5	MFLOPS ile Başarım Ölçümü .....	226
5.6.3.6	Normalize MFLOPS .....	226
5.6.3.7	Tepe MFLOPS .....	226
5.6.3.8	Başarım Değerlendirme Programlarının Seçimi .....	226
5.6.3.9	Toplam Çalışma Zamanının Hesaplanması.....	227
5.7	PIC Mikrodenetleyicilerin Tanıtımı .....	229
5.7.1	PIC Mimarisi.....	230
5.7.2	PIC Program Belleği .....	230
5.7.3	Diğer Özelliklerine Göre PIC'ler .....	230
5.7.4	PIC'lerin Diğer Mikrodenetleyicilere Göre Üstün Kılan Özellikleri.....	231
5.7.5	PIC Donanım Özellikleri.....	232
5.7.5.1	PIC'lerin Temel Elemanları .....	233
6	SİNYAL VE SİSTEMLER .....	236
6.1	Sürekli Ve Ayırık Sinyaller .....	236
6.2	Sinyaller Üzerinde Temel Uygulamalar .....	237
6.2.1	Genlik Ölçeklendirme .....	237



6.2.2	Zaman Ölçeklendirme.....	237
6.2.3	Yansıma Ve Zaman Tabanında Kayma .....	238
6.2.4	Sinyallerin Toplanması .....	240
6.2.5	Çift Ve Tek Sinyaller .....	243
6.2.6	Bazı Temel Sinyaller.....	245
6.2.6.1	Üstel Sinyal .....	245
6.2.6.2	Sinüzoidal Sinyal.....	247
6.2.6.3	Karmaşık Üstel.....	251
6.2.6.4	Birim Adım Ve Birim İmpuls.....	256
6.3	Sistem Tanımlamaları.....	260
6.3.1	Giriş.....	260
6.3.2	Sistem Modeli .....	261
6.3.3	Sistemlerin Sınıflandırılması .....	262
6.3.3.1	Sürekli/Ayrık Sistemler.....	262
6.3.3.2	Doğrusal/Doğrusal Olmayan Sistemler.....	263
6.3.3.3	Zamanla Değişmeyen/ Zamanla Değişen Sistemler.....	264
6.3.3.4	Anlık/ Anlık Olmayan Sistemler ; Nedensel/ Nedensel Olmayan Sistemler .....	264
6.3.3.5	Kararlı/Kararsız Sistemler.....	266
6.3.4	Sistem Modelinin Elde Edilmesi (Sürekli Sistemler) .....	267
6.4	Fourier Dönüşümü.....	267
6.5	Sürekli Sistemler İçin Fourier Dönüşümü.....	268
6.5.1	Fourier Serilerinden Fourier Dönüşümüne .....	268
6.5.2	Fourier Dönüşümlerinin Birincil Özellikleri : .....	275
6.5.2.1	Tek ve Çift Simetrisi.....	275
6.5.3	Doğrusallık.....	276
6.5.4	Zaman Ölçeklendirme.....	276
6.5.4.1	Zaman Tabanında Kayma Özeliği.....	278
6.5.4.2	Frekans Kayması ve Modülasyon Özeliği .....	279
6.5.5	Sinyal Enerjisi : Güç Enerjisi.....	283
6.5.5.1	Fourier Dönüşümü Terimlerinde Sistem Tepkisi.....	287
6.5.6	Ayrık Sinyaller İçin Fourier Metotları .....	290
6.5.6.1	Ayrık Zaman Fourier Serileri.....	290
6.5.7	Ayrık Zaman Fourier Dönüşümü.....	292
6.5.7.1	Ayrık Fourier Dönüşümü (DFT).....	295
6.6	Laplace Dönüşümü.....	299
6.6.1	Tek Taraflı Laplace Dönüşümü .....	300
6.6.2	Dönüşümün Elde Edilmesi: .....	300
6.6.3	Laplace Dönüşümünün Özellikleri .....	302

6.6.3.1	Zaman Türevi .....	303
6.6.3.2	Başlangıç ve Sonuç Değer Teoremleri .....	303
6.6.3.3	Sistem Analizinin Uygulaması .....	305
6.6.3.4	Diferansiyel Eşitlik Yardımıyla Tepki .....	305
6.6.3.5	Birinci ve İkinci Dereceden Sistemler İçin Basamak Tepkisi .....	314
6.6.3.6	Birinci Dereceden Tepki .....	315
6.6.3.7	İkinci Dereceden Tepki .....	316
6.7	z Dönüşümü .....	323
6.8	Örnekleme ve z Dönüşümü .....	323
6.8.1	Birim örneğin z dönüşümü .....	325
6.8.2	Birim basamağın z dönüşümü .....	325
6.9	z Dönüşümünün Tersisi : .....	328
6.9.1	Kısmi kesir genişlemesi yardımıyla tersleme .....	328
6.9.2	Bir güç dizisi olarak genişleme .....	329
6.9.3	Fark Denklemlerinin Çözümünde z Dönüşümünün Kullanılması : .....	330
7	OTOMATİK KONTROL SİSTEMLERİ .....	334
7.1	Giriş .....	334
7.2	Genel Tanımlar .....	336
7.3	Kontrol Sisteminin Türleri .....	338
7.4	Açık Çevirim Kontrol Sistemi .....	338
7.5	Kapalı Çevirim Kontrol Sistemi .....	339
7.6	Geri Besleme Çeşitleri .....	341
7.7	Blok Diyagramları .....	341
7.7.1	Blok diyagramı elemanları .....	342
7.7.2	Blok Diyagramının Temel Özellikleri .....	342
7.7.3	Blok Diyagramlarının İndirgenmesi .....	342
7.7.4	Blok Diyagramı İndirgeme Kuralları .....	343
7.7.5	Karmaşık Blok Diyagramlarının İndirgenmesi .....	344
7.7.6	Çok Girişli Tek Çıkışlı Kontrol Sistemine Örnekler .....	347
7.7.7	Kontrol Sistemlerinin Matematiksel Modelleri .....	351
7.7.8	Laplace Transformasyonu .....	351
7.7.9	Laplace Transformu Örnekleri .....	351
7.7.10	Ters Laplace Dönüşümü .....	354
7.7.10.1	Sinyal Akış Grafikleri .....	355
7.7.10.2	Blok Diyagramlarının Sinyal Akış Grafikleri .....	356
7.7.10.3	Sinyal Akış Profillerinin Matematiksel Tanımları .....	357
7.8	Otomatik Kontrol .....	359
7.8.1	Kontrol Sistemi Elemanları .....	360

7.8.1.1	Kontrol elemanı.....	360
7.8.1.2	Ölçme elemanı .....	360
7.8.1.3	Sürücü devre.....	360
7.8.1.4	Sistem.....	361
7.8.2	Otomatik kontrol türleri.....	361
7.8.3	Açık – Kapalı Kontrol ( On – Off ) .....	361
7.8.4	Oransal (Proportional ) Kontrol .....	364
7.8.5	İşlemsel Yükseltecin İntegral Devresi Olarak Çalıştırılması .....	369
7.8.6	Oransal + Türevsel Kontrol ( Pd , Proportional + Derivative ).....	371
7.8.7	Oransal + İntegral + Türevsel Kontrol ( Pıd ).....	373
7.8.8	Zaman Oransal Kontrol ( Time Proportional ) .....	373
7.8.9	Bulanık Mantık ( Fuzy Logik ) Kontrol Yöntemi.....	374
8	Kaynaklar .....	375

# 1 DEVRE ANALİZİ

## 1.1 Elektrik Enerjisinde Temel Kavramlar

İki farklı elektrik yükü ile yüklenmiş, iyonlaşmış atomların bulunduğu bir sistemde yüklerin arasında sahip oldukları potansiyel enerjilerinden dolayı bir potansiyel fark bulunur. Bu fark gerilim olarak tanımlanır. Pozitif ve negatif elektrik yüklerini ayırarak birer kutupta toplayan aygıtlar üreteç, veya gerilim kaynaklarıdır. 1 Coulomb'luk bir yükün potansiyel enerjisi 1 Joule ise potansiyeli 1 Volt (Joule/ Coulomb veya Newton.metre / Coulomb) dur.

Bilinen 109 tür element metal, ametal ve yarı metaller olarak sınıflandırılır. Metaller elektriği iletirken, ametaller elektriği iletmezler. Yarı metaller ise metaller ile ametaller arasında bir yer alırlar. Bir elementin bu tür sınıflandırılmasında etken olan serbest elektronlarının sayısıdır. Şu halde serbest elektronları fazla olanlar metallerdir.

Başka bir yaklaşımla maddenin atomlarının son yörüngelerindeki elektron sayıları maddenin iletken, yalıtkan ve yarı iletken olmasına etkindir. Atomlarının son yörüngelerinde dörtten az elektronu bulunanlar iletken, dörtten fazla elektronu bulunanlar yalıtkan ve dört elektronu bulunanlar yarı iletkenler sınıfına girmektedir.

Bir gerilim kaynağının iki kutbu arasına bir iletken yerleştirilirse kaynağın pozitif kutbu tarafından negatif kutuptaki elektronlar çekilirken kutuptaki pozitif yüklerde negatif yüke doğru hareket ederler. Bu hareket serbest elektronların gelişi güzel yönde hareketlerinin pozitif kutup tarafından belirli bir yöne (yine pozitif kutba) doğru olmalarını sağlar. Bir iletken içerisindeki elektrik taneciklerinin hareket etmesine elektrik akımı denir. Taşıdıkları elektrik yükleri miktarı  $1.60 \times 10^{-19} C$  olan elektronların  $6,242.10^{18}$  tanesinin bir iletkenin bir saniyede geçmeleri, kullandığımız elektrik akım şiddeti olan 1 Amper'e (Coulomb/s) eşittir. Elektrik akımı pozitif yüklerin hareketi olduğundan yönü de kaynağın pozitif kutbundan negatif kutbuna doğrudur.

$$I = Q / t$$

**Örnek :** Bir iletkenin 0,5 saniyede 4 C'luk elektrik yükü geçmektedir. Bu iletkenin geçen akım kaç Amperdir?

**Çözüm**

$$I = Q / t = 4/0,5 = 8 \text{ A}$$

### 1.1.1 Potansiyel fark ile akım arasındaki sabit ilişki

Bir iletkenin geçen akım şiddeti iletkenin iki ucu arasına uygulanmış potansiyel farkın büyüklüğüne bağlıdır. Bu kuvvetin büyük olması akımın büyük olmasına, yani elektronların iletkenin geçiş hızının artarak daha kısa zamanda daha çok elektronun geçişine neden olur. Burada akım ile gerilim arasında orantılı bir büyüklüğün varlığı ortaya çıkar. Bu elektrik direnci olarak tanımlanır. 1 Volt gerilim uygulandığında 1 Amper akım geçiyorsa direnç 1 ( $\Omega$ ) dur. Genel ifadelerle gerilimi (U) ile akımı (I) ile ve bunların birbirine oranı olan direnci (R) ile gösterdiğimizde Ohm Kanunu karşımıza çıkar.

$$R = U / I \text{ Ohm } (\Omega)$$

**Örnek :** 10 Voltluk bir gerilimin 5mA akım geçirdiği bir sistemde direnç değeri ne kadardır?

**Çözüm:**

$$R = U / I = 10 / 5.10^{-3} = 2000 \Omega$$

## 1.1.2 Doğru gerilim kaynakları

Doğru gerilim elde edilen kaynakların genellemesini yaparsak pil, akümülatör, doğru gerilim dinamosu ile alternatif gerilimi doğru gerilime çeviren doğrultma devreleridir.

### 1.1.2.1 Piller

Alessandro Volta'nın buluşuyla keşfedilen piller kimyasal enerjiyi elektrik enerjisine dönüştüren aygıtlardır. Piller şu şekilde sınıflanabilir:

- 1-) Atom pili
- 2-) Yakıt pili
- 3-) Güneş pili
- 4-) Kuru pil
- 5-) Sıvı piller
- 6-) Gazlı piller

Atom pili uranyum ve grafit bloklardan oluşan ve nükleer enerjiden elektrik enerjisi elde etmeye yarayan pillerdir. Yakıt pili dışarıdaki yakıttan örneğin: hidrojen ve oksijen gibi, elektrik enerjisi elde etmeye yarayan düzeneklerdir. Güneş pilleri veya foto piller amorf silisyum kristallerinden elde edilen P- N kavşaklı bir yarıiletken yapıdır. Kuru pilde elektrot olarak Çinko ve Karbon kullanılır. Sıvı pillerde elektrolit sıvıdır. Basınç altındaki gaz içinde olan piller gazlı pil olarak adlandırılır.

Gündelik hayatta kullandığımız piller ise kuru piller olup, çeşitli boylarda ve güçlerde imal edilirler. Pillerin ürettiği voltaj üzerlerinde yazılıdır. Pillerin eskimesi halinde bu voltaj değerinde düşme meydana gelir.

Gündelik kullanımda ki piller iki tiptir:

1. Şarj edilebilen piller
  - a) Nikel Kadmiyum piller
  - b) Nikel Metal Hidrit piller
  - c) Lityum İyon piller
2. Şarj edilemeyen piller
  - a) Muhtelif alkali piller
  - b) Gümüş oksit piller
  - c) Çinko - Karbon pilleri
  - d) Civalı piller



### Nikel kadmiyum piller :

Nikel-Kadmiyum pil pozitif elektrot (katot) olarak Nikel-Oksit, negatif elektrot (anot) olarak bir Kadmiyum karışımı ve elektrolizinde Potasyum-Hidroksit kullanan pildir. Nikel Kadmiyum pil şarj edilebilir. Böylelikle defalarca kullanabilirsiniz.

Şarjlı halde 1.44 volt maksimum voltaja sahiptir. Boş halde 1.2 volta tutulmalıdır. Bu pillerin verimli kullanılması için 1.1 volt pil geriliminde mutlaka tekrar şarj edilmeleri gerekir. Tüm pillerin üzerinde mevcut olan pilin akım gücünü gösteren bir rakam mevcuttur Nikel-Kadmiyum piller akım şarjına tabidirler. Şarj voltajları 1000 volta kadar çıkabilir. Ni- Cd piller üzerlerinde yazılı olan mA/saat değeri ne ise o değerin onda biri kadar bir akım ile 14 saat şarj edilirler. Ama çoğu zaman hızlı şarj devreleri ile çabuk şarj gerekli olur. Bu durum pilin ömrünü kısaltır ve genellikle pilleri 1

saatte şarj edecek kadar akım basılır. Bu durumda 400 - 1000 mA gibi yüksek bir şarj akımı uygulanır. Bir Nikel Kadmiyum pilin şarj olduğunu, sıcaklığının artmasından da anlayabiliriz; çünkü bu durumda kimyasal reaksiyon bitmiş verilen enerji ısı enerjisine dönüşmekte demektir. Bu tip pilleri şarj etmek için yapılacak şarj cihazının voltajını yüksek tutmak ve akım regülasyonu yapmak gerekir.

Nikel - Kadmiyum pillerin şarjında değişik teknikler kullanılır, bunlar pilin ömrünü uzatmak için yapılan işlemlerdir. Pil yarı boşalmış halde iken şarj edilmez, aksi halde pil hafızasında tuttuğu bu noktadan ileriye doğru şarj olur bu da kapasitesini düşürür. Bu tip piller önce boşaltılır, sonra şarj edilir. Tricle şarj tekniği denen bir teknik de gelişmiş şarj cihazlarında mevcuttur. Bu teknikte düşük akım kullanılır.

Bu pillerin kullanım yerleri Cep telefonları, Telekomünikasyon ekipmanları, Taşınabilir görsel-işitsel donanım, Acil durum lambaları vb.

### **Nikel metal hidrit piller :**

Nikel Kadmiyum pillerden sonra piyasaya çıkan bir pildir. Ni-Cd pillere göre daha yüksek kapasiteye sahiptir. Ni-Cd piller gibi şarj edilirler. Her iki pilin de bir iç direnci vardır, bu direnç Ni-Cd pillerde daha yüksektir, bu nedenle kullanılmadığında bu piller kendi içinden bir akım akıtır ve boşalırlar, bu olay Ni-MH pillerde daha çabuk olur ve daha kısa sürede boşalırlar. 1,2 ~ 1,6 saat içinde şarj olur.

Kullanım alanları, diz üstü bilgisayarlar, Cep telefonları, PHS telefonlar, telekomünikasyon cihazları, video kameralar, dijital kameralar, elektrikli diş fırçaları, çeşitli taşınabilir cihazlar.

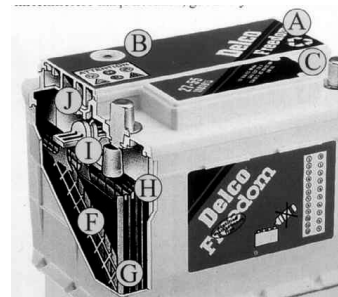
### **Lityum-İyon piller :**

Diğer şarj edilebilen pillere göre daha yüksek kapasiteleri olan pillerdir. Hafif piller olup, kendi kendine boşalmaları yavaştır. Şarj edilmeleri biraz daha güçtür, fakat bir yandan kullanılır bir yandan da şarj edilebilirler. Hem voltaj hem de akım regülasyonu ile şarj edilirler. Çok düşük sıcaklıklarda kullanılmaya uygundur. Tek bir lityum pil yaklaşık 3V bir çıkış üretir.

Kullanım Alanları; flaş kullanan tamamen otomatik fotoğraf makineleri, ışıklandırma, radyolar, elektronik kilitler, tıbbi cihazlar, su, gaz, elektrik sayaçları, hafıza yedekleme üniteleri.

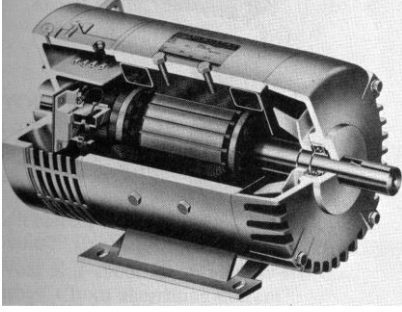
### **Akümülatörler (Akü)**

Kimyasal enerjinin elektrik enerjisine dönüştürüldüğü diğer bir aygıtta akümülatördür. Pillerden farklı olan yönü elektrotların bir elektrolitin içinde olmalarıdır. Ağırlıkla her tür taşıtta kullanılmakla beraber telefon santrallerinde, telsizlerde, kesintisiz güç kaynaklarında kullanılmaktadır. Normal şarj için akü kapasitesinin 1/10' u kadar akım verilerek 24 saat süresince şarj yapılır.



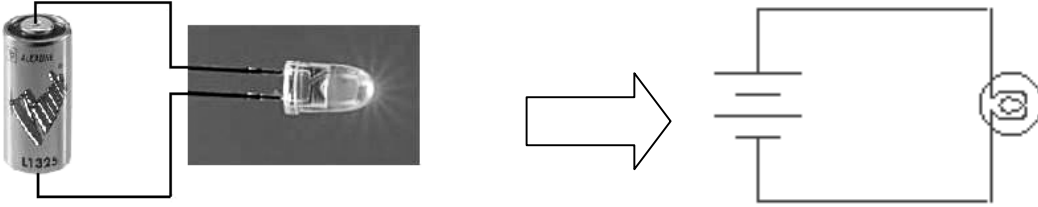
### **Dinamolar**


Doğru gerilim kullanılan yerlerde daha büyük güçlere ihtiyaç duyulduğunda elektromanyetik indüksiyon prensibi ile çalışan dinamolar kullanılır. Çalışma prensibi manyetik alan içerisinde bir iletkenin hareket ettirilmesi ile bir elektro-motor-kuvvet indüklenmesi olarak açıklanabilir.



### 1.1.3 Sembolik elektrik devresi

Devre analizinin yapılmasında elektrik devre sembolleri kullanılmaktadır. Her bir devre elemanı için farklı semboller kullanılarak elektrik devreleri kağıt üzerinde kolayca gösterilir.



Doğru gerilim kaynağı ;  $\begin{array}{c} + \\ | \\ - \end{array}$   $U, E$  , Devredeki alıcı vb eleman ;  $R$  

### *Farklı bir yaklaşımla direnç*

Bir elektrik devresinde gerilim ile akım arasındaki orana direnç demiştik. Şimdi bir düşünelim. Bütün maddelerin, elektriksel özelliklerine göre iletken, yalıtkan ve yarı iletkenler olarak sınıflandırıldığını biliyoruz. O halde gerilim kaynakları, alıcılar, iletken teller ve akla gelebilecek her türlü elektrik araç-gereçleri ve malzemeler de farklı türdeki maddelerden yapıldıkları için bir dirence sahiptirler. Yani bir gerilim kaynağı da elektrik akımına karşı direnç gösterir, bir alıcı da, iletken teller de. O halde yapılan tanım direnç için genel bir tanımlamadır.

Elektrik ve elektronik devrelerde direnç bir devre elemanı olarak ta karşımıza çıkar. Bu direnç genel olarak devrede akımı sınırlamak ve/veya gerilimi bölmek amacıyla imal edilen bir elemandır.

### 1.1.4 Devre elemanı olarak dirençler ve çeşitleri

Devrelerde kullanılan dirençleri üçe ayırabiliriz. Bunlar: Sabit dirençler, Ayarlı dirençler, Özel dirençler.

#### 1.1.4.1 Sabit Dirençler

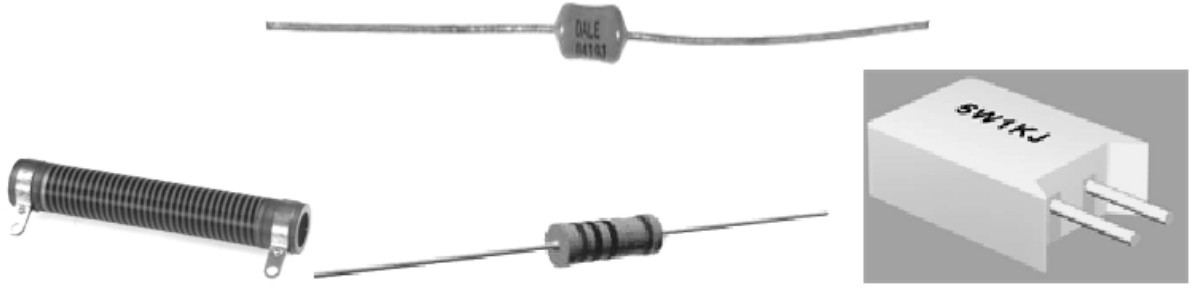
Bu dirençler Karbon film dirençler, Tel (rezistanslı) dirençler, Film dirençler, Cerment dirençler şeklinde sınıflandırılabilir.

**Karbon dirençler:** Elektronik devrelerde en çok kullanılan dirençlerdir. Küçük güçlerde yapılırlar. Karbon dirençler karbon ve plastik karışımı bir malzemeden yapılırlar.

**Tel (rezistanslı) dirençler:** Porselen veya seramik üzerine krom-nikel tel sarılarak elde edilirler.

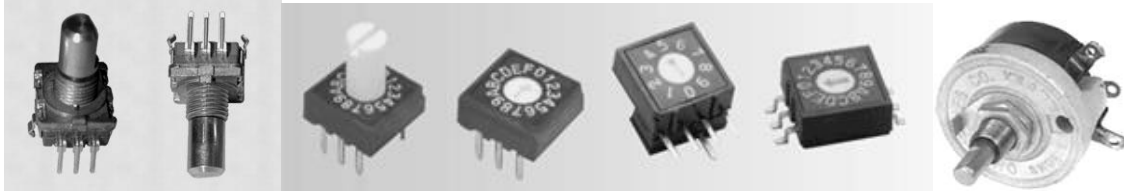
**Film dirençler:** Karbon film dirençler ve metal film dirençler olmak üzere iki çeşittirler.

**Cerment dirençler:** Porselen üzerine yüksek sıcaklıklarda karbon kaplayarak elde edilir. Çok hassas ve kararlıdır.



#### 1.1.4.2 Ayarlı Dirençler

Üzerinde yazılı direnç değeri isteğe göre ayarlanarak değeri değiştirilebilen dirençlerdir. Ayarlı dirençler Potansiyometreler, Trimpotlar, Reostalar olarak üç grupta toplanır.

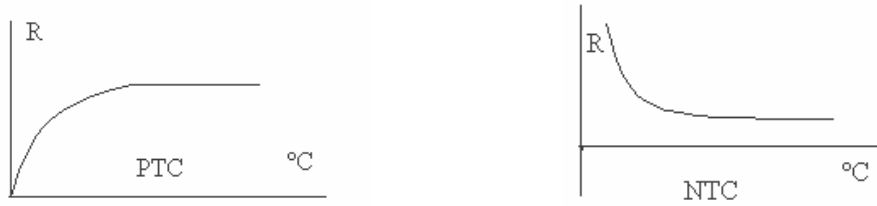


#### 1.1.4.3 Özel Dirençler

Bu grup dirençler, Foto dirençler, Termistörler, Varistörlerdir.

**Foto dirençler:** Üzerine ışık düşürüldüğünde direnç değeri değişen dirençlerdir. LDR olarak da tanımlanırlar.

**Termistörler:** Direnç değeri ısı ile değişen dirençlerdir. Pozitif ısı katsayılı (PTC) ve negatif ısı katsayılı (NTC) olarak iki çeşittir.



**Varistörler:** Direnç değerleri uçlarına uygulanan gerilim ile değişen dirençlerdir. VDR olarak ta tanımlanırlar.





### 1.1.5 Dirençlerin Teknik Özelliklerine Kısa Bir Bakış

Karbon film dirençler 1/8 ... 3W arası %5 veya %10 toleranslı , Metal film dirençler 1/8 ... 3W arası %1, %2 toleranslı, Tel sarım dirençler 0,1...1Kohm 1/2...10W arası %1 , %2 %5 toleranslı, Tel sarım seramik kaplı güç dirençleri ve alüminyum dirençler 0,1...500Kohm 5...500W arası, Tel sarım taş dirençler 0,1...500Kohm , 2...20W arası Ayarlı dirençlerin 1A akım değerine kadar kullanılanlarına potansiyometre , 1A den büyük akımlarda kullanılanlarına ise reosta adı verilir. 1A akım değerine kadar kullanılan Sabit direnç ve potansiyometrelerin yapımında karbon maddesi kullanılır. 1A den büyük akımlarda kullanılan Sabit direnç ve reostaların yapımında ise konstantan, kentol ve magnezyum maddeleri kullanılır.

## 1.2 Temel Elektrik Devre Kanunları ve Dirençlerin Çeşitli Bağlanmaları

### 1.2.1 Ohm Kanunu

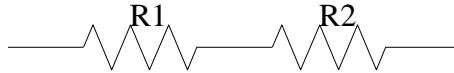
Bir dirençten geçen akım, alıcıya uygulanan gerilimle doğru, devre direnci ile ters orantılıdır.

$$I = U / R$$

Tek bir dirençten oluşan devrede gerilim kaynağı uçlarındaki gerilimin tamamı o direnç uçlarında görülür. Burada gerilim kaynağı ile direncin birbirlerine bağlanmasını sağlayan iletken tellerin dirençleri ihmal edilecek kadar küçük olduğu için dikkate alınmaz.

#### 1.2.1.1 Dirençlerin Seri Bağlanmaları ve Kirşof'un Gerilimler Kanunu

Bir devrede bulunacak direnç sayısı her zaman bir tane değildir. Birden fazla sayıdaki direnç birbirlerine ard arda bağlanmaları ile seri bir bağlantı oluşur.



Şekilde görülen iki dirençli bağlantı uçlarına bir gerilim uygulandığında geçecek olan akımın izleyeceği yol R1 ve R2 dirençleridir. Akımın geçebileceği başka bir yol yoktur. Bu durumda seri bir bağlantıda akım tektir.

R1 direnci üzerinden geçen akım direnç uçlarında Ohm kanununa göre  $U_1 = I \cdot R_1$  gerilimini, R2 direnci üzerinde  $U_2 = I \cdot R_2$  gerilimini gösterir. Geçen akım tek bir gerilim kaynağından sağlandığı için dirençlerin üzerinde bulunan  $U_1$  ve  $U_2$  gerilimlerini aynı kaynak sağlamaktadır. Demek ki, devreye uygulanan gerilim R1 ve R2 dirençleri üzerinde direnç değerlerine bağlı olarak farklı gerilim değerleri görülmesine neden olur.

Kirşof'un gerilimler kanununa göre; seri bir devrede dirençler üzerine düşen gerilimlerin toplamı devreye uygulanan gerilimlerin toplamına eşittir.

Bu durumda ;  $U = U_1 + U_2$  diyebiliriz.

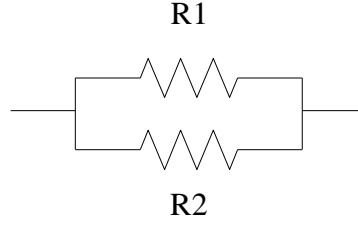
$$U = I \cdot R_1 + I \cdot R_2 \quad \text{şeklinde yazabiliriz. } U = I \cdot (R_1 + R_2)$$

$$U / I = R_1 + R_2 \quad ( U / I = R \text{ olduğundan ) } R = R_1 + R_2 \quad \text{olarak yazılabilir.}$$

R değeri devredeki dirençlerin toplamına eşittir. Bunu genel tanımlamada eşdeğer direnç olarak söyleyebiliriz. Bu durumda toplam direnci (  $R_t$  ) şeklinde göstermenin bir mahzuru yoktur.

$$U = U_1 + U_2 \quad R_t = R_1 + R_2$$

### 1.2.1.2 Dirençlerin Paralel Bağlanmaları ve Kirşof'un Akımlar Kanunu



Şekildeki gibi iki direncin birer uçları kendi aralarında birleştirilerek paralel bağlantı oluşturulur. Bu bağlantıya bir gerilim uygulandığında dirençler bir akım çekecektir.

Kaynaktan çekilen akım düğüm noktasına geldiğinde iki kola ayrılarak R1 ve R2 dirençlerinden geçer. O halde kaynağın sağladığı akım, dirençlerden geçen akımları toplamı kadar olmalıdır.

Kirşof'un akımlar kanununa göre; bir düğüm noktasına gelen akımların toplamı o noktadan ayrılan akımların toplamına eşittir.

$$I = I_1 + I_2$$

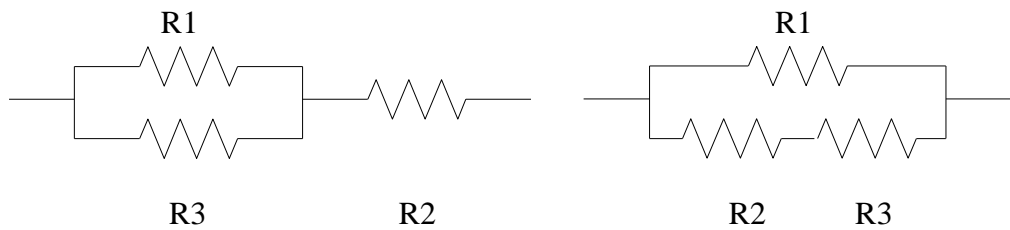
Uygulanan gerilimin her iki direncin uçlarında da aynı değerdedir. Ohm kanununa göre eşitliği şu şekilde yazabiliriz:

$$(U / R) = (U / R_1) + (U / R_2) \quad \text{Buradan eş değer direnç:}$$

$$I = I_1 + I_2 \quad (1 / R_T) = (1 / R_1) + (1 / R_2)$$

### 1.2.1.3 Seri – paralel bağlı devreler

Bir elektrik devresi oluşturulduğunda devrede bulunan dirençlerin sadece seri ve/veya sadece paralel bağlandıklarını söyleyemeyiz. Çoğu zaman bir elektrik devresinde dirençler seri-paralel bağlı durumdadırlar. Böyle devrelerde devre analizini yaparken her şeyden önce hangi dirençlerin seri hangilerinin paralel bağlandıklarını görmemiz gerekir. Bundan sonra yapılacak olan adım adım hesaplama yapmaktır.



#### Örnek:

Üç adet direncin seri bağlandığı bir devreden 2 A akım geçmektedir. Dirençler sıra ile  $R_1=20 \Omega$ ,  $R_2=35 \Omega$  ve  $R_3=15 \Omega$  olduklarına göre kaynak gerilimi ne kadardır?

#### Çözüm:

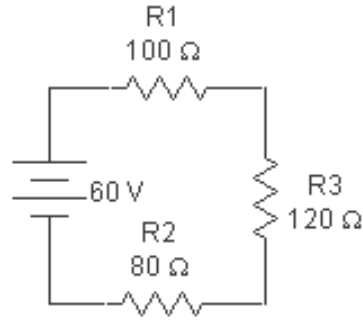
$$U_1 = I \cdot R_1 = 2 \cdot 20 = 40V$$

$$U_2 = I \cdot R_2 = 2 \cdot 35 = 70V$$

$$U_3 = I \cdot R_3 = 2 \cdot 15 = 30V$$

$$U = U_1 + U_2 + U_3 = 40 + 70 + 30 = 140 V$$

### Örnek:



Şekilde verilen devrede toplam direnci, devreden geçen akımı, dirençlerdeki gerilim düşümlerini bulunuz.

$$R_T = R_1 + R_2 + R_3 = 100 + 120 + 80 = 300 \quad \Omega$$

$$I = \frac{U}{R_T} = \frac{60}{300} = 0,2 \quad A$$

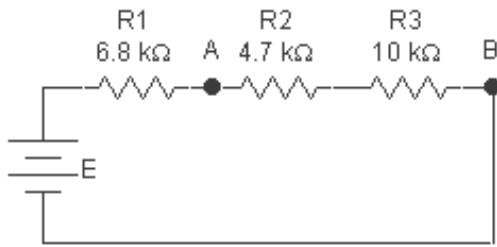
$$U_1 = I.R_1 = 0,2.100 = 20 \quad V$$

$$U_2 = I.R_2 = 0,2.80 = 16 \quad V$$

$$U_3 = I.R_3 = 0,2.120 = 24 \quad V$$

### Örnek:

Şekildeki devrede A-B uçlarına bağlanan voltmetreden 28 Volt ölçülmüştür.  $R_1$  direnci uçlarındaki gerilim düşümü ne kadardır?



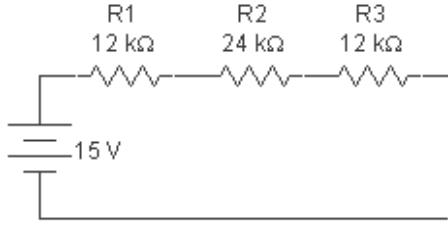
### Çözüm:

$$R_{2-3} = R_2 + R_3 = 4,7 + 10 = 14,7 \quad k\Omega$$

$$I = \frac{U_{A-B}}{R_{2-3}} = \frac{28}{14,7} = 1,905 \quad mA$$

$$U_1 = I.R_1 = (1,905 \cdot 10^{-3}) \cdot (6,8 \cdot 10^3) = 12,95 \quad V$$

### Örnek:



Her bir direnç üzerindeki gerilim düşümünü bulunuz.

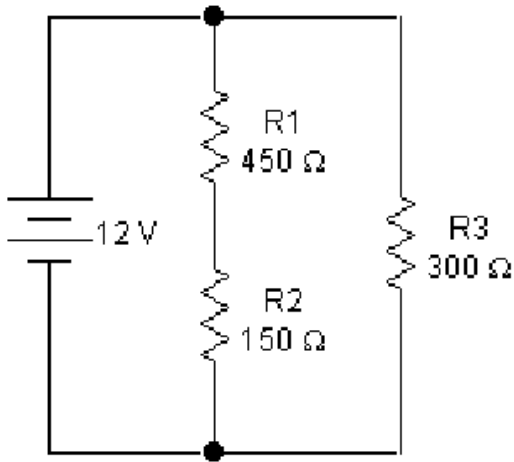
### Çözüm:

$$U_1 = U \cdot \frac{R_1}{R_T} = 15 \cdot \frac{12}{12 + 24 + 12} = 15 \cdot \frac{12}{48} = 3,75 \text{ V}$$

$$U_2 = U \cdot \frac{R_2}{R_T} = 15 \cdot \frac{24}{12 + 24 + 12} = 15 \cdot \frac{24}{48} = 7,5 \text{ V}$$

$$U_3 = U \cdot \frac{R_3}{R_T} = 15 \cdot \frac{12}{12 + 24 + 12} = 15 \cdot \frac{12}{48} = 3,75 \text{ V}$$

### Örnek:



Verilen devrede akımları ve gerilim düşümlerini bulunuz.

$$R_{T1} = R_1 + R_2 = 450 + 150 = 600 \text{ } \Omega$$

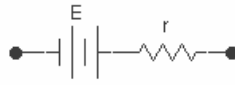
$$R_T = \frac{R_{T1} \cdot R_3}{R_{T1} + R_3} = \frac{600 \cdot 300}{600 + 300} = 200 \text{ } \Omega$$

$$I = \frac{U}{R_T} = \frac{12}{200} = 60 \text{ mA} \quad I_{1-2} = \frac{U}{R_{T1}} = \frac{12}{600} = 20 \text{ mA} \quad I_3 = I - I_{1-2} = 60 - 20 = 40 \text{ mA}$$

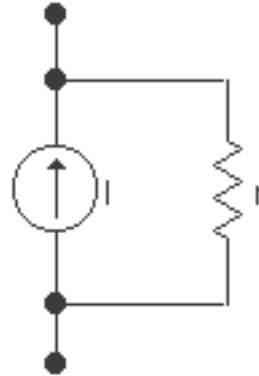
$$U_1 = I \cdot R_1 = 450 \cdot 0,02 = 9 \text{ V} \quad U_2 = I \cdot R_2 = 150 \cdot 0,02 = 3 \text{ V}$$

### 1.3 Gerçek ve İdeal Gerilim Ve Akım Kaynakları

Bir elektrik devresinde kullanılan üreticinin yapısı gereği iç direnci bulunduğunu biliyoruz. Üreticinin gerilim değeri iç direncinden dolayı devreden çekilen akıma bağlı olarak değişmektedir. Gerçek gerilim kaynakları ismini verdiğimiz bu kaynakların iç dirençlerinin olmadığını varsayarsak o zaman ideal gerilim kaynağını elde ederiz. Tabii ki pratikte böyle bir kaynakla karşılaşmanın imkânsız olduğunu da bilmemiz gerekir. O halde ideal gerilim kaynağı gibi bir düşüncenin ne faydası olabilir? İç direncin devre analizinde dikkate alınması devreden geçecek akımın veya devredeki direncin uçlarındaki gerilim değerinin tam olarak hesap edilebilmesi kolaylığını sağlar. Bunun da tek yolu ideal kaynak kavramını kabul etmektir. Şimdi ideal gerilim kaynağını tanımlarsak; iç direnci sıfır olan kaynaktır. Diğer bir deyişle, kaynağa bağlanan yük ile uçlarındaki potansiyel değişmeyen kaynaktır. İdeal gerilim kaynakları aşağıda görüleceği gibi, kendisine seri bağlı bir direnç ile birlikte gösterilen üreteç sembolüdür.



Diğer bir tanımımız ideal akım kaynağıdır ki, iç direnci sonsuz olan kaynaktır. Yani kaynak uçlarına bağlanan yük ile verdiği akım değişmeyen kaynaktır. İdeal akım kaynakları kendisine paralel bir dirençle birlikte gösterilen akım kaynağıdır.



Devrede birden fazla kaynak bulunduğunda analiz yapılırken kaynakların birbirine dönüştürülmesi gerekebilir. Gerilim kaynağı akım kaynağına dönüştürülürken ( $I=E / R$ ) ile akım değeri bulunur. Akım kaynağı gerilim kaynağına dönüştürülürken ( $U=I \cdot R$ ) formülü ile gerilim değeri bulunur.

#### Örnek

24 Voltluk e-m-k ya sahip gerilim kaynağının iç direnci  $0,75 \Omega$ 'dur. Bu kaynağın akım kaynağı olarak eşdeğeri nedir?

#### Çözüm:

Akım kaynağına dönüşüm için e-m-k değeri iç direnç değerine bölünmelidir. Buradan akım değerinin ( $24 / 0,75=32$  A) olduğu tespit edilir. Eşdeğer akım kaynağı 32 A'lık akım sağlayan ve  $0,75 \Omega$ 'a sahip paralel bir iç direnci olan kaynaktır.

#### Örnek

3 A'lık akım kaynağının iç direnci  $2 \Omega$  olduğuna göre bu kaynağın eşdeğer gerilim kaynağı değerleri nedir?

## Çözüm

Gerilim kaynağının gerilim değeri akım kaynağının sağladığı akım miktarı ile iç direnç değerlerinin çarpımı kadar olacaktır. Buradan bu değerin ( $3.2=6$  V) olduğunu ve iç direncin de akım kaynağının iç direnç değeri kadar olduğunu tespit ederiz tabii ki gerilim kaynağı olarak göstermek için direncin seri bağlanacağı hatırdta kalmalıdır.

### 1.3.1 Üreteçlerin seri ve paralel bağlanmaları üreteçlerin seri bağlanmaları

Mevcut bir üretecin ihtiyacımız olan gerilim değerini karşılamaması durumunda birden fazla üretici seri bağlamamız gerekebilir. Yalnız dikkat edilmesi gereken üreteçlerin kutuplarının bağlamasıdır. Üreteçleri seri bağlarken kutuplarda ters işaretliler birbirine bağlanırsa üreteçlerin e-m-k'ları toplanırken aynı işaretliler birbirine bağlanırsa e-m-k'larının farkı alınır. Tabii ki elde edilecek e-m-k'nın yönü değeri büyük olan üreticinin yönünün aynısı olacaktır. Üreteçlerin iç dirençleri ise, üreteçler ister ters, ister düz bağlanmışlar olsun daima toplamları alınır.

#### 1.3.1.1 Üreteçlerin Paralel Bağlanmaları

Bir üreteçten çekilebilecek akım yeterli olmadığında akımı karşılamak için üreteçler paralel bağlanırlar. Bunun için üreteçlerin aynı kutupları birbirine bağlanır. Eşdeğer kaynağın gerilim değeri değişmediği halde çekilecek akım değeri her üreteçten çekilebilecek akım değerlerinin toplamları kadar olur. İç dirençlerinin eşdeğeri ise dirençlerin paralel bağlanmaları gibidir.

Bir devrede birden fazla sayıda akım ve/veya gerilim kaynakları varsa eşdeğerlerini bulmak için; paralel bağlı gerilim kaynaklarını eşdeğer akım kaynaklarına, seri bağlı akım kaynaklarını eşdeğer gerilim kaynaklarına dönüştürdükten sonra hesaplamak gerekir.

#### Örnek

İç dirençleri  $0,1 \Omega$ , e-m-k'sı  $1,5$  V olan 4 adet pil seri bağlanarak  $5 \Omega$ 'luk direnç beslenmektedir. Kaynağın eş değer iç direnç toplamını, toplam e-m-k sını ve devreden geçen akımı bulunuz.

#### Çözüm:

$$\text{Toplam iç direnç ; } RT = R1 + R2 + R3 + R4 = 0,1 + 0,1 + 0,1 + 0,1 = 0,4\Omega$$

$$\text{Toplam e-m-k ; } ET = E1 + E2 + E3 + E4 = 1,5 + 1,5 + 1,5 + 1,5 = 6V$$

$$\text{Devre akımı ; } I = \frac{E}{R + r_T} = \frac{6}{5 + 0,4} = 1,111 \text{ A}$$

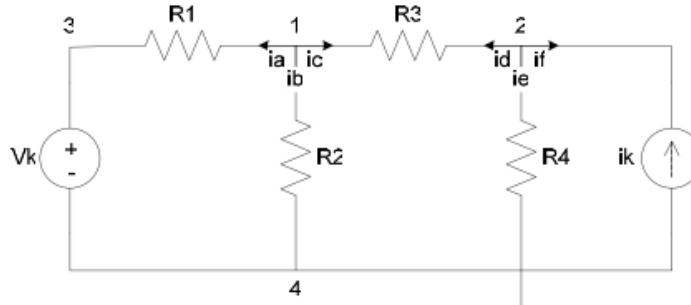
## 1.4 DC Devre Çözüm Yöntemleri

Elektrik devresi, kaynak ve yük gibi çeşitli devre elemanlarının herhangi bir şekilde bağlantısından meydana gelir. Bu gibi devrelerin çözümünde genellikle, seri-paralel devrelerin çözümündeki kurallardan daha fazla kurala ihtiyaç vardır. Kirchoff kanunları devrenin bağlantı çeşidine bakılmaksızın her çeşit devreye uygulanabilir. Devre teoremleri ise genellikle, devre çözümünde daha kısa yöntemler içerir. Bu yöntemler kullanılarak karmaşık devreler daha basit ya da eşdeğer devrelere dönüştürülebilirler. Böylece bu eşdeğer devreler, seri paralel devre çözümünde kullanılan kurallar yardımıyla kolayca çözümler. Şu da bir gerçektir ki bütün devre teoremleri Kirchoff kanunlarının bir ürünüdür. Ayrıca, bu teoremler, doğru akım devrelerine uygulandığı gibi alternatif akım devrelerine de uygulanabilir.

### 1.4.1 Dügüm Gerilimleri Yöntemi

Dügüm gerilimleri metodu temelde, temel düğümlere bir gerilim atanarak ve her düğüm için Kirchoff'un akım kanununun yazılmasını temel alan bir yöntemdir. Bu yöntemle bütün temel düğümlerdeki gerilimler hesaplanır. Bu değerler devrenin diğer noktaları için bir referans özelliği taşır. Bu değerler vasıtasıyla devrenin herhangi bir noktasından geçen akımı veya herhangi iki nokta arasındaki gerilimi hesap etmek mümkündür.

Aşağıdaki örnekle birlikte, düğüm gerilimleri yöntemi ile devre çözümünü inceleyeceğiz. Gerekli olan denklem sayısı  $ds_1 = 3 - 1 = 2$ .



Düğüm Gerilimleri Yöntemi İçin Örnek Devre

İlk olarak yapılacak iş devredeki düğümlerin tespitidir. Buradaki örnek için 1, 2, 3, ve 4 düğümdür. Fakat esas kullanacaklarımız ise temel düğümlerdir, yani 1, 2 ve 4 tür. Temel düğümlerin bir tanesi toprak düğümü, yani sıfır volt noktası olarak seçilir ve ( $\perp$  veya  $\uparrow$  veya  $\perp$ ) işaretleriyle gösterilir. Bu sıfır noktası olarak seçilen düğüm genellikle en çok devre elemanının bağlı olduğu düğüm olur. Bu kesin bir kural olmamakla beraber genel bir kabul olmuştur. Bazı durumlarda sıfır noktası diğer düğümler arasından seçilebilir. Bundan sonraki adım geriye kalan temel düğümlere gerilim atamak yani her bir düğümdeki gerilimleri  $V_1, V_2, \dots, V_{n-1}$  gibi işaretlenir. Burada bir 1 düğümü için  $V_1$  ve 2 düğümü için  $V_2$  işaretini kullanalım.

Bundan sonraki aşamada her bir işaretlenen düğüm için, sıfır noktası hariç Kirchoff'un akım kanunu yazılır. 1 düğümü için;

$$i_a + i_b + i_c = 0$$

Burada  $i_a, i_b$  ve  $i_c$  yönlerine dikkat edilerek ve Ohm kanunundan eşitlikler yazılır yani;

$$i_a = \frac{V_1 - V_k}{R_1}, i_c = \frac{V_1 - V_2}{R_3} \text{ ve } i_b = \frac{V_1 - 0}{R_2}$$

$$\frac{V_1 - V_k}{R_1} + \frac{V_1}{R_2} + \frac{V_1 - V_2}{R_3} = 0$$

Görüldüğü üzere  $i_a, R_i$  'nin bulunduğu koldan geçen akımdır ve denklemi ona göre yazılmıştır.  $i_b$  ve  $i_c$  de ona göre yazılmış ve en sonunda ise en başta yazılan denklemde yerine konmuştur.

2 düğümü için denklemi yazalım.

$$i_d + i_e + i_f = 0$$

$$i_d = \frac{V_2 - V_1}{R_3}; \text{ yönü } i_c \text{ 'ye terstir, o yüzden bu şekilde yazılmıştır.}$$

$$i_e = \frac{V_2 - 0}{R_4} \text{ ve } i_f = -i_k \text{ akım kaynağının yönü } i_f \text{ 'ye terstir.}$$

Dolayısıyla ikinci denklem

$$\frac{V_2 - V_1}{R_3} + \frac{V_2}{R_4} - i_k = 0$$

şeklinde yazılabilir. Böylelikle iki bilinmeyenli iki denklem bulunmuş olur. Diğer değerler; R dirençler ve kaynak değerleri devrede verilmiş olmalıdır. İki bilinmeyenli iki denklem ise doğrusal cebir vasıtasıyla kolaylıkla çözülebilir. Aşağıda verilen örnekle durum daha açık bir şekilde anlaşılabilir.

**Örnek :** Şekildeki devrede  $R_1=8 \Omega$  ,  $R_2=3\Omega$  ,  $R_3 = 4\Omega$  ve  $R_4 = 12\Omega$  dur.

$V_k = 20v$  ve  $i_k = 5A$  ise,  $R_4$  üzerinden geçen akımı hesap ediniz.

Sayısal değerleri yukarıda bulduğumuz denklemlerde yerine yazınız.

$$\frac{V_1 - 20}{8} + \frac{V_1}{3} + \frac{V_1 - V_2}{4} = 0 \quad \Rightarrow \quad 17V_1 - 6V_2 = 60 \times 2$$

$$\frac{V_2 - V_1}{4} + \frac{V_2}{12} - 5 = 0 \quad \Rightarrow \quad -3V_1 + 4V_2 = 60 \times 3$$

$$34V_1 - 12V_2 = 120$$

$$-9V_1 + 12V_2 = 180$$

$$\hline 25V_1 = 300$$

$$V_1 = \frac{300}{25} = 12v$$

$$V_2 = \frac{60 + V_1}{4} = \frac{60 + 36}{4} = \frac{96}{4} = 24v$$

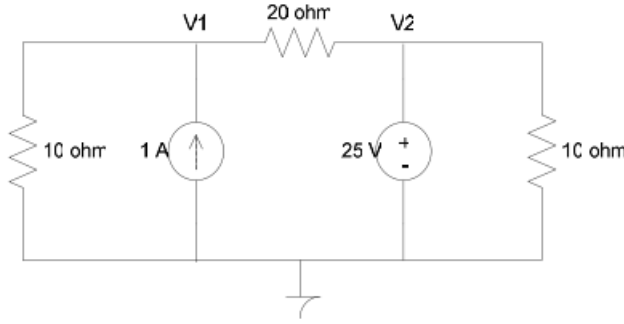
$$i_{R_4} = \frac{V_2}{R_4} = \frac{24}{12} = 2A$$

#### 1.4.1.1 Düğüm gerilimleri yöntemi özel durumlar

**Bağımlı Kaynaklar:** Düğüm gerilimleri yönteminde, düğüm gerilimleri devrenin herhangi bir yerindeki gerilimin ve akımın hesap edilmesi için yeterlidir. Bu yüzden bağımlı kaynakların olması durumu değiştirmez. Bağımlı kaynakların kontrolleri ise düğüm gerilimleri değişkenlerinden faydalanarak hesaplanır. Aşağıdaki örneği inceleyelim.

**Örnek:** Aşağıdaki devrede işaretli düğüm gerilimlerini çözünüz.





Devreyi dikkatle incelediğimizde işaretli olan düğüm gerilimlerinin birinin daha çözüme başlamadan belli olduğunu görürüz. Bu  $V_2$  dir. Görüldüğü üzere 25v'luk gerilim kaynağı  $V_2$ 'nin düğümü ile toprak arasına bağlıdır. Dolayısıyla  $V_2=25v$  olur.

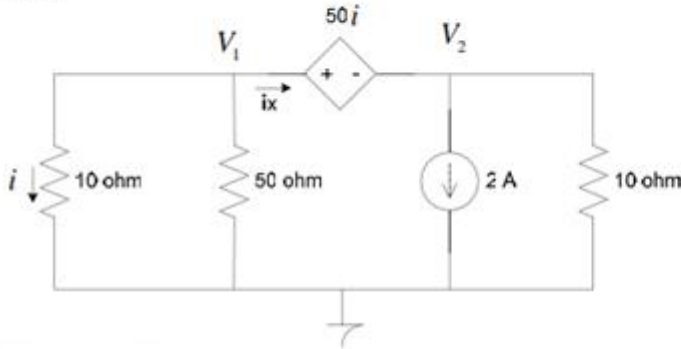
$V_1$  için:

$$\frac{V_1}{10} - 1 + \frac{V_1 - V_2}{20} = 0 \Rightarrow \frac{V_1}{10} - 1 + \frac{V_1 - 25}{20} = 0$$

$$2V_1 - 20 + V_1 - 25 = 0 \quad V_1 = \frac{45}{3} \quad V_1 = 15v$$

**Süper Düğüm:** Eğer iki düğüm arasında bir gerilim kaynağı bağlanmış ise kollardan geçen akımı direk yazamayız. Fakat dolaylı yollardan düğüm gerilimlerini yazabiliriz. Aşağıdaki örneği inceleyelim.

### Örnek



$$\frac{V_1}{10} + \frac{V_1}{50} + i_x = 0$$

$i_x$ : gerilim kaynağı üzerinden geçen akımı direk bilemediğimizden gerilim kaynağı üzerinden geçen bir akım tanımlandı:

$V_1$  düğümü için

$V_2$  düğümü için

$$-i_x + 2 + \frac{V_2}{10} = 0$$

Bu iki denklemi toplarsak  $i_x$  terimleri yok olur.

$$\frac{V_1}{10} + \frac{V_1}{50} + 2 + \frac{V_2}{10} = 0 \text{ elde edilir. (Denklem 1*)}$$

Fakat eksik olan bir denklem daha bulunmalıdır. Çünkü 2 bilinmeyenli denklemleri çözmek için en az iki adet denklem lazımdır. Bu ise kontrollü gerilim kaynağını yerine yazarak bulunur.

$$V_1 - V_2 = 50i \Rightarrow i = \frac{V_1}{50} \Rightarrow V_1 - V_2 = 50 \frac{V_1}{50}$$

$$-4V_1 - V_2 = 0$$

Böylece ikinci denklem elde edilmiş oldu. Denklemler çözümlerse:

$$\begin{aligned}
 5V_1 + V_1 + 100 + 5V_2 &= 0 \\
 -4V_1 - V_2 &= 0 \quad \times (5) \Rightarrow \begin{aligned} &6V_1 + 5V_2 = -100 \\ &-20V_1 - 5V_2 = 0 \\ \hline &-14V_1 = -100 \end{aligned}
 \end{aligned}$$

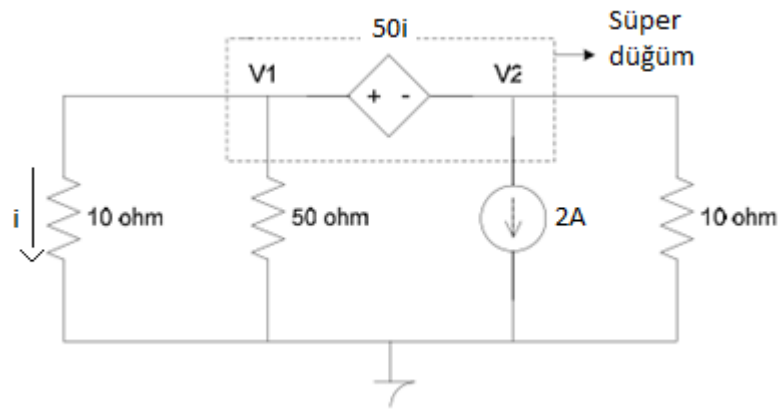
$$V_1 = \frac{100}{4} = 7.142v$$

$$V_2 = -28.57v$$

Denklem (1\*) kısaca yazabilmek için süper düğüm yöntemi adı verilen bir yöntem uygulanabilir. Bu yöntem gerilim kaynaklarının arasına bağlı olduğu her düğüm için uygulanabilir. Eğer süper düğüm için Kirchoff'un akım kanununu yazarsak:

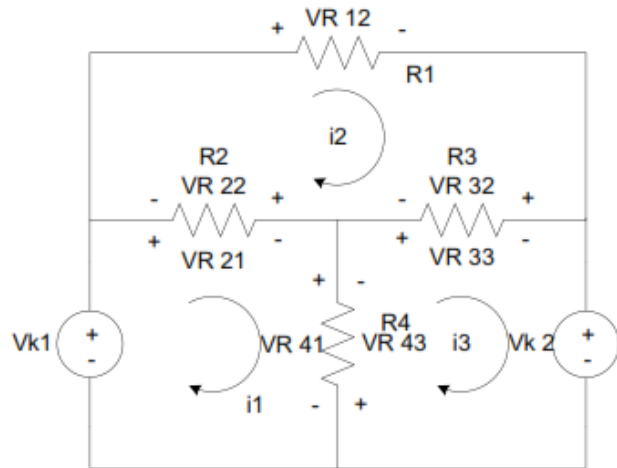
$$\frac{V_1}{10} + \frac{V_1}{50} + 2 + \frac{V_2}{10} = 0$$

Denklem (1\*)elde ederiz.



#### 1.4.2 Çevre Akımları Yöntemi

Çevre akımları metodunda temel olan çevrelerin tespit edilerek çevreler içerisinde akımlar dolaştığının varsayılmasından ibarettir. Daha sonra çevre için Kirchoff'un gerilim kanunu yazılır. Sonuç olarak  $b_e - (n_e - 1)$  adet denklem elde edilir. Bu denklemlerle çevre akımları hesaplanır. Yine düğüm gerilimlerinde olduğu gibi çevre akımları devrenin herhangi bir yerindeki gerilim ve akımların hesaplanması için yeterlidir.



Çevre Akımları Yönteminin Uygulanması

Şekildeki devrede üç adet çevre olduğu görülmektedir. Devrede dört adette temel düğüm bulunmaktadır. Devrede altı adette temel kol vardır. Gerekli olan denklem sayısı  $b_e = 6$  ve  $n_e = 4$  için  $b_e - (n_e - 1) = 6 - (4 - 1) = 7 - 4 = 3$  'tür. Bu sayı ise çevre sayısına eşittir. Çevreler tespit edildikten sonra her çevre için çevre içinde dolanarak devresini tamamlayan çevre akımları tespit edilir. Bu akımların yönleri ya hepsi saat yönünde, ya da saat yönünün tersi yönde tespit edilir. Burada ve ileride hep saat yönü tercih edilecektir. Bundan sonra ise çevre akımının yönü referans alınarak Kirchoff'un gerilim kanunu yazılır.  $i_1$  halkası için bunu yazalım.

$$-V_{k_1} + V_{R_{21}} + V_{R_{41}} = 0 \text{ Burada } V_{R_{21}} \text{ ve } V_{R_{41}}, i_1 \text{ akımına göre pozitif kabul edilir.}$$

$$-V_{k_1} + V_{21} + V_{R_{41}} = 0 \quad V_{21} \text{ gerilimi bir sonraki aşama için dikkatle seçildi.}$$

Eğer  $V_{R_{21}}$  ve  $V_{R_{41}}$ ,  $i_1$  akımına göre seçilmişse denklemi yeniden yazarsak;

$$-V_{k_1} + (i_1 - i_2)R_2 + (i_1 - i_3)R_4 = 0$$

$R_2$  üzerinden geçen akımın  $(i_1 - i_2)$  olduğuna ve  $R_4$  üzerinden geçen akımın  $(i_1 - i_3)$  olduğuna ve kabul edilen referans gerilim yönlerine dikkat ediniz.

$i_2$  halkası için ise

$$+V_{R_{22}} + V_{R_{12}} + V_{R_{32}} = 0$$

denklemi yazılıp, değerleri yerine konursa

$$R_2(i_2 - i_1) + R_1 i_2 + (i_2 - i_3)R_3 = 0$$

Burada  $V_{R_{22}} = -V_{R_{21}}$  olduğuna ve bunların  $i_1$  ve  $i_2$  akım yönlerine göre alındığına dikkat ediniz.

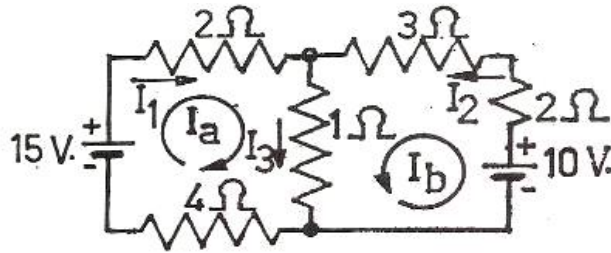
$i_3$  halkası için ise

$$V_{R_{43}} + V_{R_{33}} + V_{R_{k2}} = 0 \Rightarrow R_4(i_3 - i_1) + R_3(i_3 - i_2) + V_{k2} = 0$$

Bu şekilde denklemler bulunmuş olur. Sonuç denklem sistemini çözerek elde edilir.

### Örnek :

Aşağıdaki şekildeki devrede her bir kolun akımını çevre akımları yöntemiyle bulunuz.



### Çözüm:

Göz akımlarını şekildeki gibi seçelim. Buna göre denklemler,

$$15 = 7 \cdot I_a + 1 \cdot I_b$$

$$10 = 1 \cdot I_a + 6 \cdot I_b$$

olur. Payda determinanı,

$$\Delta = \begin{vmatrix} 7 & 1 \\ 1 & 6 \end{vmatrix} = 42 - 1 = 41$$

Pay determinantları da,

$$\Delta_a = \begin{vmatrix} 15 & 1 \\ 10 & 6 \end{vmatrix} = 80$$

$$\Delta_b = \begin{vmatrix} 7 & 15 \\ 1 & 10 \end{vmatrix} = 55$$

olur. Buradan göz akımları,

$$I_a = \frac{\Delta_1}{\Delta} = \frac{80}{41} = 1,95 A$$

$$I_b = \frac{\Delta_2}{\Delta} = \frac{55}{41} = 1,34 A$$

dir. Kol akımları da,

$$I_1 = I_a = 1,95 A$$

$$I_2 = I_b = 1,34 A$$

$$I_3 = I_a + I_b = 1,95 + 1,34 = 3,29 A \text{ bulunur.}$$

**Örnek:** Şekildeki devrede  $V_{k_1} = 35v$ ,  $R_1 = 50\Omega$ ,  $V_{k_2} = 25v$ ,  $R_2 = 250\Omega$ ,  $R_3 = 50\Omega$  ve  $R_4 = 25\Omega$  ise  $i_1$ ,  $i_2$  ve  $i_3$  çevre akımları kaçtır?

Denklemlerde değerleri yerlerine yazalım.

$$-35 + (i_1 - i_2)250 + (i_1 - i_3)25 = 0 \Rightarrow 275i_1 - 250i_2 - 25i_3 = 35$$

$$250(i_2 - i_1) + 50i_2 + (i_2 - i_3)50 = 0 \Rightarrow -250i_1 - 350i_2 - 50i_3 = 0$$

$$25(i_3 - i_1) + 50(i_3 - i_2) + 25 = 0 \Rightarrow -25i_1 - 50i_2 + 75i_3 = -25$$

Denklemlerini çözelim

$$\Delta = \begin{vmatrix} 275 & -250 & -25 \\ -250 & 350 & -50 \\ -25 & -50 & 75 \end{vmatrix} = 1000000 = 10^6$$

$$\Delta_1 = \begin{vmatrix} 35 & -250 & -25 \\ 0 & 350 & -50 \\ -25 & -50 & 75 \end{vmatrix} = 300000 \quad i_1 = \Delta_1 / \Delta = 0,3 A$$

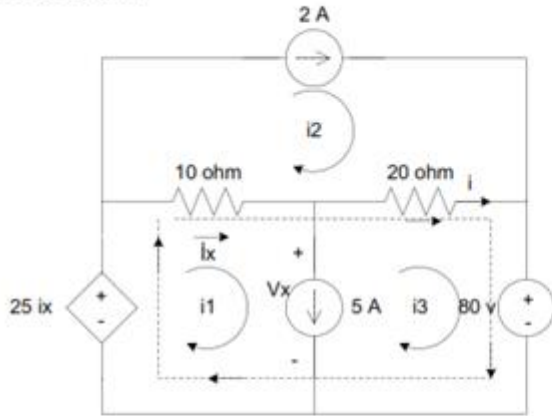
$$\Delta_2 = \begin{vmatrix} 275 & 35 & -25 \\ -250 & 0 & -50 \\ -25 & -25 & 75 \end{vmatrix} = 200000 \quad i_2 = \Delta_2 / \Delta = 0,2A$$

$$\Delta_3 = \begin{vmatrix} 275 & -250 & 35 \\ -250 & 350 & 0 \\ -25 & -50 & -25 \end{vmatrix} = -100000 \quad i_3 = \Delta_3 / \Delta = -0,1A$$

### 1.4.2.1 Çevre akımları yöntemi özel durumlar

Bağımlı kaynakların devrede bulunması çevre akımları yöntemini değiştirmez çünkü çevre akımları devrenin herhangi bir yerindeki gerilim ve akımını belirlediği için küçük değişikliklerle devre çözülebilir.

**Örnek:** Çevre akımları yöntemi kullanarak  $20\Omega$ 'luk direnç üzerinden geçen akımı hesaplayınız.



Şekle bakıldığında iki adet akım kaynağı Kirchoff'un gerilim kanunu yazmak için bir problem oluşturur gibi gözükmektedir. Fakat dikkatli bir incelemeyle  $i_2 = 2A$  olduğunu kolaylıkla bulabiliriz. Böylece bilinmeyen sayısı bir adet azalmış olur.  $i_1$  halkası için denklemini yazalım. 5A lık akım kaynağı üzerindeki gerilime  $V_x$  diyelim.

$$-25i_x + (i_1 - i_2)10 + V_x = 0$$

$i_3$  halkası için yazalım

$$-V_x + (i_3 - i_2)20 + 80 = 0$$

Bu iki denklemini toplarsak,

$$-25i_x + (i_1 - i_2)10 + (i_3 - i_2)20 + 80 = 0 \quad \text{elde edilir.}$$

Fakat bu denklem  $V_x$  değerleri yazmadan da çizikli yol izlenerek de Kirchoff'un gerilim kanunundan yazılabilir. Böylece akım kaynağı kaldırılarak elde edilen çerçeveye süper çevre ismi verilir. Bu şekilde yazılan denklem bir denklemini yok ettiği için fazladan bir denklem daha yazmak gerekir. Bu ise akım kaynağının bağlı olduğu koldan geçen akımı yazarak bulunur.

$$i_1 - i_3 = 5A \quad (\text{akım kaynağının yönü } i_1 \text{ ile aynı yönde)}$$

Denklemlerdeki fazladan bilinmeyen  $i_x$  ise  $i_1 - i_2$ 'ye eşittir.

Tüm değerler yerine yazılırsa;

$$-25(i_1 - 2) + 10(i_1 - 2) + 20(i_3 - 2) + 80 = 0$$

$$-15i_1 + 20i_3 + 50 - 20 - 40 + 80 = 0$$

$$\begin{array}{l} -15i_1 + 20i_3 = -70 \\ 15i_1 - i_3 = 5 \end{array} \Rightarrow \begin{array}{l} -15i_1 + 20i_3 = -70 \\ 15i_1 - 15i_3 = 75 \\ \hline -5i_3 = 5 \quad i_3 = 1A \end{array}$$

$$i_1 - i_3 = 5 \Rightarrow i_1 - 1 = 5 \Rightarrow i_1 = 6A$$

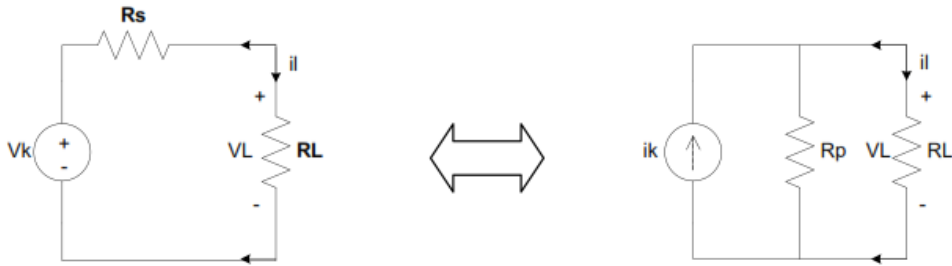
$$i_{20\Omega} = i_3 - i_2 = 1 - 2 = -1A$$

Düğüm gerilimleri yöntemi genelde çevre akımları yöntemine göre avantajlıdır. Fakat bazı durumlarda devre daha bilinmeyenli denklem sistemine dönüştürülebiliyorsa daha az bilinmeyenli denklem sistemi tercih edilir. Bu arada düzlemsel olmaya devrelere yalnızca düğüm gerilimlerinin uygulanabildiğini unutmayınız.

### 1.4.3 Kaynak dönüşümü

Bazı durumlarda Gerilim kaynağına seri bağlı direnç, akım kaynağına paralel bağlı bir dirence dönüştürüldüğünde devrede bazı sadeleşmeler olur. Eğer gerilim kaynağına seri bağlı direnci akım kaynağına paralel bağlı dirence dönüştürülecek bir yöntem bulunursa bu uygulanabilir.

Şekildeki dönüşümü yapabilmek için  $R_L$  yük direnci üzerinden geçen akımların ve  $R_L$  üzerinde düşen gerilimlerin eşit olması gerekir.



Soldaki devre için

$$i_L = \frac{V_k}{R_s + R_L} \quad \text{ve} \quad V_L = \frac{V_k \cdot R_L}{R_s + R_L}$$

Sağdaki devre için

$$i_L = \frac{i_k \cdot R_p}{R_p + R_L}$$

$R_L = 0$  için  $i_L = V_k / R_s$  ve  $i_L = i_k$  olmalıdır.

Dolayısıyla  $i_k = V_k / R_s$  olur.

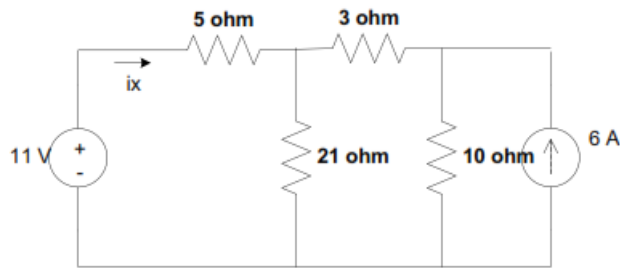
$R_L = \infty$  için  $V_L = V_k$  ve  $V_L = i_k \cdot R_p$  olur.

Eğer  $V_k$ 'yi ilk denkleminde yerine yazarsak;

$$i_k = i_k \cdot R_p / R_s \Rightarrow R_p = R_s$$

Sonuç olarak kaynak dönüşümü için gerekli formüller bulunmuş olur. Kaynak dönüşümler çift taraflıdır.

### Örnek:

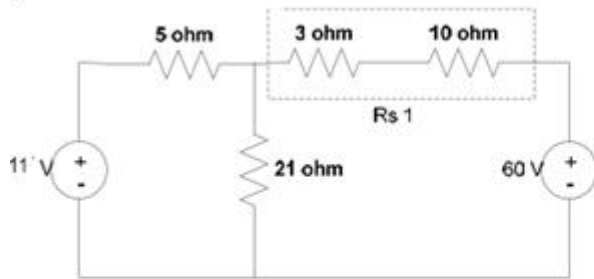


Kaynak dönüşümünü kullanarak  $i_x$  akımını hesap ediniz. 11v'luk gerilim kaynağının güç üretilip üretilmediğini bulunuz

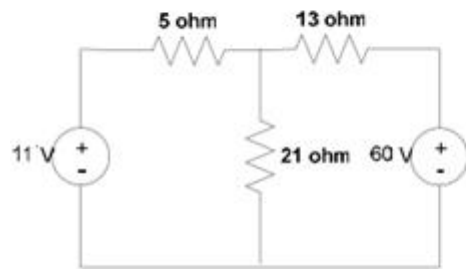
6A'lık 10Ω devre elemanlarına kaynak dönüşümünü uygulayalım.

$$V_{k_1} = 6 \cdot 10 = 60v \quad R_s = 10\Omega$$

Devreyi tekrar çizelim

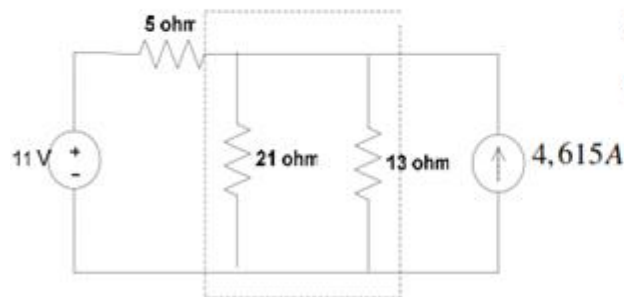


10Ω'luk ve 3Ω'luk dirençler seri hale gelir ve 13Ω'luk bir dirençle değiştirilebilir

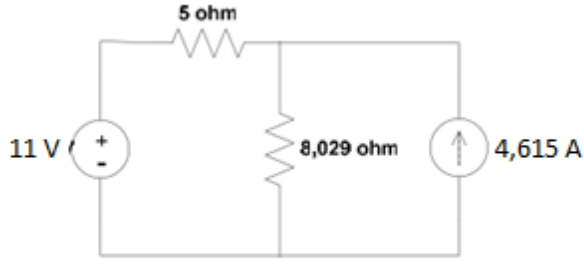


60v'luk gerilim kaynağı 13 Ω'luk dirence tekrar kaynak dönüşümü uygulayalım.

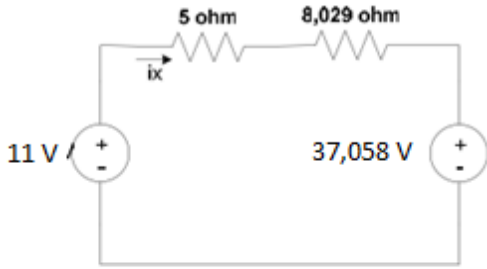
$$i_{k_1} = 60v / 13\Omega = 4,615A \quad R_{p_1} = 13\Omega$$



21 Ω ve 13 Ω'luk direnç paralel olduğundan:  $R_{p_2} = \frac{21 \cdot 13}{21 + 13} = 8,029$



4,615'lik akım kaynağı ve 8,029'luk dirence tekrar kaynak dönüşümünü uygularsak  
 $V_{k_2} = 4,615 \cdot 8,029 = 37,058\text{V}$   
 $R_{P_2} = 8,029\Omega$

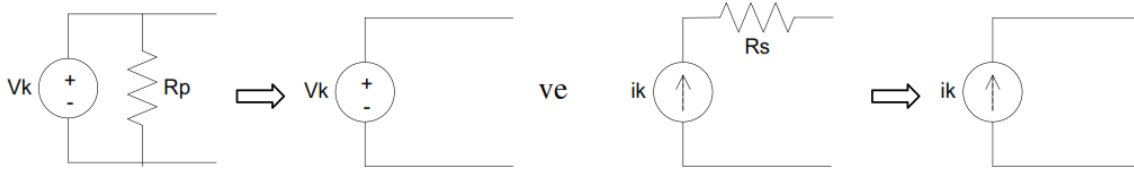


Devrenin bu haliyle  $i_x$ 'i hesaplayalım.

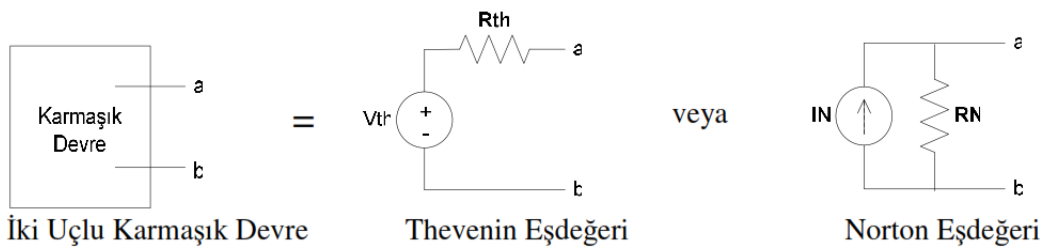
$$i_x = \frac{11 - 37,058}{5 + 8,029} = -2 \text{ Amper}$$

Dolayısıyla  $i_x$  ters yöndedir. Bu durumda 11 v'luk gerilim kaynağı güç tüketir.

Gerilim kaynağına paralel direnç dönüştürülürken yalnızca gerilim kaynağı ve akım kaynağına seri direnç dönüştürülürken yalnızca akım kaynağı seçilir.



#### 1.4.4 Thevenin Ve Norton Eşdeğer Devreleri



Herhangi bir devre, devre üzerinde belirlenmiş iki noktadan doğru bakıldığında bir gerilim kaynağı ve bir seri direnç olarak sadeleştirilebilir. Bu sadeleştirmeye Thevenin eşdeğeri'nin bulunması denir. Aynı şekilde bu sadeleştirme bir akım kaynağı ve buna paralel bağlı direnç olarak yapılırsa Norton eşdeğeri bulunmuş olur.

Bazı durumlarda devrenin içinden çok uçları arasındaki davranış ile ilgileniyorsak Thevenin ve Norton eşdeğeri sıkça kullanılır. Bunu yaparken uygulanan yöntem uçlar arasındaki



gerilimi hesaplamaktan başlar. Bu uçlara herhangi bir şey bağlı değilken yapılan gerilim hesabı Thevenin eşdeğer gerilimini verir. Bu iki uç kısa devre edilerek kısa devre üzerinden geçen akım hesaplanırsa buna da Norton eşdeğer akımı denir. Bu belirlenen uçlara sırayla voltmetre ve ampermetre bağlanması gibidir.

Kaynak dönüşümünden,

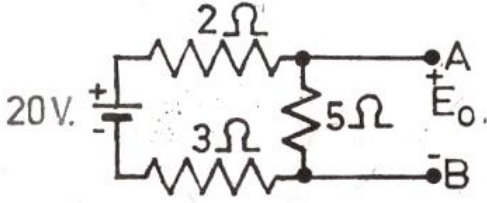
$$V_{th} = I_N \cdot R_N \text{ ve } I_N = V_{th} / R_{th} \Rightarrow R_N = R_{th}$$

değerleri bulunur.

### Örnek:

Aşağıdaki şekildeki devrenin,

- Thevenin eşdeğerini,
- A, B uçlarına  $2 \Omega$  luk bir direnç bağlandığında geçecek olan akımı bulunuz.

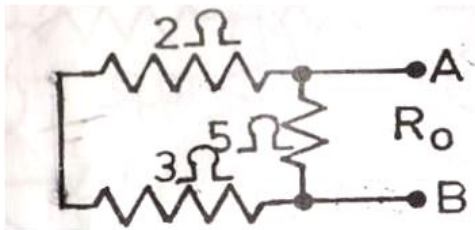


### Çözüm :

- A, B uçları arasındaki EMK,

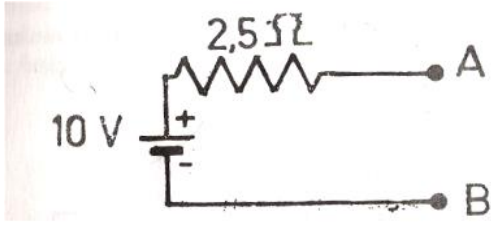
$$E_0 = \frac{20}{2+3+5} \cdot 5 = 10 \text{ V}$$

tur. Bu EMK, Thevenin eşdeğerinin EMK'idir A ucu pozitif ve B ucu negatiftir. Devrenin; A, B noktalarından ölçülen  $R_0$  direnci ise, kaynak devreden çıkartılarak, çıkarılan uçlar kısa devre edilirse,

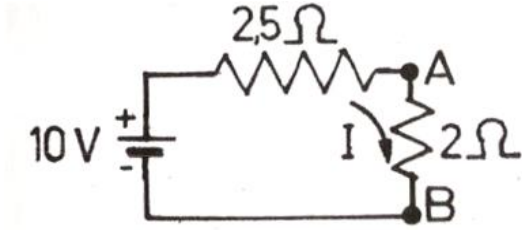


$$R_0 = \frac{5 \cdot (2+3)}{2+3+5} = 2,5 \Omega$$

olur. Bulunan bu değerlere göre devrenin Thevenin eş değeri, aşağıdaki gibi çizilir;



b) Yukarıdaki Şekildeki gibi A, B uçlarına bağlanan 2Ω luk dirençten geçen I akımı,

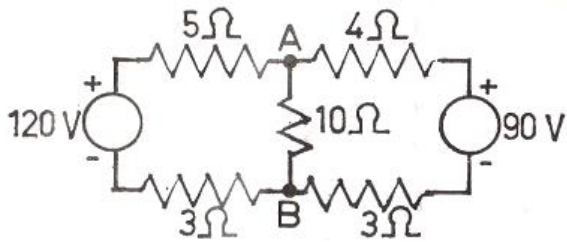


$$I = \frac{10}{2,5 + 2} = 2,22 \text{ A.}$$

bulunur.

### Örnek:

Aşağıdaki şekildeki devrede 10 Ω luk dirençten geçen akımı Thevenin teoreminden yararlanarak bulunuz.



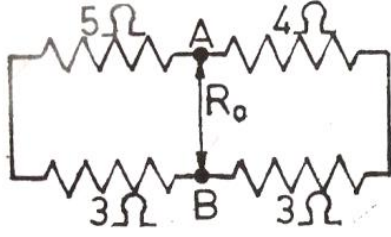
### Çözüm :

10 Ω luk direnç devreden çıkartılarak A, B uçları arasındaki açık devre gerilimini bulalım.



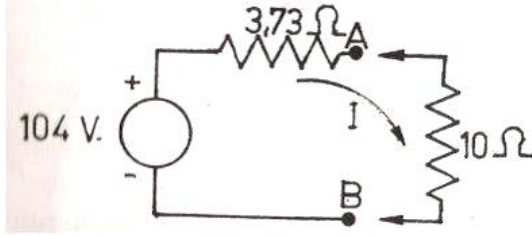
$$I_1 = \frac{120 - 90}{5 + 4 + 3 + 3} = 2 \text{ A.}$$

$E_0 = 120 - (5+3) \cdot 2 = 104 \text{ V}$  ve  $R_0$  direnci ise,



$$R_0 = \frac{(5 + 3) \cdot (4 + 3)}{(5 + 3) + (4 + 3)} = 3,73 \Omega \text{ dur.}$$

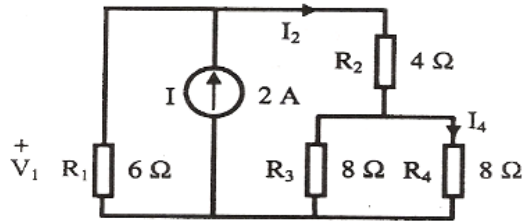
Buna göre devrenin Thevenin eşdeğeri aşağıdaki şekildeki gibi olur. Şimdi daha önce çıkarılan  $10 \Omega$  luk direnci Thevenin eşdeğerinin uçlarına bağlayarak geçecek olan akım,



$$I = \frac{104}{3,73 + 10} = 7,57 \text{ A. olur.}$$

### Örnek :

Şekildeki devrede  $V_1$  gerilimini ve  $I_4$  akımını bulunuz.



### Çözüm :

Şekildeki devrede  $R_3$  ve  $R_4$  dirençleri paralel olduğundan,

$$R' = \frac{8}{2} = 4 \Omega \text{ olur.}$$

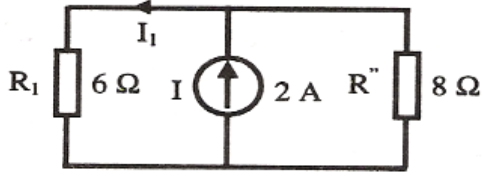
$R_2$  direnci ile  $R'$  dirençleri birbirine seri olduğu için

$$R'' = R_2 + R'$$

$$= 4 + 4$$

$$= 8 \Omega \text{ dur.}$$

Bulunan bu değerlere göre devrenin eşdeğeri şekli, aşağıdadır. Şekildeki devreye akım bölme kuralı uygulanarak  $I_1$  akımını aşağıdaki gibi bulunur.



$$I_1 = \frac{R'' I}{R_1 + R''}$$

$$= \frac{(8\ \Omega)(2\ A)}{(8\ \Omega + 6\ \Omega)}$$

$$I_1 = 1,143\ A$$

Buradan  $V_1$  geriliminin değeri kolayca bulunabilir.

$$V_1 = R_1 \times I_1$$

$$= 6 \times 1,143$$

$$V_1 = 6,86\ V$$

Kirchoff'un akım kanunu yardımıyla  $I_2$  akımı,

$$I = I_1 + I_2$$

$$2 = 1,143 + I_2$$

$$I_2 = 2 - 1,143$$

$$I_2 = 0,857\ A \text{ olur.}$$

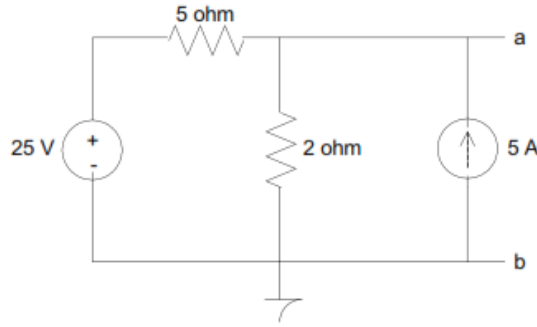
$R_3$  ve  $R_4$  dirençleri birbirine eşit olduğundan ve eşit paralel dirençlerden geçen akımlar da eşit olacağına  $I_4$  akımını aşağıdaki gibi hesaplanır.

$$I_4 = \frac{I_2}{2}$$

$$= \frac{0,857}{2}$$

$$I_4 = 0,429\ A$$

**Örnek:** a ve b uçları arasındaki eşdeğer Thevenin devresinin bulunuz. (standart yöntemi kullanarak)



a ve b uçları arasındaki gerilimi  $V_1$  hesap ederek bulalım. Düğüm gerilimleri için  $V_1$  yeterlidir ve  $V_1 = V_{ab} = V_{th}$  dir.

$$\frac{V_1 - 25}{4} + \frac{V_1}{2} - 5 = 0 \Rightarrow V_1 - 25 + 2V_1 - 20 = 0$$

$$3V_1 = 45 \quad V_1 = 45/3 \quad V_1 = 45/3 = 15v = V_{th}$$

a ve b uçları kısa devre edildiğinde geçen akım ise

$$I_N = \frac{25v - 0}{4} + 5 = 6,25 + 5 = 11,25A$$

$$R_{th} = \frac{V_{th}}{I_N} = 1,333\Omega$$

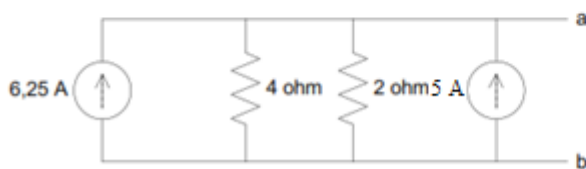
**Örnek:** a ve b uçları arasındaki eşdeğer Norton devresini hesaplayınız.

$$I_N = 11,25 \text{ ve } R_N = R_{th} = 1,333\Omega$$

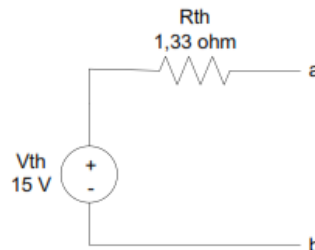
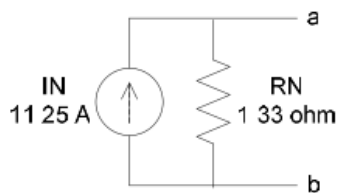
**Örnek:** Kaynak dönüşümünü kullanarak a ve b uçları arasındaki Norton ve Thevenin eşdeğerini hesaplayınız.

25v' luk gerilim kaynağı ile 4  $\Omega$ 'luk direnci dönüştürelim.

$$i_k = 25v/4 = 6,25A \text{ ve } R_p = 4\Omega$$



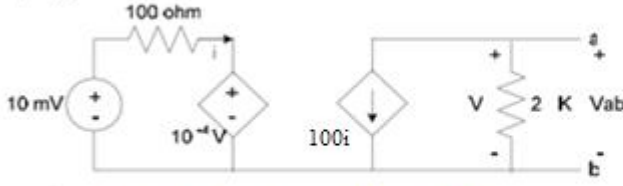
Bu devre akım kaynakları toplanarak ve 4  $\Omega$  ve 2  $\Omega$ 'luk dirençlerin eşdeğerleri bulunarak hesaplanır.



Bu devre zaten Norton eşdeğeridir. Thevenin eşdeğeri kaynak dönüşümünden  $V_{th} = I_N \cdot R_N = 15v$  ve  $V_{th} = R_N = 1,33\Omega$

**Not:** Thevenin veya Norton eşdeğerini bulurken bazen kaynak dönüşümü kullanılamayabilir. Bu durumda standart yonteme geri dönülür.

**Örnek:** Aşağıdaki transistörlü yükselteç, eşdeğerinin a ve b uçları arasındaki Thevenin eşdeğerini bulunuz.



a ve b uçları açıkken  $V_{ab} = -100.2Ki$  olur

$$i \text{ ise } i = \frac{10mV - 10^{-4}v}{100} \Rightarrow V \text{ bilinmediğinde } v \text{ yerine yazılmalıdır.}$$

$V = V_{ab}$  'dir dolayısıyla yerine yazalım;

$$i = \frac{10mV - 10^{-4}v_{ab}}{100}$$

$i$  tekrar yerine konursa

$$V_{ab} = -100.2K \frac{10mV - 10^{-4}v_{ab}}{100} = (-10mV + 10^{-4}v_{ab})2000$$

$$0.5v_{ab} \times 10^{-3} = -10mV + 10^{-4}v_{ab} \quad (5v_{ab} - v_{ab}) \times 10^{-4} = -10mV$$

$$4v_{ab} = \frac{-10 \times 10^{-3}}{10^{-4}} = -100 \quad v_{ab} = -25v = V_{th}$$

a ve b uçları kısa devre edilirse

$$I_N = -100i \text{ olur. } i \text{ ise } i = \frac{10mV - 10^{-4}v}{100} \quad v = 0 = v_{ab} \text{ olduğundan}$$

$$i = \frac{10mV}{100} = \frac{10 \times 10^{-3}}{10^2} = 10^{-4} \Rightarrow I_N = -100.10^{-4} = 10^{-2} A$$

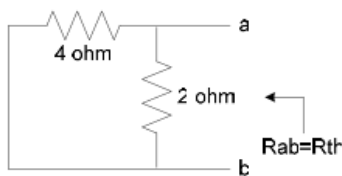
$$R_{th} = V_{th} / I_N = \frac{-25v}{-10^{-2}} = 2500\Omega$$

Bazı durumlarda  $R_{th}$  direkt olarak hesaplanabilir. Bunun için şart ise devrenin tamamen direç ve bağımsız kaynaklardan oluşması gerekir. Bu durumda gerilim kaynakları kısa devre ve akım kaynakları açık devre yapılarak devre yeniden çizilir ve eşdeğer devre direnci hesaplanır.

**Örnek:** Örnekdeki  $R_{th}$  direncini gerilim kaynaklarını kısa devre ve akım

kaynaklarını açık devre yapılarak hesaplayınız.

Devreyi tekrar çizelim:(Gerilim kaynakları kısa, akım kaynakları açık)

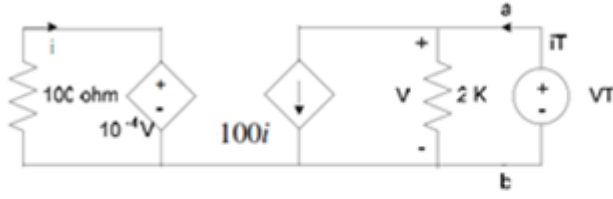


$$R_{ab} = \frac{4\Omega \cdot 2\Omega}{4\Omega + 2\Omega} = \frac{8}{6} = 1,333\Omega$$

Eğer devrede kontrollü kaynaklar varsa, yine bağımsız kaynaklar yukarıdaki gibi kısa devre ya da açık devre yapılır. Fakat bu işlem kontrollü kaynaklara uygulanmaz. Onun yerine a ve b uçları ara sıra test gerilimi uygulanır ve sonuç bu şekilde hesaplanır

**Örnek:** Örnekdeki devrede  $R_{th}$  direncini test gerilimi yöntemi ile bulunuz.

Girişteki bağımsız gerilim kaynağını kısa devre edelim.



$$R_{th} = \frac{V_T}{i_T} \quad i_T = \frac{V_{ab}}{2K} + 100i \quad i_T = \frac{V_T}{2K} + 100i$$

$i$  bu sefer şu şekilde hesaplanır.

$$i = \frac{-10^{-4}}{100} v \text{ değerin negatif olduğuna dikkat ediniz. } V = V_T \text{ olduğundan}$$

$$i = \frac{-10^{-4}}{100} v_T \text{ yerine yazarsak}$$

$$i_T = \left( \frac{1}{2K} + 100 \frac{(-10^{-4})}{100} \right) v_T$$

$$i_T = (0,5 \times 10^{-3} - 10^{-4}) v_T \quad v_T = \frac{i_T}{4 \times 10^{-4}}$$

$$R_{th} = \frac{V_T}{i_T} = \frac{i_T / 4 \times 10^{-4}}{i_T} = \frac{10000}{4} = 2500 \Omega$$

#### 1.4.5 Maksimum Güç Transferi

Güç transferi olayı elektrik açısından iki şekilde incelenir. İlk kısım için öretilen gücün ne kadarının verimli bir şekilde transfer edildiğidir. Güç üretim istasyonlarından, yüke transfer edilen güç yüzdesi ne kadar büyükse o kadar verimlidir denir. İkincisi ise transfer edilen gücün büyüklüğüyle ilgilidir. Bu tip sistemlerde üretilen güç çok sınırlı ve küçük olduğundan üretilen gücün maksimum değeri yüke transfer edilmek ister. Bu durumda maksimum güç transferi kuralları uyarlanır. Herhangi bir devre Thevenin eşdeğeri olarak yazılabildiğinden karmaşık devre bir Thevenin eşdeğeri ile yer değiştirilir.



Maksimum Güç Transferi

Yük direnci üzerinde harcanan gücü yazarsak.

$$P_L = i^2 \cdot R_L = \left( \frac{V_{th}}{R_{th} + R_L} \right)^2 \cdot R_L$$

Gücün  $R_L$  'ye göre türevini aldığımızda ve sıfıra eşitlediğimizde maksimum güç transferi için gerekli olan  $R_L$  değerini hesaplayabiliriz.

$$\frac{dP}{dR_L} = V_{th}^2 \left[ \frac{(R_{th} + R_L)^2 - R_L 2(R_{th} + R_L)}{(R_{th} + R_L)^4} \right] = 0$$

$V_{th}$  sıfır olamayacağından köşeli parantezin içi dolayısıyla;

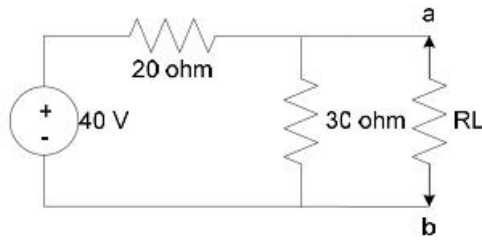
$$(R_{th} + R_L)^2 - R_L 2(R_{th} + R_L) = 0$$

$$R_{th}^2 + 2R_{th}R_L + R_L^2 - 2R_L R_{th} - 2R_L^2 = 0$$

$$R_{th}^2 - R_L^2 = 0 \Rightarrow R_{th}^2 = R_L^2 \Rightarrow R_{th} = R_L$$

Sonuç olarak  $R_L$  yük direnci maksimum güç transferi için  $R_{th}$  'ye eşit olmalıdır.

**Örnek:** Aşağıdaki devrede maksimum güç transferi için  $R_L$  ne olmalıdır.  $P_{R_L}$  ne olmalıdır ( $P_{max}$ ) ve üretilen gücün ne kadarı yüke transfer edilmektedir.



$$V_{ab} = V_{th} \text{ (} R_L \text{ bağlı değilken)}$$

$$V_{ab} = \frac{30 \cdot 40}{30 + 20} = 24V$$

$$R_{th} = \frac{20 \cdot 30}{30 + 20} \text{ (40v' luk bir gerilim kaynağı}$$

kısa devre edilirse)

$$R_{th} = 12\Omega$$

Dolayısıyla maksimum güç transferi için  $R_L = R_{th} = 12\Omega$  olmalıdır.  $R_L$  devreye bağlı iken;

$$P_{P_L} = P_{max} = \left( \frac{V_{th}}{R_{th} + R_L} \right)^2 \cdot R_L = \left( \frac{24}{12 + 12} \right)^2 \cdot 12 = \left( \frac{24}{24} \right)^2 \cdot 12 = 12W$$

40v' luk gerilim kaynağınca üretilen güç ise: ( $R_L$  bağlı iken)

$$V_{ab} = \frac{R_L}{R_L + R_{th}} \cdot V_{th} = 12 \text{ volt} \Rightarrow i_{30\Omega} = \frac{V_{ab}}{30} = \frac{12}{30} = 0,4A$$

$$i_{R_L} = \frac{V_{ab}}{12} = \frac{12}{12} = 1A$$

Bu durumda kaynaktan çekilen akım  $i = i_{20\Omega} = i_{30\Omega} + i_{R_L} = 1,4A$

Üretilen güç ise  $P_{ii} = v \cdot i = 40v \cdot 1A = 56W$

$$\text{Transfer edilen güç yüzdesi} = \% \frac{P_L}{P_{ii}} \cdot 100 = \% \frac{12W}{56W} \cdot 100 = \%21,43$$



## 1.4.6 Süperpozisyon Metodu

Bir doğrusal sistemde birden fazla kaynak tarafından besleniyorsa sistemin doğal tepkimesi her bir kaynak için diğer kaynaklar izole edilerek hesaplanan tepkilerin toplamına eşittir. Sistemin doğrusal olması yeterli şarttır.

### Ohm Kanunu; grafiksel ifade ve bağımsız kaynakların iç direnci

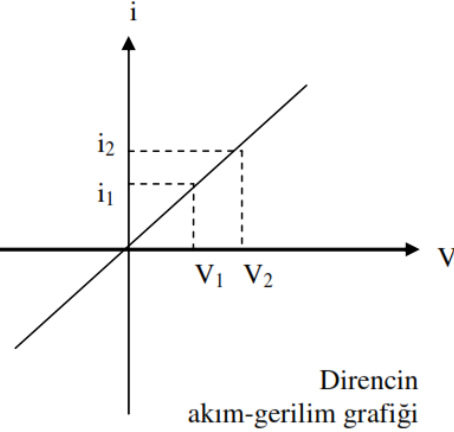
Bir direnç üzerinden geçen akımın, gerilime olan grafiği çizilirse, bu Ohm kanununun grafiksel ifadesi olur. Grafik bir doğrudan oluşur ve eğimi direncin ters değerini verir. Bunun nasıl olduğunu görelim.

Bir doğrunun eğimi:  $m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$

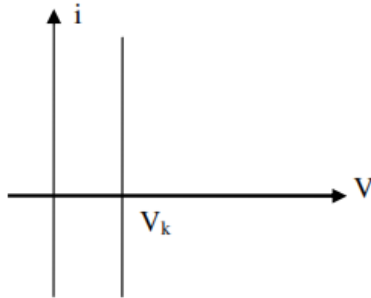
Şekil.DT.11'deki doğrunun eğimi ise  $m = \frac{i_2 - i_1}{v_2 - v_1}$  olur

eğer  $v_1 = 0$  ise,  $i_1 = 0$  olduğundan  $m = \frac{i_2 - 0}{v_2 - 0} = \frac{i_2}{v_2} = \frac{1}{R}$

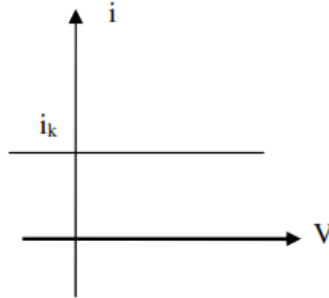
$m = \frac{1}{R}$  ise  $R = \frac{v_2 - v_1}{i_2 - i_1}$  şeklinde yazılabilir.



Şekilde akım ve gerilim kaynağının grafiği görülmektedir. Grafiklerin eğimlerinden faydalanarak akım ve gerilim kaynağının dirençlerini hesaplayalım.



Gerilim Kaynağının Grafiği



Akım Kaynağının Grafiği

Gerilim ve Akım Kaynağının Gerilim Akım Grafikleri

Gerilim kaynağı için iç direnç hesabı:

$$R = \frac{v_2 - v_1}{i_2 - i_1} \Rightarrow v_2 - v_1 = v_k - v_k = 0$$

$$R = \frac{0}{i_2 - i_1} = 0\Omega$$

Akım kaynağı için iç direnç hesabı

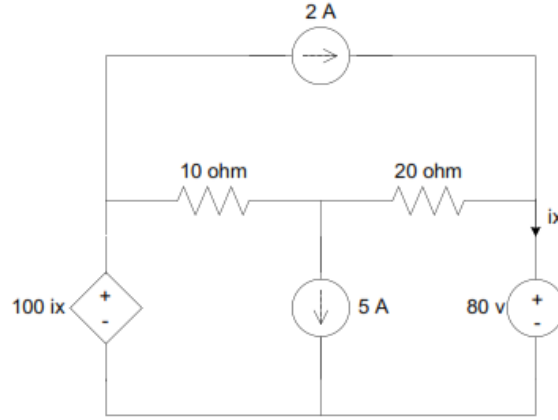
$$R = \frac{v_2 - v_1}{i_2 - i_1} \Rightarrow i_2 - i_1 = i_k - i_k = 0$$

$$R = \frac{v_2 - v_1}{0} = \infty\Omega$$

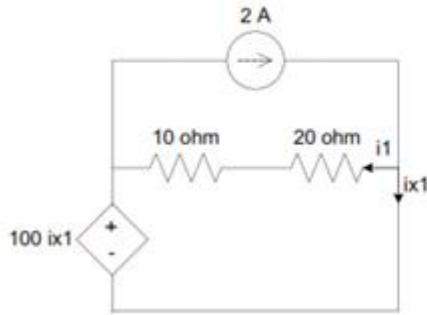
Sonuç olarak gerilim kaynağının iç direnci sıfır, akım kaynağının iç direnci sonsuzdur.

Tekrar süperpozisyon yöntemine dönersek, devrenin çözümü için başta bir kaynak seçilir ve diğer bağımsız kaynaklar gerilim kaynağı ise iç direnci sıfır olduğundan kısa devre ve akım kaynağı ise iç direnci sonsuz olduğundan açık devre yapılır. Devre tek kaynak için çözülür. Daha sonra bir başka kaynağa geçilir. Çözüm bu kaynak içinde tekrarlanır. Bu işlem bütün kaynaklar için tekrarlanır. En son çözüm her bir kaynak için bulunan çözümlerin toplamıdır.

**Örnek:** Aşağıdaki devrede  $i_x$  akımını süper pozisyon yöntemi ile hesaplayınız.



Yalnızca 2A'lik akım kaynağı için;

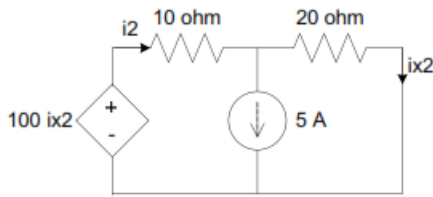


$$i_1 + i_{x_1} = 2A \quad \text{ve} \quad i = \frac{-100i_{x_1}}{30} + i_{x_1} = 2A$$

$$-100i_{x_1} + 30i_{x_1} = 60$$

$$i_{x_1} = \frac{60}{-70} = -0,857143A$$

Yalnızca 5A'lik akım kaynağı için;



$$i_2 = 5 + i_{x_2}$$

$$100i_{x_2} = i_2 \cdot 10 + 20i_{x_2}$$

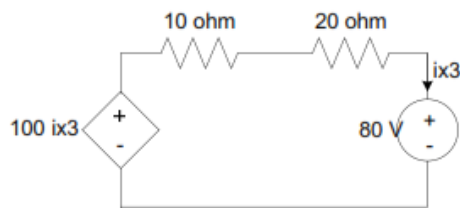
$$i_2 = \frac{80i_{x_2}}{10}$$

$$5 + i_{x_2} = \frac{80i_{x_2}}{10}$$

$$50 + 10i_{x_2} = 80i_{x_2}$$

$$i_{x_2} = \frac{50}{70} = 0,714A$$

Yalnızca 80 voltluk gerilim kaynağı için;



$$i_{x_3} = \frac{100i_{x_3} - 80}{30}$$

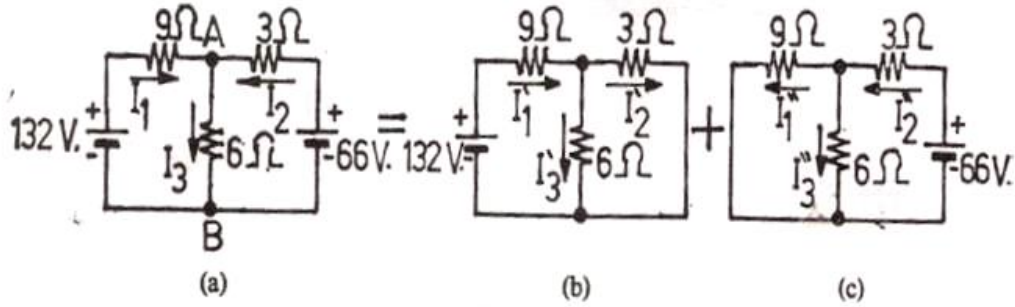
$$30i_{x_3} = 100i_{x_3} - 80$$

$$i_{x_3} = \frac{80}{70} = 1,14A$$

$$i_x = i_{x_1} + i_{x_2} + i_{x_3} = 1 \text{ Amper}$$

### Örnek:

Aşağıdaki elektrik devresinde, kol akımlarını ve  $U_{AB}$  gerilimlerini Süperpozisyon yöntemi ile bulunuz.



### Çözüm:

Yukarıdaki şekildeki devreyi önce 132 V'luk kaynağın beslediği kabul edilir. 66 V'luk kaynak devreden çıkarılarak, açılan uçlar, kısa devre edilir. Böylece elde edilen Şekil b deki devre de  $I_1'$ ,  $I_2'$ ,  $I_3'$  akımları hesaplanır. Kaynağın verdiği akım,

$$I_1' = \frac{132}{9 + \frac{6 \cdot 3}{6 + 3}} = \frac{132}{11} = 12 \text{ A}$$

ve akım formülünden paralel bağlı dirençlerin akımları da,

$$I_2' = 12 \cdot \frac{6}{6 + 3} = 8 \text{ A}$$

$$I_3' = 12 \cdot \frac{3}{6 + 3} = 4 \text{ A olur.}$$

Şimdi de 132 V'luk kaynak devreden çıkarılıp, açılan uçları kısa devre edelim. Bu durumda devre, 66 V'luk kaynak tarafından beslenecek ve kol akımları da  $I_1''$ ,  $I_2''$ ,  $I_3''$  olacaktır. Bu akımlar,

$$I_2'' = \frac{66}{3 + \frac{9 \cdot 6}{9 + 6}} = \frac{66}{6,6} = 10 \text{ A.}$$

ve yine akım formülünden,

$$I_1'' = 10 \cdot \frac{6}{6 + 9} = 4 \text{ A.}$$

ve

$$I_3'' = 10 \cdot \frac{9}{6 + 9} = 6 \text{ A. olur.}$$

Böylece her bir kaynağın devreyi ayrı ayrı beslemesi halinde, kollardan geçirecekleri akımlar bulundu. Şimdi her iki batarya devrede bulunduğuna göre kol akımları,

$$I_1 = I_1' - I_1'' = 12 - 4 = 8 \text{ A}$$

$$I_2 = I_2'' - I_2' = 10 - 8 = 2 \text{ A}$$

$$I_3 = I_3' + I_3'' = 4 + 6 = 10 \text{ A}$$

olur. Sonucun doğruluğunu kontrol için A noktasına Kirşofun akımlar kanunu uygulanırsa,

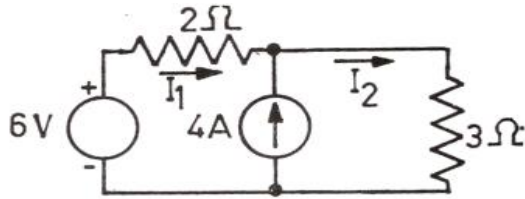
$$I_a = I_1 + I_2 = 8 + 2 = 10 \text{ A.}$$

Olarak bu kanunun sağlandığı görülür.  $U_{AB}$  gerilimi ise,

$$U_{AB} = 6 \cdot I_3 = 6 \cdot 10 = 60 \text{ V bulunur.}$$

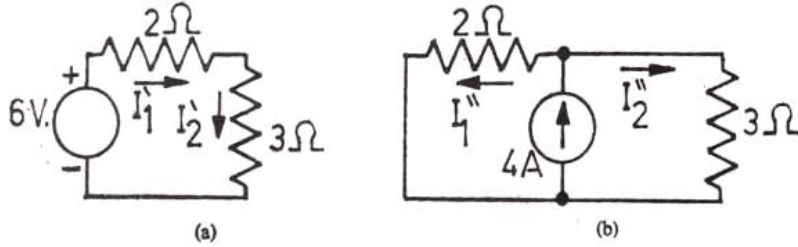
### Örnek :

Aşağıdaki şekildeki devreyi Süperpozisyon yöntemiyle çözünüz.



### Çözüm :

Bu yöntemle çözüm yaparken, kaynakların ayrı ayrı kollardan geçirdikleri akımların bulunması gerekiyordu. Bu nedenle de gerilim kaynağı devreyi beslerken akım kaynağı devre dışı bırakılır. Yani akım kaynağının uçları açılır. Akım kaynağı devreyi beslerken de gerilim kaynağının uçları kısa devre edilmelidir. Yalnız gerilim kaynağı devreyi beslediğine göre şekil a daki kol akımı;



$$I_1' = I_2' = \frac{6}{2+3} = \frac{6}{5} = 1,2 \text{ A.}$$

ve akım kaynağı devreyi beslediğine göre, şekil b deki devrede kol akımları, yine akım formülünden,

$$I_1'' = 4 \cdot \frac{3}{2+3} = 2,4 \text{ A.}$$

$$I_2'' = 4 \cdot \frac{2}{2+3} = 1,6 \text{ A.}$$

olur. Şimdi verilen devrenin kol akımları,

$$I_1 = I_1' - I_1'' = 1,2 - 2,4 = -1,2 \text{ A.}$$

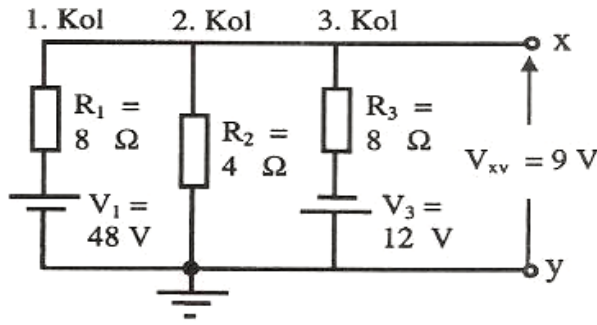
$$I_2 = I_2' + I_2'' = 1,2 + 1,6 = 2,8 \text{ A.}$$

bulunur.  $I_1$  akımının negatif çıkması, yönünün ters olduğunu gösterir. Şekildeki devrede bu akım sol tarafa doğru akmaktadır.

### 1.4.7 Millmann Teoremi

Diğer teoremlerden farklı olarak Millmann teoremi, farklı gerilim kaynakları tarafından beslenen devrelerde, herhangi bir paralel kol uçlarındaki ortak gerilimin bulunmasında kolaylık sağlar. Aşağıdaki şekilde bu teoremle ilgili olarak bir örnek verilmiştir. Devreye dikkat edilirse bütün kolların birer ucu, y noktasında şaseye bağlanmıştır. Kaldı ki bütün kolların diğer uçları da x noktasına bağlanmıştır. Böylece,  $V_{xy}$  gerilimi görüldüğü gibi bütün kolların uçlarındaki ortak gerilimdir.  $V_{xy}$  nin değeri, bütün kaynakların şaseye göre x noktasındaki net etkilerinin bulunmasına bağlıdır. Bu  $V_{xy}$  gerilimini hesaplamak için, aşağıdaki formül kullanılır.

$$V_{xy} = \frac{V_1/R_1 + V_2/R_2 + V_3/R_3}{1/R_1 + 1/R_2 + 1/R_3} \dots$$



**Şekil.** Millmann teoremi ile  $V_{xy}$  nin bulunması

Bu formül, gerilim kaynağının, akım kaynağına dönüşümü yapıldıktan sonra, bunların sonuçlarının birleştirilmesinden elde edilmiştir. Formülden görüldüğü gibi paydaki  $V/R$  terimleri, paralel akım kaynaklarının toplamıdır. Payda da bulunan  $1/R$  terimleri ise ( $1/R = G =$  iletkenlik) paralel iletkenliklerin toplamıdır. Böylece net  $V_{xy}$  gerilimi ya  $I/G$  ya da  $I \times R$  dir.  $V_{xy}$  gerilimini hesaplamak için yukarıdaki devreyi ele alalım.

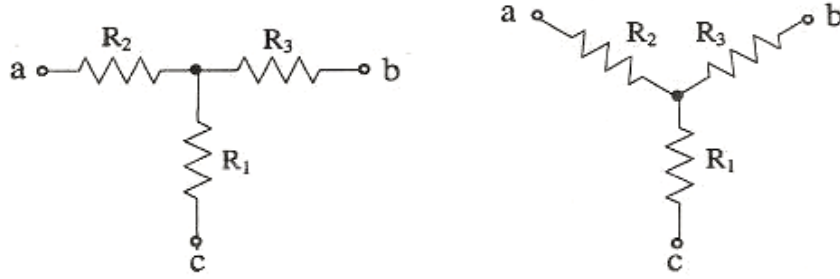
$$\begin{aligned} V_{xy} &= \frac{48/8 + 0/4 - 12/8}{1/8 + 1/4 + 1/8} \\ &= \frac{6 + 0 - 3/2}{2/4} \end{aligned}$$

$$V_{xy} = 9 \text{ V}$$

Üçüncü kolda bulunan  $V_3$  gerilim kaynağının polaritesi, x noktasına negatif gerilim uygulandığı için negatif olarak alınmıştır. Kaldı ki bütün dirençler pozitif değerlidir.  $V_{xy}$  'nin pozitif işaretli olmasının anlamı ise x noktasının, y noktasına göre pozitif olduğudur. 2. kolda bulunan  $V_2$  geriliminin değeri ise bu kolda gerilim kaynağı olmadığı için sıfırdır. Bu yöntem, kolların birbirine paralel olması ve kollar arasında seri direnç bulunmaması şartıyla kol sayısına bakılmaksızın her devreye uygulanabilir. Kollardaki dirençlerin birbirine seri olması durumunda ise bu dirençler toplanarak, toplam  $R_T$  direnci bulunur ve çözüme devam edilir. Eğer bir kolda birden fazla seri gerilim kaynağı varsa toplam gerilim  $V_T$  nin bulunması için bu gerilim kaynakları aritmetik olarak toplanır.

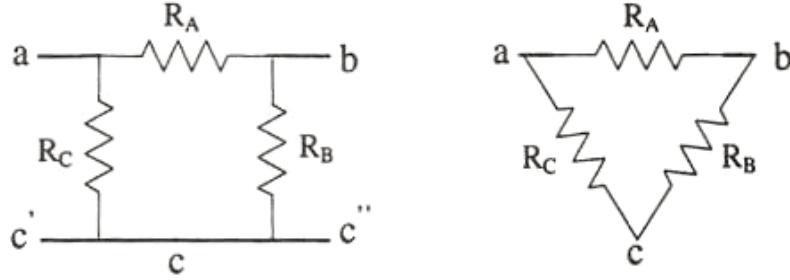
### 1.4.8 Y ve Δ Devreler

Şekilde görülen devre T devresi ya da Y devresi olarak anılır. Şekilde görüldüğü gibi bu iki devre birbirinin aynı olmasına karşın, T ve Y harflerine benzediği için öyle anılırlar.



Şekil. T ya da Y devre

Aşağıdaki şekilde ise π ya da (Δ) üçgen devreler verilmiştir. Devrede,  $R_C$  ile  $R_B$  dirençleri arasında bulunan  $R_A$  direnci, tepede olabileceği gibi üçgenin tabanında da olabilir. π devreye dikkat edilirse, üçgen devrede ki c noktasının c' ve c'' olarak ikiye ayrılmasıyla elde edilmiştir. π ve üçgen devre, esasen aynı devrenin farklı isimleridir.



Şekil. π ve (Δ) üçgen devre

#### 1.4.8.1 Dönüşüm Formülleri

Devre çözümleri yapılırken, üçgen devrenin yıldız devreye, bazen de yıldız devrenin üçgen devreye dönüşümü gerekebilir. Bazı hallerde ise bu dönüşümler yapılmadan devrenin çözümü imkansız olabilir. Devrenin yıldızdan üçgene dönüşümünün yapılabilmesi için gerekli formüller aşağıda verilmiştir. Bu formüller, yeni bir kavram ya da kanun yerine Kirchoff kanunundan türetilmiştir. Gerek devrelerde gerekse formüllerde,  $R_1$ ,  $R_2$  ve  $R_3$  harfleri yıldız ya da T devre için,  $R_A$ ,  $R_B$  ve  $R_C$  harfleri de üçgen yada π devre için kullanılmıştır.

Yıldızdan → üçgene dönüşüm

$$R_A = R_1 R_2 + R_2 R_3 + R_3 R_1 / R_1$$

$$R_B = R_1 R_2 + R_2 R_3 + R_3 R_1 / R_2$$

$$R_C = R_1 R_2 + R_2 R_3 + R_3 R_1 / R_3$$

Bu formüllerin tamamı, yıldız bir devreyi, bunun eşdeğeri olan üçgen, T ya da π devreye dönüştürme de kullanılır. Formüllere dikkat edilirse hepside aynı yapıdadır.

Üçgenden → yıldız dönüşüm

$$R_1 = R_B R_C / R_A + R_B + R_C$$

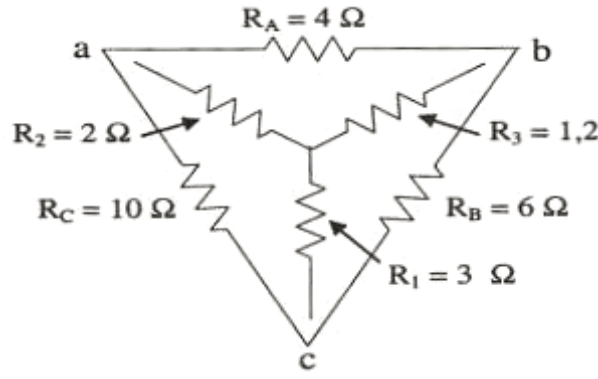
$$R_2 = R_A R_C / R_A + R_B + R_C$$

$$R_3 = R_B R_A / R_A + R_B + R_C$$

Ya da

$$R_Y = \frac{\Delta \text{ deki bitişik iki } R \text{ nin çarpımı}}{\sum \Delta \text{ deki bütün } R \text{ lerin toplamı}}$$

Bu formüllerin kullanılmasına yardımcı olması bakımından, aşağıdaki şeklin kullanılması faydalı olur. Bunun için şekilde görüldüğü gibi üçgen devrenin içine yıldız devreyi yerleştiriniz. Devreden görüldüğü gibi, yıldız devrede  $R_1$  in karşıtı, üçgen devrede  $R_A$   $R_2$  nin karşıtı  $R_B$  ve  $R_3$  ' ün karşıtıda  $R_C$  dir. Yine aynı devreden görüldüğü gibi, yıldız devrenin bir koluna bitişik olarak üçgen devrenin iki kolu vardır. Yani,  $R_1$  direncinin bitişik kolları  $R_B$  ve  $R_C$  dir.  $R_2$  direncinin bitişik kolları  $R_A$  ve  $R_C$  olup  $R_3$  direncinin bitişik kolları  $R_A$  ve  $R_B$  dir.



**Şekil.** Yıldız ve üçgen dönüşüm devresi

### 1.5 Elektrik Devrelerindeki Kısa Süreli Depo Elemanları Kondansatörler

İletken maddelerin elektrik akımını geçirdikleri yalıtkanların ise tam tersi davrandıklarını biliyoruz. İki iletken birleştirilip uçlarına gerilim uygulandığında elektrik akımı yine geçecektir. Acaba bu iletkenlerin arasına yalıtkan bir madde konulursa ne olur? Herhalde bu soruya verilecek cevap “elektrik akımı geçmez” olacaktır. Tabii ki levha şeklindeki iki iletken arasına yalıtkan yerleştirildiğinde, levhaların gerilim kaynağının pozitif ve negatif kutupları sayesinde farklı elektrik yükleri ile yüklenecekleri dikkatten kaçmamalıdır. Farklı elektrik yükleri ile yüklenen bu levhaların uçları uygulanan gerilim kesildikten sonra birleştirilirse bu sefer levhalardaki elektrik yükleri bir elektrik akımı oluşturur. İşte bu şekilde oluşturulan bir devre elemanı da kondansatörlerdir. Kondansatör elektrik yükünü depo eden bir devre elemanıdır. Yalnız akümülatörden farkı depo ettiği elektrik yükünü kısa süreli koruyabilmesidir.

Kondansatörün yüklendiği elektrik yükü miktarını o kondansatörün kapasitesi olarak tanımlarız. Bir kondansatörün kapasitesi, onun levhalarının büyüklüğü, levhalar arasındaki uzaklık, kullanılan yalıtkanın cinsi gibi fiziksel özelliklerine bağlı olarak değişir. Yalnız kondansatöre uygulanan gerilimin büyüklüğü de önemlidir. Gerilim değerinin büyük olması kondansatörün levhalarının yüklenebileceği elektrik yükü miktarının büyük olmasına dolayısı ile kondansatörün delinmesine neden olabilir. Bu her kondansatörün belli bir çalışma gerilim değerinin olduğunu gösterir.

Bir kondansatör uçlarına 1 Voltluk gerilim uygulandığında o kondansatör üzerinde 1 Coulomb’luk bir elektrik yükü oluşuyorsa kondansatörün kapasitesi 1 Farad demektir.

**C = Q / U (FARAD)**

**Örnek:**

Levhaları arasında 2,5 C'luk elektrik yüklü 0,1 F'lık kondansatör uçlarında görülecek gerilim ne kadardır?

**Çözüm:**

$$C = \frac{Q}{U} = \frac{2,5}{0,1} = 25 \text{ V}$$

**Örnek:**

5 µF'lık bir kondansatör uçlarına 40 Voltluk gerilim uygulandığında kondansatör levhalarının yükleneceği elektrik yükü miktarı ne kadar olur?

**Çözüm:**

$$Q = C.U = 5.10^{-6}.40 = 2.10^{-4} \text{ C}$$

Kondansatörler sabit ve ayarlı olmak üzere ikiye ayrılırlar.

Sabit kondansatörler, kapasitesi değişmesi mümkün olmayan kondansatörlerdir. Kullanılan yalıtkan malzemenin cinsine göre kâğıt kondansatörler, seramik ve mikalı kondansatörler, elektrolitik kondansatörler olarak isimlendirilirler.

Kâğıt kondansatörlerin kapasiteleri 1nF ile 20 µF arasındadır. Güç kaynaklarında, ses frekans devrelerinde, alternatif akım alıcılarında güç katsayısı düzeltici olarak kullanılırlar. Seramik ve mikalı kondansatörler yüksek frekans devrelerinde kullanılırlar. Kapasite değerleri üzerinde harf ve rakamlarla belirtilir. 50 piko-farad ile 500 pikofarad arasında küçük kapasiteleri elde etmek için imal edilirler.

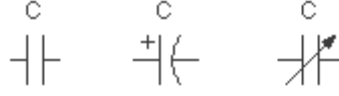


Elektrolitik kondansatörler diğerlerinden ayrılan en önemli yanları (+) ve (-) kutuplarının olmasıdır. Bu özellikleri nedeniyle DA devrelerinde kullanılırlar. Alternatif akımda kullanılabilmesi için kutupsuz olarak üretileni de vardır. Kapasite değerleri, çalışma gerilimleri ve kutup işaretleri kondansatör kılıfında yazılıdır. Elektrolitik kondansatörler büyük kapasite değerlerini sağlamak üzere imal edilirler. Tipik kapasite değerleri 1 Mikrofarad ile 2000 mikrofarad arasındadır.

Ayarlı kondansatörler kapasiteleri belli sınırlar içinde değiştirilebilen kondansatörlerdir. Varyabil kondansatörler, Trimer kondansatörler, Varikap kondansatörler olmak üzere üç çeşittir. Varyabil



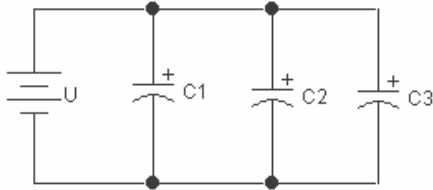
kondansatörlerin kapasiteleri, 850 ile 5000pF, varikap kondansatörlerin kapasiteleri 2 ile 100 pF arasında değişir. Trimer kondansatörlerin kapasiteleri çok küçüktür.



### 1.5.1 Kondansatörlerin çeşitli bağlantıları

Kondansatörlerin kapasiteleri tiplerine göre çeşitli değerlerdedir. Oysaki bizim istediğimiz kapasite değeri mevcut olanlardan daha farklı ise bu takdirde kondansatörleri seri veya paralel bağlayarak arzu edilen kapasite değerine ulaşmak mümkündür. Yalnız dikkat edilmesi gereken nokta kondansatörün çalışma gerilim değeridir.

#### 1.5.1.1 Paralel Bağlantı



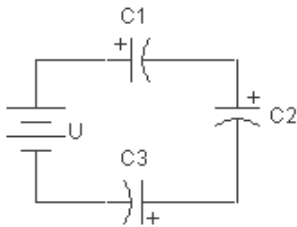
Kondansatörler paralel bağlandıklarında her biri kapasiteleri kadar yüklenirler. Şekle göre C1 kondansatörü  $Q1 = C1.U$ , C2 kondansatörü  $Q2 = C2.U$  ve C3 kondansatörü de  $Q3 = C3.U$  kadar elektrik yükü ile yüklenirler. Kondansatörlerin gerilim kaynağından çektikleri elektrik yükü miktarı her bir kondansatörün elektrik yükü miktarlarının toplamı kadar olacaktır. Bu durumda toplam elektrik yükü miktarı;

$$Q_t = Q_1 + Q_2 + Q_3$$

Üç kondansatörün kapasitesine eşdeğer kapasite kapasitelerinin toplamı kadardır.

$$C_t = C_1 + C_2 + C_3$$

#### 1.5.1.2 Seri Bağlantı



Her bir kondansatör uçlarındaki gerilim miktarlarının toplamı gerilim kaynağından uygulanan gerilime eşit olur. Buradan seri bağlı kondansatörlerin eşdeğer kapasiteleri bulunabilir.

$$U = U_1 + U_2 + U_3 \quad (1/C) = (1/C_1) + (1/C_2) + (1/C_3)$$

Kondansatörler seri bağlandıklarında yüklenecekleri elektrik yükü miktarları eşit olacaktır.

**Örnek:**

Seri bağlanan iki kondansatörün kapasiteleri  $C_1 = 100 \mu F$  ve  $C_2 = 40 \mu F$ 'tır. Kondansatörlerin toplam kapasiteleri ne kadardır?

**Çözüm:**

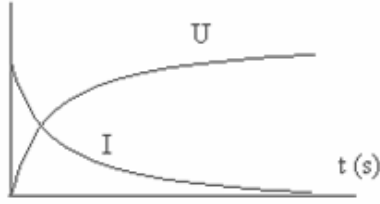
$$\frac{1}{C_T} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} = \frac{1}{100} + \frac{1}{40} \Rightarrow C_T \cong 28,57 \mu F$$

## 1.5.2 Doğru akımda kondansatör

### 1.5.2.1 Gerilim uygulanan bir kondansatörde gelişen olaylar

Kondansatörün uçlarına gerilim uygulandığında elektrik yükü ile yüklendiklerini ve yükün değerinin kondansatör kapasitesine bağlı olduğunu biliyoruz. Levhaları farklı elektrik yükleri ile yüklenmiş kondansatörün levhaları arasında bir potansiyel fark (gerilim) oluştuğu da dikkatten kaçmayacaktır. Bu olayı kısaca kondansatörün dolması (şarj) olarak tanımlarız.

Yüksüz (boş) bir kondansatör alıp gerilim uyguladığımızı düşündüğümüzde gerilim kaynağının kutuplarındaki pozitif ve negatif yükler kondansatör levhalarına doğru elektron hareketlerinin başlamasına neden olurlar. Yani devreden bir akım geçişi başlar. Kondansatör levhaları elektrikle yüklendikçe uçlarındaki gerilim değeri büyüyeceği için, çekilen akım azalmaya başlar ve gerilim kaynağının potansiyeli kondansatör levhaları arasındaki potansiyele eşit olduğunda kondansatör artık kaynaktan akım çekmez. Bu an, kondansatörün dolduğu andır.



Burada dikkat edilmesi gereken gerilim kaynağının değeri sabit olduğu halde kondansatör uçlarındaki gerilim değerinin zamanla değişmesidir.

Kondansatörün ilk andan dolana kadar geçen süre içerisinde levhaları arasındaki potansiyel fark sıfırdan itibaren kaynak potansiyeline ulaşmaya kadar artmaktadır. Diğer bir deyişle, ilk anda en büyük akım çekilirken kondansatör doldukça çekilen akım azalır.

Uygulanan gerilim kondansatöre seri bir direnç üzerinden verilirse, ilk anda kondansatör uç gerilimi olmadığı için geçecek olan akım direnç değerine bağlı olarak geçecek ve kondansatör bu akım ile yüklenmeye başlayacak uç gerilimi yavaş yavaş artacaktır.

Kondansatörün tam olarak dolması için geçen zamana, zaman sabiti denir ve ( $\tau$ ) ile gösterilir. Pratikte kondansatör uçlarındaki gerilimin, kaynak gerilimine yükselmesi için 5 zaman sabitesi kadar bir zaman yeterlidir. Zaman sabitesi kondansatörün kapasitesine ve seri bağlanan direnç değerine bağlı olarak doğru orantılı değişmektedir.

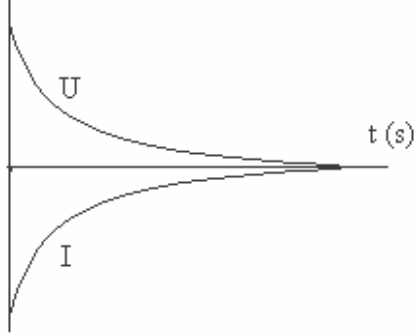
$$\tau = R \cdot C \quad \text{saniye}$$

Kondansatörün şarjında uç geriliminin zamanla doğru orantılı değişmediği, aynı şekilde akımın da değişiminin doğrusal değişmediği grafikte görülmektedir. Kondansatörden geçen akımın ve uçlarındaki gerilimin herhangi bir andaki değerleri;

$$i_s = (E / R) \cdot e^{-t/R.C}$$

$$u_s = E \cdot (1 - e^{-t/R.C})$$

### Dolu Bir Kondansatörün Direnç üzerinden Boşalması



Dolu bir kondansatör uçlarına direnç bağlandığında kondansatör uçlarındaki büyük potansiyel direnç üzerinden bir akım geçirmeye başlayacak ve kondansatör uçlarındaki gerilim azalacaktır. Gerilimin azalması ile akım biraz daha küçülecek ve bu kondansatör uçlarındaki gerilim sıfır olana kadar devam edecektir. Bu süre deşarj zaman sabitesi olarak tanımlanır. Şarj zaman sabitesi gibi hesaplanır.

Kondansatör deşarj olurken uçlarındaki gerilimin ve deşarj akımının da değişimlerinin doğrusal olmadıkları grafikte görülecektir. Deşarj sırasında herhangi bir andaki gerilim ve akım değerleri ise aşığıdaki formüllerle tespit edilebilir.

$$u_D = U_C \cdot e^{-t/R.C}$$

$$i_D = (U_C / R) \cdot e^{-t/R.C}$$

### Kondansatörde Depo Edilen Enerji

Kondansatör şarj olduğu süre içerisinde kaynaktan akım çekmektedir. Bu akım ile kondansatör enerjiyi depo etmekle bir iş yapmaktadır. Kondansatörde depo edilen enerji;

$$W = 0,5 \cdot C \cdot E^2 \text{ Joule}$$

### Örnek:

100  $\mu\text{F}$ 'lık kondansatör 20  $\text{k}\Omega$ 'luk direnç üzerinden 12 V'luk gerilim kaynağına bağlanmıştır. Zaman sabitesini, 0,5 saniye sonra geçen akımı ve kondansatör uçlarındaki gerilimi, kondansatörün tam şarjı için gereken zamanı bulunuz.

### Çözüm:

Zaman sabitesi

$$\tau = R.C = 20 \cdot 10^3 \cdot 100 \cdot 10^{-6} = 2 \text{ saniye}$$

0,5 saniye sonra geçen akımı bulmak için akımın herhangi bir andaki değerini bulabileceğimiz formülü kullanırız. Buradaki  $e$  ifadesi Neper logaritma tabanı olan (2,71828) sayısına eşittir.

$$i_s = (E/R) \cdot e^{-t/R.C} = (12/20 \cdot 10^3) \cdot e^{-0,5/2} = 6 \cdot 10^{-4} \cdot e^{-0,25} = 6 \cdot 10^{-4} \cdot 0,7788 = 4,6728 \cdot 10^{-4} \text{ A}$$

Akımı yaklaşık olarak 0,47 mA olarak kabul edebiliriz. Aynı zamanda kondansatör uçlarındaki gerilim ise

## 1.6 Elektromanyetizma

Bir iletkenden akım geçtiğinde iletkenin etrafında da mıknatısın manyetik alanına benzer bir alan meydana gelir. Mıknatısın manyetik alanının N kutbundan S kutbuna doğru bir yönü vardır. İçinden akım geçen iletken etrafında oluşan manyetik alanın da benzer şekilde bir yönü vardır. Bu alanın yönü iletkenden geçen akımın yönüne bağlı olarak değişir. Yönü tespit etmek için sağ el kuralı olarak bilinen yöntem kullanılır. Buna göre baş parmak akım yönünü gösterecek şekilde iletken tutulursa dört parmağın dönüş yönü alanın yönünü gösterir.

Bir iletkenden geçen akımın oluşturduğu manyetik alanın şiddeti; iletkenden geçen akıma ve uzaklığa bağlıdır.

$$\mathbf{H} = \mathbf{I} / (2\pi \cdot r) \text{ Amper/metre}$$

İçinden akım geçen iki iletkeni paralel olacak şekilde yan yana getirdiğimizde iletkenlerin her birinde oluşan manyetik alanların yönü aynı ise bu iletkenlerin etraflarındaki manyetik alanlar toplanır ve toplam manyetik alan tek bir iletkenin manyetik alanından daha büyük olur.

### 1.6.1 Bobin Etrafındaki Manyetik Alan

Bobin şeklindeki bir iletken etrafında meydana gelen manyetik alan iletken etrafında N ve S kutuplarının oluşmasına neden olur. Bu alanın yönü yine sağ el kuralı ile bulunur. Şöyle ki iletken tutulduğunda bobinden geçen akım yönünü dört parmak gösterirse başparmak bobinin N kutbunu gösterir. Bu bobinin oluşturduğu manyetik akı yoğunluğu ise bobinden geçen akıma, bobinin sarım sayısına, bobinin bulunduğu ortama (manyetik geçirgenliğe) ve bobinin uzunluğuna bağlıdır. Bunu formül ile gösterirsek;

$$\mathbf{B} = (\mu_0 \cdot \mathbf{N} \cdot \mathbf{I}) / l$$

Ortam hava olduğunda manyetik geçirgenlik  $\mu_0$  değeri  $1,26 \cdot 10^{-6}$  dır.

Formüldeki  $(N \cdot I) / l$  ifadesi manyetik alan şiddetine eşittir ve “H” ile gösterilir. Bu durumda bir bobindeki manyetik akı yoğunluğu aşağıdaki gibi yazılabilir.

$$\mathbf{B} = \mu_0 \cdot \mathbf{H}$$

Bobinin bulunduğu ortam hava değil de manyetik bir malzeme ise bu durumda manyetik alan manyetik malzemenin geçirgenliği kadar artar. Bir manyetik malzemenin geçirgenliği ise “ $\mu$ ” ile gösterilir.

### 1.6.2 Manyetik alan içinde akım taşıyan iletken

İçinden akım geçen bir iletken manyetik alan içine konulduğunda iletkene bir kuvvet etki ederek itilmesine neden olur. İletkenden geçen akımın bir manyetik alan meydana getirdiğini biliyoruz. O halde, itme kuvvetinin oluşmasına neden olan bu iki manyetik alanın birbirini etkilemesi olmalıdır. Peki iletkene etki eden kuvvetin yönü hangi tarafadır? Bu tespit için yine sağ elimizi kullanabiliriz: baş parmak diğer parmaklara dik tutularak iletkenden geçen akım yönünü gösterecek, diğer parmaklar manyetik alanın yönünü gösterecek şekilde tutulduğunda avucunuzun baktığı yön iletkene etki eden kuvvetin yönüdür. Bu kuvvet iki manyetik alanın birbirini etkilemesi ile ortaya çıktığına göre büyüklüğü manyetik akımın yoğunluğuna, iletkenden geçen akımın büyüklüğüne ve iletkenin uzunluğuna bağlı olmalıdır.

$$F = B \cdot I \cdot l \text{ Newton}$$

B Tesla , I Amper ve l metre olarak alınır.

### 1.6.3 Manyetik Direnç (Relüktans)

Manyetik alanın bulunduğu ortam manyetik akıların geçişine karşı zorluk gösterirler. Manyetik direnç olarak tanımlanan bu zorluk manyetik devrenin uzunluğu, kesiti ve geçirgenliğine bağlıdır.

$$R_m = l / (\mu \cdot s) \quad 1/H$$

### 1.6.4 İndüksiyon akımı

Bir iletkenden geçen akım manyetik alan oluşturduğuna göre acaba bir manyetik alan bir elektrik akımı oluşturabilir mi? Manyetik alanın içine bir iletken koyalım ve iletken uçlarına bir ampermetre bağlayalım. Ampermetrenin bir değer göstermediğini gözleriz. Daha büyük bir manyetik alan kullanarak tekrar denersek yine bir şey göremeyiz. Bir elektrik devresinde akımın meydana gelmesi için öncelikle kapalı bir devre oluşması ve bir kuvvet etkisi (gerilim) ile elektronların hareket etmesi gereklidir. O halde ihtiyacımız olan hareket duran bir manyetik alan ve duran bir iletkende akım oluşmasını beklemek anlamsızdır. İletkenin manyetik alan içinde hareket ettirdiğimizde kapalı bir devre oluşturan iletkenden bir akım geçecektir. Akım geçtiğine göre iletkende bir gerilim olmalıdır. Demek ki manyetik alan içinde bir iletken hareket ettirildiğinde iletkende bir elektro-motor-kuvvet meydana gelir. Bu e-m-k'nın yönü Lenz kanunu ile bulunur. Lenz kanununa göre indüksiyon e-m-k'nın meydana getirdiği akım, kendisini oluşturan akım değişmesine veya harekete karşı koyar. Bunu yine bir sağ el yöntemi ile bulabiliriz. Sağ el avuç içi kuvvet çizgilerine dik tutulup diğer parmaklara dik tutulan baş parmak hareket yönünü gösterirse e-m-k'nın yönü dört parmağın gösterdiği yöndedir. Meydana gelen indüksiyon e-m-k'nın değeri ise, Faraday kanununa göre manyetik akımın birim zamandaki değişim hızına ve sarım sayısına bağlıdır.

$$e = N \cdot \Delta \Phi / \Delta t \text{ Volt}$$

### 1.6.5 Özindüksiyon e-m-k ve endüktans

Bir bobin etrafında oluşan manyetik alan aynı zamanda bobini de içine almaktadır. Yani bobin kendi oluşturduğu manyetik alanın içinde bulunmaktadır. Bobinin hareketsiz olduğunu düşünüp manyetik alanın şiddetinin değiştiğini varsaydığımızda bobinde bir e-m-k meydana gelecektir. Manyetik alanın değişmesinin bobinden geçen akıma bağlı olduğunu hatırlamamızda fayda vardır. Bobinde bu şekilde meydana gelen e-m-k özindüksiyon e-m-k'sı olarak tanımlanır. Özindüksiyon e-m-k'sı kendisini oluşturan akıma ters yöndedir. Bu takdirde karşımıza bobinin içinden geçen akıma karşı bir zorluk gösterdiğini söyleyebiliriz. Direnci tanımlarken akıma karşı zorluk gösteren devre elemanı dediğimize göre bobinde ki bu olay bir anlamda direnç özelliği gösterir. Bobinin bu karşı koyma özelliği endüktans olarak tanımlanır. "L" ile gösterilen endüktansın birimi Henri'dir.

Bir bobinde 1 saniyede 1 Amper'lik değişiklik 1 Volt'luk e-m-k indüklüyorsa bobinin endüktansı 1 Henri'dir.

$$L = N \cdot \Delta \Phi / \Delta I$$

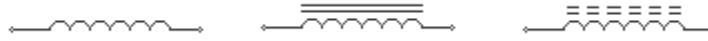
Bobinin endüktansı ölçüleri ile de değişmektedir. Bunlar; sarım sayısı, bobin çekirdeğinin kesiti, bobin uzunluğu ve ortamın geçirgenliğidir. Formül ile gösterildiğinde;

$$L = (N^2 \cdot \mu_0 \cdot s) / l \text{ (Henri)}$$



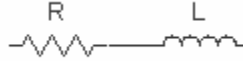
Bobinler çeşitli şekilde sarılabilirler, spiral, düz, petek sargı, toroidler bunlardan bazılarıdır.

Elektrik devrelerinde bobinler aşağıdaki sembollerle gösterilir.

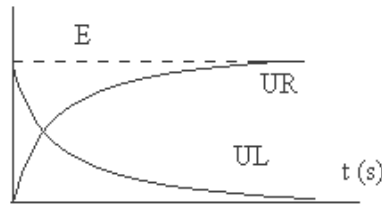
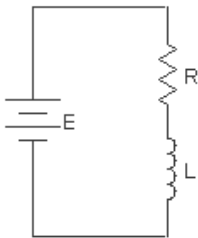


## 1.7 Doğru Akımda Bobin

### 1.7.1 Gerilim Uygulanan Bir Bobinden Geçen Akım



Bobini oluşturan iletkenler olduğuna göre bu iletkenlerin bir R direnci vardır. Bu bobinin endüktansına seri bir direnç ile gösterilir. Bir bobine gerilim uygulandığı anda akım sıfırdan itibaren artarak büyür. İlk anda akım sıfır olduğu için bobinin direnci (R) üzerinde bir gerilim düşümü olmayacağı için uygulanan gerilimin tamamı bobinin endüktansında (L) görülür ( $E=UL$ ). Akım arttıkça bobinin iletken direncinden dolayı bobin üzerinde bir gerilim düşümü olacaktır ( $UR$ ). Akımın artması endüktansı küçülteceğinden bu kez bobin direnci üzerindeki gerilim düşümü artar. Bu artış bobinden geçen akımdaki artış sona erdiğinde, yani bobin direnci üzerindeki gerilim düşümü uygulanan gerilime eşit olduğunda sona erer ( $UR=E$ ) şu halde akımın değişmesi ile, devreye uygulanan gerilimin bobin uçlarında iki farklı gerilim düşümü meydana getirdiği görülmektedir.



### 1.7.1.1 Zaman Sabitesi

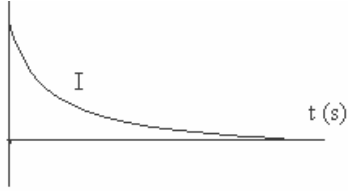
Bobin direncinden dolayı gerilim düşümünün belli bir süre sonra uygulanan gerilim değerine ulaştığı görülüyor. Bu süre zaman sabitesi olarak anılır ve bir bobindeki zaman sabitesi;

$$\tau = L / R \text{ saniye}$$

Bir bobinden geçen akım zaman içerisinde doğrusal olarak artmayıp belirli süre sonunda maksimum değerine ulaşır. Akımın herhangi bir andaki değeri ise;

### 1.7.1.2 Uygulanan Gerilimi Kesilmiş Bir Bobinde Akımın Gözlenmesi

Bobine uygulanan gerilimin kesilmesi geçen akımı da keser. Ancak bobinden akım geçtiği süre içerisinde bir manyetik alan meydana geliyordu. Gerilim kesildiğinde manyetik alanda bir azalma (değişme) olacaktır. Bu değişme bobinden bir indüksiyon akımının geçmesine neden olacağı için bir özindükleme e-m-k sı meydana gelir. Bu e-m-k akımın değişmesine karşı koyar. Bundan dolayı akım hemen sıfır olmayıp belirli bir süre içerisinde azalarak sıfır olacaktır.



Akımın değişiminin herhangi bir andaki değeri ise ;

$$\dot{I} = I \cdot e^{-R \cdot t / L}$$

Bobine uygulanan gerilimin kesilmesi bobinin bulunduğu devreden geçecek akımdan dolayı devreyi açan anahtar kontakları üzerinde çok büyük e-m-k ların meydana gelmesine neden olabilir. Bundan dolayı böyle devrelerde boşalma dirençleri kullanılır. Boşalma direnci kullanıldığında herhangi bir andaki akım değerinin bulunması için boşalma direnci değeri de hesaba katılmalıdır.

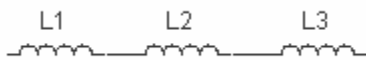
### 1.7.1.3 Bir Bobinde Depo Edilen Enerji

Bir bobinin kaynaktan çektiği akım bobinde bir manyetik alan meydana getiriyordu. Bobin çektiği enerjiyi bu durumda depo etmektedir. Bobinin depo ettiği enerji ;

$$W = 0,5 \cdot L \cdot I^2 \text{ Joule}$$

## 1.7.2 Bobinlerin kendi aralarında bağlanmaları

### 1.7.2.1 Seri Bağlantı

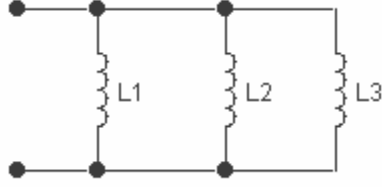


Seri bağlanan bobinlerin endüktansları devrede tek bir eşdeğer endüktans olarak kabul edilebilir ve eşdeğer endüktans bütün endüktansların toplamına eşittir.

$$L = L1 + L2 + L3 + \dots$$

Endüktansların üzerinde düşen gerilimlerin toplamı devreye uygulanan gerilimlerin toplamına eşittir.

### 1.7.2.2 Paralel Bağlantı



Paralel bağlı bobinlerin eşdeğer endüktansları dirençlerin paralel bağlanmalarında olduğu gibi belirlenir.

$$(1/L) = (1/L1) + (1/L2) + (1/L3) + \dots$$

Endüktanslardan geçen akımların toplamı devreden geçen akımların toplamına eşittir.

## 1.8 Uluslar Arası Birim Sistemi (SI) Alt Ve Üst Katları

ÇARPAN	ÖNAD	SEMBOL
$10^{18}$	Eksa	E
$10^{15}$	Peta	P
$10^{12}$	Tera	T
$10^9$	Giga	G
$10^6$	Mega	M
$10^3$	Kilo	K
$10^2$	Hecto	h
$10^1$	Deka	da
$10^{-1}$	Deci	d
$10^{-2}$	Centi	c
$10^{-3}$	Mili	m
$10^{-6}$	Mikro	$\mu$
$10^{-9}$	Nano	n
$10^{-12}$	Piko	p
$10^{-15}$	Femto	f
$10^{-18}$	Atto	a

## 1.9 Kondansatör Üzerinde Renk, Rakam Ve Harflerin Okunması

Kondansatörlerin okunması üç grupta toplanabilir.

1.GRUP : elektrolitik kondansatörlerdir. Bu kondansatörlerin üzerinde kapasite , gerilim değerleri ve kutupları belirtilmiştir.

2.GRUP : Seramik ve mikalı kondansatörlerin kodlama sistemidir. Örnek kondansatör değerleri aşağıdaki tabloda verilmiştir.

İŞARET	P56	56P	5P6	622	102	n46



DEĞER	0,56pF	56pF	5,6pF	6200pF	1000pF	0,46nF
İŞARET	4n6	46n	.033	.062	1	2,2
DEĞER	4,6nF	46nF	0,033μF	0,062μF	1μF	2,2μF

Bu kondansatörlerin üzerinde ayrıca yazılı olan %10 , %20 değerleri toleransı, 60-100-250 DA kullanma gerilimleridir.

3.GRUP : Kondansatör renk kodlarıdır.

RENKLER	TAM SAYI	ÇARPAN	TOLERANS	ÇALIŞMA GERİLİMİ	SICAKLIK KATSAYISI
SİYAH	0	1	20		NPO
KAHVERENGİ	1	10	1	100	
KIRMIZI	2	100	2	250	
TURUNCU	3	1000			N150
SARI	4	10000		400	
YEŞİL	5	100000	5		
MAVİ	6	1000000		630	
MOR	7	10000000			N750
GRİ	8	100000000			
BEYAZ	9	1000000000	10		
KIRMIZI/ MOR					P100
ALTIN		0,1	5		
GÜMÜŞ		0,01	10		

**4 renkli;** 1. renk sayı , 2. renk sayı , 3. renk çarpan , 4. renk çalışma gerilimi ,

**5 renkli;** 1. renk sayı , 2. renk sayı , 3. renk çarpan , 4. renk tolerans , 5. renk çalışma gerilimi,

**6 renkli;** 1. renk sayı , 2. renk sayı , 3. renk çarpan , 4. renk tolerans , 5. renk çalışma gerilimi 6. renk sıcaklık katsayısıdır.

### 1.9.1 Kondansatörlerin seçimi

Kondansatör seçimi yapılırken kapasite ve tolerans değerinden önce iki husus göz önünde bulundurulur.

**Çalışma gerilimi:** maksimum gerilimdir. (DC veya Maks. AC)

**Sızıntı akımı:** kondansatörlerde kullanılan dielektrik mükemmel bir yalıtkan olamaz ama sızıntı ile oluşan şarj kayıpları küçük olmalıdır.

	KUTUPLANMAMIŞ	KUTUPLANMIŞ
--	---------------	-------------

ÖZELLİK	POLYESTER	MİKA	SERAMİK	ALÜMİNYUM	TANTALYUM
DEĞERLER	0,01 – 10 $\mu$ F	1Pf – 0,01 $\mu$ F	10pF-1 $\mu$ F	1-100000 $\mu$ F	0,1-100 $\mu$ F
TOLERANS	$\pm$ %20	$\pm$ %1	-25+50%	-10+50%	$\pm$ %20
SIZINTI	küçük	küçük	küçük	büyük	Küçük
KULLANIM YERİ	Genel	Yüksek frekans	Dekuplaj	Düşük frekans	Düşük gerilim

### 1.9.2 Direnç seçimi

Dirençler devrelerde esas olarak, akım sınırlamak amacıyla kullanılırlar. Direnç seçimi yapılırken, o direncin değerinden önce, üç faktör göz önünde bulundurulur.

**Tolerans:** Seri üretim metodu ile mal edilen dirençlerin tam değerleri garanti edilemez. Fakat bu bir dezavantaj değildir. Çünkü birçok elektronik devrede kullanılan direnç değerleri kritik değerde değildir. 100  $\Omega$ 'luk bir direnç için 100 $\Omega$  nominal değerdir. Tolerans  $\pm$ %10 ise bunun anlamı; direnç 90 ve 110  $\Omega$  arasında herhangi bir değerde olabilir.

**Güç değeri:** Dirençte ısınma sonucu bozulma meydana getirmeyecek maksimum değerdeki güç değeridir. Birçok elektronik devre için; 0,25 ve 0,5 Watt gücünde dirençler uygundur. Güç değeri daha yüksek direncin fiziksel boyutları da daha büyüktür.

**Kararlılık:** Bir direnç için kararlılık, ısı artışında ve kullanma ömrünün çok olmasına karşılık, değerini koruyabilme özelliğidir.

Sabit değerli dirençler

ÖZELLİK	KARBON KARIŞIMI	KARBON FİLM	METAL OKSİT	TEL SARGILI
Maksimum değer	20 M $\Omega$	10 M $\Omega$	100 M $\Omega$	270 $\Omega$
Tolerans	$\pm$ %10	$\pm$ %5	$\pm$ %2	$\pm$ %5
Güç	0,125 – 1 W	0,25 – 2 W	0,5 W	2,5 W
Kararlılık	Zayıf	İyi	Çok iyi	Çok iyi
Kullanım yeri	Genel	Genel	Hassas çalışmalar	Düşük değerlerde

#### 1.9.2.1 Direnç Kodları

**Renk Kodu :**

RAKAM	RENK	CARPAN	TOLERANS
0	SİYAH	1 $\Omega$	
1	KAHVERENGİ	10 $\Omega$	$\pm$ %1
2	KIRMIZI	100 $\Omega$	$\pm$ %2
3	TURUNCU	1K $\Omega$	
4	SARI	10K $\Omega$	
5	YEŞİL	100K $\Omega$	$\pm$ %0,5

6	MAVİ	1MΩ	±%0,25
7	MOR	10MΩ	±%0,1
8	GRİ		±%0,05
9	BEYAZ		
	ALTIN	0,1	±%5
	GÜMÜŞ	0,01	±%10

Dirençler üzerindeki renklerin sayısı 4 veya 5 olabilir. Eğer direnç dört renkten oluşuyorsa ilk üç renk direnç değerini dördüncü renk ise toleransı gösterir. Eğer direnç beş renkli ise ilk dört renk direnç değerini beşinci renk ise toleransı göstermektedir. Dirençlerin renklerle kodlanmasında direnç değerini veren renkler altın veya gümüş olamaz. Ayrıca siyah, turuncu, sarı ve beyaz tolerans olarak kullanılmaz. Beyaz da çarpan olarak kullanılmaz.

Buna göre 1. ve 2. renklerin (eğer 5 renk varsa 3. renk de) karşılığı yan yana yazılır. Bir sonraki renk çarpan olduğundan karşılığı kadar sıfır eklenir. Direnç değeri elde edilir.

## 2 SAYISAL SİSTEMLER

### 2.1 Sayı Sistemleri

Sayısal Elektronik, Analog Elektronikten sonra çıkan en gelişmiş elektronik teknolojisidir. Bazı analog sinyallerin saklanması ve daha az kayıpla taşınmasında kullanılır. Ayrıca şu anda kullandığımız bilgisayarında temeli Sayısal Elektronik'tir. Harddiskte saklanan bilgiler sayısal kodlarla saklanır ve yine sayısal kodlarla işlemcide işlenir. Bir kişinin Sayısal elektronik öğrenmesi için ilk olarak sayı sistemlerini çok iyi bir şekilde bilmesi gerekir. Sayı sistemleri sayısal elektroniğin temelidir.

Sayısal eletronikte dört çeşit sayı sistemi kullanılmaktadır. Bunlar :

- Desimal Sayı Sistemi
- Binary Sayı Sistemi
- Oktal Sayı Sistemi
- Hexadesimal Sayı Sistemi

#### a) Desimal Sayı Sistemi :

Desimal sayı sistemi normal sayma sayılardan oluşur. Yani, 0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 sayılarından oluşur. On adet sayı bulunduğu için bu sayı sisteminin tabanı 10'dur. (158)<sub>10</sub> şeklinde yazılır. Bu sayı sisteminde ise dört matematiksel işlem bilindiği gibidir.

Örnek olarak 231 sayısını ele alalım;

$$231 = 2 \cdot 10^2 + 3 \cdot 10^1 + 1 \cdot 10^0$$

yukarıdaki işlemde nokta (.) çarpma işlemi yerine kullanılmıştır.

#### b) Binary Sayı Sistemi :

Binary sayı sisteminde iki adet sayı bulunur. Bunlar 0 ve 1 dir. Bu yüzden Binary sayı sisteminin tabanı 2'dir. (1011)<sub>2</sub> şeklinde yazılır. Aşağıda Binary sayı sistemi ile toplama, çıkarma, çarpma ve bölme işlemleri görülmektedir.

Bu sayı sistemine İngilizce'de ikili sayı anlamına gelen Binary Numbers yani Binary sayı sistemi denilmiştir. Her sayı dijital olarak ifade edilir ve basamaklar 2'nin kuvveti olarak yazılır. Örneğin 4 dijitten (haneden) oluşan yani 4-bitlik bir sayının bit ağırlıkları  $2^3, 2^2, 2^1, 2^0$  'dır. Bit ağırlıklarının en küçük olduğu dijite en küçük değerlikli sayı (Least significant digit, LSD), bit ağırlığının en büyük olduğu dijite ise en büyük değerlikli sayı (Most significant digit) denir.

Toplama		Çıkarma		Çarpma		Bölme	
1	1	1	1	101	1111	11	
+ 0	+ 1	- 0	- 1	× 11	- 11	101	
1	10	1	0	101	0011		
10	101	10	101	-101	- 11		
+ 1	+ 10	- 1	- 10	1111	00		
11	111	01	011				

#### Binary sayının Desimal sayıya çevrilmesi :

101 Binary sayısını Desimal sayıya çevirelim.

$$1 \times 2^2 + 0 \times 2^1 + 1 \times 2^0 \Rightarrow 1 \times 4 + 0 \times 2 + 1 \times 1 = 4 + 0 + 1 = 5 \text{ bulunur.}$$

Her bir bit kendi kuvveti ile çarpılır ve hepsi toplanır. Örnek olarak (110) sayısını ele alalım;

$$(110) = 1 \cdot 2^2 + 1 \cdot 2^1 + 0 \cdot 2^0 = 4 + 2 + 0 = 6$$

$2^2 = 4$	$2^1 = 2$	$2^0 = 1$
1	1	0

### ***Desimal sayının Binary sayıya çevrilmesi***

Desimal sayı Binary sayıya çevrilirken Binary sayının tabanı olan 2'ye bölünür. 9 Desimal sayısını Binary sayıya çevirelim.

Tablodan görüldüğü gibi 9 sayısı 2 'ye bölünür. Bu işlem bölüm sıfır olana kadar devam eder. Kalan kutusundaki rakamlar aşağıdan yukarı doğru alınarak yan yana yazılır. Sonuç = 1001

Çevirmek istediğimiz sayıyı bölüm ikiden küçük olana kadar 2'ye böleriz. İkiden küçük olan bölüm ile başlayarak sırayla sondan başa doğru kalanları yazarız ve elde ettiğimiz bir ve sıfırlarla oluşmuş sayı binary karşılığıdır.

Örnek olarak 11 sayısını ele alalım ;

$$11 / 2 = 5 \quad \text{kalan : 1} \quad 5 / 2 = 2 \quad \text{kalan : 1}$$

$$2 / 2 = 1 \quad \text{kalan : 0} \quad \text{sayımız (1011)}$$

Bu kez 15 sayısını ele alalım ;

$$15 / 2 = 7 \quad \text{kalan : 1}$$

$$7 / 2 = 3 \quad \text{kalan : 1}$$

$$3 / 2 = 1 \quad \text{kalan : 1} \quad \text{sayımız (1111)}$$

İşlem	Bölüm	Kalan
9 : 2	4	1
4 : 2	2	0
2 : 2	1	0
1 : 2		1

### ***c) Oktal Sayı Sistemi :***

Oktal sayı sisteminded 8 adet rakam bulunmaktadır. Bunlar 0 1 2 3 4 5 6 7'dir. Taban sayısı 8'dir. (125)<sub>8</sub> şeklinde gösterilir. Aşağıda Oktal sayılarla toplama, çıkarma, çarpma ve bölme işlemleri görülmektedir.

Toplama		Çıkarma		Çarpma	Bölme
15 + 7 — 24	74 + 56 — 152	15 + 7 — 6	74 + 56 — 16	43 × 12 — 106 - 43 — 536	77   3 - 6 — 25
635 + 75 — 732	247 + 154 — 423	635 + 75 — 540	247 + 154 — 073		17 - 17 — 00

### **Oktal sayının Desimal sayıya çevrilmesi :**

25 oktal sayısını desimal sayıya çevirelim.

$$2 \times 8^1 + 5 \times 8^0 \Rightarrow 2 \times 8 + 5 \times 1 = 16 + 5 = 21 \text{ bulunur.}$$

Örnek olarak (231) sayısını ele alalım ;

$$(231) = 2 \cdot 8^2 + 3 \cdot 8^1 + 1 \cdot 8 = 160 \text{ bulunur.}$$

### **Desimal sayının Oktal sayıya çevrilmesi :**

Desimal sayı Oktal sayıya çevrilirken Oktal sayının tabanı olan 8'e bölünür. 84 Desimal sayısını Oktal sayıya çevirelim. Tabloda görüldüğü gibi 84 sayısı 8'e bölünür. Daha sonra bölüm kutusundaki sayı tekrar 8'e bölünür. (Bölüm sıfır olana kadar). Kalan kutusundaki sayılar aşağıdan yukarı doğru alınarak yan yana yazılır. Çıkan sayı oktal sayıdır. Sonuç = 124

İkilik sistemde yaptığımız çevirme işleminin aynısını uygularız, yalnız bu sefer 2'ye değil tabanımız 8 olduğundan 8'e böleriz.

Örnek olarak 75 sayısını ele alalım;

$$75 / 8 = 9 \quad \text{kalan : 3}$$

$$9 / 8 = 1 \quad \text{kalan : 1} \quad \text{sayımız (113)}$$

### **Binary'den octal'a çevirme :**

Bu işlem için iki yöntem kullanabiliriz. Birincisi binary sayımızı önce desimale çevirir sonra da octal'a çeviririz.

İkinci yöntem ise çevirmek istediğimiz binary sayıyı en sağdan itibaren 3 bitlik gruplara ayırır ve bunların direk olarak desimal karşılığını yazarız. Çünkü 3 bitte 8'lik sayı sisteminin tamamını ifade edebiliriz.

Örnek olarak (1 111 001 011 ) sayısını ele alalım. Sağdan başlayarak 3'erli gruplarsak;

$$011 = 3, 001 = 1, 111 = 7, 1 = 001 = 1 \text{ yani sayımız (3171) 'dir.}$$

### **Octaldan binary'e çevirme işlemi :**

Desimalden binarye çevirdiğimiz gibi octal sayıları da 2'ye bölerek binary formuna çeviririz. Ya da her bir octal haneyi 3-bitlik binary sayılar şeklinde yazarak da aynı çevirmeyi yapabiliriz.

İşlem	Bölüm	Kalan
84 : 8	10	4
10 : 8	1	2
1 : 8		1

#### d) Hexadesimal Sayı Sistemi:

Hexadesimal sayı sisteminde 16 adet rakam bulunur. Bunlar 0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 A B C D E F'dir. Tabanı ise 16'dır ve  $(1D2A)_{16}$  şeklinde yazılır. Aşağıda Hexadesimal sayılarla toplama, çıkarma, çarpma ve bölme işlemleri görülmektedir.

Hexadesimal sayı sisteminin tabanı 16'dır. Desimal sayılar ve harflerle ifade edilir. 0,1,2,3,4,5,6,7,8,9,A,B,C,D,E,F sayılarını ve harflerini kullanır.

A=10, B=11, C=12, D=13, E=14, F=15 'dir.

Toplama		Çıkarma		Çarpma	Bölme
A + 5 — F	C4 + 26 — EA	A + 5 — 5	C4 + 26 — 9E	73 × 52 — E6 - 23F — 24D6	7A   3 - 6   — 1A - 18 — 02
6F9 + 8B — 784	DA7 + B4 — E5B	6F9 + 8B — 66E	DA7 + B4 — CF3		

#### Hexadesimal sayının Desimal sayıya çevrilmesi :

$(4F8)_{16}$  sayısını Desimal sayıya çevirelim.

$4 \times 16^2 + F \times 16^1 + 8 \times 16^0 \Rightarrow 4 \times 256 + F \times 16 + 8 \times 1 = 1024 + 240 + 8 = 1272$  bulunur. Hexadesimal sayılarla hesap yapılırken harf olarak belirtilen sayıların rakama çevrilerek hesap yapılması daha kolay olacaktır. Örneğin (C = 12 , A = 10 , F = 15) gibi.

Örnek olarak (A12) sayısını ele alalım;

$$(A12) = 10 \cdot 16^2 + 1 \cdot 16^1 + 2 \cdot 16^0$$

$16^2 = 256$	$16^1 = 16$	$16^0 = 1$
4	F	8

#### Desimal sayının Hexadesimal sayıya çevrilmesi:

Desimal sayıyı Hexadesimal sayıya çevirirken, Desimal sayı Hexadesimalin tabanı olan 16'ya bölünür. 100 Desimal sayısını Hexadesimal sayıya çevirelim.

Desimal sayı, bölüm sıfır olana kadar 16'ya bölünür. Daha sonra kalan kutusundaki sayılar aşağıdan yukarı doğru alınarak yan yana yazılır. Sonuç = 64

#### Binary'den hexadesimale çevirme

Birinci yöntem burada da geçerlidir. İkinci yöntemin tek farkı ise gruplamayı 4-bit lik gruplar halinde yapmamızdır. Ayrıca oluşturduğumuz gruplarda 9 değerini aşan sayıları harflerle ifade etmeyi unutmamalıyız.

Örnek olarak aynı sayıyı alalım (11 1100 1011)

$1011 = 11 = B$  ,  $1100 = 10 = A$  ,  $11=3$  sayımız (3AB)'dir.

Octal'dan Hexadesimal'e çevirme işlemi :

Sayıya önce desimale çevirip sonra hexadesimal yaparız ya da her bir haneyi 3-bitlik binary modda açıp sonra 4-bit'lik paketler halinde hexadesimale çeviririz. Hexadesimalden octala çevirme işlemi de bunun aynısıdır.

**Hexadesimal'den binarye çevirme işlemi :**

Herbir haneyi binary modda yazarak çeviririz.

İşlem	Bölüm	Kalan
100 : 16	6	4
6 : 16		6

Decimal	Binary	Octal	hexadecimal
0	0000	0	0
1	0001	1	1
2	0010	2	2
3	0011	3	3
4	0100	4	4
5	0101	5	5
6	0110	6	6
7	0111	7	7
8	1000	10	8
9	1001	11	9
10	1010	12	A
11	1011	13	B
12	1100	14	C
13	1101	15	D
14	1110	16	E
15	1111	17	F

**e) Sayı Sistemlerinin Eşitlikleri :**

Aşağıda, tüm sayı sistemlerinin birbirlerine olan eşitlikleri görülmektedir.

Sayı Sistemleri																
Desimal	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
Binary	0000	0001	0010	0011	0100	0101	0110	0111	1000	1001	1010	1011	1100	1101	1110	1111
Oktal	0	1	2	3	4	5	6	7	10	11	12	13	14	15	16	17
Hexadesimal	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	A	B	C	D	E	F

**2.2 Kod Sistemleri**

Digital elektronikte yapılan işleri kolaylaştırmak, hata oranını azaltmak ve bilgi iletimini sağlamak amacıyla kullanılır.

**2.2.1 BCD 8421 Kodu**

Desimal	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
BCD	0000	0001	0010	0011	0100	0101	0110	0111	1000	1001



$$2^3, 2^2, 2^1, 2^0 \longrightarrow 8, 4, 2, 1$$

**Örnek:**

$$(7)_{10} = (?)_{8421 \text{ BCD}}$$

$$(7)_{10} = 8*0 + 4*1 + 2*1 + 1*1$$

$$(7)_{10} = (0111)_{8421 \text{ BCD}}$$

**Örnek :**

$$(9)_{10} = (?)_{8421 \text{ BCD}}$$

$$(9)_{10} = 8*1 + 4*0 + 2*0 + 1*1$$

$$(9)_{10} = (1001)_{8421 \text{ BCD}}$$

Decimal Sayılar	8421 BCD
0	0000
1	0001
2	0010
3	0011
4	0100
5	0101
6	0110
7	0111
8	1000
9	1001

Sayı 2 basamaklı ise;  $13 = 7+6 = (6)_{10} = 0110$ ,  $(7)_{10} = 0111$   $(13)_{10} = 1101$

**Örnek :**

$$15 = 9 + 6 = 1001 + 0110 = 1111$$

$$15 = 8 + 7 = 1000 + 0111 = 1111$$

Sayı 3 veya daha çok basamaklı ise ;

$$(271)_{10} = (?)_{8421 \text{ BCD}}$$

$$\begin{array}{ccc} \underline{2} & \underline{7} & \underline{1} \\ & & \end{array}$$

$$0010 \quad 0111 \quad 0001 \longrightarrow (0010 \ 0111 \ 0001)$$

**Örnek:**

$$(104)_{10} = (?)_{8421 \text{ BCD}}$$

$$0001 \ 0000 \ 0100$$

**2.2.2 EXCESS -3 Kodu**

8421 BCD koduna 3 eklenerek bulunur.

**Örnek :**

$$(6)_{10} = (?)_{XS-3}$$
$$(6)_{10} = (0110)_{XS-3}$$

**Örnek :**

$$(3)_{10} + (6)_{10} = (?)_{XS-3}$$
$$(3)_{10} + (6)_{10} = (0011)_{XS-3} + (0110)_{XS-3}$$
$$(3)_{10} + (6)_{10} = (1100)_{XS-3}$$
$$(9)_{10} = (1100)_{XS-3}$$

**Örnek:**

$$(18)_{10} = (?)_{XS-3}$$
$$\underline{1} \quad \quad \quad \underline{8}$$
$$0100 \quad \quad 1011 \longrightarrow (18)_{10} = (0100\ 1011)_{XS-3}$$

Decimal Sayılar	Xs -3 Kodu
0	0011
1	0100
2	0101
3	0110
4	0111
5	1000
6	1001
7	1010
8	1011
9	1100

**Örnek :**

$$(425)_{10} = (?)_{XS-3}$$
$$(425)_{10} = (0111\ 0101\ 1000)_{XS-3}$$

**2.2.3 Gray kodu**

	AB	CD	00	01	11	10
00			M0	M1	M2	M3
01			M7	M6	M5	M4
11			M8	M9	M10	M11
10			M15	M14	M13	M12

Decimal Sayılar	4 Bit Gray Kodu
0	0000
1	0001
2	0011
3	0010
4	0110
5	0111
6	0101
7	0100
8	1100
9	1101

### Decimal sayının Gray koduna çevrimi :

Decimal sayı binary koda çevrilir. Sayının soluna 0 konur. Eşleme yapılır.

#### Örnek:

$$(56)_{10} = (?)_{GRAY}$$

$$(56)_{10} = (111000)_2$$

$$(56)_{10} = 0111000$$

$$(56)_{10} = (100100)_{GRAY}$$

#### Örnek:

$$(297)_{10} = (?)_{GRAY}$$

$$(297)_{10} = (100101001)_2$$

$$(297)_{10} = 0100101001$$

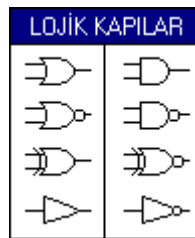
$$(297)_{10} = (110111101)_{GRAY}$$

## 2.3 Mantık Kapıları ve Devreleri

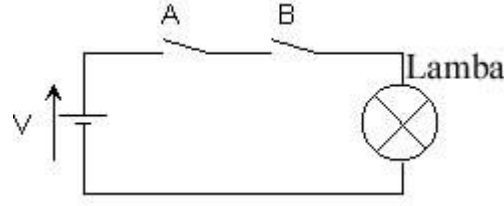
### 2.3.1 Giriş

Lojik kapılar sayısal elektroniğin temelini oluştururlar. Entegre devreler, büyük ölçüde lojik kapılardan oluşurlar. Lojik kapılar ise direnç, diyot, veya transistörlerden oluşur.

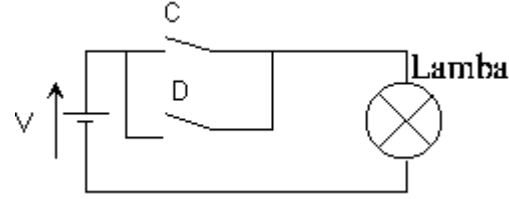
Sayısal elektroniğin temeli de lojik kapılardır. Tüm sayısal devrelerde kullanılırlar. Lojik kapılar 1 ve 0 dan oluşan Binary bilgileri işlemede kullanılır. Örneğin istenen Binary kodunun alınıp istenmeyenlerin de alınmamasında veya frekans üretiminde veya da gelen Binary bilgiye göre işlem yapmada kullanılırlar. Aşağıdaki tablolarda A ve B girişleri, Q ise çıkışı temsil etmektedir. Girişine uygulanan kodlara göre çıkıştaki kodlar, tabloda görülmektedir.



Elektronikte, kompleks devrelerin temeli küçük anahtarlama devreleri olan mantık kapılarına (logic gates) dayanır. Bu mantık kapıları anahtarlama ile aynı işlemi fakat daha hızlı ve etkili bir şekilde yaparlar. Bir mantık devresinin en temel yapısı aşağıdadır.



A ve B anahtarları kapandığında lamba yanar. Bir başka yapıda



C VEYA D anahtarları kapandığında lamba yanar.

Eğer anahtarın açık olduğu 'off' durumu için '0' sembolünü ve anahtarın kapalı olduğu 'on' durumu için '1' sembolünü kullanırsak, bu iki devre için 'doğruluk tablosu' aşağıdaki gibidir.

A (ANAHTAR)	B	Lamba	C	D	Lamba
0	0	0 (Sönük)	0	0	0 (Sönük)
0	1	0 (Sönük)	0	1	1 (Yanık)
1	0	0 (Sönük)	1	0	1 (Yanık)
1	1	1 (Yanık)	1	1	1 (Yanık)

### Doğruluk Tabloları

M sayıda girişi olan bir mantık kapısının  $2^M$  kadar alabileceği kombinasyon vardır. Örneğin 2 girişi (input) olan bir sistemde  $2^2$  yani 4 adet kombinasyon vardır. Girişlerden hepsi 0 olabilir, birinci giriş 0 diğeri 1 olabilir, birinci giriş 1 diğeri 0 olabilir veya her ikisi de 1 olabilir. Bir doğruluk tablosu olası tüm girişleri ve girişlere bağlı olarak alınacak çıkışları (output) gösterir. Girişler genelde ikilik sayı sisteminin sırasında gösterilir (000,001,010 gibi). Aşağıda girişleri (A, B ve C), çıkışı ise F olan bir sistemin örnek doğruluk tablosu görünmektedir.

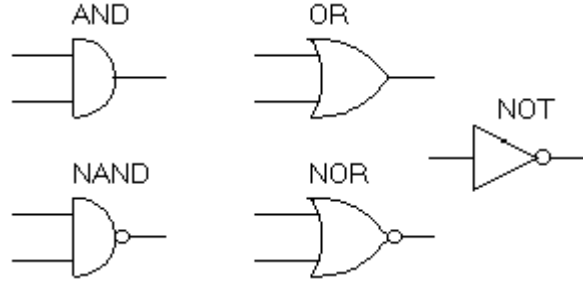
Onluk sistem (decimal)	A	B	C	F
	İkilik sistem (Binary)			
0	0	0	0	0
1	0	0	1	0
2	0	1	0	0
3	0	1	1	1
4	1	0	0	0
5	1	0	1	1
6	1	1	0	1
7	1	1	1	1

İkilik sayı sisteminde yukarıda olduğu gibi, değişkenler mantıksal 0 yada mantıksal 1 değişkenlerinden birini alabilirler. Bunlara ON/OFF, Doğru/Yanlış, Yüksek/Düşük, Var/Yok vb. adlar verilebilir.

Elektrik işareti olarak logic 1 +5 volt'u, logic 0 ise 0 volt'u temsil eder. Bunun yanında elektronik devrelerde diğer voltaj değerleri de görünebilir. Voltaj değerlerinin tam olarak 0 veya +5 volt olması gerekmediğini ve ara değerlerde de işlem yapılabilir.

### 2.3.2 Mantık Kapıları

Anahtarlama için sınırlı sayıda kapı fonksiyonu kullanılır. Ve bunlardan en çok kullanılanları aşağıda doğruluk tabloları ve matematiksel denklemleriyle verilen temel kapılardır. En çok kullanılan kapı sembolleri:



Doğruluk tablosu:

		A+B	A.B			
A	B	OR	AND	NOT	NOR	NAND
0	0	0	0	1	1	1
0	1	1	0	1	0	1
1	0	1	0	0	0	1
1	1	1	1	0	0	0

Bu şekilde gösterim karışıklığı önler. Ayrıca girişler binary modda verilmiştir ve bu sayede tablonun okunması kolaylaşır.

#### 2.3.2.1 Değil Kapısı (Tersleyici) (NOT)

Sembol:



Doğruluk Tablosu:

A	F
0	1
1	0

İşlevi: F grişe uygulanan A'nın değerine yani tersine eşittir

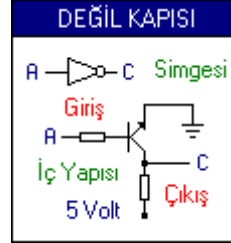
Mantık kapılarında tersleme yani değerini alma işareti sembolün sonuna konan küçük bir daire işaretidir. Fakat yazılı ifadelerde değil (NOT) manasına gelen bu gösterim asterik (A\*) veya (A') şeklinde ifade edilir.

Örnek verirsek, bir fotoğraf stüdyosunda karanlık oda bölümünde "Eğer kırmızı ışık yanıyor, karanlık odaya girmemelisiniz" durumunu inceleyelim.

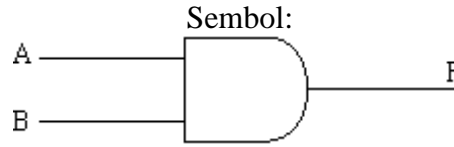
Kırmızı ışık yanıyor mu?	Bu durumda kapı açılır mı?
Hayır	Evet
Evet	Hayır

Değil Kapısı bir giriş ve birde çıkış ucuna sahiptir. Girişine gelen Binary kodu tersleyerek çıkışına iletir. Yani giriş 1 iken çıkış 0, giriş 0 iken çıkış 1 'dir. Hesaplamalardaki formülü  $Q = A'$  şeklindedir. Aşağıda Değil kapısının sembolü ve iç yapısı görülmektedir.

A	Q
0	1
1	0



### 2.3.2.2 Ve Kapısı (AND gate)



Doğruluk Tablosu:

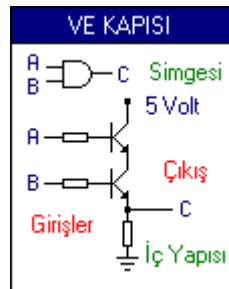
A	B	F
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

Boolean gösterimi:  $F = A \cdot B$  (F A ve B 'nin çarpımına eşittir)

Yukarıdaki şekilde iki girişli bir VE kapısı (two -input AND) gösterilmiştir. Bunun yanında daha çok girişe sahip olan kapılarda sıkça kullanılmaktadır. Ve kapısında girişlerin hepsi 1 ise çıkış ancak o zaman 1 olabilir. Eğer girişlerden bir tanesi bile 0 ise çıkış otomatik olarak 0 olacaktır. Bu denklemden de kolayca anlaşılabilir.  $F = A \cdot B$

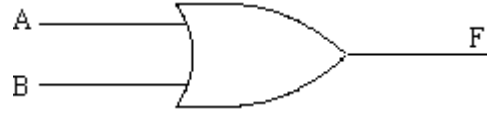
Ve kapısı iki ve ya daha fazla giriş ve bir adette çıkış ucuna sahiptir. Bu giriş uçlarına uygulanan 1 veya 0 kodlarına göre çıkışta değişiklikler görülür. Ve kapısının tüm girişleri 1 olduğunda çıkış 1, herhangi bir ucu 0 olduğunda ise çıkış 0'dır. Kapı hesaplarındaki formülü  $Q$  (Çıkış (C)) =  $A \cdot B$  dir. Aşağıda Ve kapısının sembolü ve iç yapısı görülmektedir.

A	B	Q
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1



### 2.3.2.3 Veya Kapısı (OR gate)

Sembol:



Doğruluk Tablosu:

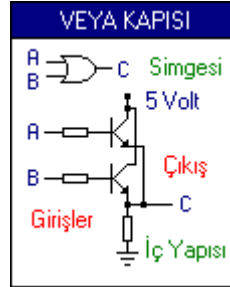
A	B	F
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

Boolean gösterimi:  $F = A + B$

Yukarıdaki şekilde iki girişli bir VEYA kapısı ( two-input OR gate) gösterilmektedir. Girişlerden sadece birinin 1 olması çıkışın bir olması için yeterlidir. Ve ancak tüm girişler 0 olduğunda çıkış 0 olur.

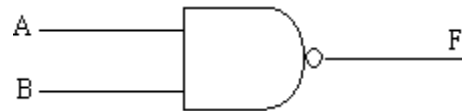
Veya kapısı da iki ve ya daha fazla giriş, bir adette çıkış ucuna sahiptir. Giriş uçlarından herhangi birisinin 1 olması durumunda çıkış 1, diğer durumlarda da çıkış 0'dır. Yani Ve kapısının tersi mantığında çalışır. Kapı hesaplarındaki formülü  $Q$  (Çıkış (C)) =  $A + B$  dir. Aşağıda Veya kapısının sembolü ve iç yapısı görülmektedir.

A	B	Q
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1



### 2.3.2.4 Vedeğil Kapısı (NAND - NOT AND gate)

Sembol:



Doğruluk Tablosu:

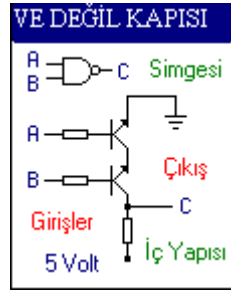
A	B	F
0	0	1
0	1	1
1	0	1
1	1	0

Boolean gösterimi:  $F = (A \cdot B)'$  ( $F$  A ve B' nin çarpımının tersine eşittir)

Bu kapıda ise sizin de tahmin ettiğiniz gibi sadece tüm girişlerin 1 olması durumunda çıkış 0'dır. Diğer durumlar için ise çıkış 1'dir. Kolay yapısı ve diğer fonksiyonlara kolayca dönüşebilmesi nedeniyle tercih edilir.

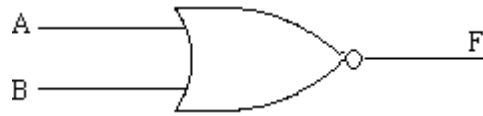
Değil mantığı tüm kapılarda vardır. Bu kapılar normal kapıların çıkış uçlarına değil kapısı eklenerek elde edilirler. Yani Ve kapısının çıkış ucu 1 olduğu durumlarda Ve Değil kapısının çıkışı 0, 0 olduğu durumlarda ise 1'dir. Kapı hesaplarındaki formülü  $Q$  (Çıkış (C)) =  $(A \cdot B)'$  dir. Üst tırnak işareti, değili (tersi) manasına gelmektedir. Formülün sonucu 1 ise 0, 0 ise de 1 'dir. Aşağıda Ve Değil kapısının sembolü ve iç yapısı görülmektedir.

A	B	Q
0	0	1
0	1	1
1	0	1
1	1	0



### 2.3.2.5 Veya Değil Kapısı (NOR - NOT OR gate)

Sembol:



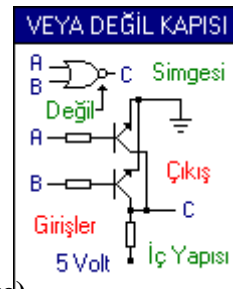
Doğruluk Tablosu:

A	B	F
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	0

Boolean gösterimi:  $F = (A + B)'$

Veya Değil kapısı da yine Veya kapısının çıkış ucuna Değil eklenerek elde edilmiştir. Veya Değil kapısının çıkış durumları Veya kapısının çıkış durumlarının tam tersidir. Kapı hesaplarındaki formülü  $Q$  (Çıkış (C)) =  $(A + B)'$  dir. Aşağıda Veya Değil kapısının sembolü ve iç yapısı görülmektedir.

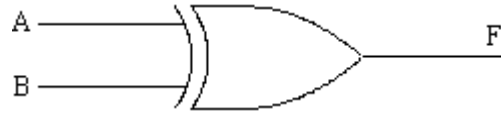
A	B	Q
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	0



### 2.3.2.6 Özel Veya Kapısı (Exclusive-OR EXOR gate)



Sembol:



Doğruluk Tablosu:

A	B	F
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	0

Boolean gösterimi:  $F = (A' \cdot B + A \cdot B')$

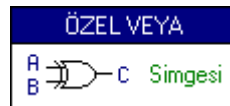
Özel veya kapısının çıkışı, girişlerin her ikisi de aynı olduğunda yani 1 veya sıfır olduğunda  $F=0$  olur. Eğer girişler farklı ise o zaman çıkış 1'e eşittir.

Bu kapının en klasik örneği evlerimizde bir lamba için kullandığımız odanın iki farklı yerindeki düğmelerdir.

1.düğme basılı mı?	2.düğme basılı mı?	Işık yanıyor mu?
Hayır	Hayır	Hayır
Hayır	Evet	Evet
Evet	Hayır	Evet
Evet	Evet	Hayır

İsminin Özel Veya kapısı olmasına rağmen Veya kapısı ile hiç bir alakası yoktur. Özel Veya kapısının girişleri aynı olduğunda çıkış 1, girişleri farklı olduğunda ise çıkış 0'dır. Yani girişler 1 0 yada 0 1 iken çıkış 1, girişler 0 0 yada 1 1 iken de çıkış 0'dır. Hesaplardaki formülü ise  $Q = A \oplus B$  dir. Aşağıda Özel Veya kapısının sembolü yer almaktadır.

A	B	Q
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	0



### 2.3.2.7 Özel Veya Değil Kapısı

Özel Veya Değil kapısı da Özel Veya Kapısının Çıkışına Değil eklenmiş halidir. Giriş uçları aynı iken çıkış 1, giriş uçları farklı iken de çıkış 0'dır. Hesaplamalardaki formülü  $Q = (A \oplus B)'$  dir. Aşağıda Özel Veya Değil kapısının sembolü görülmektedir.

A	B	Q
---	---	---



0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	1

### 2.3.2.8 Buffer Gate (Tampon kapısı)

Girişle çıkış aynıdır. Empedans uygunlaştırma için kullanılır.

A	I
0	0
1	1

#### Örnek:

Arabamızda kapı açıksa ve ışık açıksa ve motor çalışmıyorsa, bir sinyal sesinin bizi ikaz etmesini istediğimizi varsayalım.

İlk önce 1 ve 0 ne demek onu bir kez daha gözden geçirelim.

Işık	I	on = 1	Motor	M	on = 1
		off = 0			off = 0
Kapı	K	open = 1	Sinyal	S	on = 1
		closed = 0			off = 0

Şimdi istediğimiz durum için doğruluk tablomuzu çizebiliriz.

I	K	M	S
0	0	0	0
0	0	1	0
0	1	0	0
0	1	1	0
1	0	0	0
1	0	1	0
1	1	0	1
1	1	1	0

Tabloda görüldüğü gibi olası bütün durumları yazdık. Işık açık diğerleri kapalı, ışık ve kapı kapalı diğeri açık vs. ve sonuç kısmına ise bu durumda elde etmek istediğimiz çıkışı yazdık ve gördük ki durum "1" "1" "0" olunca, yani ışık açık, kapı açık ve motor kapalı ise sinyalimiz 1 oluyor yani aktif oluyor.

Bu da demektir ki sinyal sadece  $I = 1$ ,  $K = 1$  ve  $M = 0$  durumunda çalışacak. Bunu formülle ifade edersek

$$S = I \cdot K \cdot M'$$

**Örnek:** Bir alarm sisteminin 3 adet dedektörü olduğunu varsayalım A, B ve C. Biz bu alarmın "F", iki veya daha fazla çıkışın 1 olması durumunda çalışmasını istiyoruz.

Her zaman olduğu gibi olası şartlar için doğruluk tablomuzu çiziyoruz ve bizim belirlediğimiz şartlar gerçekleştiğinde de istediğimiz çıkış değerinin ne olması gerektiğini yazıyoruz.

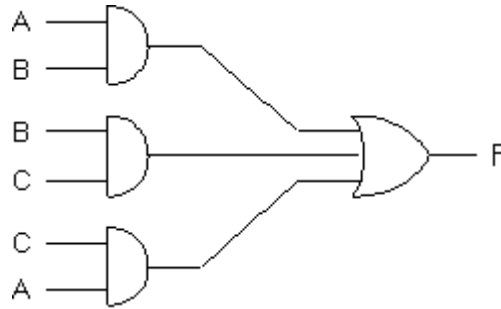
A	B	C	F
0	0	0	0
0	0	1	0
0	1	0	0
0	1	1	1
1	0	0	0
1	0	1	1
1	1	0	1
1	1	1	1

F sütununda 1 ile gösterilen yerler girişlerden 2 veya daha fazlasının 1 olduğu durumları göstermektedir.

$$F = \bar{A}BC + A\bar{B}C + AB\bar{C} + ABC$$

$$= AB + BC + CA$$

Burada girişleri ikili gruplamamızın sebebi en az iki girişin 1 olması durumunda alarmın çalışması gerektiğidir. Bunun için olabilecek tüm ikili girişleri yazdık ve bunların çıkışını bir veya kapısına bağladık. Çünkü en az bir ve kapısından gelecek 1 değeri detektörlerin en az ikisinden 1 geldiğini bize göstermektedir. Bunun sonucunda da en az bir girişi 1 olan veya kapısının çıkışı da bir olup alarmı çalıştırmaktadır.



## 2.4 Boolean Matematiği

Boolean matematiği tamamen 1 ve 0 üzerine kurulu bir matematiktir. Bu 1 ve 0, düşük - yüksek, var - yok, olumlu - olumsuz, gibi terimlere benzetilebilir. Boolean matematiğinde, (') işareti tersi, (.) işareti Ve, (+) işareti Veya, ( $\oplus$ ) işareti de özel veya manasına gelmektedir. Aşağıda boolean matematiği hesaplamaları görülmektedir.

### 2.4.1 Boolean Matematiğinde Hesaplamalar :

Boolean matematiğinde dört çeşit hesap vardır. Bunlar Ve (.), Veya (+), Değil (') ve son olarak Özel Veya ( $\oplus$ ). Aşağıdaki tabloda sabit değerlerin birbirleri arasındaki hesaplar görülmektedir.

Ve (.)	$0 \cdot 0 = 0$	$0 \cdot 1 = 0$	$1 \cdot 0 = 0$	$1 \cdot 1 = 1$
Veya (+)	$0 + 0 = 0$	$0 + 1 = 1$	$1 + 0 = 1$	$1 + 1 = 1$
Değil (')	$0' = 1$		$1' = 0$	

Birde giriş uçlarının değişkenleri ile (A, B, C gibi) hesaplar yapılır. Bunlar çıkışın veya çıkışların, giriş değişkenlerine göre göstereceği durumları hesaplamak içindir. Aşağıda bu hesaplamalar yer almaktadır.

Formüller	0 Değeri Verildiğinde	1 Değeri Verildiğinde
$A \cdot 0 = 0$	A = 0 ise, $0 \cdot 0 = 0$	A = 1 ise, $1 \cdot 0 = 0$
$A \cdot 1 = A$	A = 0 ise, $0 \cdot 1 = 0$	A = 1 ise, $1 \cdot 1 = 1$
$A + 0 = A$	A = 0 ise, $0 + 0 = 0$	A = 1 ise, $1 + 0 = 1$
$A + 1 = 1$	A = 0 ise, $0 + 1 = 1$	A = 1 ise, $1 + 1 = 1$
$A \cdot A = A$	A = 0 ise, $0 \cdot 0 = 0$	A = 1 ise, $1 \cdot 1 = 1$
$A + A = A$	A = 0 ise, $0 + 0 = 0$	A = 1 ise, $1 + 1 = 1$
$A \cdot A' = 0$	A = 0 ise, $0 \cdot 1 = 0$	A = 1 ise, $1 \cdot 0 = 0$
$A + A' = 1$	A = 0 ise, $0 + 1 = 1$	A = 1 ise, $1 + 0 = 1$
$(A')' = A$	A = 0 ise, A' = 1, $(A')' = 0$	A = 1 ise, A' = 0, $(A')' = 1$

Şimdide bu formüllerin bazı sadeleştirmelerini inceleyelim.

Sadeleştirmeler	
$(A + B) = (B + A)$	$(A \cdot B) = (B \cdot A)$
$A + B + C = A + (B + C) = A + B + C$	
$(A \cdot B) \cdot C = A \cdot (B \cdot C) = A \cdot B \cdot C$	
$(A + B) \cdot (A + C) = A + (B \cdot C)$	
$(A' \cdot B) + (A \cdot B') = A \oplus B$	$(A' \cdot B') + (A \cdot B) = (A \oplus B)'$
$(A + B)' = A' \cdot B'$	$(A \cdot B)' = A' + B'$

**Örnek :**

A+AB fonksiyonunun doğruluk tablosunu çizerek  $A=A+A \cdot B$  olduğunu gösteriniz?

A	B	A.B	A+A.B
0	0	0	0
0	1	0	0
1	0	0	1
1	1	1	1

İşlem Basitleştirme

Boolean Cebri kuralları kullanılarak sayısal elektronikte karmaşık devreler sadeleştirilebilir.

**Örnek :**

$$F = A (A + B') = AA + AB' = A + AB' = A(1+B') = A$$

**Örnek:**

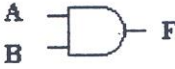



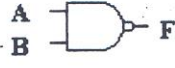



$$F = A (A' + B) = A A' + AB = AB$$

**Örnek 3 :**

$$F = A (AB + C) = AAB + AC = AB + AC = A(B+C)$$

**Örnek 4 :**

$$F = A B' + A' B' = B'(A+A') = B'$$

GATE	SEMBOLÜ	İŞLEVİ
AND		$F = A \cdot B$
OR		$F = A + B$
İNVERTER-NOT		$F = \bar{A}$
BUFFER		$F = A$
NAND		$F = \overline{A \cdot B}$
NOR		$F = \overline{A + B}$
EX-OR		$F = \bar{A}B + A\bar{B}$ veya $F = A \oplus B$
EX-NOR		$F = AB + \overline{A \cdot B}$

#### 2.4.2 Karno haritası

Karno haritası, sadeleştirme ve sayısal devre tasarımında kullanılmaktadır. Değişken sayısına göre karno haritası düzenlenir. Örneğin 2 değişken (A B), 5 değişken (A B C D E) gibi. Karno haritası en fazla 6 değişkenli eşitlikleri sadeleştirmede kullanılır. Aşağıda değişken sayısına göre karno düzenleme anlatılmıştır.

### 2.4.2.1 Değişken sayısına göre karno hazırlama

Karno haritasında kaç kutu olacağını  $2^n$  (2 üzeri n) formülü ile bulabilirsiniz. N değişken adedini belirtir.

Aşağıdaki tabloda değişkenin değili olan yerlere 0 , değişkenin kendisi olan yerlere 1 konur.

<p>a) - 2 Değişkenli karno haritası <math>:(A , B) 2^2 = 4</math> kutu</p> <table border="1" style="margin-left: 20px;"> <tr> <td></td> <td>A</td> <td>A'</td> <td>A</td> </tr> <tr> <td>B</td> <td>A'B</td> <td>A'B'</td> <td>AB</td> </tr> <tr> <td>B'</td> <td>A'B</td> <td>A'B'</td> <td>AB</td> </tr> </table>		A	A'	A	B	A'B	A'B'	AB	B'	A'B	A'B'	AB	<p>c) - 4 Değişkenli karno haritası <math>:(A , B , C , D) 2^4 = 16</math> kutu</p> <table border="1" style="margin-left: 20px;"> <tr> <td></td> <td>AB</td> <td>A'B</td> <td>AB</td> <td>A'B'</td> </tr> <tr> <td>CD</td> <td>A'B'C'D'</td> <td>A'B'C'D'</td> <td>A'B'C'D'</td> <td>A'B'C'D'</td> </tr> <tr> <td>C'D'</td> <td>A'B'C'D'</td> <td>A'B'C'D'</td> <td>A'B'C'D'</td> <td>A'B'C'D'</td> </tr> <tr> <td>C'D</td> <td>A'B'C'D'</td> <td>A'B'C'D'</td> <td>A'B'C'D'</td> <td>A'B'C'D'</td> </tr> <tr> <td>CD</td> <td>A'B'C'D'</td> <td>A'B'C'D'</td> <td>A'B'C'D'</td> <td>A'B'C'D'</td> </tr> <tr> <td>CD'</td> <td>A'B'C'D'</td> <td>A'B'C'D'</td> <td>A'B'C'D'</td> <td>A'B'C'D'</td> </tr> </table>		AB	A'B	AB	A'B'	CD	A'B'C'D'	A'B'C'D'	A'B'C'D'	A'B'C'D'	C'D'	A'B'C'D'	A'B'C'D'	A'B'C'D'	A'B'C'D'	C'D	A'B'C'D'	A'B'C'D'	A'B'C'D'	A'B'C'D'	CD	A'B'C'D'	A'B'C'D'	A'B'C'D'	A'B'C'D'	CD'	A'B'C'D'	A'B'C'D'	A'B'C'D'	A'B'C'D'																														
	A	A'	A																																																																						
B	A'B	A'B'	AB																																																																						
B'	A'B	A'B'	AB																																																																						
	AB	A'B	AB	A'B'																																																																					
CD	A'B'C'D'	A'B'C'D'	A'B'C'D'	A'B'C'D'																																																																					
C'D'	A'B'C'D'	A'B'C'D'	A'B'C'D'	A'B'C'D'																																																																					
C'D	A'B'C'D'	A'B'C'D'	A'B'C'D'	A'B'C'D'																																																																					
CD	A'B'C'D'	A'B'C'D'	A'B'C'D'	A'B'C'D'																																																																					
CD'	A'B'C'D'	A'B'C'D'	A'B'C'D'	A'B'C'D'																																																																					
<p>b) - 3 Değişkenli karno haritası <math>:(A , B , C) 2^3 = 8</math> kutu</p> <table border="1" style="margin-left: 20px;"> <tr> <td></td> <td>AB</td> <td>A'B</td> <td>AB</td> <td>A'B'</td> </tr> <tr> <td>C</td> <td>A'B'C'</td> <td>A'B'C'</td> <td>A'B'C'</td> <td>A'B'C'</td> </tr> <tr> <td>C'</td> <td>A'B'C'</td> <td>A'B'C'</td> <td>A'B'C'</td> <td>A'B'C'</td> </tr> <tr> <td>C</td> <td>A'B'C'</td> <td>A'B'C'</td> <td>A'B'C'</td> <td>A'B'C'</td> </tr> </table>		AB	A'B	AB	A'B'	C	A'B'C'	A'B'C'	A'B'C'	A'B'C'	C'	A'B'C'	A'B'C'	A'B'C'	A'B'C'	C	A'B'C'	A'B'C'	A'B'C'	A'B'C'	<p>d) - 5 Değişkenli karno haritası <math>:(A , B , C , D , E) 2^5 = 32</math> kutu</p> <table border="1" style="margin-left: 20px;"> <tr> <td></td> <td>ABC</td> <td>A'B</td> <td>AB</td> <td>A'B'</td> <td>A'B'</td> <td>AB</td> <td>A'B</td> <td>A'B'</td> </tr> <tr> <td>D'E</td> <td>A'B'C'D'E</td> <td>A'B'C'D'E</td> <td>A'B'C'D'E</td> <td>A'B'C'D'E</td> <td>A'B'C'D'E</td> <td>A'B'C'D'E</td> <td>A'B'C'D'E</td> <td>A'B'C'D'E</td> </tr> <tr> <td>D'E</td> <td>A'B'C'D'E</td> <td>A'B'C'D'E</td> <td>A'B'C'D'E</td> <td>A'B'C'D'E</td> <td>A'B'C'D'E</td> <td>A'B'C'D'E</td> <td>A'B'C'D'E</td> <td>A'B'C'D'E</td> </tr> <tr> <td>D'E</td> <td>A'B'C'D'E</td> <td>A'B'C'D'E</td> <td>A'B'C'D'E</td> <td>A'B'C'D'E</td> <td>A'B'C'D'E</td> <td>A'B'C'D'E</td> <td>A'B'C'D'E</td> <td>A'B'C'D'E</td> </tr> <tr> <td>D'E</td> <td>A'B'C'D'E</td> <td>A'B'C'D'E</td> <td>A'B'C'D'E</td> <td>A'B'C'D'E</td> <td>A'B'C'D'E</td> <td>A'B'C'D'E</td> <td>A'B'C'D'E</td> <td>A'B'C'D'E</td> </tr> </table>		ABC	A'B	AB	A'B'	A'B'	AB	A'B	A'B'	D'E	A'B'C'D'E	A'B'C'D'E	A'B'C'D'E	A'B'C'D'E	A'B'C'D'E	A'B'C'D'E	A'B'C'D'E	A'B'C'D'E	D'E	A'B'C'D'E	A'B'C'D'E	A'B'C'D'E	A'B'C'D'E	A'B'C'D'E	A'B'C'D'E	A'B'C'D'E	A'B'C'D'E	D'E	A'B'C'D'E	A'B'C'D'E	A'B'C'D'E	A'B'C'D'E	A'B'C'D'E	A'B'C'D'E	A'B'C'D'E	A'B'C'D'E	D'E	A'B'C'D'E	A'B'C'D'E	A'B'C'D'E	A'B'C'D'E	A'B'C'D'E	A'B'C'D'E	A'B'C'D'E	A'B'C'D'E							
	AB	A'B	AB	A'B'																																																																					
C	A'B'C'	A'B'C'	A'B'C'	A'B'C'																																																																					
C'	A'B'C'	A'B'C'	A'B'C'	A'B'C'																																																																					
C	A'B'C'	A'B'C'	A'B'C'	A'B'C'																																																																					
	ABC	A'B	AB	A'B'	A'B'	AB	A'B	A'B'																																																																	
D'E	A'B'C'D'E	A'B'C'D'E	A'B'C'D'E	A'B'C'D'E	A'B'C'D'E	A'B'C'D'E	A'B'C'D'E	A'B'C'D'E																																																																	
D'E	A'B'C'D'E	A'B'C'D'E	A'B'C'D'E	A'B'C'D'E	A'B'C'D'E	A'B'C'D'E	A'B'C'D'E	A'B'C'D'E																																																																	
D'E	A'B'C'D'E	A'B'C'D'E	A'B'C'D'E	A'B'C'D'E	A'B'C'D'E	A'B'C'D'E	A'B'C'D'E	A'B'C'D'E																																																																	
D'E	A'B'C'D'E	A'B'C'D'E	A'B'C'D'E	A'B'C'D'E	A'B'C'D'E	A'B'C'D'E	A'B'C'D'E	A'B'C'D'E																																																																	
<p>e) - 6 Değişkenli karno haritası <math>:(A , B , C , D , E , F) 2^6 = 64</math> kutu</p> <table border="1" style="margin-left: 20px;"> <tr> <td></td> <td>ABC</td> <td>A'B</td> <td>AB</td> <td>A'B'</td> <td>A'B'</td> <td>AB</td> <td>A'B</td> <td>A'B'</td> </tr> <tr> <td>D'E</td> <td>A'B'C'D'E'F'</td> <td>A'B'C'D'E'F'</td> <td>A'B'C'D'E'F'</td> <td>A'B'C'D'E'F'</td> <td>A'B'C'D'E'F'</td> <td>A'B'C'D'E'F'</td> <td>A'B'C'D'E'F'</td> <td>A'B'C'D'E'F'</td> </tr> <tr> <td>D'E</td> <td>A'B'C'D'E'F'</td> <td>A'B'C'D'E'F'</td> <td>A'B'C'D'E'F'</td> <td>A'B'C'D'E'F'</td> <td>A'B'C'D'E'F'</td> <td>A'B'C'D'E'F'</td> <td>A'B'C'D'E'F'</td> <td>A'B'C'D'E'F'</td> </tr> <tr> <td>D'E</td> <td>A'B'C'D'E'F'</td> <td>A'B'C'D'E'F'</td> <td>A'B'C'D'E'F'</td> <td>A'B'C'D'E'F'</td> <td>A'B'C'D'E'F'</td> <td>A'B'C'D'E'F'</td> <td>A'B'C'D'E'F'</td> <td>A'B'C'D'E'F'</td> </tr> <tr> <td>D'E</td> <td>A'B'C'D'E'F'</td> <td>A'B'C'D'E'F'</td> <td>A'B'C'D'E'F'</td> <td>A'B'C'D'E'F'</td> <td>A'B'C'D'E'F'</td> <td>A'B'C'D'E'F'</td> <td>A'B'C'D'E'F'</td> <td>A'B'C'D'E'F'</td> </tr> <tr> <td>D'E</td> <td>A'B'C'D'E'F'</td> <td>A'B'C'D'E'F'</td> <td>A'B'C'D'E'F'</td> <td>A'B'C'D'E'F'</td> <td>A'B'C'D'E'F'</td> <td>A'B'C'D'E'F'</td> <td>A'B'C'D'E'F'</td> <td>A'B'C'D'E'F'</td> </tr> <tr> <td>D'E</td> <td>A'B'C'D'E'F'</td> <td>A'B'C'D'E'F'</td> <td>A'B'C'D'E'F'</td> <td>A'B'C'D'E'F'</td> <td>A'B'C'D'E'F'</td> <td>A'B'C'D'E'F'</td> <td>A'B'C'D'E'F'</td> <td>A'B'C'D'E'F'</td> </tr> <tr> <td>D'E</td> <td>A'B'C'D'E'F'</td> <td>A'B'C'D'E'F'</td> <td>A'B'C'D'E'F'</td> <td>A'B'C'D'E'F'</td> <td>A'B'C'D'E'F'</td> <td>A'B'C'D'E'F'</td> <td>A'B'C'D'E'F'</td> <td>A'B'C'D'E'F'</td> </tr> </table>			ABC	A'B	AB	A'B'	A'B'	AB	A'B	A'B'	D'E	A'B'C'D'E'F'	A'B'C'D'E'F'	A'B'C'D'E'F'	A'B'C'D'E'F'	A'B'C'D'E'F'	A'B'C'D'E'F'	A'B'C'D'E'F'	A'B'C'D'E'F'	D'E	A'B'C'D'E'F'	A'B'C'D'E'F'	A'B'C'D'E'F'	A'B'C'D'E'F'	A'B'C'D'E'F'	A'B'C'D'E'F'	A'B'C'D'E'F'	A'B'C'D'E'F'	D'E	A'B'C'D'E'F'	A'B'C'D'E'F'	A'B'C'D'E'F'	A'B'C'D'E'F'	A'B'C'D'E'F'	A'B'C'D'E'F'	A'B'C'D'E'F'	A'B'C'D'E'F'	D'E	A'B'C'D'E'F'	A'B'C'D'E'F'	A'B'C'D'E'F'	A'B'C'D'E'F'	A'B'C'D'E'F'	A'B'C'D'E'F'	A'B'C'D'E'F'	A'B'C'D'E'F'	D'E	A'B'C'D'E'F'	A'B'C'D'E'F'	A'B'C'D'E'F'	A'B'C'D'E'F'	A'B'C'D'E'F'	A'B'C'D'E'F'	A'B'C'D'E'F'	A'B'C'D'E'F'	D'E	A'B'C'D'E'F'	A'B'C'D'E'F'	A'B'C'D'E'F'	A'B'C'D'E'F'	A'B'C'D'E'F'	A'B'C'D'E'F'	A'B'C'D'E'F'	A'B'C'D'E'F'	D'E	A'B'C'D'E'F'	A'B'C'D'E'F'	A'B'C'D'E'F'	A'B'C'D'E'F'	A'B'C'D'E'F'	A'B'C'D'E'F'	A'B'C'D'E'F'	A'B'C'D'E'F'
	ABC	A'B	AB	A'B'	A'B'	AB	A'B	A'B'																																																																	
D'E	A'B'C'D'E'F'	A'B'C'D'E'F'	A'B'C'D'E'F'	A'B'C'D'E'F'	A'B'C'D'E'F'	A'B'C'D'E'F'	A'B'C'D'E'F'	A'B'C'D'E'F'																																																																	
D'E	A'B'C'D'E'F'	A'B'C'D'E'F'	A'B'C'D'E'F'	A'B'C'D'E'F'	A'B'C'D'E'F'	A'B'C'D'E'F'	A'B'C'D'E'F'	A'B'C'D'E'F'																																																																	
D'E	A'B'C'D'E'F'	A'B'C'D'E'F'	A'B'C'D'E'F'	A'B'C'D'E'F'	A'B'C'D'E'F'	A'B'C'D'E'F'	A'B'C'D'E'F'	A'B'C'D'E'F'																																																																	
D'E	A'B'C'D'E'F'	A'B'C'D'E'F'	A'B'C'D'E'F'	A'B'C'D'E'F'	A'B'C'D'E'F'	A'B'C'D'E'F'	A'B'C'D'E'F'	A'B'C'D'E'F'																																																																	
D'E	A'B'C'D'E'F'	A'B'C'D'E'F'	A'B'C'D'E'F'	A'B'C'D'E'F'	A'B'C'D'E'F'	A'B'C'D'E'F'	A'B'C'D'E'F'	A'B'C'D'E'F'																																																																	
D'E	A'B'C'D'E'F'	A'B'C'D'E'F'	A'B'C'D'E'F'	A'B'C'D'E'F'	A'B'C'D'E'F'	A'B'C'D'E'F'	A'B'C'D'E'F'	A'B'C'D'E'F'																																																																	
D'E	A'B'C'D'E'F'	A'B'C'D'E'F'	A'B'C'D'E'F'	A'B'C'D'E'F'	A'B'C'D'E'F'	A'B'C'D'E'F'	A'B'C'D'E'F'	A'B'C'D'E'F'																																																																	

### 2.4.2.2 Tablodan karno haritasına geçiş

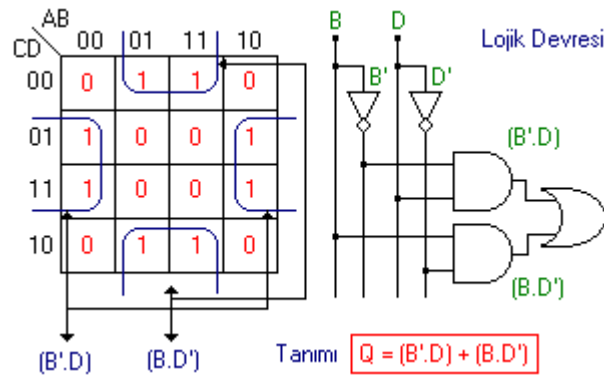
Aşağıda görülen tablolarda tasarlanacak lojik devrenin giriş ve çıkış durumları görülmektedir. Çıkış durumları tasarımcının isteğine bağlıdır. Çıkışlar, "girişler ... iken çıkışlar ... olsun" şeklide tasarlanır. Daha sonra tablodaki çıkış değerleri karno haritasına aktarılır. Karno haritasındaki kutuların sağ alt köşesindeki mavi renkte yazılmış olan numaralar kutu numaralarıdır. Bu numaralar tablodada görülmektedir ve çıkış değerleri karnoya bu numaralara göre yerleştirilir. Birde daha önceki konuda yani "Karno Karitası Düzenleme" konusunda görüldüğü gibi, yerleştirme, değişkenlerin durumuna görede yapılmaktadır. Değişkenin değili (A') gösterilen yerlere değişkenin 0 olduğu, değişkenin kendisi (A) gösterilen yerlere değişkenin 1 olduğu durumlardaki çıkış değerleri yazılır.

## 2 Değişkenli tablo ve karno haritası :

Kutu	Girişler		Çıkışlar				
No:	A	B	Q	AB	0	1	
0	0	0	0	0	0 0	0 2	
1	0	1	1				
2	1	0	0	1	1 1	1 3	
3	1	1	1				

Yukarıdaki tablodaki çıkış değerleri karno haritasına, tabloda görülen kutu numaralarına göre yerleştirilmiştir. Karno haritasındaki kutuların sağ alt köşelerindeki mavi renk numaralar, kutu numaralarıdır. Aslında tablodan karno haritasına geçiş yapılırken A ve B değişkenlerinin gözönüne alınması gerekmektedir. Yani A ve B değişkenlerinin 0 olduğu durumdaki çıkış değeri karnodada A ve B değişkenlerinin 0 olduğu kutuya yazılmalıdır. Bu kutu da, görüldüğü gibi 0 nolu kutudur. Daha fazla değişkenli karnolarda da bu kural geçerlidir. Bu kural ayrıca daha kolaylık sağlar.

### 2.4.2.3 Karnodan Lojik devre tasarlama



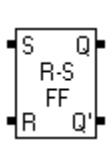
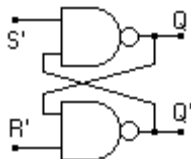
Yan tarafta karno haritası, tanımı ve lojik devresi görülmektedir. Lojik devre tasarlanırken ilk önce değişkenler ve değilleri hazırlanır. Daha sonra çarpımlar yani Ve kapıları yerlerine konur. En son olarakta toplamlar yani Veya kapıları yerlerine konur. Bu lojik devre en sade haldeki tanımdan oluşturulmuştur. Eğer tam sadeleştirilmemiş bir tanımdan lojik devre tasarlanırsa gereksiz fazlalıkta lojik kapı kullanılmış olur. Bu da gereksiz yere masraftır.

## 2.5 FLİP - FLOP 'LAR

### 2.5.1 Flip- Flop Tipleri

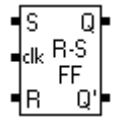
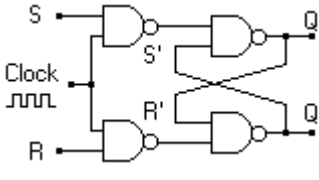
Flip-flop'lar iki çıkışa sahiptirler. Bunlar Q ve Q' dir. Q ve Q' birbirlerinin tersidir. Yani  $Q = 1$  ise  $Q' = 0$ ,  $Q = 0$  isede  $Q' = 1$  olur. Yalnız aşağıdaki doğruluk tablolarında görüleceği gibi Q ve Q' in aynı olduğu durumlar görülmektedir. Bu durumlar istenmez. Bu nedenle bu çıkışı veren girişler kullanılmaz. Flip - Flop 'lar clock (saat) palsi ile çalışırlar. Bu palsler sayesinde girişlere göre çıkışlarda değişimler Flip - Flop 'lar lojik kapılardan oluşurlar. Ayrıca Flip - Flop 'lar görülür. Sayıcıların ve Kaydedicilerin temelini oluştururlar.

### 2.5.1.1 R-S (reset-set) tipi Flip-Flop

Sembolü	İç Yapısı	Doğruluk Tablosu			
		S'	R'	Q	Q'
		0	0	1	1
		0	1	1	0
		1	0	0	1
		1	1	Değişmez	

Yukarıda R-S tipi flip-flop 'un Ve Değil kapıları ile çizilmiş iç yapısı ve doğruluk tablosu görülmektedir. Tablodaki S' ve R' 'in 1 olduğu durumda Q ve Q' 'in değişmediği görülür. Bu, çıkışların bundan önceki konumunu sakladığını belirtir. S' ve R' 'in 0 olduğu durumda ise Çıkışların eşit olduğu görülür. Bu durumda flip-floplarda istenmeyen bir durumdur. Bu durumu sağlayan girişler değerleri kullanılmalıdır.

### 2.5.1.2 Tetiklemeli R-S (reset-set) tipi Flip - Flop

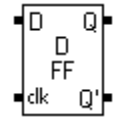
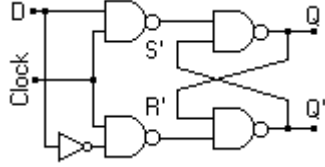
Sembolü	İç Yapısı	Uyarım Tablosu			
		Q <sub>n</sub>	Q <sub>n</sub> + 1	S	R
		0	0	0	X
		0	1	1	0
		1	0	0	1
		1	1	X	0

Tetiklemeli R-S tipi flip-flop R-S tipi flip-flop'un önüne iki adet Ve Değil kapısı eklenerek elde edilmiştir. Flip-flop'a clock pulsı gelmediği sürece çıkışlar değişmez. Yukarıdaki tabloda tetiklemeli R-S flip-flopun iç yapısı ve uyarım tablosu görülmektedir. Uyarım tablosu flip-floplarla devre tasarımında kullanılır. Tablodaki X 'ler ise etkisiz elemanlardır. Yani 1 veya 0 olması durumunda çıkışlar değişmez. Bazı kaynaklarda (X) yerine (d) 'de yazılmaktadır. Bu işaretin yerine 0 veya 1 koyulabilir.

Ayrıca tablodaki Q<sub>n</sub> clock pulsinden önceki durumu, Q<sub>n+1</sub> ise clock pulsinden sonraki durumu temsil etmektedir. Tablo FF 'un çıkışının Q<sub>n</sub>'den Q<sub>n+1</sub>'e geçmesi için S ve R girişlerinin ne olması gerektiğini belirtir.

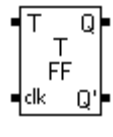
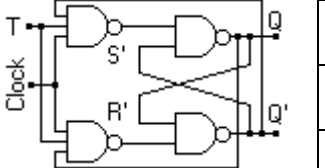


### 2.5.1.3 D (data) tipi Flip – Flop

Sembolü	İç Yapısı	Doğruluk Tablosu			Uyarım Tablosu		
		D	Q <sub>n</sub>	Q <sub>n+1</sub>	Q <sub>n</sub>	Q <sub>n+1</sub>	D
		0	0	0	0	0	0
		0	1	0	0	1	1
		1	0	1	1	0	0
		1	1	1	1	1	1

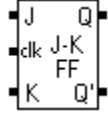
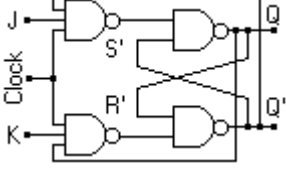
Yukarıdaki D FF 'un iç yapısında da görüldüğü gibi Tetiklemeli R-S FF 'un iki ucu arasında değil kapısı eklenerek D FF elde edilmiştir. Doğruluk tablosunda görüldüğü gibi D FF clock palsy uygulandığında girişindeki bilgiyi aynen çıkışa iletir. D FF besleme olduğu sürece bilgi saklayabilir. clock palsy uygulanmadığı sürece FF 'un girişleri ne olursa olsun çıkış sabittir. Böylece bilgiyi saklamış olur.

### 2.5.1.4 T (toggle) tipi Flip - Flop

Sembolü	İç Yapısı	Doğruluk Tablosu			Uyarım Tablosu		
		T	Q <sub>n</sub>	Q <sub>n+1</sub>	Q <sub>n</sub>	Q <sub>n+1</sub>	T
		0	0	0	0	0	0
		0	1	1	0	1	1
		1	0	1	1	0	1
		1	1	0	1	1	0

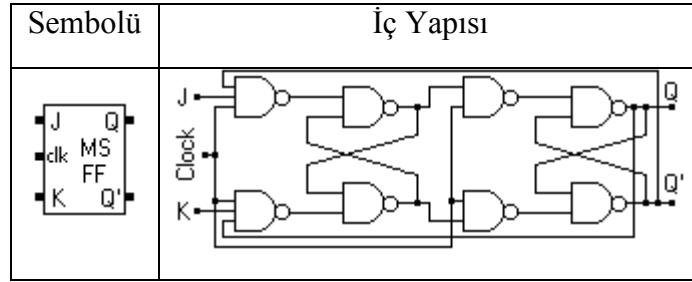
T tipi FF 'da J-K tipi FF 'un giriş uçlarının birleşiminden meydana gelmiştir. T FF 'a clock palsy uygulandığında girişindeki bilginin değilini çıkışa verir. Yukarıda T tipi FF 'un iç yapısı doğruluk tablosu ve uyarım tablosu görülmektedir.

### 2.5.1.5 J - K tipi Flip - Flop

Sembolü	İç Yapısı	Uyarım Tablosu			
		Q <sub>n</sub>	Q <sub>n+1</sub>	J	K
		0	0	0	X
		0	1	1	X
		1	0	X	1
		1	1	X	0

Yukarıdaki tabloda JK FF 'un iç yapısı ve uyarım tablosu görülmektedir. Genelde yapılan iki tane J-K flip-flop uygulaması frekans bölme ve saymadır. Bir J-K flip-flop T flip-flop olarak konfigüre edilebilir. Bu devre çıkış sinyalinin frekansı giriş saat sinyal frekansının yarısı olan bir devredir. Birden fazla bu flip-floplardan birbirine bağlanarak ve bir önceki flip-flopun Q çıkışı bir sonraki flip-flopun saat sinyalinin yerine bağlanarak ikinin kuvveti olan bir frekans bölücü elde edilebilir.

### 2.5.1.6 Master - Slave tipi Flip - Flop



Yukarıda Master - Slave FF 'un sembolü ve iç yapısı görülmektedir.

## 2.6 Sayıcılar

Sayıcılar, digital bilgisayarların temelini oluşturur. Sayıcılar, binary formunu, yani 0 ve 1 lojiklerini bir sıra dizisi şeklinde verirler. Diğer bir deyimle; bu devreler sayma işlemini yaparlar. Böylece insan tarafından sayılması gerekenleri büyük bir hızla ve doğru olarak gerçekleştirirler.

Bu sayımlar, şimdiye kadar görülen kodlarla olabilir. Yani BCD, Excess-3 kodları gibi. Aynı zamanda sayıcılar, değişik kodları saydıkları gibi, birçok endüstriyel devrelerin kontrolünü da yapabilirler. Bundan başka, frekans bölme ve frekans ölçmeleri, aritmetik işlemler ve zaman aralığı ölçme gibi işlemlerde de sayıcılardan istifade edilir.

Sayıcılar, flip-flop 'lardan oluşur ve iki gruba ayrılır.

- Asenkron ve Ripple sayıcılar,
- Senkron sayıcılar.

### 2.6.1 Asenkron sayıcılar

Asenkron sayıcıların en önemli noktası, her kontrol palsi uygulandığında bir flip-flop 'un konum değiştirmesidir ve bu flip-flop 'un konum değiştirmesiyle de, sırasıyla ikinci ve devrede bulunan daha sonraki tüm flip-flop 'ların onlardan sonra gelen flip-flop 'ları kontrol etmesidir. Yani buradaki bilgi taşınması seri olarak gerçekleştirilmektedir.

Bir sayıcı, ileri veya geri olmak üzere iki türlü sayımlarda bulunabilir. Bir sayıcı devresinin saydığı sayı miktarına "MOD" denir. Örneğin, Mod-5 'e sahip olan bir binary sayıcısı, sırasıyla

000,001,010,011,100 'ı saydıktan sonra 000 'a döner. Yani desimal olarak 4 'e kadar sayma işlemini yaptıktan sonra tekrar 0 'a döner.

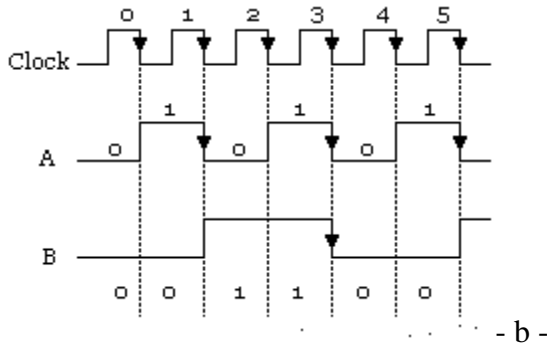
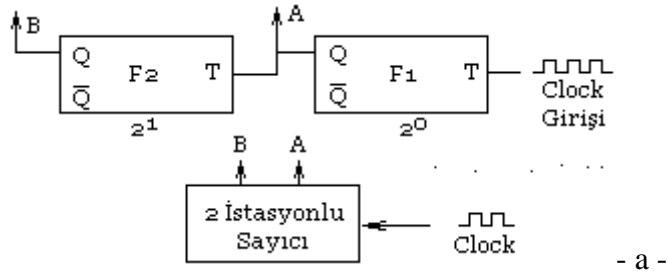
Sayıcıların önemli özelliklerinden biri de çalışma hızlarıdır. Örneğin bir sayıcı sisteminde kullanılan her bir flip-flop 'un propagasyon gecikmesi 20ns olsun. Sistemde bulunan dördüncü flip-flop 'un konum değiştirmesi için,  $20 \times 4 = 80$  ns 'lik bir zamanın geçmesi gerekir. Bu, devrenin çalışma hızını etkileyen en büyük faktörlerden biridir. Ancak hızlı işlemleri bu tip sayıcılarla gerçekleştirmek istersek, clock palsinin frekansını artırmamız gerekir. Fakat bu da bir dezavantajdır. Çünkü her sayıcının, maksimum clock frekansı için bir sınırlama vardır.

Yukarıda örnek olarak vermiş olduğumuz 80 ns 'lik gecikmenin;  $f = 1/T = 1/80 \times 10^{-9} = 10^9/80 = 12,5$  MHz 'lik clock frekansına eşit olduğunu göz önüne alırsak durum daha iyi anlaşılır.

### 2.6.1.1 Asenkron yukarı sayıcı

Şekil a'da 8421 binary koduna göre sayma işlemini yapan iki istasyonlu bir yukarı sayıcı devresi görülmektedir. Birinci flip-flop 'a her clock pulsı uygulandığında bu flip-flop konum değiştirir. Yani "Toggle" edilir. Sayıcımız iki adet flip-flop 'tan oluştuğuna göre, binary olarak  $N = 2^n = 2^2 = 4$  'e kadar sayabilir demektir. Burada n istasyon sayısıdır.

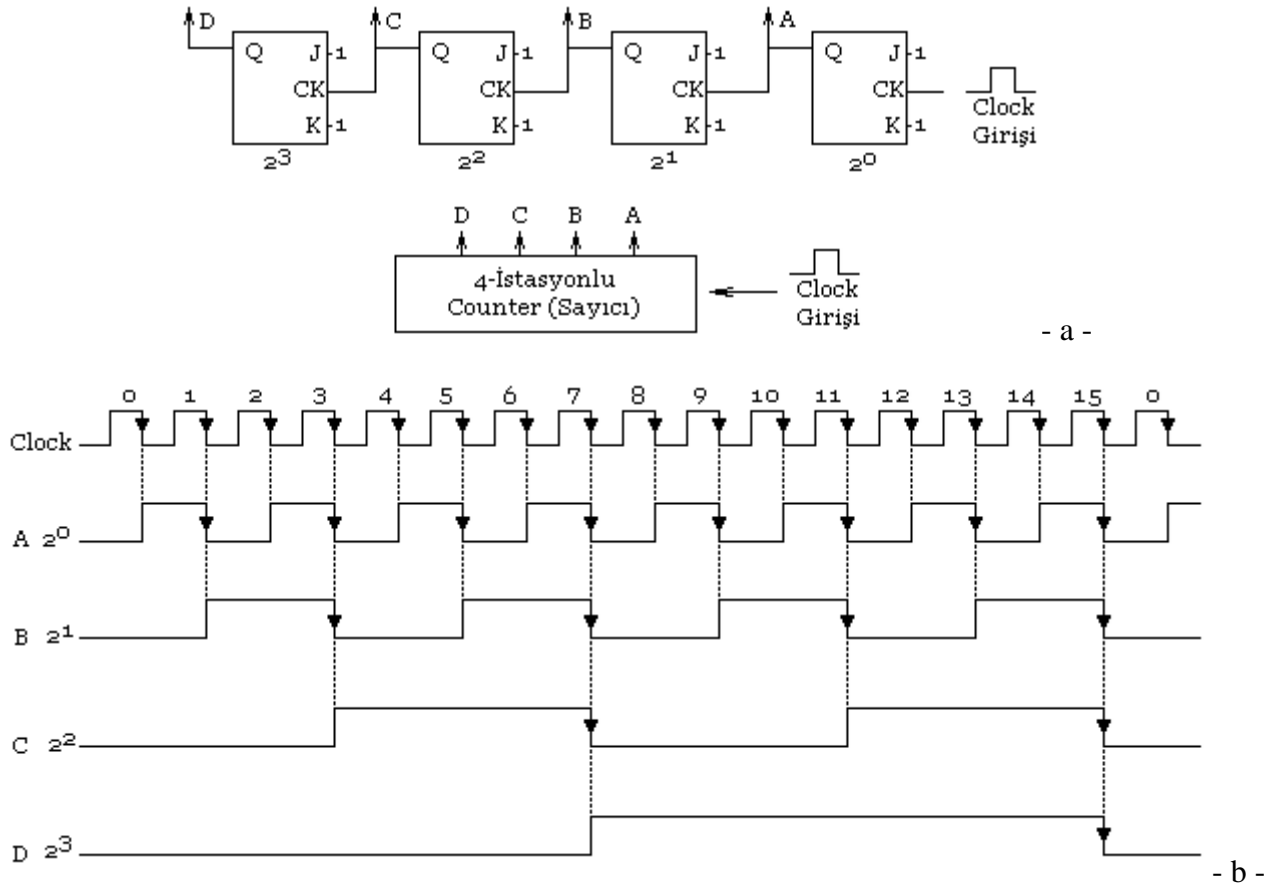
Şekil b'deki grafiklerde görüldüğü gibi flip-flop 'lar arka duvar tetiklemeli olsun, ilk anda A ve B çıkışları lojik 0 'dır. Birinci clock düşerken (Lojik 1 'den, Lojik 0 'a geçerken) F1 flip-flop 'u tetiklenir ve Q çıkışı lojik 1 yani A=1 olur. F2 girişindeki clock yükselme durumunda olduğu için, bu flip-flop 'un çıkışı değişmez. İkinci clock geldiğinde ve bu clock 'un düşmesiyle F1 yine durum değiştirir ye A=0 olur. Ancak bu kez A çıkışı lojik 1 'den lojik 0 'a düştüğü için F2 tetiklenir ve B=1 olur. Bu olaylar grafiklerde görüldüğü gibi sırasıyla devam eder. Burada dalga şekilleri incelenirse, sayıcıların aynı zamanda frekans bölme işlemi de yaptıklarını görürüz. İşte sayıcıların bu frekans bölme özelliklerinden faydalanılarak binary formu elde edilir.



Giriş Palsi	Çıkışlar	
	2 <sup>1</sup> B	2 <sup>0</sup> A
0	0	0
1	0	1
2	1	0
3	1	1
4 veya 0	0	0

**Şekil.** a. İki istasyonlu, yukarı sayıcının blok diyagramı b. Çıkış dalga şekilleri ve doğruluk tablosu Aşağıdaki Şekil a 'da dört istasyonlu bir yukarı sayıcı devresi görülmektedir. Bu sayıcı JK flip-flop'larıyla gerçekleştirilmiş olup çalışma prensibi bir öncekinin aynıdır. Tek fark dört istasyonlu oluşu

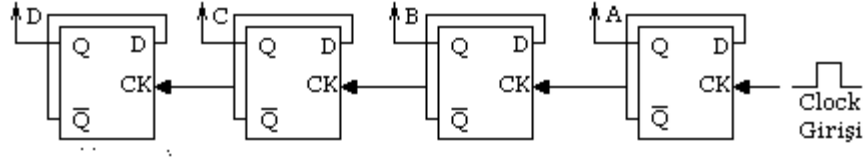
sebebiyle  $N=2^n=2^4=16$  'ya kadar sayma işlemi yapar. ABCD çıkışlarının dalga şekilleri ve bu sayıcının doğruluk tablosu Şekil b 'de görülmektedir.



Giriş Palsi	23	22	21	20
	<b>D</b>	<b>C</b>	<b>B</b>	<b>A</b>
0	0	0	0	0
1	0	0	0	1
2	0	0	1	0
3	0	0	1	1
4	0	1	0	0
5	0	1	0	1
6	0	1	1	0
7	0	1	1	1
8	1	0	0	0
9	1	0	0	1
10	1	0	1	0
11	1	0	1	1
12	1	1	0	0
13	1	1	0	1
14	1	1	1	0
15	1	1	1	1
16 veya 0	0	0	0	0

Şekil. a.Dört istasyonlu, yukarı sayıcının blok diyagramı. b.Çıkış dalga şekilleri ve doğruluk tablosu.

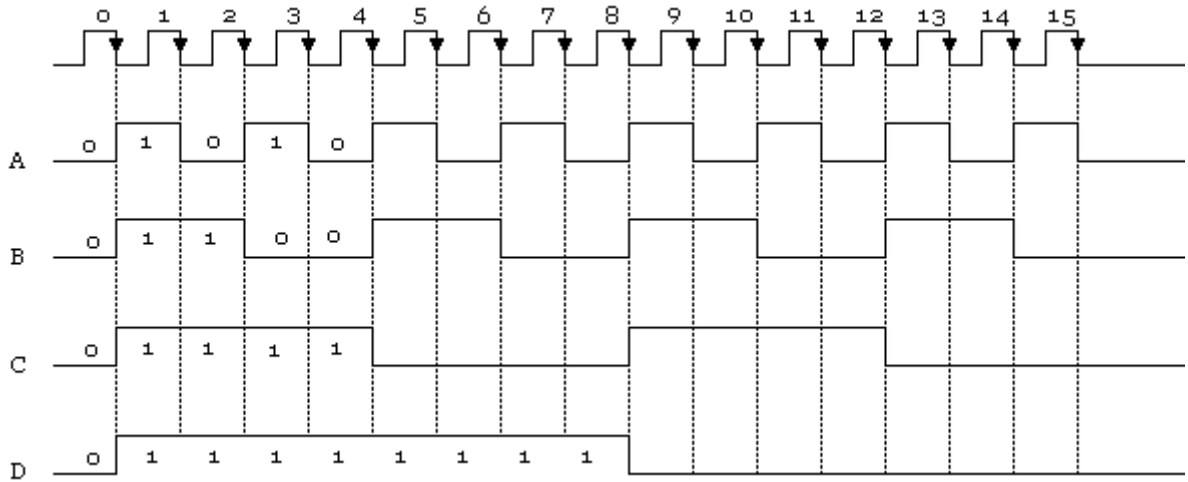
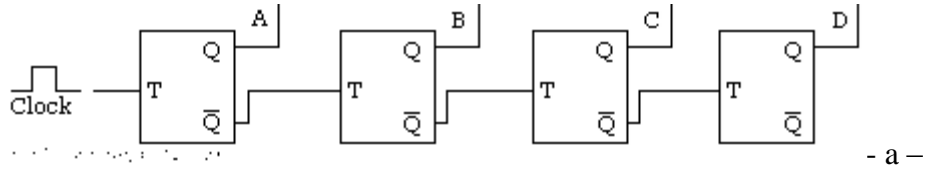
Aşağıdaki Şekil'de ise dört istasyonlu D tipi flip-flop 'larla yapılmış bir yukarı sayıcı devresi görülmektedir. Bu devrede  $\bar{Q}$ 'lerden D girişine geri besleme sağlanarak sistemin pozitif tetiklemeli olması sağlanmıştır.



Şekil. Dört istasyonlu D tipi flip-flop 'larla yapılan yukarı sayıcı devre

### 2.6.1.2 Asenkron aşağı sayıcı

Şekil a 'da T tipi flip-flop 'larla yapılmış bir asenkron aşağı sayıcı devresi görülmektedir. Devredeki istasyon sayısı dört olduğuna göre bu sayıcı,  $N=2^n=2^4=16$  'ya kadar sayma işlemini yapabilir. Bu sayıcının düzeni yukarı sayıcının aynısıdır. Tek fark bu sistemden ters bir programın alınabilmesi için; yani sayma işlemi 0 'dan başladıktan sonra 15,14,13,12,11,10.....2 ve 1 şeklinde olabilmesi için, şekilde de görüleceği gibi flip-flop 'ların tetiklenmesi, yukarı sayıcılarda olduğu gibi Q 'dan değil  $\bar{Q}$ 'den yapılır. Yani yukarı sayıcılarda arasındaki fark tetiklemenin ters olmasıdır. Bu şekilde şekil b'deki dalga şekillerinden de görüleceği gibi ters program elde edilmiş olur.



Giriş Palsları	D	C	B	A	Desimal Çıkış
0	0	0	0	0	0 veya 16
1	1	1	1	1	15
2	1	1	1	0	14
3	1	1	0	1	13
4	1	1	0	0	12
5	1	0	1	1	11
6	1	0	1	0	10
7	1	0	0	1	9
8	1	0	0	0	8
9	0	1	1	1	7
10	0	1	1	0	6
11	0	1	0	1	5
12	0	1	0	0	4
13	0	0	1	1	3
14	0	0	1	0	2
15	0	0	0	1	1
16	0	0	0	0	0 veya 16
	1	1	1	1	15

- b -

**Şekil.** a. T tipi flip-flop 'larla yapılmış asenkron aşağı sayıcı devresinin blok diyagramı. b. ABCD çıkışlarının dalga şekilleri ve doğruluk tablosu.

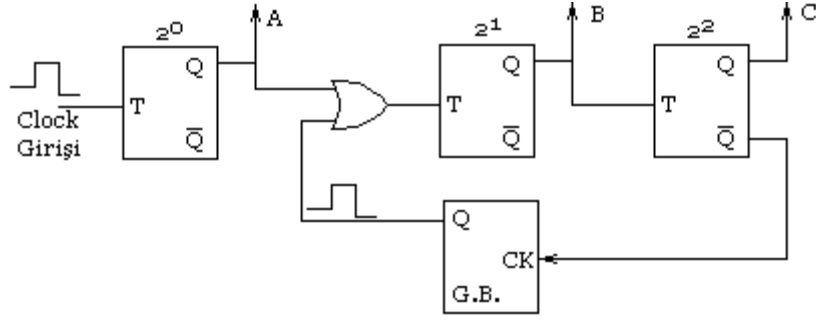
Bazı sayıcı devrelerinde 2 'nin kuvvetleri ( $2^2$  ,  $2^3$  ,  $2^4$  ....  $2^n$  gibi) olmayan N tabanına göre sayma istenebilir. Bu tip saymalar geri beslemeli (Feedback Counters) sayıcılarla gerçekleştirilir. Bu sayıcılar genellikle endüstriyel kontrollerde kullanılır.

Bu şekildeki bir asenkron sayıcısı için n sayıda flip-flop 'la bir devre kurulur. İşte böyle bir sayıcıdan 6 pals geçirilmek istensin, diğer bir ifade ile bu sistemin girişine 6 pals uygulandıktan sonra sistem resetlensin (sıfırlansın). Bu sistemde kullanılması gereken flip-flop sayısı  $2^2$  olamaz. Çünkü  $2^2$  istasyonlu bir sistem, daha önce görüldüğü gibi ancak 4 'e kadar sayabilir. Bu duruma göre sistemden 6 pals geçirebilmek için en az  $2^3$  istasyonlu bir flip-flop devresinin kullanılması gerekir. Ancak  $2^3$  istasyonlu bir sistemin de 8 'e kadar saydığını biliyoruz ( $N=2^n=2^3=8$ ). Buna göre 6 clock geçirebilmek için sistemdeki flip-flop 'ların birine bir geri besleme pulsü uygulaması gerekir ki, sistemi maksimum sayma durumundan önce resetlesin.

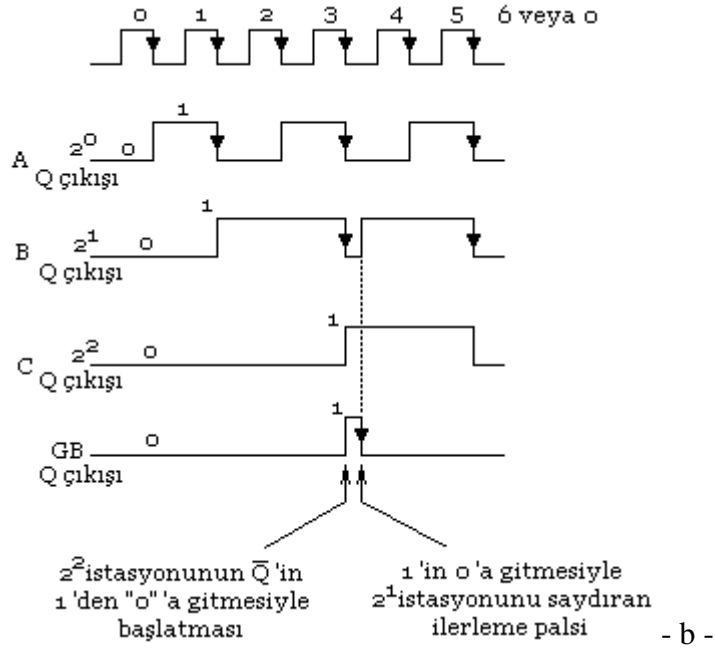
Geri besleme pulsünün uygulanacağı istasyon sayısı =  $2^n-N$  'dir. Burada;  $N=6$   $n=3$  (istasyon sayısı), olduğuna göre; Geri besleme pulsünün uygulanacağı istasyon sayısı =  $2^3-6 = 8-6 =2$  olur. Yani geri besleme pulsünün Şekil a 'da görüldüğü gibi 21 nolu istasyona uygulanması gerekir. Şekil b 'de sayıcı devrenin dalga şekilleri, Şekil c 'de ise sayıcının doğruluk tablosu görülmektedir.

Buradan anlaşılacağı gibi, 4 palsten sonra kısa bir süre içinde (5. palsin T periyodu bitmeden) çıkış, 011 'den 100 ve 110 olmaktadır. Yani çıkışın 100 ve 110 olma hali, bir clock 'ta gerçekleşmektedir. Bunu sağlayan 22 istasyonudur. Çünkü 011 'den sonra 22 nin  $\bar{Q}$ 'i 1 'den 0 'a gitmekte ve kısa süreli pals veren geri besleme flip-flop 'unu tetikleyerek 21 istasyonunun çıkışını 1 yapmaktadır. Bu anda çıkış 100 'den 110 'a geçer. 5. palsin bitiminde çıkış 111 olmakta ve 6. palsin bitiminde de sistem tamamen resetlenmektedir.

Buradan anlaşılacağı gibi bu sayıcıdan, yalnız 6 clock pulsı geçirilmektedir. Yukarıda verilen örnekten anlaşılacağı gibi bu tip sayıcılar çift sayıdaki clock 'lar için kullanılabilir.



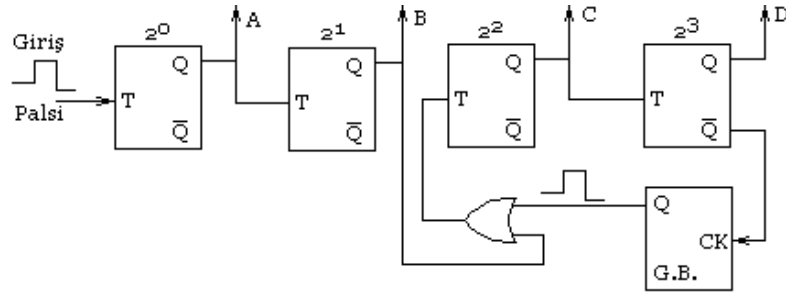
- a -



Giriş Pulsı	$2^2$ Q Çıkışı	$2^1$ Q Çıkışı	$2^0$ Q Çıkışı
0	0	0	0
1	0	0	1
2	0	1	0
3	0	1	1
4	1	0	0
Geri besleme pulsı	1	1	0
5	1	1	1
6	0	0	0

**Şekil.** a. 3 istasyonlu 6 'ya kadar ileri sayan devrenin blok diyagramı. b. ABC çıkışlarının dalga şekilleri. c. Doğruluk tablosu.

Aşağıdaki Şekilde 12 clock pulsı geçiren ve daha sonra resetlenen bir sayıcı sistemi görülmektedir.  $N=12$  olduğuna göre; İlerleme pulsı= $2^n-N=16-12=4=2^2$  istasyonuna uygulanacak demektir.



**Şekil.** 12 'ye kadar sayan sonra resetlenen bir sayıcının blok diyagramı.

## 2.7 Hafıza Birimleri ve Mikroişlemcilerle Kullanılmaları

### 2.7.1 Hafıza Birimlerinin Tanımları, Fonksiyonları

Bütün mikroişlemci tabanlı sistemlerde çalışabilecek minimum konfigürasyonda Merkezi İşlem Biriminin yanında Hafıza Birimleri yer almaktadır. Sistem programlarının ve sabit değerlerin üzerinde yer aldığı Salt Okunabilir Hafızalar (Read Only Memory – ROM) ile bütün değişkenlerin, değişken değer alabilen tabloların yer aldığı ve geçici işlem hafızası olarak kullanılan Okunabilir-Yazılabilir Hafızalar (Read-Write Memory veya Random Access Memory – RAM) bulunmadan bir mikroişlemcinin çalışması mümkün değildir. Yukarıda ifade edildiği gibi hafıza birimleri temel fonksiyonlarına göre ikiye ayrılmaktadır. Bu hafıza çeşitleri hakkında biraz daha ayrıntılı bilgi şöyle verilebilir:

#### 2.7.1.1 ROM (Read Only Memory – Salt Okunabilir Hafıza)

Üzerinde yer alan komut kodlarının artan adreslere doğru sırayla birer birer MİB tarafından okunup icra edilmesi nedeniyle zaman zaman Sıralı Erişimli Hafıza olarak da anılır.

Ana grupta aynı adı taşıyan bu alt grup hafıza türünde, sistem programları, fabrikada hafıza entegresinin üretimi esnasında entegre devrenin üzerine kaydedilir. “Factory Mask” (Fabrikada Maskeleme) adı verilen bu yöntemde, mikroişlemci tabanlı sistemi üreten firma istediği programa ait kodları, mikroişlemci entegresini üreten kuruluşa teslim eder ve aynı programa sahip yüksek miktardaki (en az binlerce adet) ürünü teslim alır.

Cihaz üretimi esnasında ek bir programlama işlemini gerektirmeme avantajına karşılık bu ürünlerin gerektiğinde değiştirilme imkanı olmadığından güncel piyasa şartlarına pek uygun değildir. Önceden belirlenmiş olan kodlar, bir hatanın belirlenmesi, yeni bir özellik eklenmek istenmesi veya programların tamamen değiştirilmek istenmesi durumlarında hiç bir müdahale yapılamadan üstelik yüksek adetlerde firmanın elinde kalmakta ve bu da büyük bir dezavantaj olarak değerlendirilmektedir.

#### **PROM – Programmable ROM**

Programlanabilir-ROM lar temel olarak ROM lar ile aynı özelliklere sahiptir. Fakat özel bir programlayıcı donanım yardımıyla sadece bir kere olmak şartıyla içine yazma işlemi yapılabilir. Yüksek adetli üretim yapmayan veya zaman içinde aynı ürünün farklı modellerini üretmek isteyen firmalar tarafından tercih edilir.

OTP (One Time Programmable – Bir Kez Programlanabilir) ROM olarak da adlandırılan bu ürünlerin birim fiyatı ROM lara göre biraz daha yüksek olmakla birlikte kazandırdığı esneklik nedeniyle avantajlıdır. Ancak üretici firmanın bu entegreleri programlamak için özel bir donanıma sahip olması ve kullanılacak bütün PROM ların bir eleman tarafından programlanması gerekmektedir.

#### **EPROM – Erasable PROM**



Silinebilir PROM lar da temel olarak ROM lar ile aynı özelliklere sahiptir. Fakat özel bir cihaz yardımıyla içindeki bilgiler silinebilir. Bu sayede tekrar tekrar programlanabilme özelliği kazanan bu tür hafıza entegreleri program geliştirirken çeşitli denemeler yapılmasına imkân verdikleri için büyük avantaj sağlarlar. Ancak PROM lara göre yüksek maliyetleri nedeniyle daha çok program geliştirme aşamasında, AR&GE laboratuvarlarında, vb yerlerde kullanılırlar.

Entegre devrenin kılıfında, silikon chip'in bulunduğu yerin üst kısmı şeffaf bir malzeme ile örtülüdür. Ultraviyole ışık altında belirli bir süre kalan hafıza entegresinin üzerinde kayıtlı olan program silinir. Böylece tekrar programlanabilir hale gelen ürün tekrar tekrar farklı programların denenmesi ve cihazın çalıştırılması için kullanılabilir.

Silme işlemi esnasında belirli şartlara dikkat edilmemesi (gereğinden fazla süre UV ışığa maruz kalmak, yüksek ışık şiddetine sahip UV ampul kullanmak gibi) halinde silinebilme ömrü kısalan entegreler bir süre sonra kullanılamaz (silinemez) hale gelmektedir.

### ***EEPROM – Electrically Erasable PROM***

Buraya kadar anlatılan bütün hafıza türleri özel ortamlarda içine yazma işlemi yapılabilirken Eeprom larda bu durum daha değişik ve gelişmiş bir yapıdadır. Genel olarak ROM ailesine ait olmakla birlikte mikroşlemci tarafından içine yazma yapılabilmesi özelliği ile diğer ROM lardan ayrılır.

Eeprom' larda görülen UV ışık altında silinebilme özelliği, bu tür hafızalarda elektriksel olarak gerçekleştirilebilmektedir. Yani Mikroşlemci elektronik devre kartı üzerinde bulunan bir Eeprom'a bilgi yazabilmektedir. Bu bilgi, ROM türü hafızaların elektrik kesintilerinden etkilenmemesi özelliği sayesinde unutulmamakta, dolayısıyla cihazın çalışması esnasında kullanılan, istendiğinde değiştirilebilen ve fakat silinmemesi istenen bilgilerin, çeşitli parametrelerin saklanması için ideal bir çözüm teşkil etmektedir.

### **2.7.1.2 RAM Türü Hafıza Çeşitleri ve Fonksiyonları**

Mikroşlemci tarafından hem okunup hem de yazılabilen hafıza türlerinin RAM olarak isimlendirildiği daha önce ifade edilmişti. Sistem programlarında yer alan her türlü değişkenin üzerinde yer aldığı, geçici işlemlerin gerçekleştirildiği türdeki bu hafızalar gerçekleştirildikleri teknik açısından ikiye ayrılırlar. Statik ve Dinamik RAM olarak adlandırılan bu hafıza birimleri hakkında aşağıda özet bilgi verilmiştir.

#### **RAM (Random Access Memory –Rastgele Erişimli Hafıza - Oku-Yaz Hafıza)**

Mikroşlemcinin çalışması esnasında her türlü değişkenin üzerinde yer alacağı ve geçici işlemlerin yapılacağı hafıza birimi ise özel bir sıra takip etmeden her hangi bir adrese erişilebildiği için Rastgele Erişimli Hafıza – RAM olarak isimlendirilir. Ayrıca yığın (stack) olarak adlandırılan ve mikroşlemci programlarının çalıştırılması esnasında çeşitli alt-programlar kullanıldıkça geri dönüş adreslerinin, içeriklerinin değişmesinin istenmediği register ların saklandığı hafıza bölgesi de yine RAM hafıza birimlerinde yer alır. RAM tipi entegreler hem yazmada hem okumada kullanıldıklarından CPU merkezi işlem ünitesinin, bu entegreleri kontrol ederken okuma R ve W yazma sinyalleri göndermesi gerekir. Ayrıca entegrenin istendiği zaman aktif duruma geçmesinin sağlayacak CS (Chip Select) pini bulunmaktadır ve active low (aktif düşük, 0 Volt) ile çalışır. Statik RAM Her bir biti bir flip-flop devresi olan bu tür hafızalar, yeni bir tetikleme işareti gelinceye kadar içindeki bilgiyi (0 veya 1'i) saklayabilme özelliği nedeniyle çok düşük güç tüketimi ile çalışmaktadır. Dışardan devreye bağlanan bir pil yardımıyla içindeki bilgileri çok uzun süreler boyunca saklayabilme imkânı vardır. Dinamik RAM lara göre daha yüksek maliyetli olmaları nedeniyle çok yüksek kapasitelerde üretilmezler.

## 3 ELEKTRONİK

### 3.1 İletken, Yarı İletken ve Yalıtkanlar

Yeryüzündeki bütün maddeler, atomlardan oluşmuştur. Atom ise ortada bir çekirdek ve bunun etrafındaki değişik yörüngelerde hareket eden elektronlardan oluşmaktadır. Elektronlar, negatif elektrik yüküne sahiptirler. Bir etkiye yolu ile atomdan ayrılan elektronların bir devre içerisindeki hareketi, elektrik akımını oluşturur. Elektronların her madde içerisindeki hareketi aynı değildir.

Elektron hareketine göre maddeler üçe ayrılır:

- İletkenler
- Yalıtkanlar
- Yarı iletkenler

#### **İletkenler :**

Bir maddenin iletkenliğini belirleyen en önemli faktör, atomlarının son yörüngesindeki elektron sayısıdır. Bu son yörüngeye "Valans Yörünge" üzerinde bulunan elektronlara da "Valans Elektron" denir. Valans elektronlar atom çekirdeğine zayıf olarak bağlıdır. Valans yörüngesindeki elektron sayısı 4 'den büyük olan maddeler yalıtkan 4 'den küçük olan maddeler de iletkenlerdir. Örneğin bakır atomunun son yörüngesinde sadece bir elektron bulunmaktadır. Bu da bakırın iletken olduğunu belirler. Bakırın iki ucuna bir elektrik enerjisi uygulandığında bakırdaki valans elektronlar güç kaynağının pozitif kutbuna doğru hareket eder. Bakır elektrik iletiminde yaygın olarak kullanılmaktadır. Sebebi ise maliyetinin düşük olması ve iyi bir iletken olmasıdır. En iyi iletken altın, daha sonra gümüştür. Fakat bunların maliyetinin yüksek olması nedeniyle elektrik iletiminde kullanılmamaktadır.

#### **İletkenlerin başlıca özellikleri:**

- Elektrik akımını iyi iletirler.
- Atomların dış yörüngesindeki elektronlar atoma zayıf olarak bağlıdır. Isı, ışık ve elektriksel etki altında kolaylıkla atomdan ayrılırlar.
- Dış yörüngedeki elektronlara Valans Elektron denir.
- Metaller, bazı sıvı ve gazlar iletken olarak kullanılır.
- Metaller, sıvı ve gazlara göre daha iyi iletkenlerdir.
- Metaller de, iyi iletken ve kötü iletken olarak kendi aralarında gruplara ayrılır.
- Atomları 1 valans elektronlu olan metaller, iyi iletkenlerdir. Buna örnek olarak, altın, gümüş, bakır gösterilebilir.
- Bakır tam saf olarak elde edilmediğinden, altın ve gümüşe göre biraz daha kötü iletken olmasına rağmen, ucuz ve bol olduğundan, en çok kullanılan metaldir.
- Atomlarında 2 ve 3 valans elektronu olan demir (2 dış elektronlu) ve alüminyum (3 dış elektronlu) iyi birer iletken olmamasına rağmen, ucuz ve bol olduğu için geçmiş yıllarda kablo olarak kullanılmıştır.

#### **Yalıtkanlar :**

Yalıtkan maddelerin atomlarının valans yörüngelerinde 8 elektron bulunur. Bu tür yörüngeler doymuş yörünge sınıfına girdiği için elektron alıp verme gibi bir istekleri yoktur. Bu sebeplede elektriği ilemezler. Yalıtkan maddeler iletken maddelerin yalıtımında kullanılır. Yalıtkan maddelere örnek olarak tahta, cam ve plastiği verebiliriz. Elektrik akımını iletmeyen maddelerdir. Elektronları atomlarına sıkı olarak bağlıdır. Bu maddelerin dış yörüngedeki elektron sayıları 8 ve 8 'e yakın sayıda olduğundan atomdan uzaklaştırılmaları zor olmaktadır.

#### **Yarı İletkenler :**

Elektrik akımının bir değere kadar akmasına izin vermeyen bu değerden sonra sonsuz küçük direnç gösteren maddelerdir. Yarı iletkenler periyodik cetvelde 3. ve 5. gruba girerler. Bu demektir ki son yörüngelerinde elektron alıcılığı veya vericiliği iletkenlerden fazla yalıtkandan daha azdır.

İletkenler: Pt, Ni, Au, Cu, Al, Fe

Yalıtkan: Ebonit, Cam, Tahta, Su

Yarı iletkenler: S, Ge, Br, Al, In(indiyum)

Yarı iletkenlerin başlıca şu özellikleri vardır:

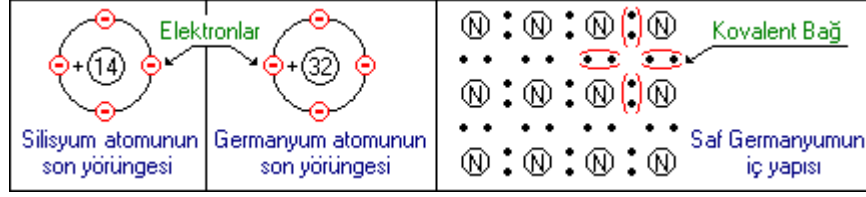
- İletkenlik bakımından iletkenler ile yalıtkanlar arasında yer alırlar,
- Normal halde yalıtkandırlar.
- Ancak ısı, ışık ve magnetik etki altında bırakıldığında veya gerilim uygulandığında bir miktar valans elektronu serbest hale geçer, yani iletkenlik özelliği kazanır.
- Bu şekilde iletkenlik özelliği kazanması geçici olup, dış etki kalkınca elektronlar tekrar atomlarına dönerler.
- Tabiatta basit eleman halinde bulunduğu gibi laboratuarda bileşik eleman halinde de elde edilir.
- Yarı iletkenler kristal yapıya sahiptirler. Yani atomları kübik kafes sistemi denilen belirli bir düzende sıralanmıştır.
- Bu tür yarı iletkenler, yukarıda belirtildiği gibi ısı, ışık, etkisi ve gerilim uygulanması ile belirli oranda iletken hale geçirildiği gibi, içlerine bazı özel maddeler katılarak ta iletkenlikleri artırılmaktadır.
- Katkı maddeleriyle iletkenlikleri artırılan yarı iletkenlerin elektronikte ayrı bir yeri vardır. Bunun nedeni Tabloda görüldüğü gibi, elektronik devre elemanlarının üretiminde kullanılmalarıdır. Elektronikğin iki temel elemanı olan diyot ve transistörlerin üretiminde kullanılan germanyum (Ge) ve silikon (Si) yarı iletkenleri gelecek bölümde daha geniş olarak incelenecektir.

Tablo - Elektronikte yararlanılan yarı iletkenler ve kullanılma yerleri.

ADI	KULLANILMA YERİ
Germanyum (Ge) (Basit eleman)	Diyot, transistör, entegre, devre
Silikon (Si) (Basit eleman)	Diyot, transistör, entegre, devre
Selenyum (Se) (Basit eleman)	Diyot
Bakır oksit (kuproksit) (CuO) (Bileşik eleman)	Diyot
Galliyum Arsenid (Ga As) (Bileşik eleman)	Tünel diyot, laser, fotodiyot, led
İndiyum Fosfor (In P) (Bileşik eleman)	Diyot, transistör
Kurşun Sülfür (Pb S) (Bileşik eleman)	Güneş pili (Fotosel)

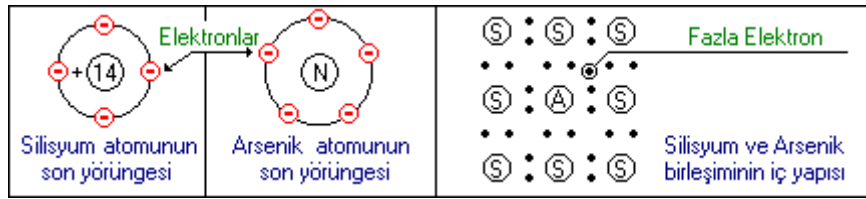
Tüm yarı iletkenler son yörüngelerindeki atom sayısını 8'e çıkarma çabasıdadırlar. Bu nedenle saf bir germanyum maddesinde komşu atomlar son yörüngelerindeki elektronları Kovalent bağ ile birleştirerek ortak kullanırlar. Aşağıdaki şekilde Kovalent bağı görebilirsiniz. Atomlar arasındaki bu kovalent bağ germanyuma kristallik özelliği kazandırır. Silisyum maddesinde özellik olarak

germanyumla hemen hemen aynıdır. Fakat yarı iletkenli elektronik devre elemanlarında daha çok silisyum kullanılır. Silisyum ve Germanyum devre elemanı üretiminde saf olarak kullanılmaz. Bu maddelere katkı katılarak Pozitif ve Negatif maddeler elde edilir. Pozitif (+) maddelere "P tipi", Negatif (-) maddelerde "N tipi" maddeler denir.



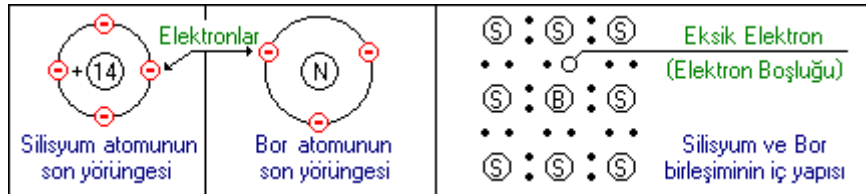
### N Tipi Yarı İletken :

Arsenik maddesinin atomlarının valans yörüngelerinde 5 adet elektron bulunur. Silisyum ile arsenik maddeleri birleştirildiğinde, arsenik ile silisyum atomlarının kurdukları kovalent bağdan arsenik atomunun 1 elektronu açıkta kalır. Aşağıdaki şekilde açıkta kalan elektronu görebilirsiniz. Bu sayede birleşimde milyonlarca elektron serbest kalmış olur. Bu da birleşime "Negatif Madde" özelliği kazandırır. N tipi madde bir gerilim kaynağına bağlandığında üzerindeki serbest elektronlar kaynağın negatif kutbundan itilip pozitif kutbundan çekilirler ne gerilim kaynağının negatif kutbundan pozitif kutbuna doğru bir elektron akışı başlar.



### P Tipi Yarı İletken :

Bor maddesinde valans yörüngesinde 3 adet elektron bulunmaktadır. Silisyum maddesine bor maddesi enjekte edildiğinde atomların kurduğu kovalent bağlardan bir elektronluk eksiklik kalır. Bu eksikliğe "Oyuk" adı verilir. Bu elektron eksikliği, karışıma "Pozitif Madde" özelliği kazandırır. P tipi maddeye bir gerilim kaynağı bağlandığında kaynağın negatif kutbundaki elektronlar p tipi maddeki oyukları doldurarak kaynağın pozitif kutbuna doğru ilerlerler. Elektronlar pozitif kutba doğru ilerlerken oyuklarda elektronların ters yönünde hareket etmiş olurlar. Bu kaynağın pozitif kutbundan negatif kutbuna doğru bir oyuk hareketi sağlar.



### Azınlık ve Çoğunluk Taşıyıcılar :

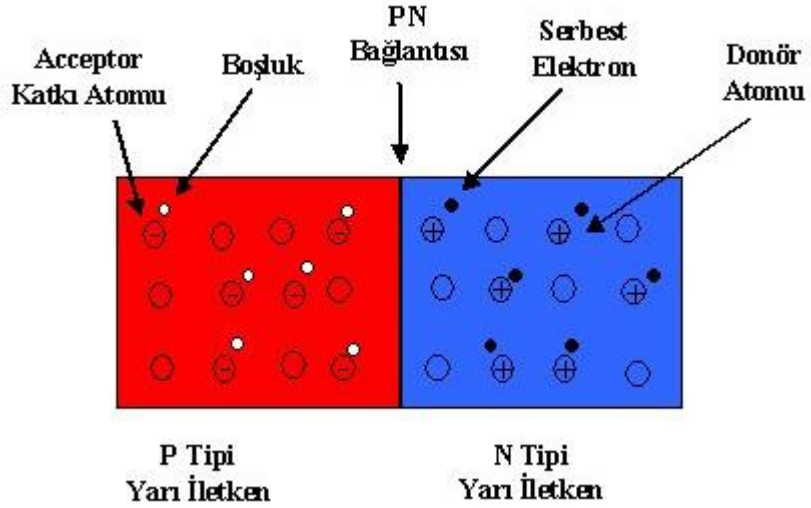
Silisyum ve germanyum maddeleri tamamıyla saf olarak elde edilememektedir. Yani maddenin içinde, son yörüngesinde 5 ve 3 elektron bulunduran atomlar mevcuttur. Bu da P tipi maddede elektron, N tipi maddede oyuk oluşmasına sebep olur. Fakat P tipi maddede istek dışı bulunan oyuk sayısı, istek dışı bulunan elektron sayısından fazladır. Aynı şekilde N tipi maddede de istek dışı bulunan elektron sayısı istek dışı bulunan oyuk sayısından fazladır. İşte bu fazla olan oyuk ve elektronlara "Çoğunluk Taşıyıcılar" az olan oyuk ve elektronlara da "Azınlık Taşıyıcılar" denir. Azınlık taşıyıcılar yarı iletkenli

elektronik devre elemanlarında sızıntı akımına neden olur. İçeriğinde çok sayıda yarı iletkenli devre elemanı bulunduran entegrelerde fazladan gereksiz akım çekimine yol açar ve bu da elemanın ısınmasına, hatta zarar görmesine neden olur.

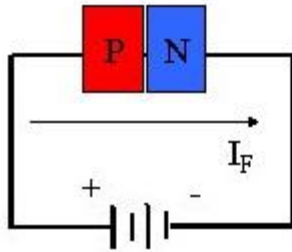
## 3.2 Diyotlar

### 3.2.1 PN Bağlantısı

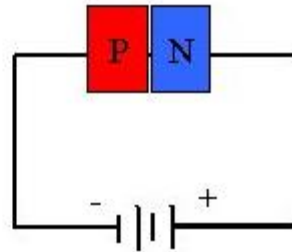
PN bağlantılı bir yarı iletkenin birleşme yüzeyinde ilk anda aşağıdaki şekillerde gösterilen olaylar olur.



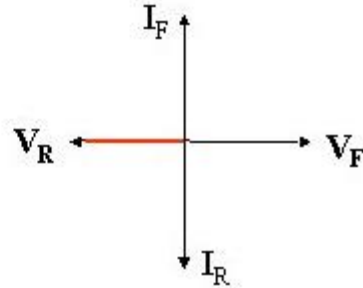
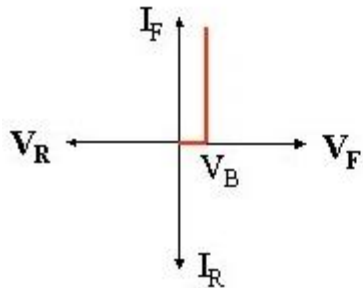
P ve N tipi yarı iletkenler arasında taşıdıkları elektrik yüklerinden dolayı bir elektrik alanı oluşur.



(a) Düz Bias Akım İletir

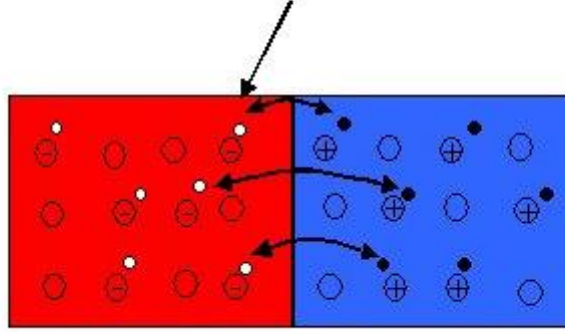


(b) Ters Bias Akım İletmez

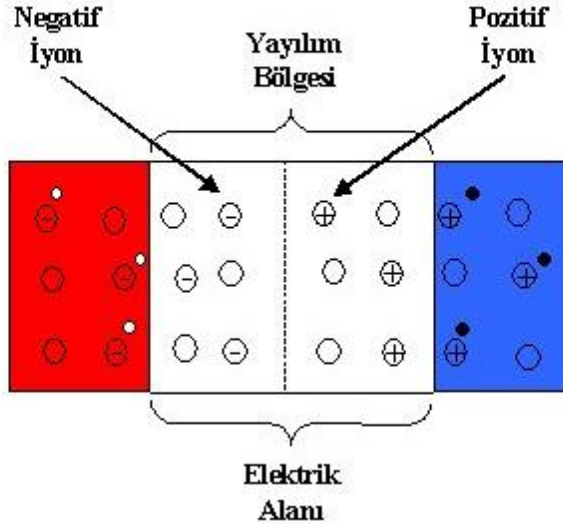


N tipi yarı iletkendeki serbest elektronlar P tipi yarı iletken içindeki boşluklar ile birleşmek üzere harekete geçerler. Bu birleşme P ve N tipi yarı iletkenlerinin birleşme yüzeyi civarında olur. Çünkü oluşan elektrik alanı en kenardaki serbest elektronlar P tipi yarı iletkenin en dışındaki boşlukların birleşmesini sağlayacak kadar güçlü değildir.

### Elektron Boşluk Yeniden Oluşturma



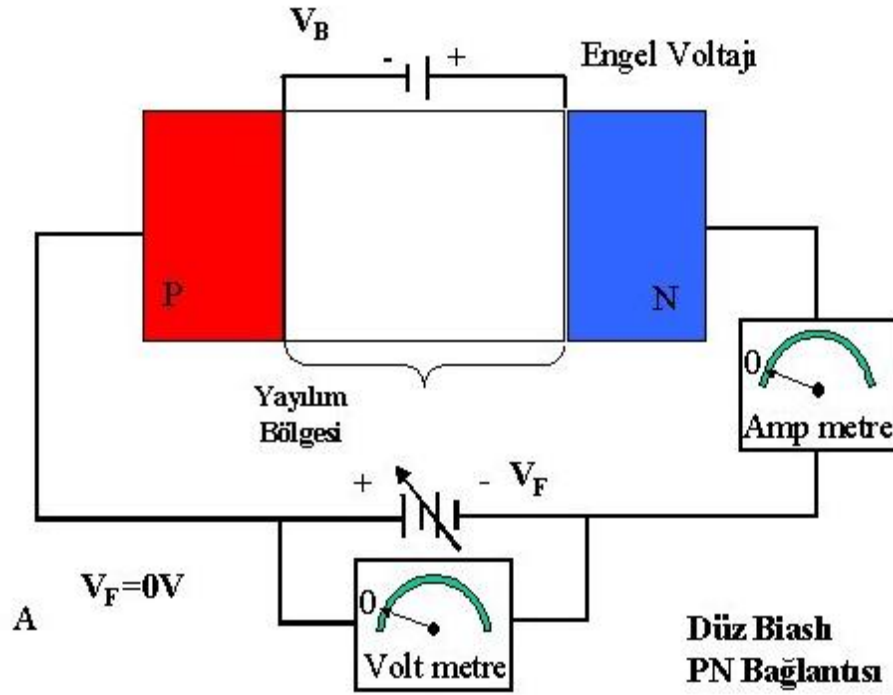
Birleşmeden sonra yayılım bölgesindeki (Depletion Region) donör atomları pozitif iyon, akseptör atomları ise negatif iyonla dönüşür. Artık yayılım bölgesinin elektriksel bir alanı yoktur.



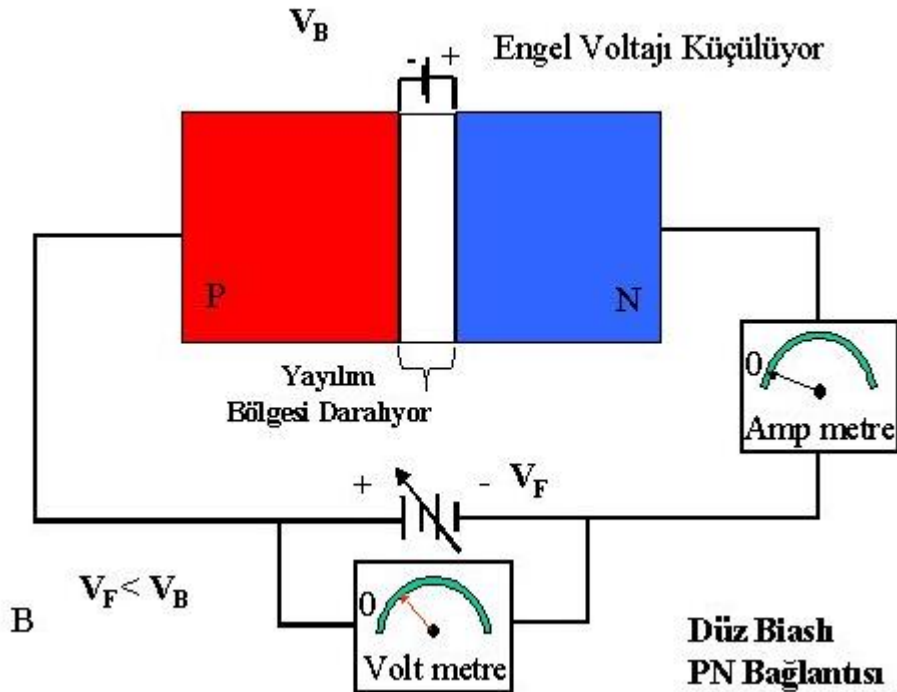
Artık denge durumuna geçen bağlantının uçlarından elektrik akımının (elektronların) geçebilmesi için elektriksel bir engel (yalıtkan bir bölge) oluşmuştur. Bu engel bağlantının arasında kalan yayılım bölgesidir. Aradaki bölgeyi elektronların aşabilmesi için silisyum için oda sıcaklığında ( $T=25^{\circ}\text{C}$ ) 0,6V kadar bir gerilime ihtiyaç vardır. Bu voltaj değeri özellikle küçük sinyal uygulamalarında çok önemlidir. Aynı zamanda ortası yalıtkan iki dış kenarı yarı iletken olan bağlantı bir kapasite olarak da davranır. Bu kapasite yüksek frekanslarda çalışan diyor transistör gibi malzemeler için istenmez, fakat varicap diyot gibi kapasitesi voltajla değişen diyorlar için özellikle istenir. Bu özellikleri sağlamak için yarı iletken üreticilerinin özel teknikleri vardır.

- PN Bağlantısının İletkenliği
- Düz Bias (Forward Bias)

PN bağlantısının P tarafına pozitif N tarafına negatif voltaj verebilecek bir ayarlı güç kaynağını bağlayalım. Başlangıçta voltaj kaynağının ( $V_F$ ) değeri sıfır volt olsun. Bu durumda devreden hiç akım akmayacak ve ampermetre sıfır değerini gösterecektir. Şimdi Voltajı biraz yükseltelim.

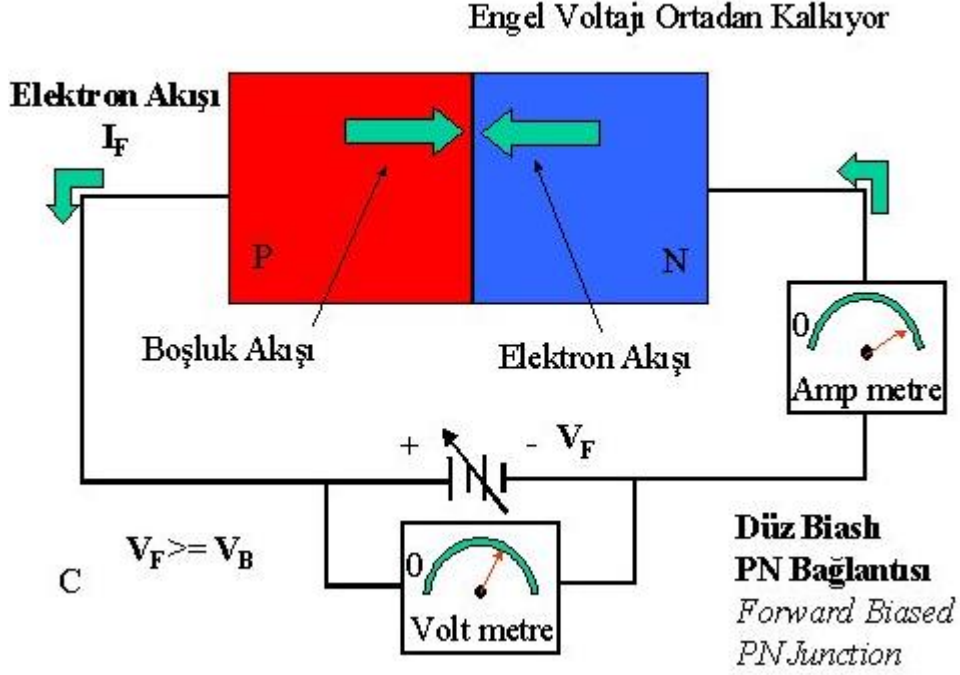


Voltaj kaynağının eksi ucunun sağladığı enerjiden dolayı PN bağlantının N tarafı elektronca Yukarıdaki şekilde görülen devrede, zenginleşir ve aynı şekilde voltaj kaynağının artı ucunun sağladığı enerjiden dolayı P taraf da boşlukça zenginleşir. P tarafta çoğalan boşluklar yayılım bölgesinin negatif iyonlarla birleşirler, N tarafta da çoğalan elektronlar yayılım bölgesindeki pozitif iyonlarla birleşirler Bunun sonucu olarak yayılım bölgesi daralır. Fakat ampermetre hala sıfır amper göstermekte ve akım akmamaktadır. Voltajı biraz daha arttıralım.



Eğer yarı iletkenimiz silisyumdan yapılmış ise voltmetrede yaklaşık 0,6V'u gösterdiği sırada artık yayılım bölgesi ortadan kalkar N taraftaki serbest elektronlar P taraftaki boşluklarla yoğun bir şekilde birleşmeye başlarlar ve sürekli bir akım akmaya başlar. Bu sırada ampermetremizde artık

bir değer ( $I_F$ ) göstermeye başlamıştır. Bu şekildeki bağlantıda yani PN bağlantısının P tarafına pozitif, N tarafına negatif gerilim uygularsan iletme geçer. Bu bağlantıya DÜZ BIAS (Forward Bias) denir.

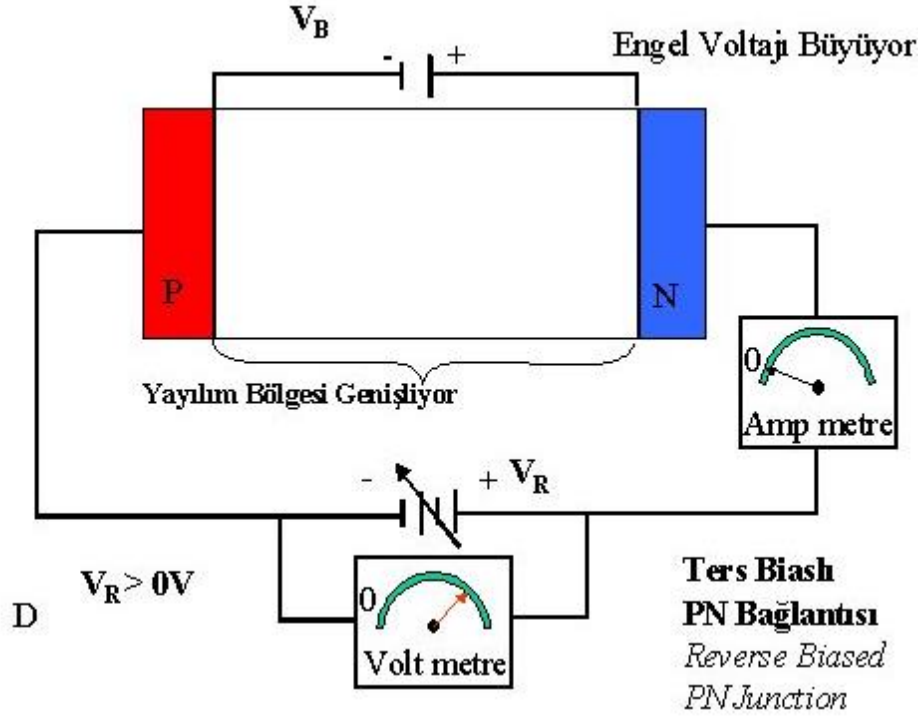


Ters Bias (Reverse Bias) Yukardaki şekildeki bağlantının Düz Bias bağlantıdan farkı PN bağlantının P ucuna negatif N ucuna ise pozitif voltaj verilmesidir. Başlangıçta voltaj kaynağının değeri sıfır volt olmasından dolayı devreden herhangi bir akım akmaz. Şimdi voltajı biraz arttıralım. PN bağlantının P tarafındaki boşluklar voltaj kaynağının negatif ucundan gelen elektronlarla birleşir ve negatif iyon dönüşür. N tarafındaki serbest elektronlar ise voltaj kaynağının pozitif ucundan gelen boşluklarla birleşerek pozitif iyon dönüşür. Bunun sonucu olarak PN bağlantısının arasındaki yayılım bölgesi daha da büyür ve ampermetreden hiç akım akmadığı görülür. Bu şekildeki bağlantıya TERS BIAS (Reverse Bias) denir.

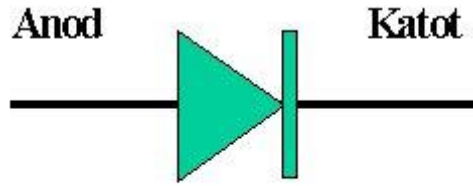
Yarı iletkenleri saf olarak yapmak mümkün değildir. Bu nedenle ters bias da yarı iletken içindeki AZINLIK TAŞIYICILARI'ndan dolayı mikroamper seviyelerinde de olsa bir akım akar. Bu akıma SIZINTI AKIMI (Leakage Current) denir. Azınlık taşıyıcıları sıcaklığın artması ile artacağı için PN bağlantıda sızıntı akımı, sıcaklığın artması ile artar.

Özetleyecek olursak PN bağlantıda düz bias için P ucuna pozitif, N ucuna negatif gerilim verilir. Düz bias da PN bağlantıdan akım akar. PN bağlantıda ters bias için P ucuna negatif, N ucuna pozitif gerilim verilir. Ters bias da PN bağlantıdan akım akmaz.





Pek çok uygulamada PN bağlantısı DİYOT olarak karşımıza çıkmaktadır. Bir PN bağlantısından oluşur. P tipi yarı iletkenin bulunduğu alana ANOD, N tipi yarı iletkeninin bulunduğu alana KATOD denilir. Üzerinden geçen elektrik akımı anottan katoda doğrudur.



Diyot sembolü

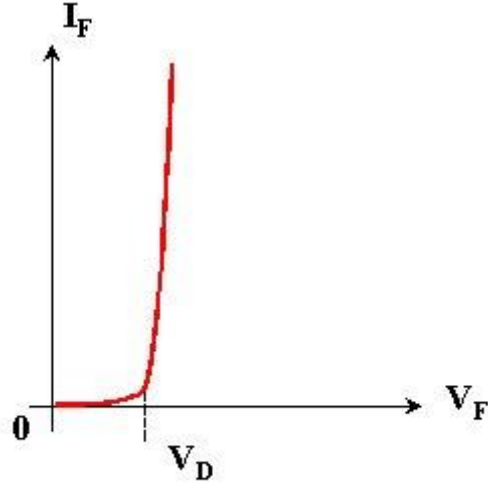
Düşük güçlü diyotlar cam, plastik gibi kılıflara sahip olup yüksek güçlü olanları ısıya dayanıklılığı sağlamak için metal yada seramik kılıflar içindedir. Diyotların fiziksel kılıfları silindirik, dikdörtgen yada şaseye vidalanır türde olabilir. Bütün diyotlarda dış kılıfı üzerinde katot ucunu gösteren bir işaret vardır. Küçük diyotlarda katot ucuna yakın bir bant bulunur. Yüksek güçlü metal kılıflı diyotların metal kılıfları katot olup diğer ucu anod dur. Köprü diyotların içinde dört adet diyot olduğu için üzerlerinde ya uçlarını da gösterecek şekilde sembolleri yada bağlantı volajlarının polariteleri gösteren +, - gibi semboller vardır.

Bir diyodun anodunu pozitif gerilime, katodunu negatif gerilime bağlarsak üzerinden akım geçer ( $I_F$ ). Buna diyodun düz biaslanması denir. Diyodun adonunanegatif gerilim, katoduna pozitif gerilim verirse üzerinden akım akmaz (aslında ihmal edilebilir değerde çok az akım akar).

Şimdi diyot karakteristiğini inceleyelim.

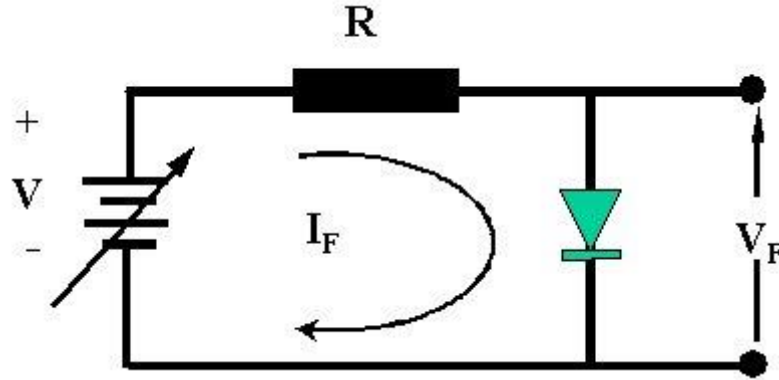
### Volt - Amper karakteristiği

Volt - Amper Karakteristiği aşağıdaki şekilde gösterilmiştir. Bu eğri diyot düz biaslandığı zaman elde edilen eğridir.

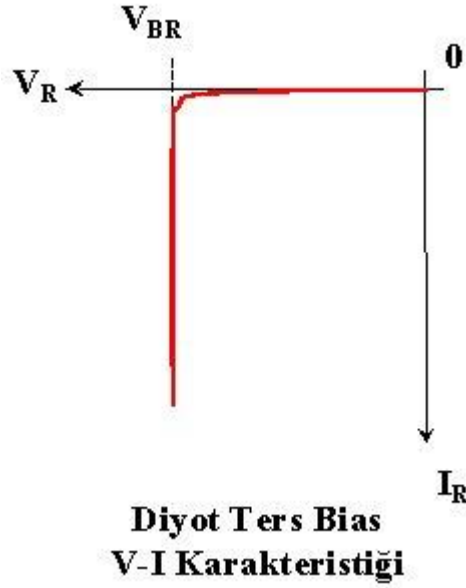


**Diyot Düz Bias  
V-I Karakteristiği**

Bu eğriyi elde etmek için gerekli devre şekli aşağıdadır.



Devreyi kurup gerilim kaynağını yavaş yavaş arttırdığımızda okuduğumuz voltaj ve akım değerlerini bir grafik kağıdı üzerinde işaretleyelim.  $V$  gerilimi  $0V$  olduğunda  $V_F$  gerilimi ve  $I_F$  akımı sıfır olacaktır. Gerilim kaynağını yavaşça artırdığımızda diyot akımı  $I_F$  çok az olarak artacaktır.  $V_F$  gerilimi, PN bağlantısının engel gerilimini aşacak büyüklükte olduğu zaman diyot akımı  $I_F$  ani olarak yükselmeye başlar. Diyot akımının ani olarak yükselmeye başladığı voltaj değerine Cut In gerilimi, OFFSET Gerilimi, Threshold Gerilimi gibi isimler verilir. Bu voltaj değeri örnek olarak germanyum diyotlar için yaklaşık  $V_D=0,3V$  silisyum diyotlar için yaklaşık  $V_D=0,7V$  kadardır.  $V_F$  gerilimi  $V_D$  geriliminin çok fazla üzerine çıkaracak olursak  $I_F$  akımı çok fazla artar ve diyot ısınır bozulur. Bunu önlemek için diyoda akım sınırlayıcı seri bir direnç konabilir yada başka bir anlatımla diyot üzerinden kalıpta tavsiye edilen değerden fazla akım geçirmemek gereklidir. Diyot ters biaslandığı zaman  $V_R$  pratikte akım geçirmez olarak kabul edilir. Gerçekte ise diyodun içindeki kristal yapının sahip olduğu azınlık taşıyıcılarından dolayı çok küçük bir akım  $I_R$  geçer.  $I_R$  akımı  $V_R$  arttığı zaman ve ısı arttığı zaman çok azda olsa yükselir. Bir diyodun ters biasdaki V-I karakteristiği aşağıdaki şekilde gösterilmiştir.



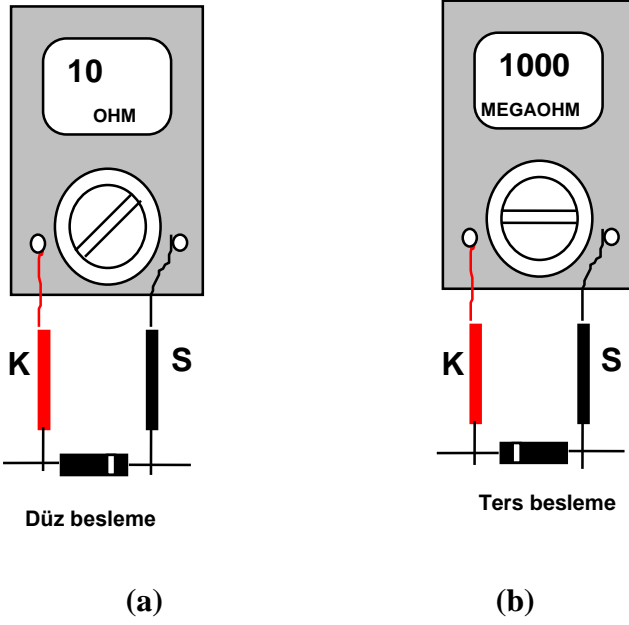
Şekilde de görüldüğü gibi  $V_R$  voltajı fazlaca yükseltilip  $V_{BR}$  voltajı aşıldığı zaman  $I_R$  akımı aniden ve çok fazla artar. Bu durumda normal bir diyotta  $V_R$  voltajı azaltılsa bile  $I_R$  akımı azalmaz. Artık diyot bozulmuştur. Ters gerilimle diyodu bozan bu gerilime  $V_{BR}$  KIRILMA (Break Down) voltajı adı verilir.

Kırılma diyotlarda iki şekilde gerçekleşir. Bu, diyodun kullanım amacına göre fabrikada imalat sırasında yapımcıları tarafından dikkate alınır. Birincisi, çığ (Avalanche) kırılması. Diyoda yüksek ters bias uygulandığında diyot üzerinden geçen akım çığ gibi artarak diyodu bozar. Bir üst paragrafta anlattığım olay gerçekleşir. İkincisi, Zener kırılmasıdır. Zener kırılması özelliğine sahip diyotlarda yüksek ters bias uygulandığında, diyot üzerinden geçen akım artsa bile diyot üzerindeki voltaj sabit kalır. Bu özelliğe sahip diyotlara ZENER DİYOT denilip voltaj düzenleyici (regülatör) olarak kullanılır.

### 3.2.2 Diyodun ohmmetre ile test edilmesi

Bir diyodun sağlam olup olmadığı veya terminalleri tanımlanamayan diyodun terminallerini tanımlamak için bir ohmmetre kullanılabilir. Ayrıca sayısal (digital) multimetrelerin çoğunda diyod test konumu da bulunmaktadır.

Diyodu test etmek için ölçü aleti ohmmetre modunda iken pozitif ucu (genellikle kırmızı kablolu ucu) diyodun anoduna; negatif ucu (genellikle siyah kablolu ucu) diyodun katoduna bağlanırsa diyod düz besleme durumunda bulunuyor demektir. Bu durumda diyodun direnci oldukça küçük olmalıdır. Tipik olarak bu değer  $100 \Omega$  mertebesinde ve aşağıdaki şekilde görülmektedir.



**Şekil. Bir diyodun ohmmetre kullanılarak test edilmesi**

Eğer ohmmetrenin pozitif ucu diyodun katoduna, negatif ucu anoduna bağlanırsa, diyod ters besleme durumundadır ve ohmmetre çok büyük direnç göstermelidir. Pratik olarak bu değerin sonsuz olması gerekir.

Eğer bir ohmmetrenin uçları diyoda her iki türde bağlandığında ohmmetre her iki yönde de çok büyük direnç veya çok küçük direnç gösteriyorsa bu diyod görev yapmıyor demektir.

Yukarıdaki gözlemlerden de açıkça anlaşılacağı gibi küçük direnç ölçülen halde ohmmetrenin pozitif (kırmızı) ucunun dokunduğu uç diyodun anod ucudur.

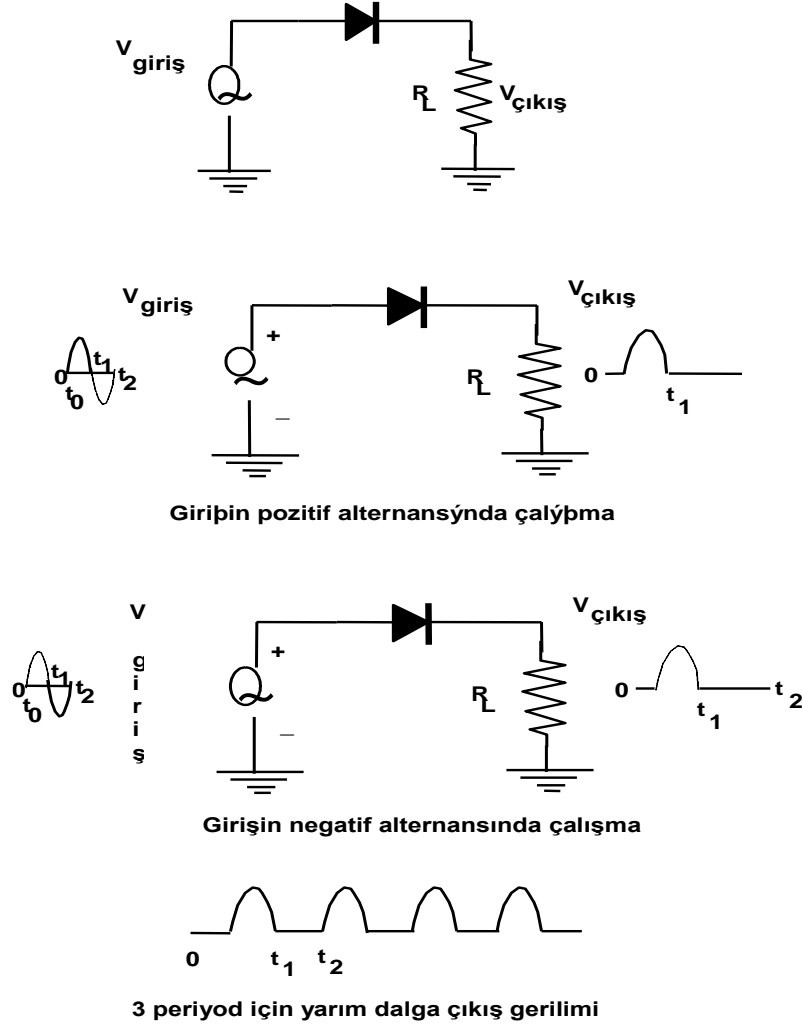
### 3.2.3 Diyodlar ve uygulamaları

Diyodlar, akımı tek yönde geçirmeleri nedeniyle, elektronik devrelerde akımın geçmesi istenen kollarla düz besleme; akımın geçmesinin istenmediği kollarla ters besleme olacak şekilde bağlanır. Akımın tek yönde geçmesine izin vermeleri nedeniyle diyodlar elektronikte yarım dalga veya tam dalga doğrultucularının (rectifier) yapımında geniş biçimde kullanılırlar.

#### 3.2.3.1 Yarım dalga doğrultucuları

Şekildeki devrede diyodun uçlarına alternatif gerilim uygulanmıştır.  $R_L$  direnci yük direnci olarak kullanılmıştır. Uygulanan sinüsoidal gerilimin pozitif alternansında diyodun anod ucu pozitif, katod ucu negatif gerilimde olacağı için diyod düz besleme durumundadır ve üzerinden akım geçmesine izin verir. Bu yarım periyod süresince devam eder. Giriş geriliminin negatif alternansı başladığında diyodun polaritesi değişir ve anod negatif, katod pozitif gerilime bağlı olur. Başka sözlerle diyod ters beslenmiş durumdadır ve üzerinden akım geçirmez. Dolayısıyla alternatif gerilimin bir periyodu boyunca diyod pozitif alternansda akım geçirir, negatif alternansta akım geçirmez. Buna göre uygulanan sinüsoidal gerilimin negatif bileşenleri daima geçirilmeyecek yalnızca pozitif bileşenleri geçirilecektir. Bu ise tek yönlü, sadece pozitif değerleri olan elektrik akımı demektir. Ancak bu gerilimin (akımın) tek yönlü olmakla beraber değerinin sıfır-maksimum- sıfır arasında değiştiğine dikkat edilmelidir.

Bu şekilde alternatif gerilimi negatif alternansları ortadan kaldırarak tek yönlü gerilim haline getiren düzeneklere **Doğrultucu (rectifier)** adı verilmiştir. Şekil a. daki sistem yalnızca pozitif alternanslardaki gerilimleri geçirip negatifleri kullanmadığından bunlara **yarım dalga doğrultucuları (half wave rectifier)** adı verilmiştir.



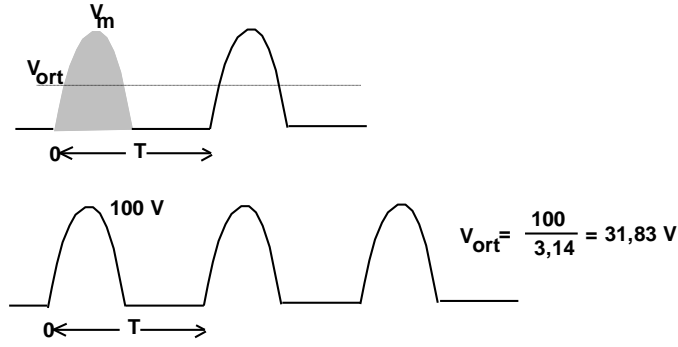
**Şekil. Yarım dalga doğrultucularının yapısı ve çalışma ilkesi**

### **Yarım dalga çıkışının ortalama değeri**

Bir yarım dalga doğrultucunun çıkışındaki ortalama (doğru akım d.c) değer, bir tam periyotta eğri altında kalan alanın hesaplanması ile bulunur. Buna göre çıkışın maksimum değeri  $V_m$  ise, ortalama değer,

$$V_{ort} = \frac{V_m}{\rho}$$

ile tanımlanmıştır.  $\rho$  pi değeridir.



**Şekil. Yarım dalga sinyalinin ortalama değeri**

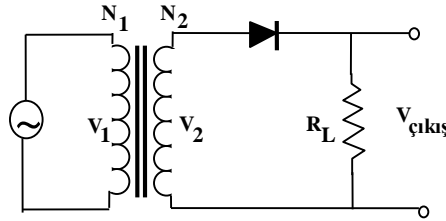
Daha önce de açıklandığı gibi diyod düz beslendiğinde de akım taşıyıcıları PN jonksiyon bölgesini aşmak zorundadırlar. Başka bir ifade ile diyod düz besleme durumuna geçmeden hemen önce akım taşıyıcıları arınma bölgesindeki potansiyel engelini aşmak zorundadırlar. Bu nedenle Çıkış gerilimi hiç bir zaman giriş gerilimine eşit olamaz. Çıkış gerilimi potansiyel barajı kadar bir değerde giriş geriliminden küçük olmak durumundadır. Buna göre,

$$\text{Si diyod için } V_m(\text{çıkış}) = V_m(\text{giriş}) - 0,7 \text{ volt}$$

$$\text{Ge diyod için } V_m(\text{çıkış}) = V_m(\text{giriş}) - 0,3 \text{ volt}$$

değerlerinde olacaktır.

#### **Transformatör kullanılan yarım dalga doğrultucuları**



**Şekil. Transformatör kuplajlı giriş kullanılan yarım dalga doğrultucusu**

Bir transformatör doğrultucu devrelerinde giriş geriliminin uygulanması için genellikle kullanılır. Bu iki önemli avantaj sağlar. Birincisi, transformatör giriş geriliminin yükseltilmesini veya düşürülmesini kolaylıkla sağlar. İkincisi, alternatif gerilim kaynağı elektriksel olarak doğrultucu devresinden yalıtılmış olduğundan elektrik şok tehlikesini en aza indirir.

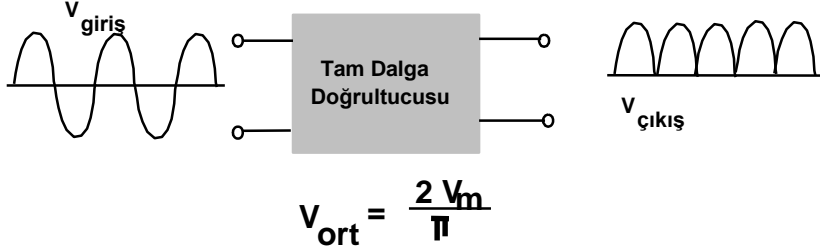
Bir transformatörün sekonder gerilimi sarım sayılarının oranı ile orantılı olduğundan, sekonder çıkış gerilimi iyi bir yaklaşıklıkla,

$$V_2 = \left( \frac{N_2}{N_1} \right) V_1$$

ifadesi ile hesaplanabilir. Eğer  $N_2 > N_1$  ise sekonder gerilimi primer geriliminden daha büyük;  $N_2 < N_1$  ise sekonder gerilimi primer geriliminden daha küçük;  $N_2 = N_1$  ise sekonder gerilimi primer gerilimine eşittir.

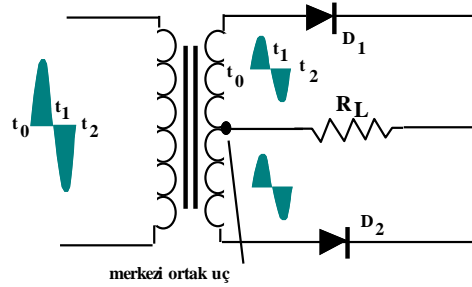
### 3.2.3.2 Tam dalga doğrultucuları

Yarım dalga doğrultucuları önceki kısımda görüldüğü gibi alternatif gerilimin yalnızca bir alternansındaki gerilimi geçirmekte idi. Tam dalga doğrultucuları ise, her iki alternansdaki gerilimin de tek yönlü olmasını sağlayan elektronik düzeneklerdir.

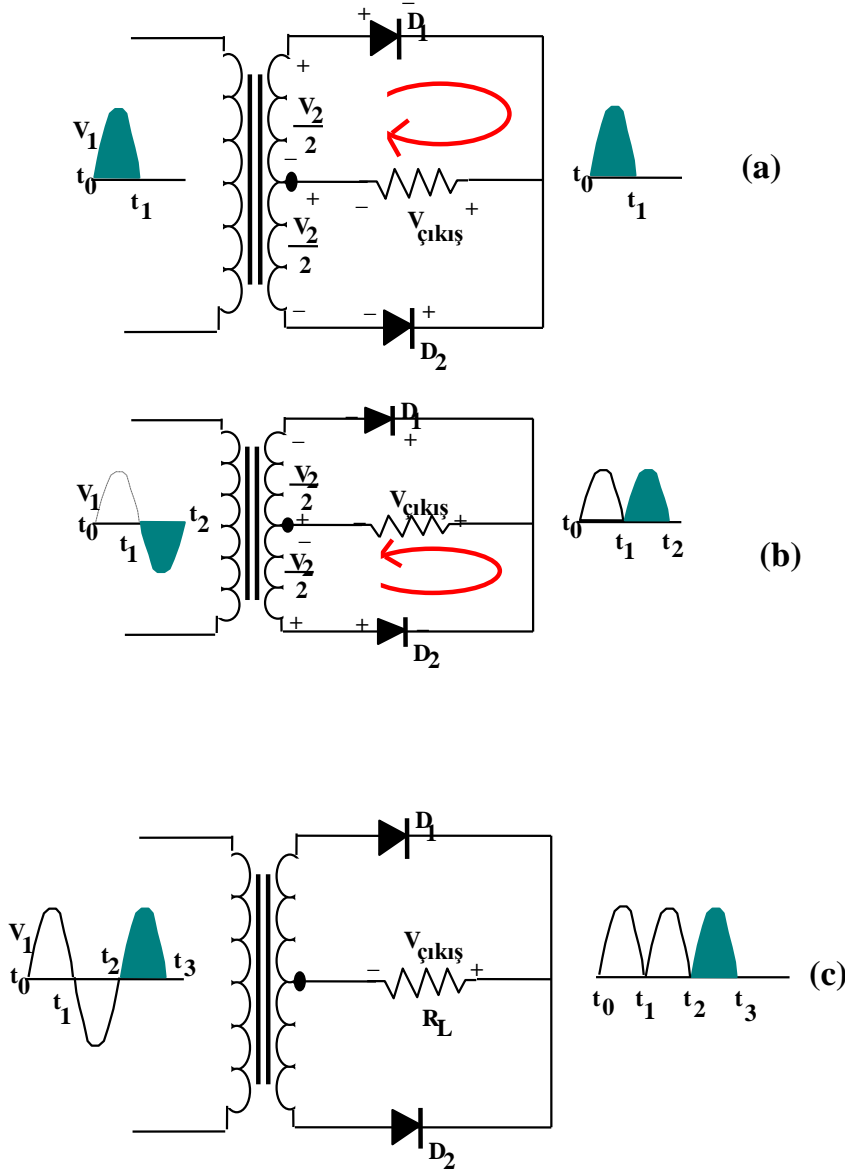


Şekil. Tam dalga doğrultucularının giriş ve çıkışındaki gerilimler.

Bir transformatörün sekonder sargısı eşit sayıda iki sargıdan oluşuyor ve bu sargıların seri bağlanmış uçları ortak olarak kullanılıyorsa bu transformatörler merkezi ortak uçlu (center-tapped) transformatörler olarak bilinir. Şekilde böyle bir transformatör kullanılarak yapılmış tam dalga doğrultucusu, primer ve sekonder gerilimleri ile birlikte gösterilmiştir.



Şekil. Merkezi ortak uçlu transformatör kullanılan tam dalga doğrultucusu ve giriş-çıkış gerilimleri.



**Şekil. Merkezi ortak uçlu tam dalga doğrultucunun çalışma ilkesi.**

Transformatör sargısının sekonderi merkezi ortak uçlu olduğu için sekonder geriliminin yarısı ortak uç ile sargının bir ucu; diğer yarısı yine ortak uç ile sargının diğer ucu arasında gözlenir.

Giriş geriliminin pozitif alternansında (  $t_0$  dan  $t_1$  e kadar) sekonder voltajlarının polaritesi Şekil a. da gösterilmiştir. Bu durumda  $D_1$  diyodu düz besleme,  $D_2$  diyodu ters besleme durumundadır. Akım  $D_1$  ve yük direnci üzerinden geçer. Giriş geriliminin negatif alternansında ( $t_1$  den  $t_2$  ye kadar) sekonder çıkışındaki gerilimlerin polariteleri Şeklin b kısmındaki gibi olacaktır. Bu durumda  $D_1$  ters besleme,  $D_2$  ise düz besleme durumunda bulunacaktır ve akım  $D_2$  ile yük direnci üzerinden geçecektir.

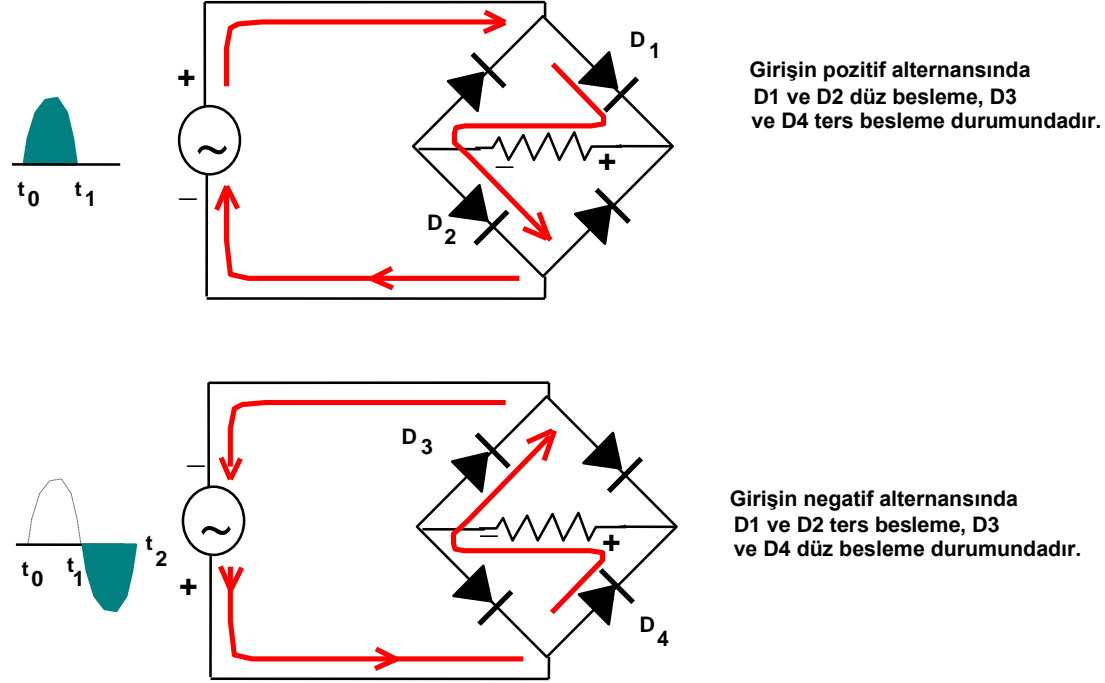
Girişin pozitif ve negatif alternansları esnasında yük direncinden geçen akım aynı yönlü olacağından girişin negatif alternansları esnasındaki gerilim önceki gerilimle aynı yönlü hale getirilmiş olur. Bu nedenle bu düzeneklere tam dalga doğrultucuları denmiştir

Transformatörün çevirme oranı 1 ise ( $N_1 = N_2$  ise) sekonder çıkışında gerilim ikiye bölündüğünden doğrultulan gerilimin büyüklüğü girişin yarısına iner.



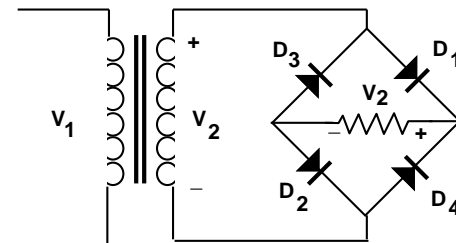
Transformatörün çevirme oranı 1:2 ise sekonder çıkışı girişin iki katına çıkacak ancak merkezi ortak uçlu çıkış olduğundan gerilim yarıya düşecek ve giriş gerilimi ile doğrultulmuş çıkış gerilimi birbirine eşit olacaktır.

### Tam dalga köprü doğrultucular



Şekil. Tam dalga köprü doğrultucusunun çalışma ilkesi.

Bu tür tam dalga doğrultucularda Şekilde gösterildiği gibi dört adet diyod kullanılır. Giriş geriliminin pozitif alternansında  $D_1$  ve  $D_2$  diyodları düz besleme konumundadır ve şeklin a kısmında gösterilen yönde akım geçer. Bu akı  $R_L$  direnci üzerinde pozitif yönlü bir gerilim oluşturur. Bu zaman süresince  $D_3$  ve  $D_4$  diyodları ters besleme durumundadırlar ve üzerlerinden akım geçirmezler. Girişin negatif alternansında  $D_3$  ve  $D_4$  diyodları düz besleme koşullarındadırlar ve  $R_L$  üzerinden pozitif alternanstakinin aynı yönünde akım geçer. Bu esnada  $D_1$  ve  $D_2$  diyodları ters besleme durumundadır ve üzerlerinden akım geçirmezler. Dolayısıyla  $R_L$  nin uçlarında tam dalga doğrultulmuş gerilim gözlenir.



Şekil. Köprü çıkış geriliminin açıklanması

Girişinde transformatör kullanılan bir köprü doğrultucu devresi bir önceki şekilde gösterilmiştir. Sekonder geriliminin tamamının pozitif alternansında  $D_1$  ve  $D_2$  diyodları düz besleme durumundadır.

Diyod eklemesindeki gerilim düşmesi ihmal edilirse  $V_2$  gerilimi  $R_L$  yük direnci üzerinde ölçülecektir. Benzer yargı, gerilimin negatif alternansında  $D_3$  ve  $D_4$  diyodları için de doğrudur. Dolayısıyla köprü çıkış gerilimi,

$$V_{\text{çıkış}} = V_2$$

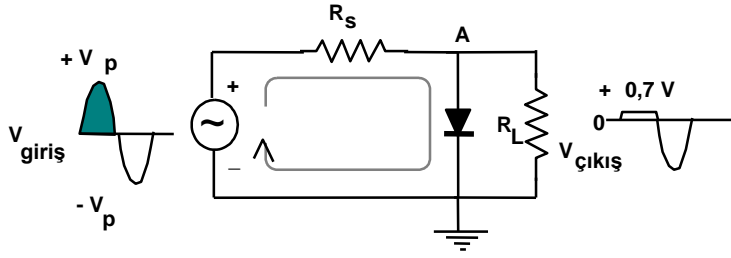
olacaktır. Her iki alternans esnasında iki diyod seri bağlı olduğundan, eklem gerilim düşmesi göz önüne alınırsa çıkış gerilimi,

$$V_{\text{çıkış}} = V_2 - 2 V_K$$

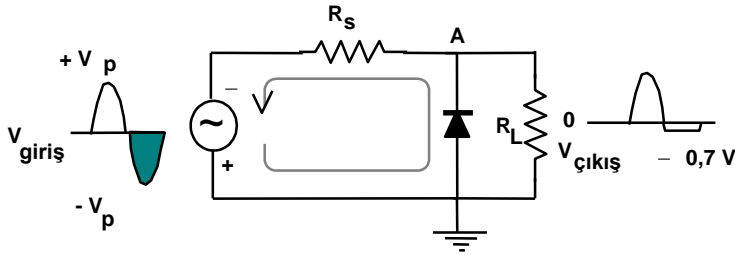
değerini alacaktır.

### 3.2.3.3 Diyod limitleme devreleri

Diyod devreleri bazı zamanlar bir sinyalin belli bir değer üstünde veya altında kalan kısmının kırılması amacı ile kullanılabilir. Bu devrelere *limitleyici (limiters)* veya *kırpıcı (clipper)* devreler denir. Diyod devrelerinin bir diğer türü bir elektrik sinyalinin dc seviyesinin onarılması amacı ile kullanılan *kenetleme (clamper)* devreleridir.



(a) - Pozitif alternansın limitlenmesi



(b) - Negatif alternansın limitlenmesi

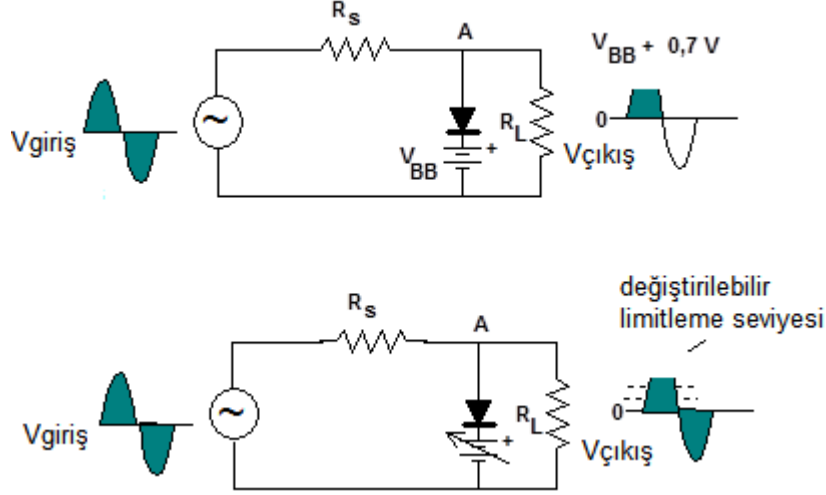
Şekil. Diyod limitleyiciler

Şekilin (a) kısmında giriş voltajının pozitif kısmını; b de ise negatif kısmını limitleyen diyod devreleri gösterilmiştir. Giriş sinyali pozitif değerlerde iken diyod düz besleme durumundadır. Bu anda diyod katodu toprak potansiyelinde olduğu için, eğer diyod Si diyod ise, anod 0,7 volttan daha fazla olamaz. Dolayısıyla A noktası, giriş 0,7 volttan daha büyük olduğunda, bu değer ile limitlenir. Giriş 0,7 voltun altına düştüğünde diyod ters besleme haline gelir ve açık devre oluşur. Çıkış gerilimi sadece negatif alternansı olan giriş gerilimine benzer. Bu çıkış gerilimin büyüklüğü  $R_s$  ve  $R_L$  voltaj bölücüsü tarafından aşağıdaki denklem ile belirlenir.

$$V_{\text{ç}} = \left( \frac{R_L}{R_s + R_L} \right) V_{\text{giriş}}$$

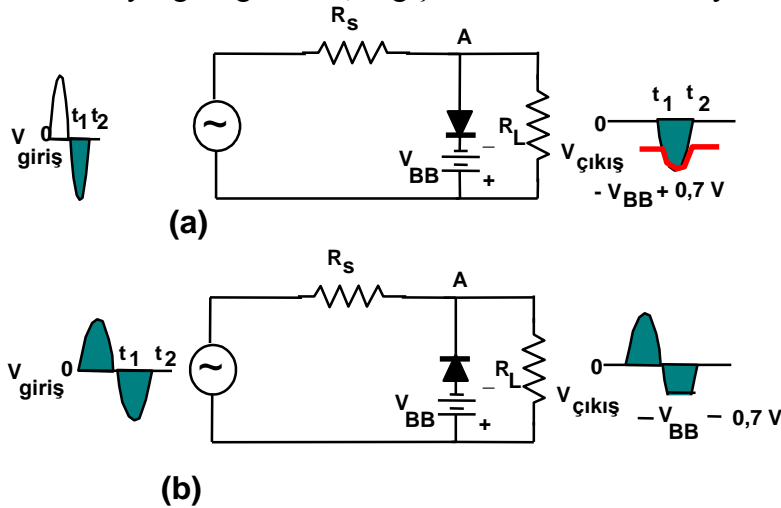
Eğer  $R_S$ ,  $R_L$  ye göre çok küçük ise  $V_{\text{ç}} \cong V_{\text{giriş}}$  olur.

Şeklin b kısmında olduğu gibi diyod ters yönde bağlanırsa giriş sinyalinin negatif alternansı kırılır. Girişin negatif değerlerinde diyod düz beslendiğinde A noktası  $-0,7$  voltta tutulur. Giriş  $-0,7$  den büyük değerlere gittiğinde diyod düz besleme halinde kalmaz ve ters besleme durumuna döner ve  $R_L$  üzerinde giriş gerilimi ile orantılı bir gerilim gözlenir.



**Şekil.** Pozitif limitleyici devreleri. Şeklin altındaki devrede değiştirilebilir akım kaynağı kullanıldığından limitleme seviyesi ayarlanabilmektedir.

Limitlenmiş voltajın seviyesi, diyoda seri bir besleme kaynağı ilave edilerek ayarlanabilir hale getirilebilir, Şekilde A noktasındaki potansiyel diyod iletken duruma geçmeden önce mutlaka  $V_{BB} + 0,7$  volt olmalıdır. Diyod iletim durumuna geçtikten sonra A noktasındaki voltaj  $V_{BB} + 0,7$  ile limitlenir ve giriş geriliminin bu değerden büyük olan değerleri kırılır. Eğer besleme gerilimi, değişken bir akım kaynağı bağlanarak, değiştirilirse limitleme seviyesi de değişir.

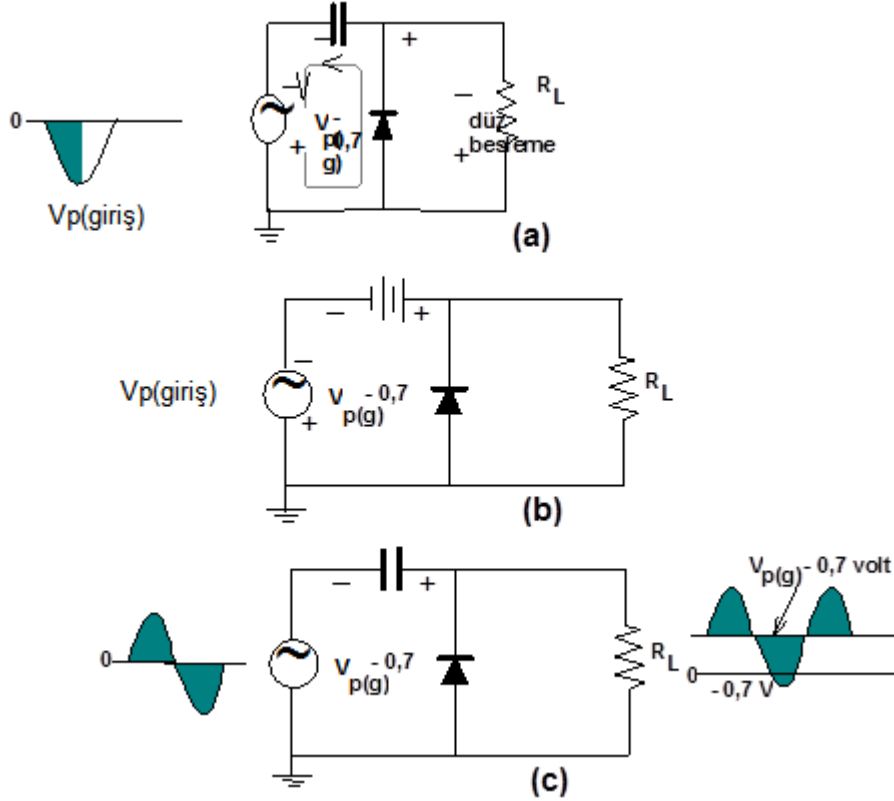


**Şekil.** Negatif limitleme Eğer besleme geriliminin polaritesi Şekilde olduğu gibi tersine çevrilirse  $-V_{BB} + 0,7$  volt üzerindeki gerilim değerleri kırılır. Diyod yalnızca A noktasındaki gerilim  $-V_{BB} + 0,7$  volt değerinin altına düştüğünde ters besleme durumuna gelir.

Eğer bir voltaj belirlenmiş bir negatif seviyede limitlenmek istiyorsa diyod ve besleme bataryası Şekil b. deki gibi bağlanmalıdır. Bu durumda A noktasındaki voltaj  $-V_{BB} + 0,7$  volt değerinin altına gider ve diyodun düz beslenmesi ile limitleme eylemi başlar.

### 3.2.3.4 Kenetleme devreleri

Bir kentleyicinin amacı bir alternatif akım (ac) sinyaline bir dc seviyesi eklemektir. Kenetleyiciler bazı kitaplarda dc onarıcı (dc restorer) olarak da isimlendirilmektedir. Şekilde pozitif dc seviyesi oluşturan bir diyod kenetleme devresini göstermektedir.

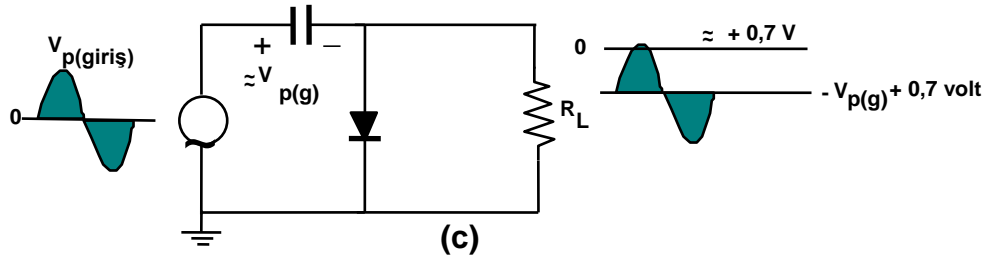


Şekil. Pozitif kenetleme uygulaması.

Devrenin çalışma ilkesi giriş geriliminin ilk negatif alternansı göz önüne alınarak anlaşılabilir. Giriş başlangıçta negatife gittiğinde diyod düz besleme konumundadır ve kondansatör girişin maksimum değerine yakın bir değerde ( $V_p(\text{giriş}) - 0,7$  V) şarj olur. Negatif tepe hemen geçildiğinde diyod ters besleme durumuna gelir. Bunun nedeni diyodun katodunun, sığa üzerindeki yük tarafından,  $V_p(\text{giriş}) - 0,7$  V değerine yakın bir değerde tutulmasıdır. Kondansatör yalnızca  $R_L$  büyük direnci üzerinden deşarj olabilir. Dolayısıyla bir negatif tepeden diğer negatif tepeye kadarkondansatör çok az deşarj olur. Deşarj miktarı doğal olarak  $R_L$  değerine bağlıdır. İyi bir kenetleme eylemi için RC zaman sabiti en az giriş periyodunun 10 katı kadar olmalıdır.

Kenetleme eyleminin net etkisi kondansatör üzerindeki yükün giriş tepe değerine yakın değerde kalması ile ilgilidir. Kapasitör voltajı, Şekil b. de görüldüğü gibi sinyale seri bağlanmış bir batarya gibi davranır. Kapasitörün bu dc voltajı, süperpozisyon ile, giriş gerilimine ilave edilmektedir.

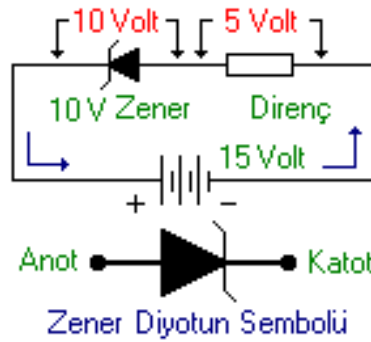
Diyod öncekine göre ters olarak bağlanacak olursa, aşağıdaki şekilde görüleceği gibi bir negatif voltaj giriş sinyaline eklenmiş olacaktır.



Şekil. Negatif kenetleme (clamper) devresi

### 3.3 Diyot Çeşitleri

#### 3.3.1.1 Zener Diyot



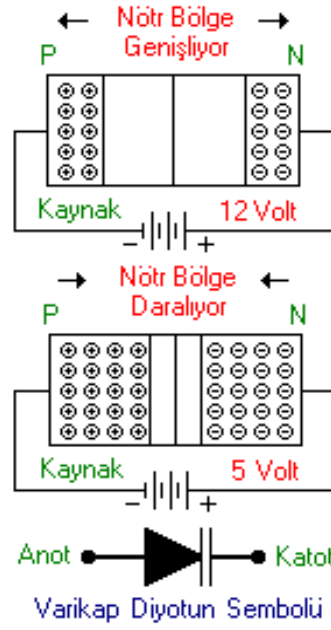
Zener diyotlar normal diyotların delinme gerilimi noktansından faydalanılarak yapılmıştır. Zener diyot doğru polarmada normal diyot gibi çalışır. Ters polarmada ise zener diyota uygulanan gerilim "Zener Voltajı" 'nın altında ise zener yalıtıma geçer. Fakat bu voltajın üzerine çıktığında zener diyotun üzerine düşen gerilim zener voltajında sabit kalır. Üzerinden geçen akım değişken olabilir. Zenerden arta kalan gerilim ise zenere seri bağlı olan direncin üzerine düşer. Üretici firmalar 2 volttan 200 volt değerine kadar zener diyot üretirler. Zener diyotlar voltajı belli bir değerde sabit tutmak için yani regüle devrelerinde kullanılır. Yan tarafta zener diyotun simgesi, dış görünüşü ve ters polarmaya karşı tepkisi görülmektedir.

#### 3.3.1.2 Tunel Diyot



Saf silisyum ve Germanyum maddelerine dafazla katkı maddesi katılarak Tunel diyotlar imal edilmektedir. Tunel diyotlar ters polarma altında çalışırlar. Üzerine uygulanan gerilim belli bir seviyeye ulaşana kadar akım seviyesi artarak ilerler. Gerilim belli bir seviyeye ulaştıktan sonrada üzerinden geçen akımda düşüş görülür. Tunel diyotlar bu düşüş gösterdiği bölge içinde kullanılırlar. Tunel diyotlar yüksek frekanslı devrelerde ve osilatörlerde kullanılır. Yan tarafta tunel diyotun sembolü ve dış görünüşü görülmektedir.

### 3.3.1.3 Varikap Diyot



Kondansatörün mantığı, iki iletken arasında bir yalıtkan olmasıdır. Ve bu kondansatördeki iletkenlerin arasındaki uzaklık artırılarak ve azaltılarak kapasitesi değiştirilen kondansatörler mevcuttur. Fakat bunların bir dezavantajı var ki bu da çok maliyetli olması, çok yer kaplaması ve elle kumanda edilmek zorunda olması. Bu kondansatör türüne "Variable Kondansatör" diyoruz. Şimdi variable kondansatörlere her konuda üstün gelen bir rakip olan "Varikap Diyotu" anlatacağım. Varikap diyot, uçlarına verilen gerilime oranla kapasite değiştiren bir ayarlı kondansatördür ve ters polarma altında çalışır. Boyut ve maliyet olarak variable kondansatörlerden çok çok kullanışlıdır. Diyot konusunda gördüğümüz gibi diyot da kondansatör gibi iki yarı iletken maddenin arasında nötr bölge yani yalıtkindan oluşur. Yan tarafta görüldüğü gibi üzerine uygulanan ters polarma gerilimi arttığı takdirde aradaki nötr bölge genişler. Bu da iki yarı iletkenin aralarındaki mesafeyi artırır. Böylece diyotun kapasitesi düşer. Gerilim azaltıldığında ise tam tersi olarak nötr bölge daralır ve kapasite artar. Bu eleman televizyon ve radyoların otomatik aramalarında kullanılır.

### 3.3.1.4 Şotki (Schottky) Diyot



Normal diyotlar çok yüksek frekanslarda üzerine uygulanan gerilimin yön değiştirmesine karşılık veremezler. Yani iletken durumdan yalıtkan duruma veya yalıtkan durumdan iletken duruma geçemezler. Bu hızlı değişimlere cevap verebilmesi için şotki diyotlar imal edilmiştir. Şotki diyotlar normal diyotun n ve p maddelerinin birleşim yezeyinin platinle kaplanmasından meydana gelmiştir. Birleşim yüzeyi platinle kaplanarak ortadaki nötr bölge inceltiilmiş ve akımın nötr bölgeyi aşması kolaylaştırılmıştır.

### 3.3.1.5 Led Diyot



Led ışık yayan bir diyot türüdür. Lede doğru polarma uygulandığında p maddesindeki oyuklarla n maddesindeki elektronlar birleşim yüzeyinde nötrleşirler. Bu birleşme anında ortaya çıkan enerji ışık enerjisidir. Bu ışığın gözle görülebilmesi için ise p ve n maddelerinin birleşim yüzeyine "Galyum Arsenid" maddesi katılmıştır. Ledlerin, yeşil, kırmızı, sarı ve mavi olmak üzere 4 çeşit renk seçeneği vardır.

### 3.3.1.6 İnfraruj Led



İnfraruj led, normal ledin birleşim yüzeyine galyum arsenid maddesi katılmamış halidir. Yani görünmez (mor ötesi) ışıktır. infraruj ledler televizyon veya müzik setlerinin kumandalarında, kumandanın göndediği frekansı televizyon veya müzik setine iletmek için kullanılır. Televizyon veya müzik setinde ise bu frekansı alan devre elemanına "Foto Diyot" denir. İnfraruj led ile normal ledin sembolleri aynıdır.

### 3.3.1.7 Foto Diyot



Foto diyotlar ters polarma altında kullanılırlar. Doğru polarmada normal diyotlar gibi iletken, ters polarmada ise n ve p maddelerinin birleşim yüzeyine ışık düşene kadar yalıtıcıdır. Birleşim yüzeyine ışık düştüğünde ise birleşim yüzeyindeki elektron ve oyuklar açığa çıkar ve bu şekilde foto diyot üzerinden akım geçmeye başlar. Bu akımın boyutu yaklaşık 20 mikroamper civarındadır. Foto diyot televizyon veya müzik setlerinin kumanda alıcılarında kullanılır.

### 3.3.1.8 Optokuplörler



Optokuplörler içinde bir adet foto diyot ve bir adet de infraruj led barındıran bir elektronik devre elemanıdır. Bu infraruj led ve foto diyotlar optokuplörün içerisine birbirini görecekle şekilde yerleştirilmişlerdir. İnfraruj ledin uçlarına verilen sinyal aynen foto diyotun uçlarından alınır. Fakat foto diyotun uçlarındaki sinyal çok çok düşük olduğu için bir yükselteçle yükseltilmesi gerekir. Bu devre elemanının kullanım amacı ise bir devreden diğer bir devreye, elektriksel bir bağlantı olmaksızın bilgi iletmektir. Aradaki bağlantı ışıksal bir bağlantıdır.

### 3.3.1.9 İmpatt diyod

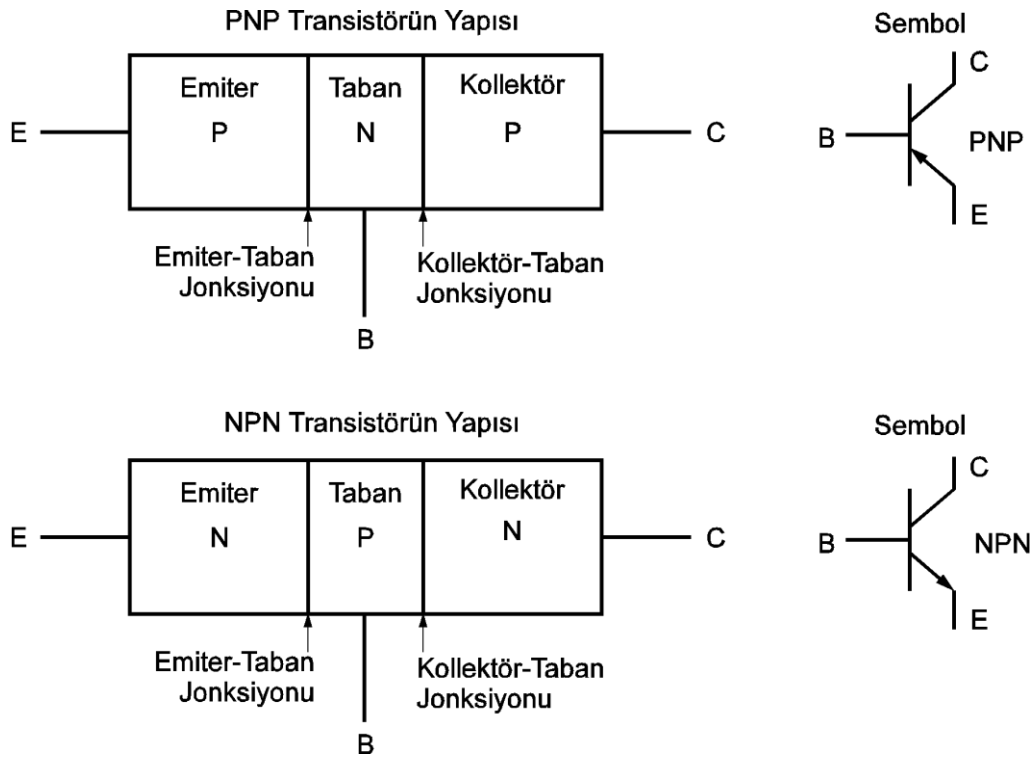
IMPATT, *Impact Avalanche And Transit Time Diode* kelimelerinin baş harfleri alınarak isimlendirilmiş bir diyod türüdür. Bu özel mikrodalga diyodu çıkış koşulu sağlanması için gerekli gecikme zamanı yanında negatif direnç karakteristiğine sahip transit zamanı da içermektedir. IMPATT diyodlar 10 - 100 GHz lik mikrodalga osilatörlerinde kullanılmaktadır.

Bir p-n kavşağına sahip olmayan, bunun yerine iki metal levha arasında n-tipi GaAs kullanılan GUNN diyodlar da negatif dirençli mikrodalga düzeneklerinde kullanılan bir diğer tür özel diyodlardır.

## 3.4 Bipolar Transistör

### 3.4.1 Yapısı ve Sembolü

Bipolar transistör iki jonksiyonlu ve üç uçlu bir elemandır. Diyodun çalışmasındaki prensipler kullanılarak bipolar transistörün çalışması açıklanabilir. “Bipolar transistör” yerine genellikle sadece “transistör” kelimesi kullanılmaktadır. NPN ve PNP olmak üzere iki çeşit transistör vardır. Transistör, emiter, taban ve kollektör uçlarından oluşur. NPN transistörde taban (baz), iki N bölgesi arasındadır. N bölgelerinden biri emiter, diğeri kollektördür. PNP transistörde ise taban, iki P bölgesi arasındadır. P bölgelerinden biri emiter, diğeri kollektördür. Transistörde taban bölgesinin genişliği ve katılama oranı, emiter ve kollektöre göre çok küçüktür. Emiter ve kollektör aynı tür malzeme olmakla birlikte emiterin katılama oranı kollektöre göre çok yüksektir. Şekil’de NPN ve PNP transistörlerin yapı ve sembolleri gösterilmiştir.



Şekil . NPN ve PNP transistörlerin yapı ve sembolü.

### 3.4.2 Transistörün Çalışması

Transistörde iki jonksiyon mevcuttur. Emiter ile taban arasındaki jonksiyon ve taban ile kollektör



arasındaki jonksiyon. Bu iki jonksiyonun kutuplanmasına göre transistör farklı bölgelerde çalışır. Tabloda transistörün çalışma bölgeleri gösterilmiştir.

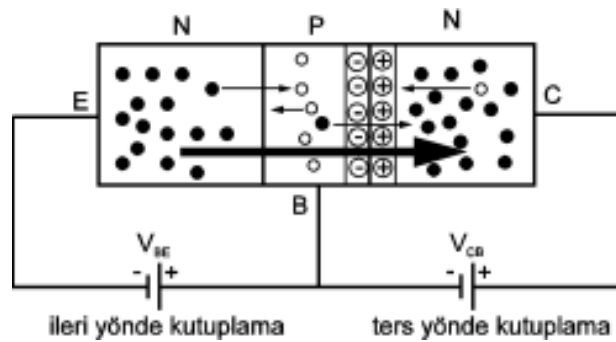
**Tablo. Transistörün çalışma bölgeleri.**

Çalışma Bölgesi	E-B jonksiyonu	C-B jonksiyonu
Aktif	İleri kutuplama	Ters kutuplama (veya boş)
Doyma	İleri kutuplama	İleri kutuplama
Kesim Ters	Ters kutuplama	Ters kutuplama (veya boş)

### 3.4.2.1 Aktif Bölge

Transistörün dört farklı çalışma bölgesinden öncelikle aktif bölgeyi inceleyelim. NPN bir transistörün aktif bölgede çalışması için kutuplamanın nasıl yapıldığı Şekil'de gösterilmiştir. Aktif bölgede çalışan bir NPN transistörde E-B jonksiyonu ileri yönde, C-B jonksiyonu ters yönde kutuplanır. Emiter bölgesinde çoğunluk akım taşıyıcıları olan elektronlar kaynağın (-) ucu tarafından itilerek taban bölgesine doğru hareket eder. Taban bölgesinin dar olması ve az miktarda katkılanması sebebiyle, emiter bölgesindeki elektronların çok azı taban bölgesindeki deliklerle birleşir, çoğunluğu kollektör bölgesine geçer. Bunun nedeni C-B jonksiyonunun ters kutuplanmasıdır. Emiterdeki elektronlar, kollektöre bağlı (+) gerilim kaynağı tarafından çekilir. Aynı zamanda C-B'de oluşan boşluk bölgesi emiterden gelen elektronların hareketini destekler. Emiterden gelen elektronların yaklaşık olarak % 99'u kollektöre gider. Bu akım kalın okla gösterilmiştir. Transistördeki diğer akımlar bu akımın yanında çok küçüktür. Emiter elektronları yayan bölgedir. Kollektör ise bu elektronların toplandığı bölgedir. Emiterden gelen elektronların yaklaşık olarak % 1'i tabana doğru gider. Bu esnada taban bölgesindeki deliklerin bir kısmı da emitere doğru hareket eder. Tabanın katkılama oranı çok düşük olduğundan bu akım da çok küçüktür.

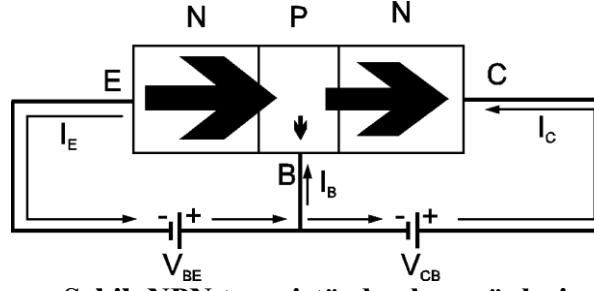
C-B jonksiyonunun ters yönde kutuplanması ile boşluk bölgesi oluşur ve sızıntı akımı geçer. B'de azınlık azınlık akım taşıyıcıları olan elektronlar C'ye doğru, C'de azınlık akım taşıyıcıları olan delikler B'ye doğru hareket eder. B-E uçlarına bir gerilim uygulanmadığında, C-B'den geçen sızıntı akımı  $I_{CB0}$  sembolü ile gösterilir.



**Şekil.** Aktif bölgede çalışan bir NPN transistörün kutuplanması.

İleri yönde uygulanan  $V_{BE}$  geriliminin değeri, transistörden geçen emiter akımın miktarını belirler. Ters yönde uygulanan  $V_{CB}$  geriliminin kollektör akımına etkisi çok azdır.  $V_{CB}$  geriliminin artırılması boşluk bölgesini genişletir ve baz bölgesini daraltır. Bu durumda emiterden kollektöre gelen elektronlar artar, tabana gelen elektronlar azalır.

Devre çözümünde kabul edilen akım yönü elektron akışının tersidir. NPN transistörün aktif bölgede çalışması durumunda elektronların akışı ve akım yönü Şekilde gösterilmiştir.



Şekil. NPN transistörde akım yönleri.

Transistörde taban akımı ile kollektör akımının toplamı emiter akımını verir. Taban akımı, emiter ve kollektör akımına göre çok küçüktür. Kollektör akımının emiter akımına oranı 1'e yakındır. Bu oran DC akım kazancını verir ve  $\alpha$  ile gösterilir.

$$I_E = I_B + I_C$$

$$I_B \ll I_E$$

$$I_C = \alpha I_E + I_{CB0}$$

$$I_{CB0} \approx 0 \Rightarrow I_C \cong \alpha I_E$$

$$\alpha = \frac{I_C}{I_E}$$

DC akım kazancı,  $0.95 < \alpha < 0.999$

### 3.4.2.2 Doyum Bölgesi

Tabloda gösterildiği gibi her iki bölge de ileri yönde kutuplanırsa çalışma doyum bölgesinde olur. Doyumda C-B jonksiyonundaki boşluk bölgesi ortadan kalkar. Kollektörün emiterden gelen akım taşıyıcıları toplama özelliği büyük ölçüde azalır. Eğer C-B jonksiyonundaki ileri kutuplama yeterli ise kollektör emiterden gelen akım taşıyıcılarını toplamaz ve emiter gibi tabana doğru akım taşıyıcı yayar.

### 3.4.2.3 Kesim Bölgesi

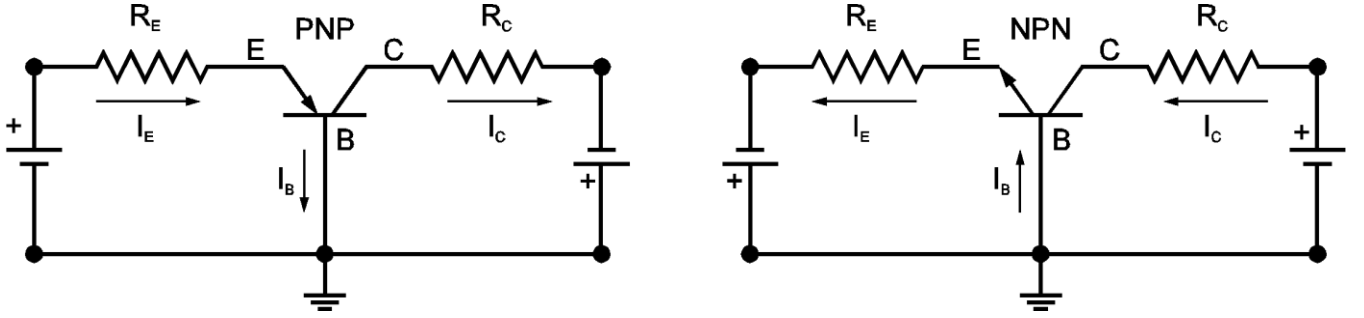
Transistörün her iki jonksiyonu ters yönde kutuplanırsa çalışma kesim bölgesinde olur. Emiter taban bölgesine çoğunluk akım taşıyıcı göndermez. Emiter ve kollektörden sızıntı akımı geçer. Emiter akımının sıfır olması da kesim bölgesinde çalışmadır.

### 3.4.2.4 Ters Çalışma Bölgesi

Transistörde kollektör ve emiter yer değiştirilerek kullanılırsa bu bölge ters çalışma bölgesidir. Emiter ve kollektörün katılama oranı aynı olmadığı için bu bölgedeki çalışma, aktif bölgeden farklıdır. Kollektör ve emiterin değiştirilmesi genellikle mümkün değildir. Fakat bazı özel devrelerde transistör bu şekilde kullanılabilir.

### 3.4.3 Ortak Tabanlı Devre

Üç uçlu bir devre elemanında bir ortak uç, bir giriş ucu ve bir çıkış ucu vardır. Ortak uca göre transistör devreleri farklı karakteristik gösterir. Ortak uç taban ise ortak tabanlı devre oluşur. NPN ve PNP transistörlerin ortak tabanlı devresi Şekilde gösterilmiştir. Ortak tabanlı devrede giriş akımı emiter, çıkış akımı ise kollektör akımıdır. Çıkış akımının giriş akımına oranı DC akım kazancını verir ve  $\alpha_{DC}$  olarak tanımlanır.



Şekil. NPN ve PNP transistörlerde ortak tabanlı devreler.

#### *Kesimde Bölgesi*

Kesim durumunda emiterden bir akım geçmez ve kollektör akımı oluşmaz. Transistörün kesimde olmasının sebebi aşağıdakilerden biri olabilir.

- Emiter ucunun açık olması
- E-B jonksiyonunun kutuplanmaması ( $V_{BE} = 0$ )
- İleri yöndeki E-B jonksiyon geriliminin yeterli olmaması
- E-B jonksiyonuna ters yönde gerilim uygulanması

#### *Aktif Bölge ve Doyum Bölgesi*

E-B jonksiyonu yeterli bir ileri gerilim ile kutuplanırsa, emiter akımı geçer ve kollektör akımı oluşur. Kollektör akımı yaklaşık olarak, emiter akımına eşittir ( $I_C \cong \alpha I_E, \alpha \approx 1, I_C \approx I_E$ ). C-B jonksiyonu ters kutuplandığında transistör aktif bölgede çalışır ve  $I_E$ 'nin arttırılması  $I_C$ 'nin artmasına neden olur. C-B jonksiyonu ileri yönde kutuplandığında transistör doyuma girer ve  $I_E$ 'nin arttırılması ile  $I_C$  akımı değişmez.

### Uygulama :

Şekildeki devrede kullanılan silisyum NPN transistörde

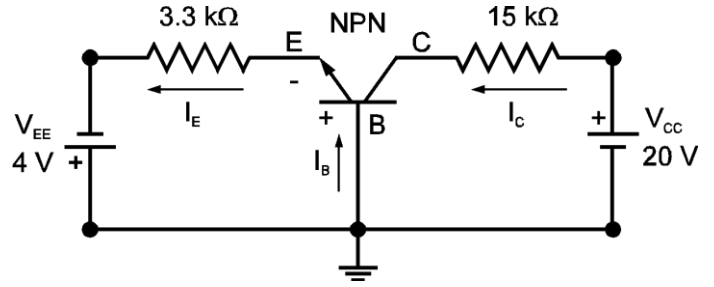
$\alpha \approx 1$  kabul ederek,

a)  $I_E$ ,  $I_C$  ve  $V_{CB}$  değerlerini

hesaplayınız.

b)  $V_{EE} = 5.1$  V olması durumunda  $I_E$ ,  $I_C$  ve  $V_{CB}$  değerlerini

hesaplayınız.



### Çözüm :

a) Transistörün B-E jonksiyonu doğru yönde kutuplanmıştır.  $V_{BE} = 0.7$  V .

$$I_E = \frac{4 - 0.7}{3.3 \text{ k}} = 1 \text{ mA}$$

$$I_C = I_E = 1 \text{ mA}$$

$$V_{CB} = 20 - 1 \text{ mA} \times 15 \text{ k} = 5 \text{ V}$$

b)  $I_E = \frac{5.1 - 0.7}{3.3 \text{ k}} = 1.33 \text{ mA}$

$$I_C = I_E = 1.33 \text{ mA}$$

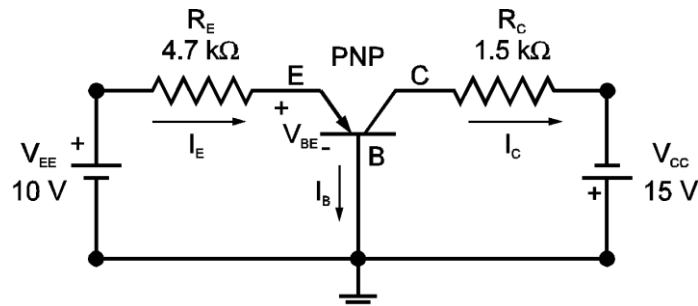
$$V_{CB} = 20 - 1.33 \text{ mA} \times 15 \text{ k} = 0 \text{ V (transistör doyumda)}$$

C-B jonksiyonu ters kutuplanmadığı için ( $V_{CB} = 0$ ) transistör doyuma girmiştir. Doyumda  $I_E$  akımının artırılması  $I_C$ 'yi arttırmaz. Kollektör akımının doyum değeri,

$$I_C R_C = V_{CC}$$

$$I_C = I_{Csat} = \frac{V_{CC}}{R_C} = I_{Esat} \text{ şeklinde hesaplanır.}$$

### Uygulama :



Şekildeki devrede silisyum PNP transistör kullanılmıştır.  $I_E$ ,  $I_C$ ,  $V_{CB}$  değerlerini aşağıdaki direnç değerlerine göre hesaplayınız.

- a)  $R_E=4.7 \text{ k}\Omega$
- b)  $R_E=680 \Omega$
- c)  $R_E=470 \Omega$
- d)  $R_E=470 \Omega$ ,  $R_C=150 \Omega$

**Çözüm:**

a) Transistörün doyma akımı,  $I_{C\text{sat}} = I_{E\text{sat}} = \frac{V_{CC}}{R_C} = \frac{15}{1.5 \text{ k}} = 10 \text{ mA}$

$$I_E = \frac{10 - 0.7}{4.7 \text{ k}} = 1.97 \text{ mA} \quad 2 \text{ mA}$$

$I_E < I_{E\text{sat}}$  transistör doymaya girmez. Aktif bölgededir.

$$I_C = I_E = 2 \text{ mA}$$

$$V_{CB} = -15 + 2 \text{ mA} \times 1.5 \text{ k} = -12 \text{ V}, \text{ sonuç negatif. PNP transistörü aktif bölgededir.}$$

b)  $I_E = \frac{10 - 0.7}{680} = 13.7 \text{ mA}$

$I_E > I_{E\text{sat}}$  transistör doymaya girer.

$$I_C = I_{C\text{sat}} = 10 \text{ mA}$$

$$V_{CB} = -15 + 10 \text{ mA} \times 1.5 \text{ k} = 0 \text{ V}$$

c)  $I_E = \frac{10 - 0.7}{470} = 20 \text{ mA}$

$I_E > I_{E\text{sat}}$  transistör doymaya girer.

$$I_C = I_{C\text{sat}} = 10 \text{ mA}$$

$$V_{CB} = 0 \text{ V}$$

d) Transistörün yeni doyma akımı,  $I_{C\text{sat}} = I_{E\text{sat}} = \frac{V_{CC}}{R_C} = \frac{15}{150} = 100 \text{ mA}$

$$I_E = 20 \text{ mA}$$

$I_E < I_{E\text{sat}}$  transistör doymaya girmez.

$$I_C = I_E = 20 \text{ mA}$$

$$V_{CB} = -15 + 20 \text{ mA} \times 150 = -12 \text{ V}, \text{ sonuç negatif. PNP transistörü aktif bölgededir.}$$

### 3.4.4 Ortak Emiterli Devre

Ortak emiterli devrede NPN transistörün aktif bölgede çalışması için uygulanan gerilimler Şekilde gösterilmiştir. B-E uçlarına  $V_{BE}$  ve C-E uçlarına  $V_{CE}$  kutuplama gerilimleri

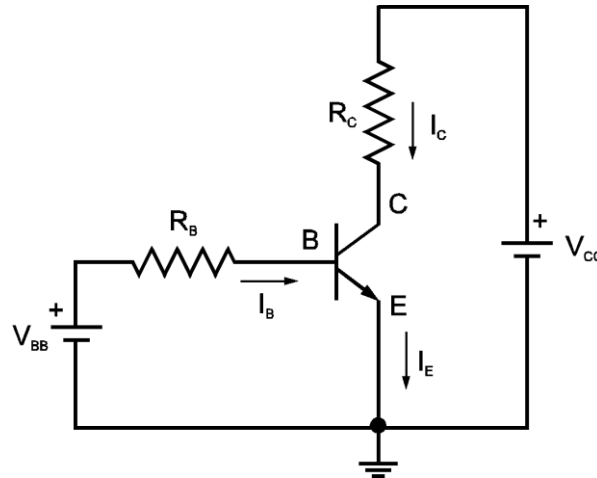
uygulanır. E-B jonksiyonu ileri yönde kutuplanır yani  $V_{BE}$  gerilimi pozitifdir. Kollektöre, emitere göre pozitif  $V_{CE}$  gerilimi uygulanır. Kollektör gerilimi tabana göre aşağıdaki gibi yazılır.

$$V_{CB} = V_{CE} - V_{BE}$$

C-B jonksiyonunu ters kutuplamak için  $V_{CB}$  gerilimi pozitif olmalıdır. Yani  $V_{CE}$  gerilimi  $V_{BE}$  geriliminden büyük olmalıdır.  $V_{CE}$  gerilimi  $V_{BE}$ 'den küçük ise  $V_{CB}$  gerilimi negatif olur ve

C-B jonksiyonu ileri yönde kutuplanır dolayısıyla transistör doymaya girer.

Ortak emiterli devrede giriş taban, çıkış kollektördür. Belirli bir  $I_B$  giriş akımı için  $I_C$  çıkış akımı oluşur. Transistörün çalışması ortak tabanlı devreki gibidir. Ortak tabanlı devredeki kazanç cinsinden  $I_B$  ile  $I_C$  arasındaki ilişki aşağıdaki gibi elde edilir.



Şekil. Ortak emiterli devre.

$$I_E = I_B + I_C$$

$$I_{CB0} \approx 0$$

$$I_C \cong \alpha I_E$$

$$I_E \cong I_C$$

$$\beta = I_C / I_B$$

$$I_C = \alpha I_E + I_{CB0},$$

$$I_B \approx (1 - \alpha).I_E$$

$$I_E \cong I_B / (1 - \alpha).$$

$$\beta = \alpha / (1 - \alpha).$$

$$I_E = I_B + I_C = I_B + \beta.I_B = (1 + \beta)I_B$$

#### Uygulama :

Bir transistör  $\alpha = 0.995$  değerine sahiptir. Transistörün  $\beta$  değerini hesaplayınız.

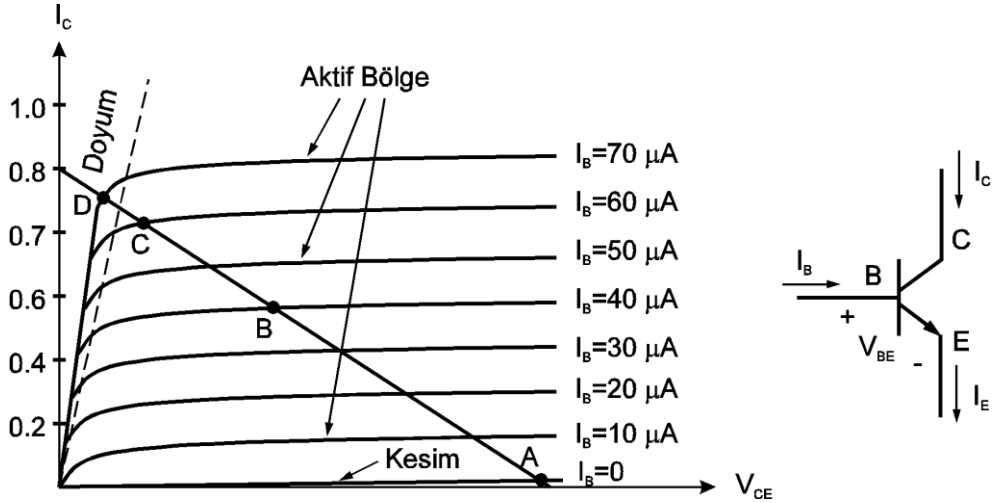
### ***Çözüm***

$$\beta = \alpha / (1 - \alpha) = 0.995 / (1 - 0.995) = 199$$

### Ortak emiterli devrede çıkış karakteristiği

Ortak emiterli devrede bir NPN transistörün çıkış karakteristiği Şekilde verilmiştir. A noktasında taban akımı sıfırdır ve transistörden çok küçük bir kollektör akımı geçer. Bu akım  $I_{CE0}$  sembolü ile gösterilir ( $I_{CE0} = \alpha \cdot I_{CB0}$ ). A noktasında transistör kesimdedir. B ve C noktalarında transistör aktif bölgededir. Aktif bölgede kollektör akımı, taban akımının  $\alpha_{DC}$  katıdır. Karakteristik üzerinde görüldüğü gibi  $\alpha_{DC}$  her noktada aynı değildir. D noktasında ise transistör doyumda çalışır. Transistörde çalışma noktasının bulunması yük doğrusu çizilerek yapılabilir.

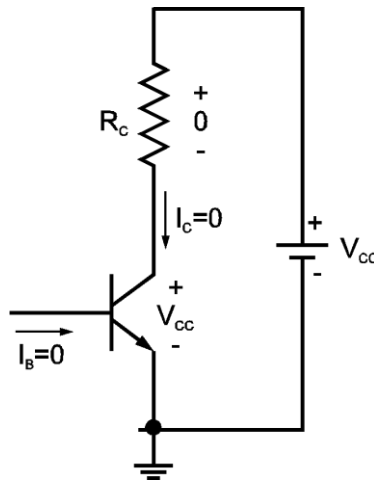
$V_{CE} = V_{CC} - I_C R_C$  denklemi kullanılarak yük doğrusu çizilir. Karakteristik ile çakışan nokta çalışma noktasıdır. Transistör amplifikatör olarak kullanılıyorsa çalışma noktası dikkatli seçilmelidir.



Şekil. Ortak emiterli NPN transistörün çıkış karakteristiği.

### Kesim Bölgesi

Kesim bölgesinde transistörden taban akımı geçmez. Bu durum, B-E jonksiyonunun açık devre olması, ters kutuplanması veya yeteri kadar kutuplanmaması ile ortaya çıkar. Transistörün kollektör-emiter uçları açık devre gibi davranır.



Şekil. Ortak emiterli devrede transistörün kesimde olması.



Kollektörden geçen akım sıfırdır ve kollektör-emiter uçlarında maksimum gerilim oluşur. Kesimde transistörden  $I_{CE0}$  akımı geçer. Bu akım ihmal edilebilir.

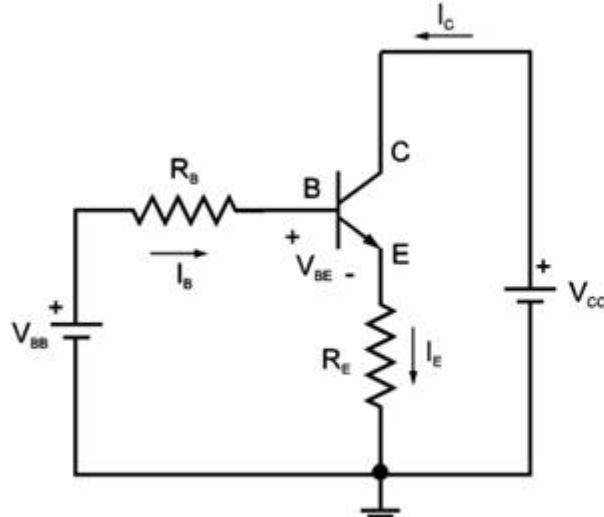
### Aktif Bölge ve Doyma Bölgesi

E-B jonksiyonu yeteri kadar kutuplanmışsa taban akımı geçer. Aktif bölgede kollektör akımı  $I_C = \beta \cdot I_B$  olarak hesaplanır. Taban akımı arttırıldığında kollektör akımı orantılı olarak artar. Doyma bölgesinde taban akımının arttırılması ile kollektör akımı artmaz. Doymada kollektör akımı maksimum değerine ve C-E gerilimi minimum değerine ulaşır. Doyma bölgesinde  $V_{CE} \approx 0$  kabul edilerek  $I_{Csat}$  ve  $I_{Bsat}$  aşağıdaki şekilde hesaplanır

$$I_{Csat} = V_{CEsat} / R_C \text{ ve } I_{Bsat} = I_{Csat} / \beta$$

### 3.4.5 Ortak Kollektörlü Devre

Ortak kollektörlü devrede transistörün kutuplanması ortak emiterli devredeki gibidir. Şekil de NPN transistörün ortak kollektör bağlantısı ve eşitlikler verilmiştir. Devrenin girişi taban, çıkışı ise emiterdir.



Şekil Ortak kollektörlü devre.

$$\begin{aligned} V_{BB} &= I_B R_B + V_{BE} + I_E R_E \\ V_{BB} - V_{BE} &= I_B R_B + I_E R_E \\ I_E &= (\beta_{DC} + 1) I_B \\ V_{BB} - V_{BE} &= I_B R_B + (\beta_{DC} + 1) I_B R_E \\ I_B &= \frac{V_{BB} - V_{BE}}{R_B + (\beta_{DC} + 1) R_E} \end{aligned}$$

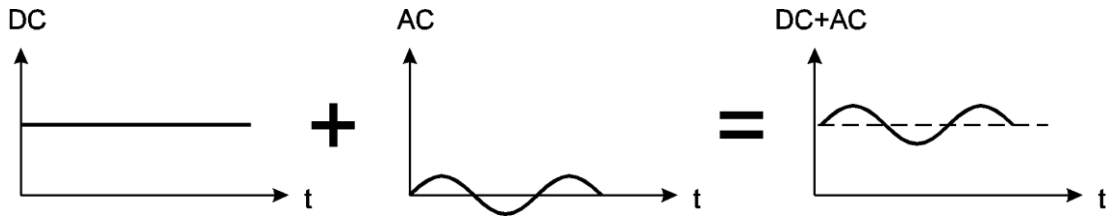
Taban akımı  $R_B + (\beta_{DC} + 1) R_E$  direnci tarafından belirlenir.

$$\text{Doymuda ; } I_{Esat} = \frac{V_{CC}}{R_E}, \quad I_{Bsat} = \frac{I_{Esat}}{(1 + \beta_{DC})}$$

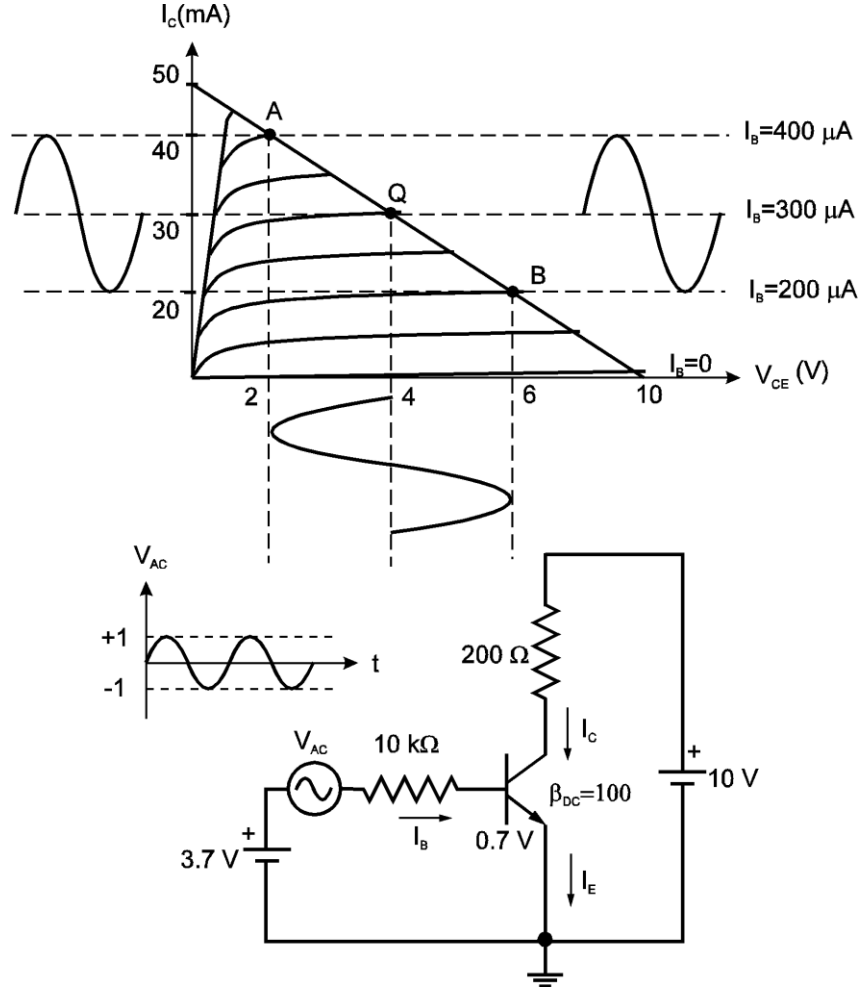
### 3.4.6 Kutuplama Devreleri

Bir transistörün yükseltici (amplifikatör) olarak çalışabilmesi için dc olarak kutuplanması (ön gerilimlenmesi) gerekir. Yükseltici devrenin girişine bir AC işaret uygulandığında, çıkışta elde edilen işaret, DC bileşen ile AC işaretin toplamıdır. Bir AC işaret uygulanmazsa devrede sadece DC bileşen mevcuttur. Şekilde bu durum gösterilmiştir. Uygulamada transistör iki ayrı kaynak yerine tek bir kaynak ile kutuplanır. Şekilde gösterilen ortak emiterli devrenin girişine bir AC gerilim uygulanmıştır ve taban akımı  $200 \mu A$  ile  $400 \mu A$  arasında değişmektedir. Taban akımının  $500 \mu A$  'den büyük olması durumunda kollektör akımı ve gerilimi doymaya

gider. Taban akımının negatif olması durumunda ise transistör kesime gider. Çalışma noktasına ve sınırlara dikkat edilmelidir.



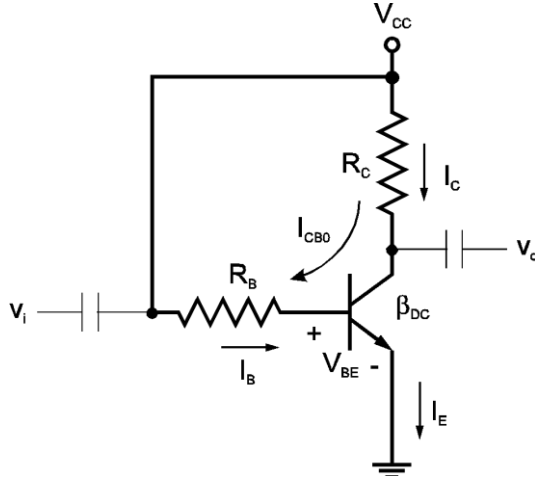
Şekil. Bir yükselticide DC ve AC bileşenlerin toplamı.



Şekil. Çalışma noktasının bulunması.

### 3.4.6.1 Taban DC Öngerilimleme

B-E ve C-E jonksiyonlarının iki ayrı kaynak yerine tek bir kaynak ile kutuplanması daha pratik bir çözümdür. Bu devreye taban kutuplama devresi denir. Şekilde taban kutuplama devresi gösterilmiştir. Şekildeki ortak emiterli devrede devrenin giriş ve çıkışına kondansatör konularak DC bileşenler filtre edilmiştir.



$$I_B = \frac{V_{CC} - V_{BE}}{R_B}$$

$$V_{BE} = 0.7 \text{ V}$$

**Aktif bölgede;**

$$I_C = \beta \cdot I_B$$

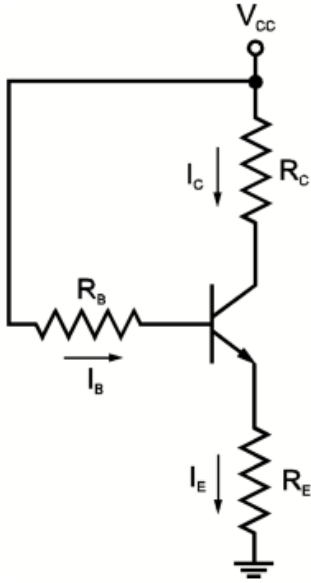
$$V_{CE} = V_{CC} - I_C R_C$$

**Şekil. Ortak emiterli devrede taban kutuplama devresi.**

Çalışma noktasındaki kararsızlık daha çok  $\beta$ 'daki değişimden kaynaklanır.

### 3.4.6.2 Emiter Dirençli DC Öngerilimleme

Emiter direncinin eklenmesi kararlılığı artırır. Çalışma noktasındaki değişim çok küçüktür.



$$V_{CC} - I_B R_B - V_{BE} - I_E R_E = 0$$

$$I_E = (\beta + 1) \cdot I_B$$

$$I_B = \frac{V_{CC} - V_{BE}}{R_B + (\beta + 1) R_E}$$

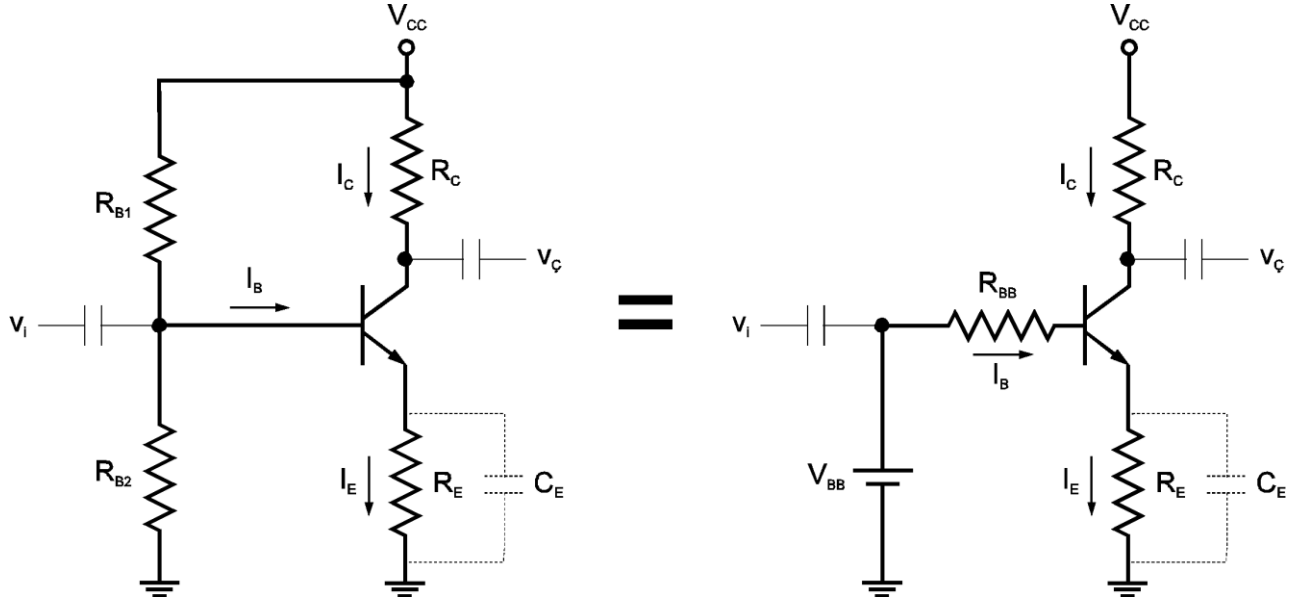
$$I_C = \beta \cdot I_B$$

$$V_{CE} = V_{CC} - I_C (R_C + R_E)$$

**Şekil. Emiter dirençli kutuplama devresi**

### 3.4.6.3 Gerilim Bölücü ile DC Öngerilimleme

En çok kullanılan kutuplama devresidir. Çalışma noktası  $\beta$ 'dan bağımsızdır.



Şekil. Gerilim Bölücü Devre ile Kutuplama

$$R_{BB} = \frac{R_{B1} R_{B2}}{R_{B1} + R_{B2}}$$

$$V_{BB} = \frac{R_{B2}}{R_{B1} + R_{B2}} V_{CC}$$

$$V_{BB} = I_B R_{BB} + V_{BE} + I_B (1 + \beta_{DC}) R_E$$

$$R_{BB} \ll (1 + \beta_{DC}) R_E \text{ ise}$$

$$I_E = \frac{V_E}{R_E}$$

$$I_C = I_E$$

$$V_{CE} = V_{CC} - I_C (R_C + R_E)$$

Emiter akımının  $\beta$ 'dan bağımsız olması nedeniyle devredeki çalışma noktası kararlıdır.

#### Uygulama:

Şekildeki devrede  $R_{B1} = 39 \text{ K}$ ,  $R_{B2} = 3.9 \text{ K}$ ,  $R_C = 10 \text{ K}$ ,  $R_E = 1.5 \text{ K}$ ,  $V_{CC} = 22 \text{ V}$  ve  $\beta = 140$  olarak verilmiştir. Transistörün  $V_{CE}$  gerilimini,  $I_C$  akımını ve transistörde harcanan gücü bulunuz.

#### Çözüm:

$$V_{BB} = \frac{R_{B2}}{R_{B1} + R_{B2}} V_{CC} = \frac{3.9}{39 + 3.9} 22 = 2 \text{ V}$$

$$V_E = V_B - V_{BE} = 2 - 0.7 = 1.3 \text{ V}$$

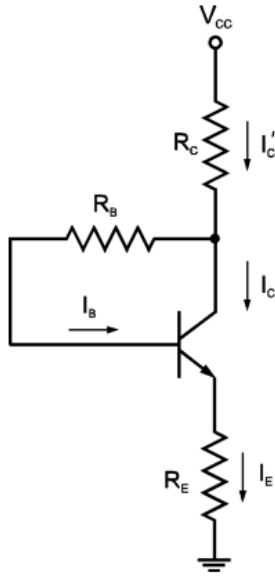
$$I_E = \frac{V_E}{R_E} \quad I_C = \frac{1.3}{1.5 \text{ k}} = 0.867 \text{ mA}$$

$$V_{CE} = V_{CC} - I_C (R_C + R_E) = 22 - 0.867 \text{ mA} \cdot 10 \text{ k} = 13.3 \text{ V}$$

$$P = I_C \cdot V_{CE} = 0.867 \text{ mA} \cdot 13.33 \text{ V} = 11.55 \text{ mW}$$

### 3.4.6.4 Geribeslemeli DC Öngerilimleme

Şekilde geribeslemeli bir öngerilimleme devresi gösterilmiştir. Geribesleme de emiter direnci gibi öngerilimleme kararlılığını artırır.



$$V_{CC} - I_C' R_C - I_B R_B - V_{BE} - I_E R_E = 0$$

$$I_C' = I_C + I_B = I_E = (\beta + 1) I_B$$

$$V_{CC} - (\beta + 1) I_B R_C - I_B R_B - V_{BE} - (\beta + 1) I_B R_E = 0$$

$$I_B = \frac{V_{CC} - V_{BE}}{R_B + (\beta + 1)(R_C + R_E)}$$

$$V_{CC} - I_C' R_C - V_{CE} - I_E R_E = 0$$

$$I_C' = I_E$$

$$V_{CE} = V_{CC} - I_E (R_C + R_E)$$

Şekil. Geribeslemeli DC öngerilimleme

**Uygulama :**

Yukarıdaki devrede  $R_B = 250 \text{ k}\Omega$ ,  $R_E = 1.2 \text{ k}\Omega$ ,  $R_C = 3 \text{ k}\Omega$ ,  $V_{CC} = 10 \text{ V}$  ve  $\beta = 50$  olarak verilmiştir. Transistörün  $V_{CE}$  gerilimini  $I_C$  akımını ve transistörde harcanan gücü hesaplayınız.

**Çözüm:**

$$I_B = \frac{V_{CC} - V_{BE}}{R_B + (\beta + 1)(R_C + R_E)} = \frac{10 - 0.7}{250 \text{ k}\Omega + 51 \cdot (3 \text{ k}\Omega + 1.2 \text{ k}\Omega)} = 20.03 \mu\text{A}$$

$$I_E = (\beta + 1) I_B = 51 \cdot 20.03 \mu\text{A} = 1.02 \text{ mA}$$

$$V_{CE} = V_{CC} - I_E (R_C + R_E) = 10 - 1.02 \text{ mA} \cdot (3 \text{ k}\Omega + 1.2 \text{ k}\Omega) = 10 - 4.28 = 5.72 \text{ V bulunur.}$$

$$P = I_C \cdot V_{CE} = 1.02 \text{ mA} \cdot 5.72 \text{ V} = 5.7 \text{ mW}$$

### **Öngerilimleme Devrelerinde Kararlılık**

- Ters yönde kollektör akımı (kaçak akımı  $I_{CB0}$ ) sıcaklıktaki her  $10^{\circ}\text{C}$  artışla ikiye katlanır.
- Baz emiter gerilimi  $V_{BE}$ , her  $^{\circ}\text{C}$  başına 2.5 mV azalır
- Transistörün akım kazancı, sıcaklıkla artar.

Kararlılık faktörü S, sıcaklık nedeniyle bir parametrede meydana gelen değişiklik nedeniyle kollektör akımında görülen değişmenin ölçüsüdür. Öngerilimleme devrelerinin tasarımında öncelikle transistörün  $\beta$  'sındaki değişmelere karşı kararlılık hedeflenir.

### **Örnek bir DC Kutuplama Devresinin Tasarımı**

Transistörlü bir devrede çalışma noktasının önceden belirlenmesi gerekli olduğunda, devre elemanlarının seçilerek bir tasarım yapılması gerekir. Tasarım işleminde devre türüne göre bazı özel kabuller yapılır. Burada örnek olarak gerilim bölücülü kutuplama devresinin tasarımını incelenecektir.

Bu devrede emiter ile toprak arasına bir direnç yerleşmek, dc kutuplama kararlılığı sağlar. Transistörün kaçak akımları nedeniyle kollektör akımında ve transistörün  $\beta$  değerinde meydana gelen değişimlerin, çalışma noktasında büyük bir değişikliğe yol açmaması sağlanır. Emiter direnci büyük tutulmaz, çünkü üzerinde düşen gerilim kollektör-emiter arasındaki gerilimin değişim aralığını sınırlar. Emiter direncinin üzerindeki gerilim  $V_{CC}$  geriliminin 1/10'u seçilerek tasarım yapılır. Önce emiter direnci seçilerek, daha sonra  $R_C$  hesaplanır. Gerilim bölücü

dirençlerin hesabı baz akımı ihmal edilerek yapılır.  $R_{B1}$  ve  $R_{B2}$  dirençlerini belirlemek için bu

dirençlerden geçen akımın, taban akımının 10 katı olacağını kabul edilirse aşağıdaki eşitlikler elde edilir.

$$V_B = \frac{R_{B2}}{R_{B2} + R_{B1}} V_{CC}$$

$$R_{B2} \leq \frac{1}{10} \beta R_E$$

### **Uygulama :**

Gerilim bölücü ile yapılan kutuplama devresinde transistörün  $\beta$  akım kazancı 150 ve kaynak gerilimi 16 V, kollektör akımı 1 mA olduğuna göre emiter,kollektör ve beyz dirençlerini bulunuz.

$$V_E = \frac{1}{10} V_{CC} = \frac{1}{10} 16 = 1.6 \text{ V}$$

$$R_E = \frac{V_E}{I_E} = \frac{1.6 \text{ V}}{1 \text{ mA}} = 1.6 \text{ k} \quad \text{bulunur } (I_C = I_E = 1 \text{ mA}).$$

$$V_{CE} = \frac{V_{CC}}{2} = 8 \text{ V} \text{ olması istendiğine göre,}$$

$$R_C = \frac{V_{CC} - V_{CE} - V_E}{I_C} = \frac{16 - 8 - 1.6}{1 \text{ mA}} = 6.4 \text{ k} \quad \text{bulunur.}$$

$$R_{B2} \leq \frac{1}{10} \beta R_E = \frac{150 \times 1.6 \text{ k}}{10} = 24 \text{ k}$$

$$V_B = V_E + V_{BE} = 1.6 + 0.7 = 2.3 \text{ V}$$

$$V_B = \frac{R_{B2}}{R_{B2} + R_{B1}} V_{CC}$$

$$2.3 = \frac{24 \text{ k}}{24 \text{ k} + R_{B1}} 16$$

$$R_{B1} = 143 \text{ k} \quad \text{bulunur.}$$

### 3.4.7 Darlington Bağlantı

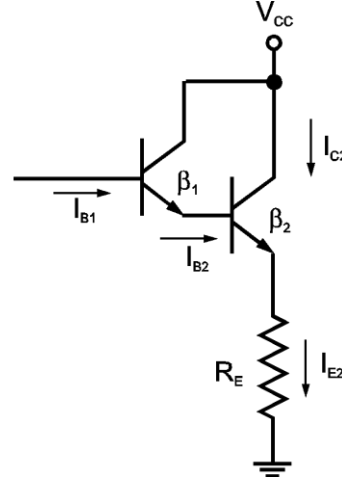
Akım kazancı yüksek olan transistörler yükseltici devrelerde tercih edilir. Akım kazancı 1000 civarında olan transistörler mevcuttur. Daha yüksek bir kazanç elde etmek için Şekilde gösterildiği gibi iki transistörden oluşan darlington bağlantı kullanılır. Darlington bağlantıda akım kazancı iki transistörün akım kazançlarının çarpımına eşittir. Bu kazanç 7000 ile 70000 arasındadır. Darlington çiftinin giriş empedansı yüksektir. Darlington bağlantısındaki iki transistör, genellikle tek bir transistör kılıfında üretilir. Darlington çiftine örnek olarak NPN olan 2N5308A gösterilebilir.

$$I_{E1} = \beta_1 I_{B1}$$

$$I_{B2} = I_{E1}$$

$$I_{E2} = \beta_2 I_{B2} = \beta_2 \beta_1 I_{B1} = \beta I_{B1}$$

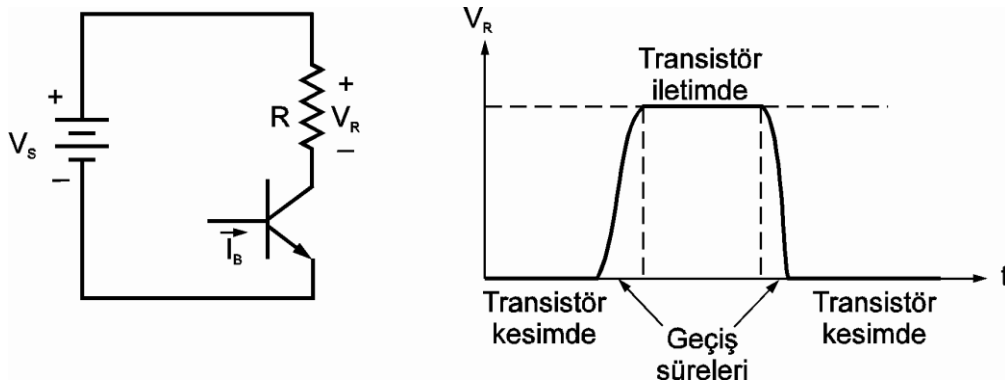
$$\beta = \beta_1 \beta_2$$



Şekil. NPN Darlington transistör çifti

### 3.4.8 Transistörün Anahtar Olarak Kullanılması

Transistör anahtarlama devrelerinde yaygın olarak kullanılır. Transistör sayısal devrelerde, kontrol, sayıcı, zamanlama, veri işleme, ölçme devrelerinde, radar, televizyon vb. devrelerinde anahtar olarak kullanılır. Transistör anahtar olarak kullanıldığında iletim ve kesim olmak üzere iki konumda çalışır. İletim konumunda direnci 0.1-100  $\Omega$  arasındadır ve kısa devre kabul edilebilir. Kesim konumunda transistör açık devre gibi davranır ve direnci 100-1000  $M\Omega$  arasındadır. Transistörün anahtarlama hızı da önemli bir değişkendir. Transistörün iletime ve kesime girme sürelerinin toplamı 1  $\mu s$  civarında ise, transistörün çalışabileceği maksimum frekans  $f=1/T = 1$  MHz olur. Şekilde transistörün anahtar olarak kullanıldığı bir devre ve yük geriliminin değişimi verilmiştir.



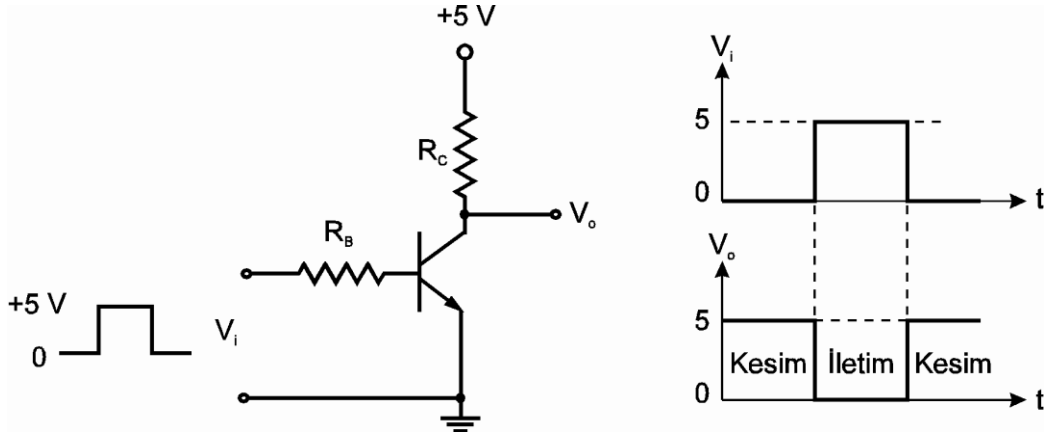
Şekil. Transistörün anahtar olarak kullanılması.

### 3.4.9 İnverter Devresi

Transistörün anahtar olarak kullanıldığı devrelerden biri de inverter devresidir. İnverter devresi



sayısal devrelerin temelidir. İnverter devresinde girişe kare dalga gerilim uygulanır. Kollektör ile toprak arasından alınan çıkış gerilimi giriş geriliminin tersidir. Giriş gerilimi 0 iken transistör kesimdedir ve çıkış gerilimi 5 V'tur. Giriş gerilimi 5 V iken transistör iletime girer ve çıkış gerilimi 0 olur. Devre transistör iletimde iken doymada çalışacak şekilde tasarlanır. Şekilde transistörlü inverter devresi ile giriş ve çıkış gerilimleri gösterilmiştir.

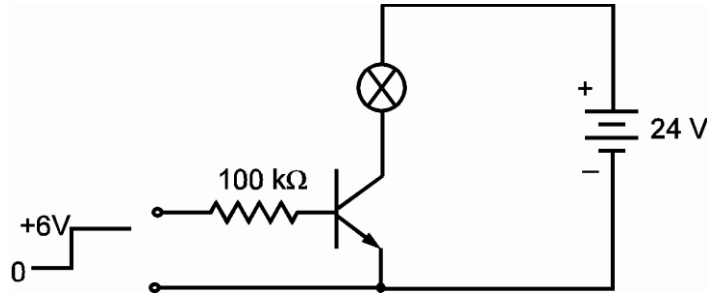


Şekil. Transistörlü inverter devresi.

#### Uygulama:

Şekilde verilen devrede transistör anahtar olarak çalışmakta ve bir lambayı kontrol etmektedir. Giriş gerilimi 6 V iken lamba yanmaktadır. Lamba 24 V'ta 20 mA geçirmektedir.

- Giriş gerilimi 6 V iken transistörün doymada çalışması için akım kazancı ne olmalıdır?
- Lambaya verilen güç ile transistörün giriş gücünü hesaplayınız.



#### Çözüm :

- Transistör iletimde iken lamba gerilimi 24 V ve kollektör akımı 20 mA'dir.

$$I_B = \frac{6 - 0.7}{100 \text{ k}\Omega} = 53 \mu\text{A}$$

$$\beta = \frac{20 \text{ mA}}{53 \mu\text{A}} = 377$$

Transistörün doymada çalışabilmesi için akım kazancı en az 377 olmalıdır.

$$c) \text{ Lamba gücü} = 24 \text{ V} \times 20 \text{ mA} = 480 \text{ mW} \text{ Transistörün giriş gücü} = 6 \text{ V} \times 53 \mu\text{A} = 0.318 \text{ mW}$$

Çok küçük bir giriş gücü ile yükün gücü kontrol edilmektedir.

### 3.4.10 Transistör Katalog Bilgileri

Transistör kataloglarında belirli bir transistöre ait çalışma karakteristikleri, parametre değerleri, karakteristik eğrileri, mekaniksel bilgiler ve maksimum çalışma değerleri verilir. Bir devrede kullanılacak olan transistörün öncelikle maksimum değerlerine dikkat edilmelidir. Aşağıdaki Tabloda bir transistörün 25 °C 'deki maksimum değerleri verilmiştir. Tabloda gerilim sembollerinin başındaki B harfi ters yöndeki devrilme gerilimini temsil eder.

**Tablo.** Bir transistörün 25 °C 'deki maksimum değerleri

$BV_{EB0}$	Emiter-taban gerilimi	6 V
$BV_{CB0}$	Kollektör taban gerilimi	25 V
$BV_{CE0}$	Kollektör emiter gerilimi	20 V
$I_{C \text{ max}}$	Kollektör akımı	300 mA
$P_{D \text{ max}}$	Toplam kayıp	150 mW
$T_{J \text{ max}}$	Jonksiyon sıcaklığı	150 °C

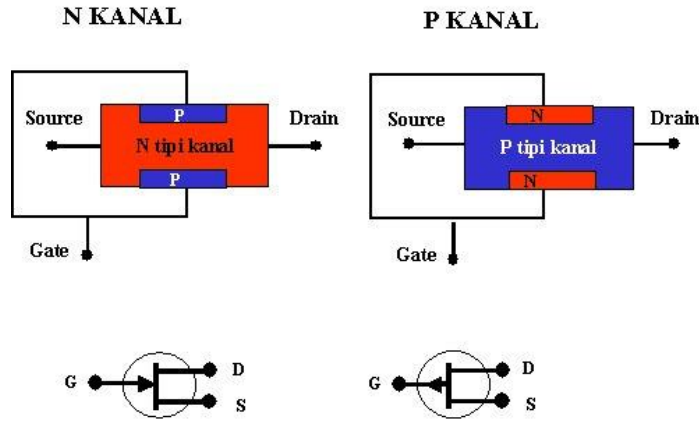
### 3.5 FET (Alan Etkili Transistör)

FET transistörlerin kullanılması için ilk öneriler 1955 li yıllara dayanmaktadır. Fakat o zaman ki üretim teknolojileri bilim adamlarının kafalarında oluşmaları üretime yansıtacak kadar yeterli değildi. Bu nedenle FET transistörlerin yapımları ve kullanımları daha sonralara kaldı. FET transistörler iki farklı ana grupta üretilmektedir. Bunlardan birincisi JFET (Junction Field Effect Transistör) yada kısaca bilinene adı ile FET, ikincisi ise MOSFET ( Metal Oxide Silicon Field Effect Transistör) yada daha az bilinen adı ile IGFET (Isolated Gate Field Effect Transistör).

Transistör yada BJT Transistör iki taşıyıcı grubu ile çalışmakta idi. Örneğin NPN bir transistörün emitöründen giren elektronlar emitör içinde çoğunluk taşıyıcısı olmaktadır. Sonra P tipi beyz içinden geçerken azınlık taşıyıcısı olmakta, en son N tipi kollektörden geçerken tekrar çoğunluk taşıyıcısı olmaktadır. FET içinde ise elektronlar sadece N tipi yada P tipi madde içinden geçmektedir. Sadece çoğunluk taşıyıcıları ile çalışmaktadır. Bu nedenle yapısal farklılığı vardır.

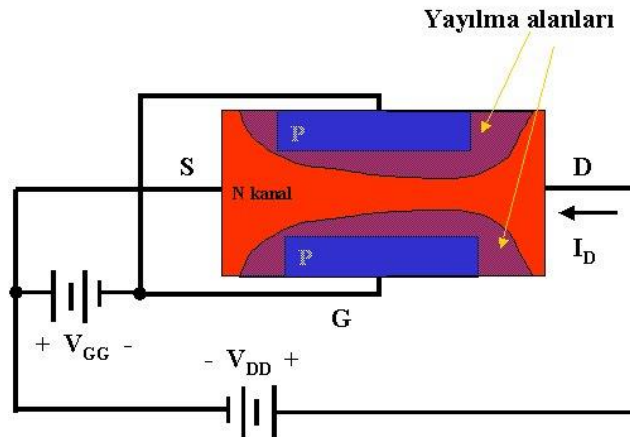
Ayrıca en önemli kullanım özelliklerinden biride giriş dirençleri çok yüksektir. Bu nedenle bağlandıkları devreleri yüklemeyiz. Az gürültü ürettikleri için giriş devreleri için tercih edilirler. İki tip FET i ayrı ayrı inceleyelim.

## JFET:



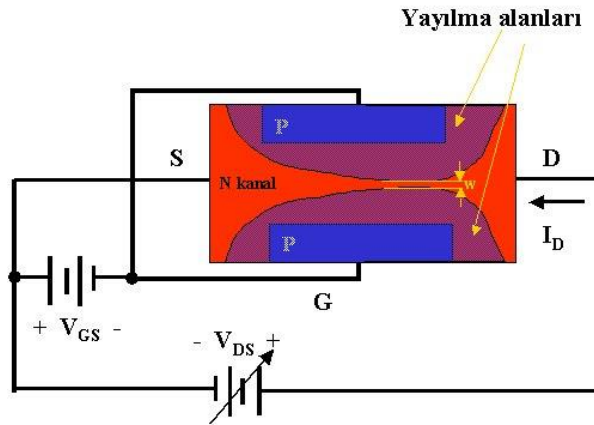
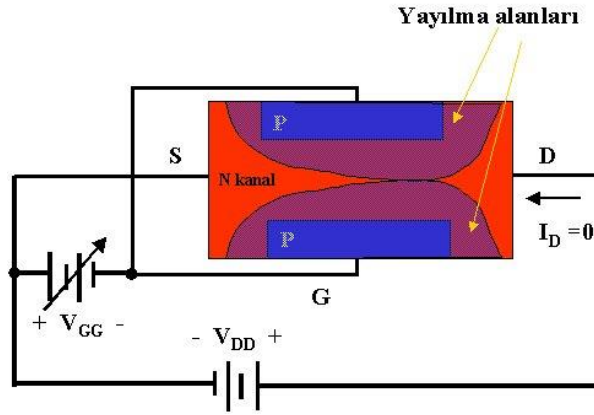
N kanal JFET anlatılacaktır. P kanal JFET, N kanal JFET in çalışması ile aynı olup beslemelerin polariteleri ile N ve P maddelerin yerleri değişmektedir. Ortadaki N maddesinin bir ucu D (drain - akaç) diğer ucu ise S (source kaynak) olarak adlandırılır. Ortadaki bu parça aynı zamanda kanal channel olarak adlandırılır. Kanalın alt üst kısımlarındaki P tipi parçalar birleştirilmiş olup G (gate kapı) olarak adlandırılır. Yukarıdaki şekle bakarsanız. VDD kaynağının negatif ucu source ucuna, pozitif ucu drain ucuna bağlanmıştır. Bu nedenle akacak olan  $I_D$  akımı drain den source ye doğrudur. VGG kaynağının eksi ucu P maddesinden yapılmış olan gate ye, artı ucu ise source ye bağlanmıştır. Yani gate ve kanal ters polarmalanmıştır. Bu sebepten gate akımı  $I_G = 0$  olacaktır.

Şimdi VGG voltajının 0V olduğunu düşünelim. O zaman VDD voltajının oluşturduğu akım  $I_D$ , drainden source ye doğru ve maksimum olarak akacaktır.  $I_D$  akımını sınırlayan sadece kanalın kesitidir. Bu kesit yada hacim de kadar büyük olursa  $I_D$  akımı da o kadar büyük olarak akacaktır. Şimdi VGG voltajını biraz pozitif olarak arttıralım. O zaman P maddesinden yapılmış gate ile N maddesinden yapılmış olan kanal ters polarmalanacaktır. P maddesindeki boşluklar VGG kaynağından gelen elektronlarla doldurularak gate etrafında (p maddesi etrafında) bir yayılma alanı yaratacaktır.

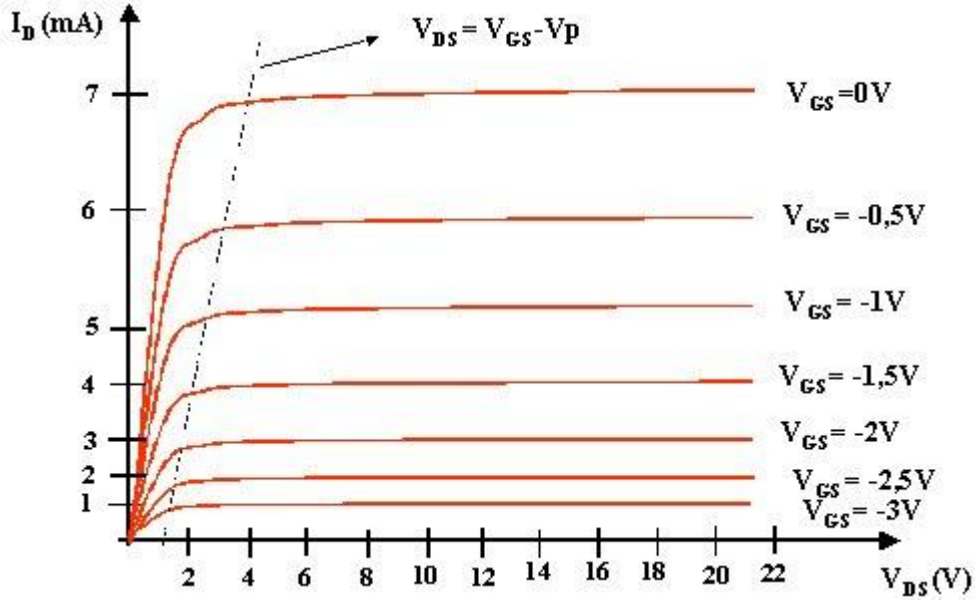


Gate ile source arasında sadece VGG voltaj kaynağı olduğu için gate source arasında sadece VGG nin yarattığı ters polarizasyon, gate ile drain arasında  $V_{GG} + V_{DD}$  kaynağı olduğu için source - drain arasındaki ters polarizasyon  $V_{GG} + V_{DD}$  kadar olacaktır. Bu sebepten yayılmanın profili source

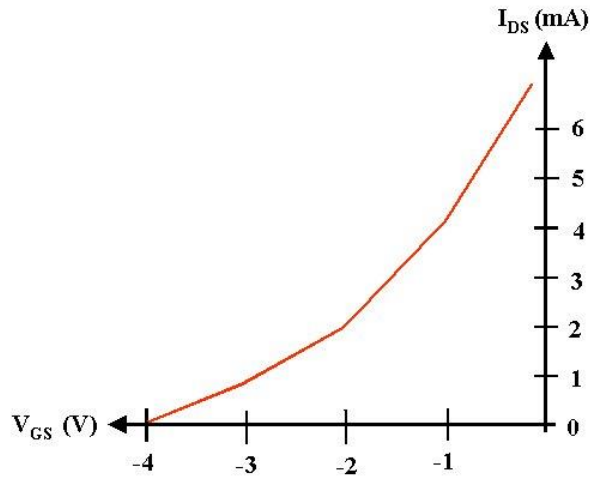
trafında daha az, drain tarafında daha fazla olacaktır. Bu yayılma kanalı daralttığı için  $I_D$  akımı azalacaktır. VGG voltajını daha da arttırsak alan iyice yayılarak bütün kanalı kapatır ve  $I_D$  akımı sıfır olur.  $I_D$  akımını sıfır yapan VGG voltajına Pinchoff voltajı  $V_p$  denir.



Yukarıdaki şekilde  $V_{GS}$  voltajını  $V_p$  voltajının biraz altında sabit tutalım.  $V_{DS}$  voltajını sıfırdan itibaren yavaşça arttıralım. Bu durumda kanal bir miktar açık olduğu için  $I_D$  akımı sıfırdan itibaren biraz yükselecektir.  $V_{DS}$  voltajını arttırdığımızda  $I_D$  akımı da doğrusal olarak artacaktır. Bu durum yani  $I_D$  akımının doğrusal olarak artması  $V_{DS}$  voltajının,  $V_{GS}$  ile  $V_p$  nin farkına eşit olduğu ( $V_{DS} = V_{GS} - V_p$ ) değere kadar devam eder.  $V_{DS}$  voltajı daha da arttırılırsa ( $V_{DS} \geq V_{GS} - V_p$ ) kanal genişliği  $V_{DS}$  voltajına bağlı olarak ve aynı oranda daralır. Ya da bu kritik değerden sonra kanal direnci  $V_{DS}$  voltajı ile aynı oranda artar. Sonuçta  $V_{DS}$  voltajı bu kritik değerden sonra ne kadar arttırılırsa arttırılsın  $I_D$  akımı sabit kalır ve  $I_D$  akımı  $V_{GS}$  voltajı ile kontrol edilir. Eğer  $V_{GS}$  voltajını sıfır yaparsak,  $V_{DS}$  voltajı  $V_p$  değerine kadar yükseltirsek kanal genişliği minimum değerine ulaşır. Bu durumdaki  $I_D$  akımına doyum akımı ya da  $I_{DSS}$  akımı denir.  $I_{DSS}$  ile  $I_D$  akımı arasındaki bağıntı:  $I_D = I_{DSS} (1 - (V_{GS} / V_p)^2)$ .



Buradaki birinci bölge sabit direnç bölgesi olarak tanımlanır. Bu bölgede VDS değeri küçüktür. Bu çalışma durumunda kanal direnci gate ye uygulanan ters bias voltajı ile kontrol edilir. Bu uygulamalarda JFET Voltaj Kontrollü Direnç olarak çalışır. İkinci bölge sabit akım bölgesi olarak tanımlanır. Bu bölgede VDS değeri büyüktür. ID akımı gate voltajına bağlı olarak değişir, VDS değerinden bağımsızdır. Sabit akım bölgesi BJT transistörün CE bağlantısına benzer. Aralarında tek fark vardır. BJT Transistörde IC akımı IB akımının fonksiyonudur. JFET Transistörde ID akımı gate ye uygulanan voltajın fonksiyonudur. JFET in ID akımını veren formül;  $I_D = I_{DSS} (1 - (V_{GS} / V_p)^2)$  Olarak vermiştim. Bu formülün sabit akım bölgesi için çizimine JFET transfer karakteristiği denir. Aşağıdaki şekil buna bir örnektir.



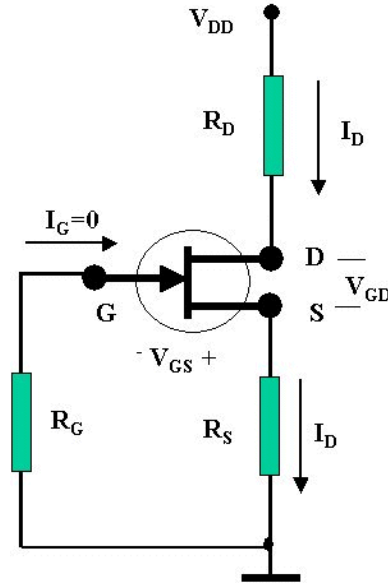
Bu örnekte IDSS akımı 5mA, Vp voltajı 4V olarak çizilmiştir. Şekildeki transfer eğrisi görüldüğü gibi doğrusal DEĞİLDİR. Bu nedenle, örneğin VGS giriş voltajı 3V dan 2V a getirildiğinde ID akımı yaklaşık 1mA değişir. Fakat VGS giriş voltajı 2V dan 1v a getirildiğine ID akımındaki değişiklik 2mA olacaktır.

### 3.5.1 FET transistörün öngerilimlenmesi

Bir bias devresi transistörü (FET, BJT transistör vs) özel bir durum söz konusu olmadıkça AKTİF BÖLGEDE çalışmasını sağlamak için tasarlanır. BJT transistörlerde bildiğiniz gibi beyz akımı bias devresinin hesaplanmasında önemlidir. Fakat FET transistörlerde Gate akımı ( $I_G=0$ ) sıfırdır. FET transistörün aktif bölgede çalışabilmesi için Gate-Source arası voltaj negatif olur. Aşağıda bir JFET transistörün self-bias devresi görülmektedir.

Yukarıdaki devrede  $I_G$  akımı sıfır olduğu için  $I_D$  akımı  $I_G$  akımına eşit olacaktır.  $I_D=I_G$   $R_S$  direnci üzerinden geçen  $I_D$  akımı burada Source tarafı pozitif toprak tarafı negatif olacak şekilde bir voltaj oluşturur.  $I_G$  akımı sıfır olacağı için  $R_G$  direnci üzerinden hiç akım geçmeyecek ve  $R_G$  direnci üzerinde bir voltaj düşümü olmayacaktır. Fakat Gate-Source arasında  $R_S$  direnci üzerinde görülen voltaj NEGATİF olarak görülecektir. Bu voltaj JFET transistörün bias voltajıdır.

Bu söylediklerimizi formül haline getirirsek; Çıkış devresi için;



$$V_{DD} = I_D (R_D + R_S) + V_{DS}$$

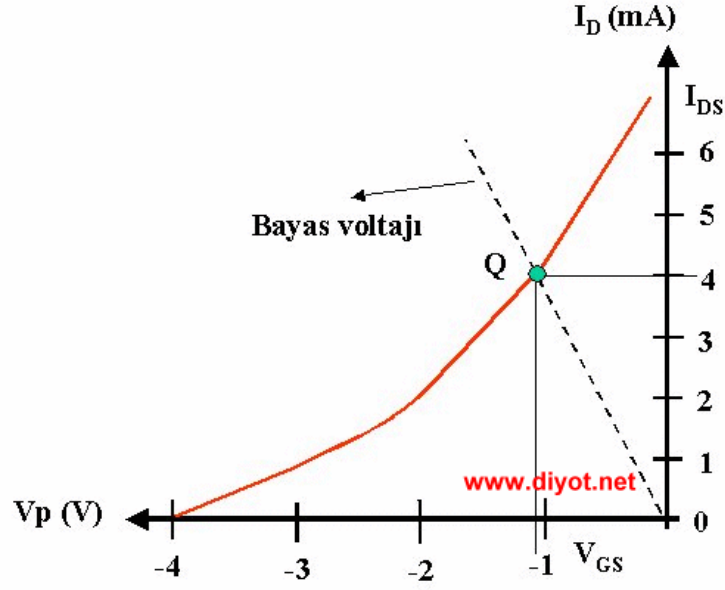
Gate Source arası voltaj,  $I_G=0$  olduğu için;

$$V_{GS} = -I_D \times R_S$$

$I_D$  akımı;

$$I_D = I_{DSS} (1 - (V_{GS} / V_p)^2)$$

Yukarıdaki formüllerle JFET için Q çalışma noktası kolayca bulunabilir.



### 3.6 Farksal ve Ortak Mod Operasyonu

Farksal devre bağlantısının bir diğer önemli özelliği iki girişe uygulanmış ters polaritedeki sinyalleri büyük oranda yükseltirken; her iki girişe ortak uygulanmış sinyalleri çok az yükseltmesidir. Bir opamp pozitif ve negatif girişlere uygulanan sinyallerin farkının yükseltilmesi ile oluşan bileşenlere sahip olduğu gibi, bu girişlerin ortak bağlanması halindeki çıkış bileşenlerine de sahiptir. Zıt giriş sinyallerinin yükseltilme katsayısı ortak giriş koşullarındakine göre çok büyük olduğundan devre ortak giriş operasyonunu reddediyor gibi davranır. Farksal yükseltme katsayısının ortak mod yükseltme katsayısına oranına ortak mod reddetme oranı (OMRO) (common mode rejection ratio CMRR) denir.

#### *Farksal Girişler*

Opamp'a ayrı girişler uygulandığında iki giriş arasındaki sinyal farkı,

$$V_f = V_{g1} - V_{g2}$$

#### *Ortak Girişler*

Her iki giriş sinyali de aynı olduğunda ortak sinyal olarak iki sinyalin ortalaması giriş sinyali olarak tanımlanır.

$$V_{ort} = \frac{1}{2}(V_{g1} + V_{g2})$$

### **Çıkış Voltajı**

Bir opamp'ın girişlerine aynı polaritede veya zıt polaritede sinyaller uygulandığında opamp. çıkışındaki voltaj,

$$V_C = A_f V_f + A_o V_o$$

ile ifade edilir. Burada,

$$\begin{aligned} V_f & \text{ voltaj farkı} \\ V_o & \text{ ortak voltaj} \\ A_f & \text{ Yükselticinin farksal kazancı} \\ A_o & \text{ Yükselticinin ortak mode kazancı} \end{aligned}$$

### **Zıt Polarite Girişleri**

Bir opamp'a  $V_{g1} = -V_{g2} = V_s$  olacak şekilde zıt polaritede girişler uygulanmış ise farksal voltaj ;

$$V_f = V_{g1} - V_{g2} = V_s - (-V_s) = 2V_s$$

ortak voltaj ;

$$V_o = \frac{1}{2}(V_{g1} + V_{g2}) = \frac{1}{2}[V_s + (-V_s)] = 0$$

çıkış voltajı ise ;

$$V_C = A_f V_f + A_o V_o = A_f (2V_s) + 0 = 2A_f V_s$$

olur. Bu durum göstermektedir ki girişler ideal olarak birbirinin ters polaritesinde olduğunda çıkış , 2 defa farksal kazanç defa tek bir girişe uygulanan gerilime eşittir.

### **Aynı Polarite Girişleri**

Bir opamp'a  $V_{g1} = V_{g2} = V_s$  şeklinde aynı polaritede gerilim uygulanmış ise

farksal voltaj ;

$$V_f = V_{g1} - V_{g2} = V_s - V_s = 0$$

ortak voltaj ;

$$V_o = \frac{1}{2}(V_{g1} + V_{g2}) = \frac{1}{2}[V_s + (V_s)] = V_s$$

çıkış voltajı

$$V_C = A_f V_f + A_o V_o = A_f (0) + A_o V_s = A_o V_s$$

olur. Buna göre girişler ideal olarak aynı fazda olduğunda (sinyal farkı olmadığında) çıkış voltajı ortak mod kazancı ile giriş sinyalinin çarpımına eşittir.



### 3.6.1 Ortak mod rejeksiyonu

Yukarıda açıklanan çözümler bir opamp. devresinde  $A_f$  ve  $A_o$  'ın ölçülmesinde kullanılabilir.

$A_f$  yi ölçmek için :

$$V_{g1} = -V_{g2} = V_s = 0,5 \text{ V olacak şekilde ayarlanır. Buna göre,}$$
$$V_f = V_{g1} - V_{g2} = 0,5 - (-0,5) = 1 \text{ V}$$

$$V_o = \frac{1}{2}(V_{g1} + V_{g2}) = \frac{1}{2}[0,5 + (-0,5)] = 0 \text{ V}$$

Bu koşullar altında çıkış voltajı,

$$V_{\zeta} = A_f V_f + A_o V_o = A_f (1) + A_o \cdot 0 = A_f$$

olur. Dolayısıyla giriş sinyalleri ters polaritede olmak koşulu ile  $0,5 \text{ V}$  'a ayarlanırsa çıkış voltajının değeri sayısal olarak  $A_f$  ye eşit olur.

#### Ortak Mod Reddetme Oranı

$A_f$  ve  $A_o$  'nun ölçülmesi ile ortak mod reddetme oranı (OMRO , CMRR) tanımlanan denklem ile kolayca hesaplanabilir.

$$OMRO = \frac{A_f}{A_o}$$

OMRO değeri logaritmik olarak,

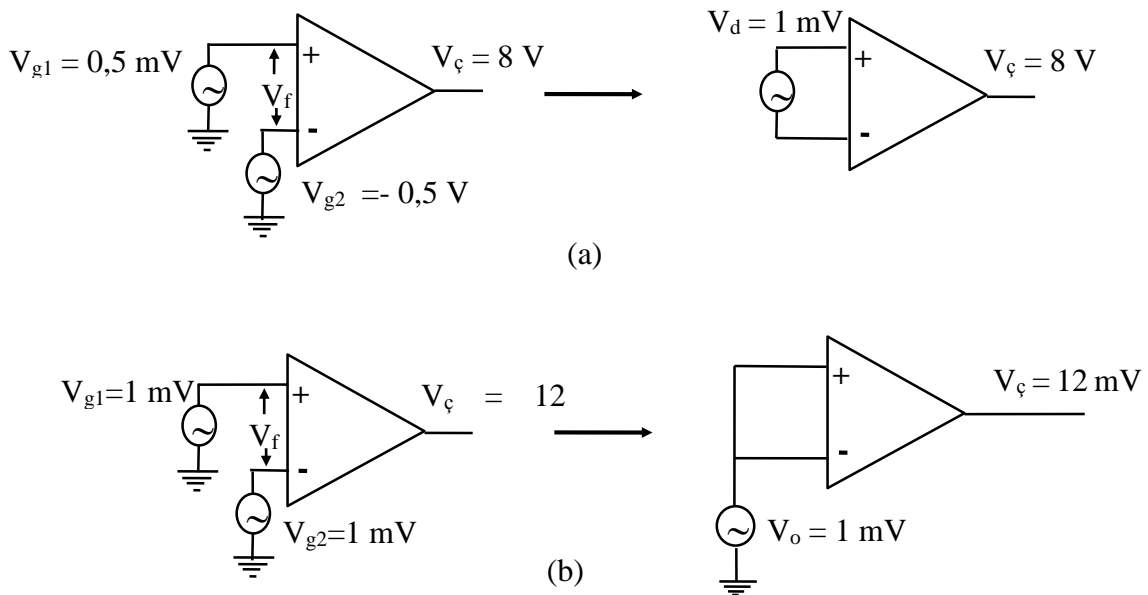
$$OMRO (\log) = 20 \log \frac{A_f}{A_o} \quad (dB)$$

şeklinde de ifade edilebilir.

#### Örnek:

Aşağıdaki devrelere ait OMRO değerini hesaplayınız.

#### Çözüm:



Şekil. Farksal ve ortak mod operasyonu (a) Farksal mod (b) ortak mod

Şekil a'da verilen ölçü verilerinden yukarıda açıklanan birinci basamağı kullanarak,

$$A_f = \frac{V_\zeta}{V_f} = \frac{8}{1.10^{-3}} = 8000$$

$$A_o = \frac{V_\zeta}{V_o} = \frac{12}{1} = 12$$

$$OMRO = \frac{A_f}{A_o} = \frac{8000}{12} = 666,7$$

$$OMRO = 20 \log \frac{A_f}{A_o} = 20 \log 666,7 = 56,48 \text{ dB}$$

Açık olarak bellidir ki arzu edilen çalışma koşulu,  $A_f$ 'nin çok yüksek değerde buna karşılık  $A_o$ 'nun çok küçük değerde olmasıdır. Bu durumda çıkışta, ters polariteli sinyal bileşenlerinin yükseltilmiş hali gözlenecektir. Buna karşılık aynı fazlı bileşenleri olan sinyal ise çoğunlukla azalacak, dolayısıyla  $A_o$  ortak mod kazancı mümkün olduğu kadar küçük kalacaktır. İdeal olarak OMRO değeri sonsuzdur. Pratik olarak daha büyük OMRO değerine sahip olan devre daha iyi performans sağlar.

OMRO değerine bağlı olarak çıkış voltajı aşağıdaki gibi ifade edilebilir.

$$V_\zeta = A_f V_f + A_o V_o = A_f V_f \left( 1 + \frac{A_o V_o}{A_f V_f} \right) = A_f V_f \left( 1 + \frac{A_o V_o}{A_f V_f} \right)$$

$$V_\zeta = A_f V_f \left( 1 + \frac{1}{OMRO} \frac{V_o}{V_f} \right)$$

şeklinde yeniden yazabiliriz.

Bir sinyalde hem  $V_f$  hem de  $V_o$  bileşenleri her zaman vardır. (2.6) denklemi büyük OMRO değerleri için çıkış voltajı yalnızca farksal sinyalden kaynaklanacak, ortak mod bileşeni büyük oranda küçülmüş olacak veya tamamen ortadan kalkmış olacaktır.

### Örnek:

Giriş gerilimleri  $V_{g1} = 150 \mu\text{V}$ ,  $V_{g2} = 140 \mu\text{V}$ ; farksal yükseltme kazancı 4000, ve OMRO değeri ;

- a) 100
- b)  $10^5$

olan bir opamp için çıkış voltajlarını hesaplayınız.

### Çözüm:

$$V_f = V_{g1} - V_{g2} = 150 - 140 = 10 \mu V$$

$$V_o = \frac{1}{2(V_{g1} + V_{g2})} = \frac{140 + 150}{2} = 145 \mu V$$

$$V_{\zeta} = A_f V_f \left( 1 + \frac{1}{OMRO} \frac{V_o}{V_f} \right) = 4000 \cdot 10 \cdot 10^{-6} = 40 \cdot 10^{-3} V = 40 \text{ mV}$$

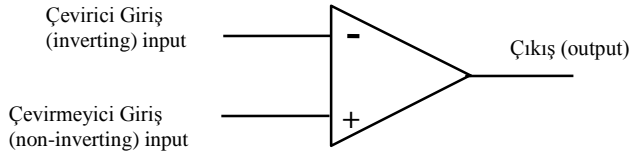
$$a) \quad V_{\zeta} = 40 \cdot \left( 1 + \frac{1}{100} \frac{145}{10} \right) = 40 \cdot 1,145 = 45,8 \text{ mV}$$

$$b) \quad V_{\zeta} = 40 \cdot \left( 1 + \frac{1}{10^5} \frac{145}{10} \right) = 40 \cdot 1,000145 = 40,006 \text{ mV}$$

bulunur. Görüleceği gibi daha büyük OMRO değeri çıkış voltajının gerçek değerine daha yakın değerler hesaplanmasına olanak vermektedir.

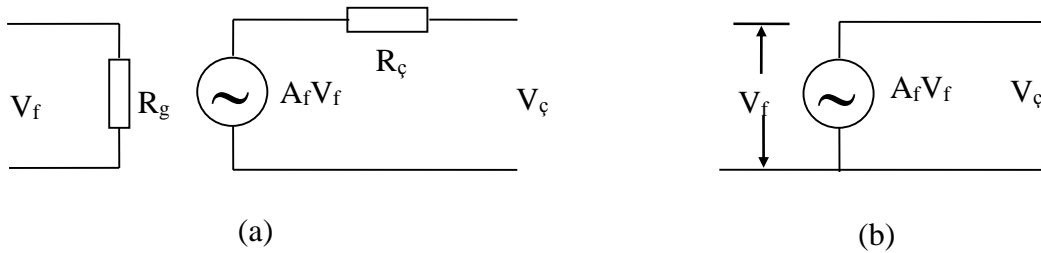
### 3.7 İşlevsel Yükseltici Temelleri

Bir işlevsel yükseltici (operational amplifier, opamp) çok yüksek yükseltme kazancına, çok yüksek (bir kaç megaohm) giriş empedansına ve alçak (100 ohmdan daha az) çıkış empedansına sahip bir yüksek kazançlı yükselticidir. Bir fark yükseltici temel devresi iki giriş ( artı ve eksi) ve en az bir çıkış terminali içerecek şekilde yapılmıştır. Şekilde temel opamp devresini göstermektedir.



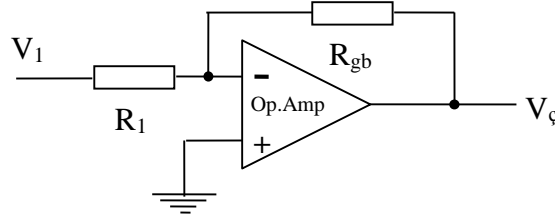
#### Şekil. Temel opamp

Daha önce açıklandığı gibi (+) işaretli giriş uygulanan sinyal ile aynı fazda çıkış ; (-) işaretli giriş ise giriş sinyali ile zıt polaritede çıkış sağlar. Şekil (a)'da bir opamp'ın ac eşdeğer devresi gösterilmiştir. Görüleceği gibi giriş sinyali aralarındaki empedans  $R_g$  olan giriş terminallerine uygulanmıştır ve tipik olarak çok yüksek değerdedir. Yükseltici kazancı kere giriş sinyali büyüklüğünde olan çıkış voltajı ise alçak değerde olan  $R_{\zeta}$  çıkış empedansı üzerinden alınmıştır. İdeal bir opamp da Şeklin (b) kısmında gösterildiği gibi giriş empedansı sonsuz, çıkış empedansı ise sıfır olacaktır, dolayısıyla voltaj kazancı da sonsuz görünecektir.



Şekil . Opamp devresinin a.c. eşdeğeri (a) Pratik (b) ideal

Bir opamp'ın kullanılmasındaki temel devre Şekilde verilmiştir. Görüleceği gibi devre, sabit kazanç katlandırıcısı veya eşel değıştirici olarak işlev yapar.  $V_1$  giriş sinyali  $R_1$  direnci üzerinden (-) girişe uygulanmıştır. Çıkış tekrar  $R_{gb}$  direnci ile aynı girişe bağlanmıştır. (+) giriş ise toprağa bağlanmıştır.  $V_1$  sinyali genellikle (-) girişe uygulandığından çıkış sinyali genellikle giriş sinyali ile zıt fazda (ters polaritede) olur.



Şekil. Temel opamp bağlantısı

### Sanal Toprak

Daha önce açıklandığı gibi çıkış voltajı kaynak voltajı ile sınırlıdır ve bu değer de bir kaç volt mertebesindedir. Örneğin  $V_ç = -10$  V ve  $A_v = 20\,000$  ise giriş voltajının büyüklüğü

$$V_g = \frac{-V_ç}{A_v} = \frac{10}{20000} = 0,5 \cdot 10^{-3} \text{ V} = 0,5 \text{ mV}$$

olacaktır. Eğer devrenin tüm kazancı, diyelim ki 1 ise  $V_1$  voltajı 10 V olacaktır.  $V_g$  değeri devrenin tüm diğer giriş çıkış voltajları ile karşılaştırılırsa çok küçük kalacak ve 0 V gibi kabul edilebilecektir.

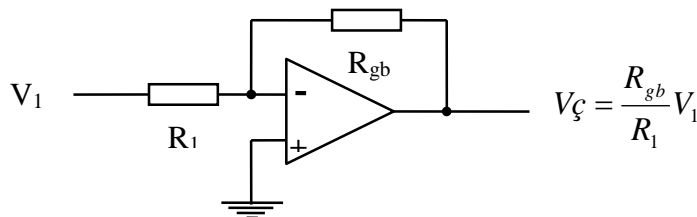
Ancak  $V_g \cong 0$  V olmakla beraber tam olarak sıfır volt değildir.  $V_i \cong 0$  V olması olgusu yükseltici girişinde bir sanal kısa devre veya sanal toprak var gibi yorumlanır. Sanal kısa devre kavramı yükseltici girişinden toprağa doğru hiç bir akımın geçmemesi anlamı taşır.

### 3.7.1 Pratik opamp devreleri

Opamp çeşitli çalışma karakteristikleri oluşacak şekilde değışik biçimlerde devre bağlantılarında kullanılabilir.

#### 3.7.1.1 Eviren yükselteç

Çok yaygın biçimde kullanılan sabit kazançlı opamp devresi çevirici (inverting) yükselticidir. Çıkış, girişin sabit bir sayı ile çarpımına eşit olup bu oran  $R_1$  ve  $R_{gb}$  dirençleri tarafından tayin edilir. Bu bağlantı biçiminde çıkış, giriş ile  $180^\circ$  lik faz farkına sahip olduğundan yükseltici çevirici (inverting) yükseltici adını almıştır.

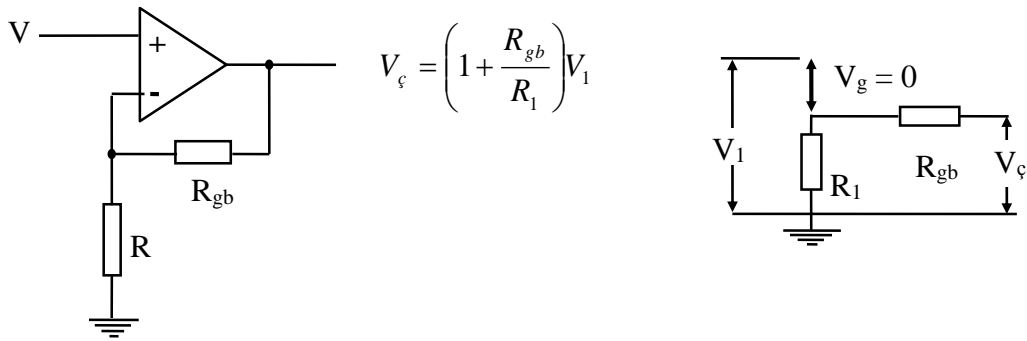


Şekil. Eviren sabit kazançlı katlandırıcı

$$V_{\zeta} = \frac{R_{gb}}{R_1} V_1 \text{ yazılabilir.}$$

### 3.7.1.2 Evirmeyen yükseltec

Şekil (a) çevirici olmayan yükseltici olarak çalışan bir opamp devresini göstermektedir. Ancak, inverting yükseltici devresi daha iyi frekans kararlılığına sahip olduğu için non-inverting yükseltici devresinden çok daha yaygın biçimde kullanılır. Devrenin voltaj kazancını hesaplayabilmek için Şekil (b) de verilen eşdeğer devre kullanılır.  $V_i \cong 0 \text{ V}$  olduğundan  $R_1$  direnci üzerindeki gerilim düşmesi  $V_1$  dir. Bu,  $R_1$  ve  $R_{gb}$  direçlerinden oluşan voltaj bölücünün çıkışındaki gerilime eşit olmak zorundadır. Dolayısıyla,



Şekil (a) Çevirici olmayan sabit kazançlı katlandırıcı (b) Eşdeğer devresi

$$V_1 = \frac{R_1}{R_1 + R_{gb}} V_{\zeta}$$

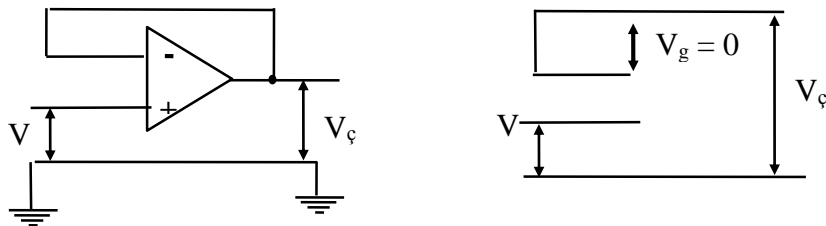
$$\frac{V_{\zeta}}{V_1} = \frac{R_1 + R_{gb}}{R_1} = 1 + \frac{R_{gb}}{R_1}$$

elde edilir.

### 3.7.1.3 Gerilim izleyici

Gerilim izleyici polarite ve faz değişmesi olmaksızın 1 büyüklüğünde kazanç sağlayan bir devredir, Şekil (a). Açık olarak bu devrede,

$$V_{\zeta} = V_I$$



Şekil.

(a) Birim takipçi

(b) Sanal toprak eşdeğer devresi

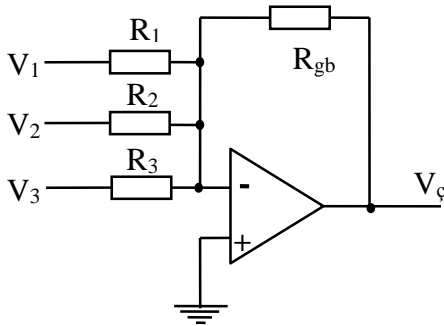
Bu nedenle giriş ve çıkış, girişle aynı polaritede ve büyüklükte olur. Devre bir emitter veya kaynak takipçi devresi gibi işlev görür, yalnız kazanç tam 1'e eşittir.

### 3.7.1.4 Toplayıcı yükselteç

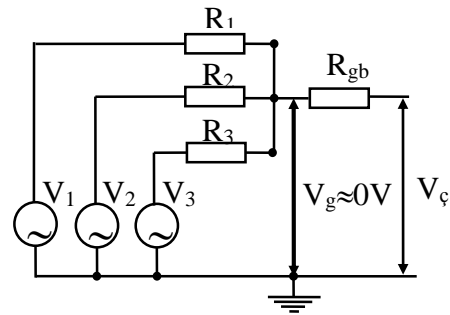
Şekil (a)'da gösterilen toplama yükselticisi opamp devresi belki de en çok kullanılan devre şeklidir. Toplama yükselticisinin üç voltajın toplandığı üç girişi bulunmaktadır. Bu üç girişin her biri sabit bir kazanç faktörü ile çarpılır. Şekil (b) deki eşdeğer gösterimden yararlanarak çıkış gerilimi için,

$$V_{\zeta} = -\left(\frac{R_{gb}}{R_1}V_1 + \frac{R_{gb}}{R_2}V_2 + \frac{R_{gb}}{R_3}V_3\right)$$

yazılabilir. Başka bir deyişle her bir giriş, ayrı sabit kazanç katsayısı ile çarpılarak çıkış gerilimine eklenir. Eğer daha fazla sayıda giriş varsa herbiri bir bileşen olarak çıkış gerilimine eklenir.



Şekil (a) Toplama yükselticisi



(b) Sanal toprakeşdeğer devresi

### Örnek:

Giriş gerilimleri ve dirençleri verilen aşağıdaki durumlar için opamp çıkış gerilimini hesaplayınız. Her iki hal için  $R_{gb}$  direncini  $1\text{ M}\Omega$  olarak alınız.

(a)  $V_1 = +1\text{ V}$   $V_2 = +2\text{ V}$   $V_3 = +3\text{ V}$   $R_1 = 500\text{ k}\Omega$   $R_2 = 1\text{ M}\Omega$   $R_3 = 1\text{ M}\Omega$

(b)  $V_1 = -2\text{ V}$   $V_2 = +3\text{ V}$   $V_3 = +1\text{ V}$   $R_1 = 200\text{ k}\Omega$   $R_2 = 500\text{ k}\Omega$   $R_3 = 1\text{ M}\Omega$

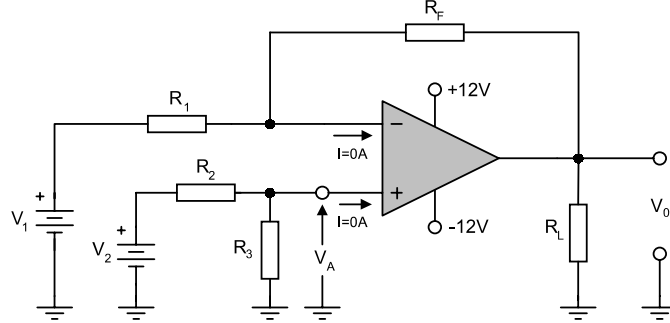
### Çözüm:

(a) 
$$V_{\zeta} = -\left[\frac{1000}{500}(+1) + \frac{1000}{1000}(+2) + \frac{1000}{1000}(+3)\right] = -7\text{V}$$

(b) 
$$V_{\zeta} = -\left[\frac{1000}{200}(-2) + \frac{1000}{500}(+3) + \frac{1000}{1000}(+1)\right] = +3\text{V}$$

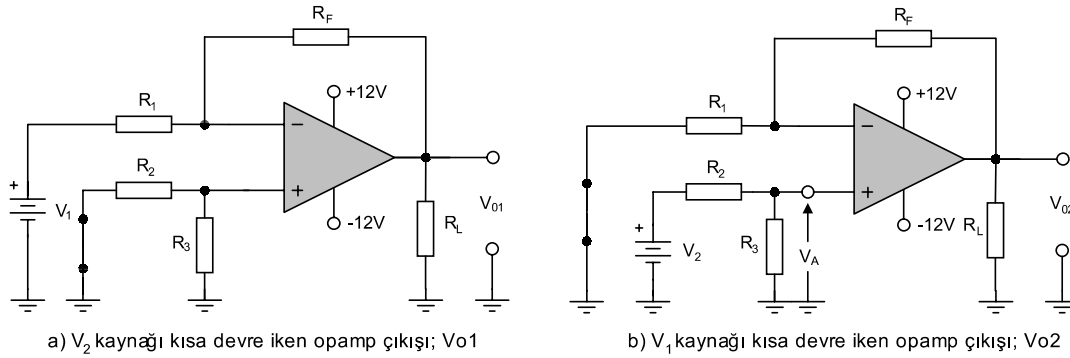
### 3.7.1.5 Çıkarıcı yükselteç

Opamp devresinin fark alma (çıkarma) işlemini nasıl yaptığını şekil-2.10'dan yararlanarak açıklayalım. Bu devrede; girişten uygulanan iki ayrı işaretin farkı alınıp çıkışa aktarılmaktadır.



Şekil-2.10 Temel Fark Alıcı (differansiyel Amplifikatör) Devresi

Devrenin analizi için en uygun çözüm süper perpozisyon teoremi uygulamaktır. Bu işlem için önce V2 girişini kısa devre yaparak, V1'den dolayı oluşan çıkış gerilimi Vo1'i bulalım. Bu işlem sonucunda devremiz şekil-2.11.a'da görülen biçimi alır.



Şekil-2.11.a ve b Fark alıcı devreye Super pozisyon teoreminin uygulanması

Devrede kullanılan R2 ve R3 dirençlerinin etkisi kalmaz. Çünkü opamp'ın giriş direnci yaklaşık sonsuz olduğu için üzerlerinden bir akım akmaz. Dolayısıyla üzerlerinde bir gerilim düşümü olmaz. Bu durumda devremiz bir evirmeyen yükselteç halini almıştır.

Dolayısıyla V1'den dolayı çıkış gerilimi Vo1;

$$V_{01} = -V_1 \cdot \frac{R_F}{R_1}$$

olarak bulunur. Devre eviren yükselteç özelliğindedir. V2 giriş geriliminin çıkışa etkisini bulabilmek için V1 girişini kısa devre etmemiz gerekir. Bu işlem sonunda devremiz şekil-2.11.b'de gösterilen şekli alır. Bu devre evirmeyen yükselteç özelliğindedir. Devrenin çıkış gerilimini (Vo2) hesaplayalım.

$$V_{02} = V_A \cdot \left(1 + \frac{R_F}{R_1}\right)$$

bulunur. VA, opamp'ın evirmeyen girişine uygulanan gerilimdir. Değerini devreden aşağıdaki gibi yazabiliriz;

$$V_A = \frac{R_3}{R_3 + R_2} \cdot V_2$$

Bulunan  $V_A$  değerini  $V_{02}$  eşitliğinde yerine yerleştirirsek ;

$$V_{02} = \left[ \frac{R_3}{R_2 + R_3} \cdot V_2 \right] \cdot \left[ 1 + \frac{R_F}{R_1} \right]$$

$$V_{02} = \left[ 1 + \frac{R_F}{R_1} \right] \cdot \left[ \frac{R_3}{R_3 + R_2} \cdot V_2 \right]$$

Toplam çıkış gerilimi  $V_0$  ise her iki çıkış geriliminin toplamı olacaktır.

$$V_0 = V_{01} + V_{02}$$

değerler yerleştirilirse , Toplam çıkış gerilimi ;

$$V_0 = \left[ -\frac{R_F}{R_1} \cdot V_1 \right] + \left[ \left( 1 + \frac{R_F}{R_1} \right) \cdot \left( \frac{R_3}{R_2 + R_3} \cdot V_2 \right) \right]$$

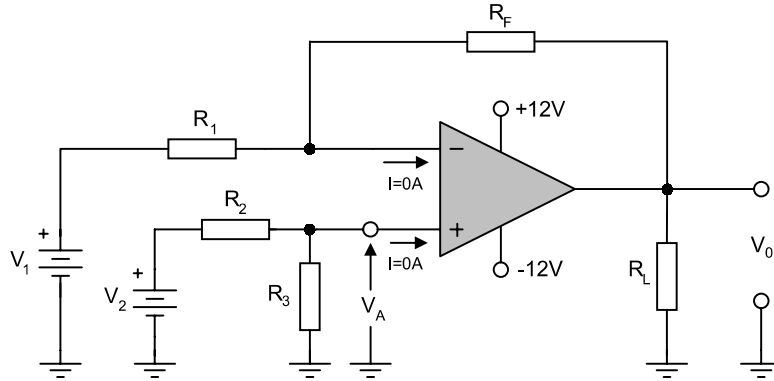
olarak bulunur. Örneğin şekil-2.12'deki temel fark alıcı devrede  $R_1=R_2=R_3=R_F$  olarak seçilirse çıkış gerilimi;

$$V_0 = V_2 - V_1$$

olarak bulunur. Görüldüğü gibi devre girişine uygulanan gerilimlerin farkını almaktadır. Bu devrede;

$$R_3=R_F \text{ ve } R_1=R_2$$

seçmek şartı ile devreyi fark yükseltici haline getirmek mümkündür.

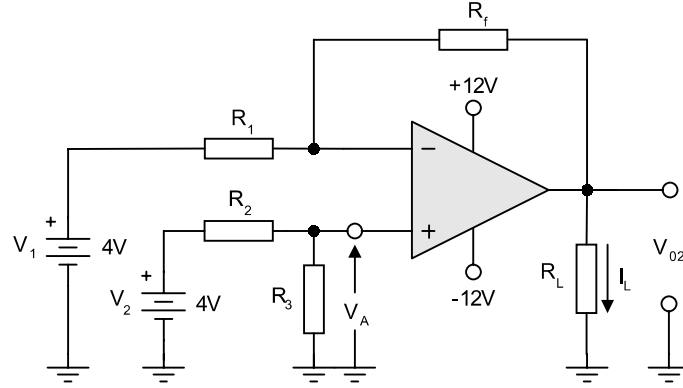


Şekil-2.12 Temel Fark Alıcı (differansiyel Amplifikatör) Devresi



**Örnek:**

Şekil-2.13'de verilen fark alıcı devrede çıkış gerilimini ( $V_o$ ) ve opamp'tan çekilen yük akımını ( $I_L$ ) bulunuz?  $R_1=R_2=R_3=10K\Omega$ ,  $R_f=10K\Omega$ ,  $R_L=1K\Omega$



Şekil-2.13 Temel Fark Alıcı devre

Verilen devre  $V_1$  ve  $V_2$  işaretlerinin farkını alıp kuvvetlendirecektir. Önce çıkış işaretinin alacağı değeri bulalım. Bunun için;

$$V_o = \left[ -\frac{R_f}{R_1} \cdot V_1 \right] + \left[ \left( 1 + \frac{R_f}{R_1} \right) \cdot V_A \right]$$

$$V_o = \left[ -\frac{R_f}{R_1} V_1 \right] + \left[ \left( 1 + \frac{R_f}{R_1} \right) \cdot \left( \frac{R_3}{R_2 + R_3} \cdot V_2 \right) \right]$$

$$V_o = \left[ -\frac{10K\Omega}{10K\Omega} \cdot 4V \right] + \left[ \left( 1 + \frac{10K\Omega}{10K\Omega} \right) \cdot \left( \frac{10K\Omega}{10K\Omega + 10K\Omega} \cdot 4V \right) \right]$$

$$V_o = [-4V] + [(1+1) \cdot (0.5 \cdot 4V)]$$

$$V_o = [-4V] + [4V]$$

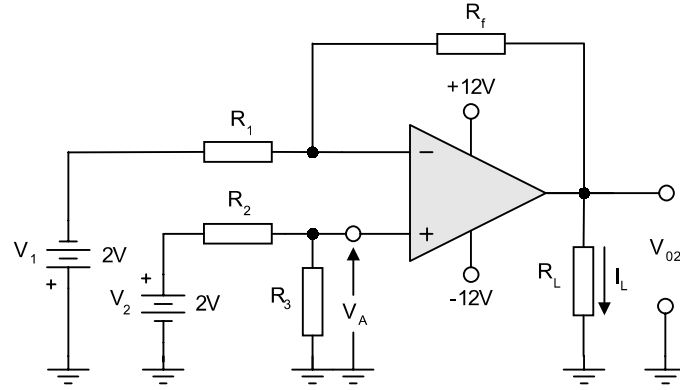
$$V_o = 0V$$

Görüldüğü gibi fark alıcı devre opamp girişine uygulanan işaretlerin farkını almıştır. Çıkış gerilimi  $V_o = V_2 - V_1$  olmuştur. Opamp çıkışına bağlanan  $R_L$  yük direnci üzerinden geçen  $I_L$  akımını hesaplayalım.

$$I_L = \frac{V_o}{R_L} \Rightarrow I_L = \frac{0}{1K\Omega} = 0$$

**Örnek:**

Şekil-2.14'de verilen fark alıcı devrede çıkış gerilimini ( $V_o$ ) ve opamp'tan çekilen yük akımını ( $I_L$ ) bulunuz?  $R_1=R_2=R_3=10K\Omega$ ,  $R_f=10K\Omega$ ,  $R_L=1K\Omega$



Şekil-2.14 Temel Fark alıcı devre

Verilen devre  $V_1$  ve  $V_2$  işaretlerinin farkını alıp kuvvetlendirecektir. Önce çıkış işaretinin alacağı değeri bulalım. Bunun için;

$$V_o = \left[ -\frac{R_f}{R_1} \cdot V_1 \right] + \left[ \left( 1 + \frac{R_f}{R_1} \right) \cdot \left( \frac{R_3}{R_2 + R_3} \cdot V_2 \right) \right]$$
$$V_o = \left[ -\frac{10K\Omega}{10K\Omega} \cdot (-2V) \right] + \left[ \left( 1 + \frac{10K\Omega}{10K\Omega} \right) \cdot \left( \frac{10K\Omega}{10K\Omega + 10K\Omega} \cdot 2V \right) \right]$$
$$V_o = [2V] + [(1+1) \cdot (0.5 \cdot 2V)]$$
$$V_o = [2V] + [(2V)]$$
$$V_o = +4V$$

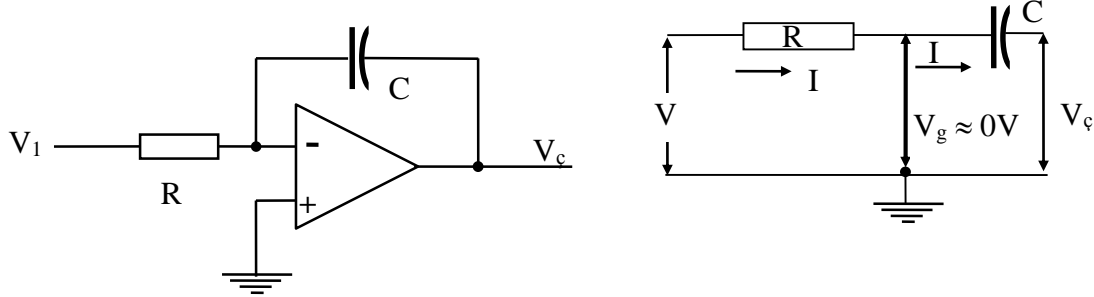
Görüldüğü gibi fark alıcı devre opamp girişine uygulanan işaretlerin farkını almıştır. Çıkış gerilimi  $V_o = V_2 - V_1$  olmuştur.

Opamp çıkışına bağlanan  $R_L$  yük direnci üzerinden geçen  $I_L$  akımını hesaplayalım.

$$I_L = \frac{V_o}{R_L} \Rightarrow I_L = \frac{4V}{1K\Omega} = 4mA$$

### 3.7.1.6 İntegral alıcı

Şimdiye kadar giriş ve geri besleme komponenti olarak direnç kullanıldı. Eğer geri besleme komponenti olarak bir kondansatör kullanılırsa hazırlanan devre integratör olarak bilinir, Şekil (a). Şeklin (b) kısmında sanal toprak eşdeğer devresi de verilmiştir. Bu devre kullanılarak giriş ve çıkış voltajları arasındaki bağıntı  $I$  akımına bağlı olarak türetilir. Burada da sanal toprak  $R$  ve  $X_C$  nin birleştiği noktadaki voltajın toprak voltajında ( $V_g \approx 0$  V olması nedeniyle) olması anlamı taşır.



Şekil. (a) İntegratör.

(b) Sanal toprak eşdeğer devresi

Kapasitif empedans ,

$$X_C = \frac{I}{j\omega C} = \frac{I}{sC}$$

şeklinde ifade edilebilir. Burada Laplace notasyonundaki  $s = j\omega$  dır. Laplace notasyonu bir kısım cebir hesaplamalarında integral veya diferansiyel ifadeye olanak veren bir operatördür.

Yukarıdaki denklem  $V_c / V_g$  için çözümlerse,

$$I = \frac{V_1}{R} = -\frac{V_c}{X_C} = \frac{-V_c}{1/sC} = -sCV.$$

$$\frac{V_c}{V_1} = \frac{-1}{sCR}$$

Yukarıdaki denklem zamana bağlı olarak,

$$v_c(t) = -\frac{1}{RC} \int v_1(t) dt$$

şeklinde yeniden yazılabilir. Bu denklem, çıkışın girişin integraline eşit olduğunu göstermektedir. Verilen bir sinyalin integre edilebilme olgusu diferansiyel denklem çözebilme yeteneği ile birlikte analog computer imkanı yaratır. Bu da fiziksel sistem operasyonunun elektriksel analog çözümlerine imkan verir.

İntegrasyon operasyonu bir tür toplama işlemidir. Bir dalga şeklinin veya bir eğrinin altında kalan alanın belirli bir zaman dilimi içinde toplanması gibi. Eğer integratör devresi girişine sabit bir gerilim uygulanmışsa, çıkış geriliminin, bir rampa voltaj şeklinde, belli bir zaman periyodunda artacağını gösterir. Dolayısıyla son denklem sabit giriş voltajı için, çıkış voltajının girişe göre ters polaritede ve  $1/RC$  faktörü ile çarpılmış bir ramp voltaj olacağını anlatmaktadır. İntegratör devresi çeşitli giriş sinyalleri girildiğinde çalışmakla beraber, aşağıdaki örnekte sabit giriş gerilimi kullanılmış olup, çıkış voltajı bir ramp voltaj olacaktır.

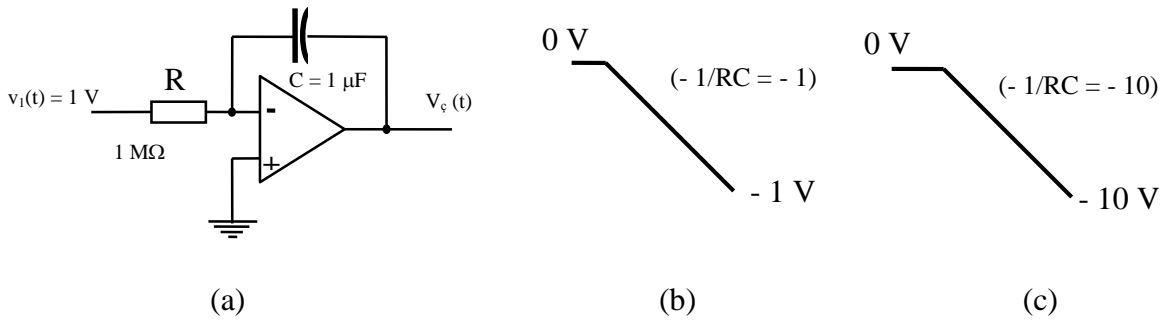
Bir örnek olarak giriş geriliminin  $V_1 = 1 \text{ V}$  olduğu Şekil (a). daki devreyi ele alalım.  $1/RC$  eşel faktörü (scale factor)

$$-\frac{1}{RC} = -\frac{1}{1 \cdot 10^6 \cdot 1 \cdot 10^{-6}} = -1$$

olur. Dolayısıyla Şekil (b) deki negatif ramp voltaj oluşur. Eğer eşel faktörü,  $R = 100 \text{ k}\Omega$  yapılarak değiştirilirse,

$$-\frac{1}{RC} = -\frac{1}{100 \cdot 10^3 \cdot 1 \cdot 10^{-6}} = -10$$

elde edilir ve çıkış Şekil (c)' de gösterilen hale gelir.



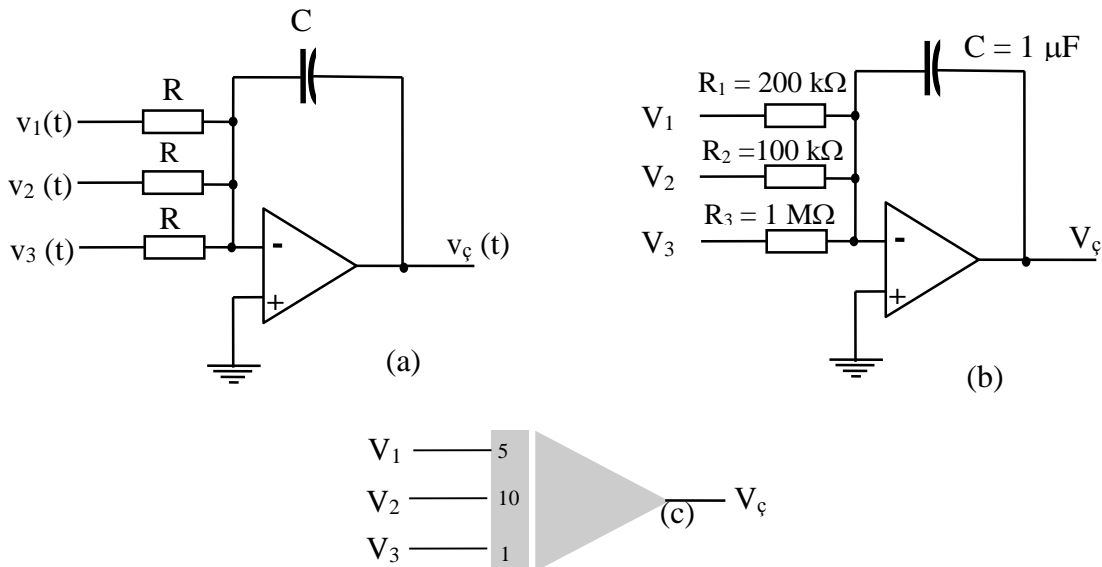
**Şekil. Basamak (step) girişli integratörün çalışması**

Birden fazla giriş sinyalinin integratör girişine uygulanması Şekil 2.21. de gösterilmiştir. Bu uygulama

$$V_c(t) = -\left[ \frac{1}{R_1 C} \int v_1(t) dt + \frac{1}{R_2 C} \int v_2(t) dt + \frac{1}{R_3 C} \int v_3(t) dt + \right]$$

denklemini ile ifade edilebilir.

Bir toplama integratörünün analog bilgisayar gibi kullanılmasını örnekleyen devre Şekilde verilmiştir. Bu şekilde giriş dirençleri ve geri besleme kondansatörü yanında analog bilgisayar sembolü de gösterilmiştir.



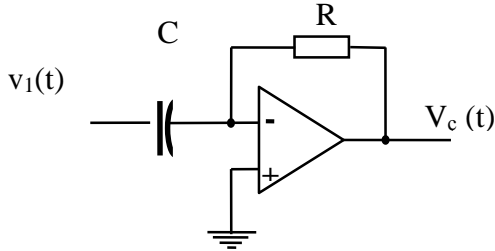
**Şekil . (a) Toplama integratör devresi (b) Komponent değerleri (c)Analog bilgisayar integratör sembolü**

### 3.7.1.7 Türev (diferansiyel) alıcı

Şekilde bir diferansiyel alma devresi gösterilmiştir. Bu devre yukarıda açıklanan integratör devresi kadar kullanışlı olmasa da yararlı uygulamalara olanak verir. Devre için genel denklem,

$$v_c(t) = -RC \frac{dv_1(t)}{dt}$$

şeklindedir ve  $-RC$  yine eşel faktörü (scale factor) anlamındadır.



Şekil. Diferansiyel alma devresi (türev alıcı)

### 3.7.2 Pasif filtreler

Ölçme ve telekomünikasyon tekniğinde sık sık belirli frekans bağımlılıkları olan devreler gereklidir. Genellikle belirli bir frekans bandının iletimi ve bir diğerinin bastırılması gerekir. Bir filtre devresi, belli bir frekans bandını geçirerek ve bu frekansın dışındakileri zayıflatmak amacı ile geliştirilmiş, **aktif veya pasif** bir devredir.

\*Pasif filtre devreleri; direnç, self ve kapasitif elemanlar içerir.

\*Aktif filtreler ise bunlara ilaveten transistor veya opamp gibi aktif devre elemanları içerirler.

$$A_v = \frac{|\text{ÇIKIŞ SİNYALİ}|}{|\text{GİRİŞ SİNYALİ}|} = \frac{|V_o|}{|V_i|}$$

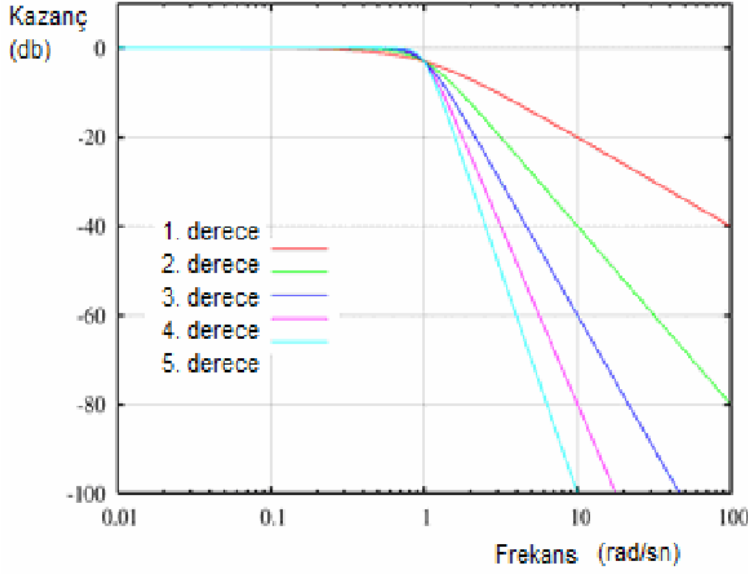
Kazanç( $A_v$ ) değeri 1'den büyük ise çıkış sinyali giriş sinyalinden büyüktür. Kazanç( $A_v$ ) değeri 1'den küçük ise çıkış sinyali giriş sinyalinden küçüktür. Durma bandındaki kazanç çok küçük olabildiğinden desibel (db) cinsinden ifade edilir

Süzgeçler kazanç eğrilerinin karakteristik özelliklerine göre Butterworth süzgeç, Chebyshev süzgeç, Eliptik süzgeç (Cauer süzgeç) olarak sınıflandırılabilir. Çeşitli derecelerde aktif filtre yapmak mümkündür. Filtreler geçirgen oldukları frekans bandına göre alçak geçiren, yüksek geçiren, band geçiren ve band (selektif) durduran filtre olarak ayrılabilir.

### 3.7.3 Kazanç Eğrilerinin Karakteristik Özelliklerine Göre Filtreler

#### 3.7.3.1 Butterworth süzgeç

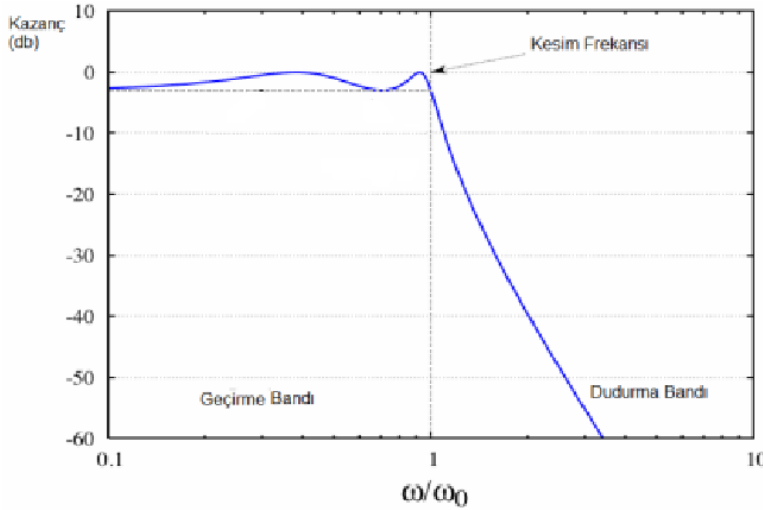
Geçiş bandında ve durdurma bandında dalgalanma yoktur. Fonksiyon tekdüze olarak azalır. Butterworth süzgeç diğer süzgeçlerden farklı olarak, derecesi arttığında durma bandındaki sert düşüş dışında frekans genlik eğrisinde şeklini korur. Butterworth süzgeç, Chebyshev ve Eliptik süzgeçlere göre daha geniş geçiş bölgesine (transition region) sahip olduğundan, durma bandı özelliklerinin doğru olarak uygulanabilmesi için yüksek derecelere ihtiyaç duyar. Chebyshev ve Eliptik süzgeçlere göre daha doğrusal bir frekans tepkisine sahiptir.



Şekil. Butterworth süzgecin değişen derecelere göre kazanç frekans grafiği

### 3.7.3.2 Chebyshev süzgeç

Geçirme bandı Butterworth süzgece göre daha dardır ve geçirme (veya durdurma) bandında dalgacıklar vardır. Chebyshev süzgeci mevcut dalgacıklar dışında bu özelliği sayesinde ideal süzgece daha yakındır. Eğer süzgeçte dalgacıklar geçirme bandında ise bu Chebyshev 1. tipi süzgeçtir. Eğer dalgacıklar durdurma bandında ise Chebyshev 2. tip süzgeç olarak isimlendirilir. Eğer dalgacıklar her iki bantta ise bu durumda ortaya çıkan süzgece Eliptik süzgeç denir. Eliptik süzgeçlerin geçiş bandı iki çeşit süzgeçten de daha kısadır. Dolayısıyla ideale en yakın süzgeçtir. Ancak tasarımı zordur.

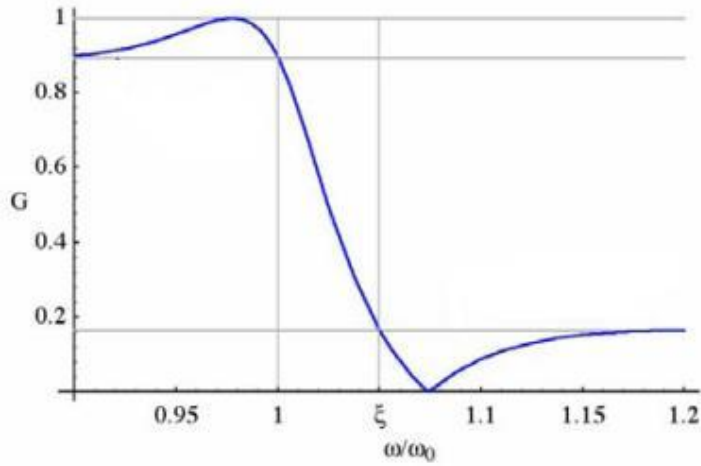


Şekil. Chebyshev süzgecin kazanç frekans karakteristiği

### 3.7.3.3 Eliptik süzgeç (Cauer süzgeç)

Eliptik süzgeç, geçirme ve durma bandında sayıları birbirinden bağımsız olarak değiştirilebilen, eş dalgacıklar barındıran bir elektronik süzgeç çeşididir. Aynı dereceden başka bir süzgece göre geçiş bölgesi daha kısadır. Eliptik süzgeç, tanıtılan diğer süzgeçlere bu dalgacıkların karakteristiklerinin değiştirilmesiyle dönüşebilir. Durma bandındaki dalgacıklar sıfıra yaklaştığında Chebyshev tip1,

geçirme bandındaki dalgacıklar sıfıra yaklaştığında Chebyshev tip2, her iki banttaki dalgacıklar sıfıra yaklaştığında da Eliptik süzgeç Butterworth süzgece dönüşebilir.

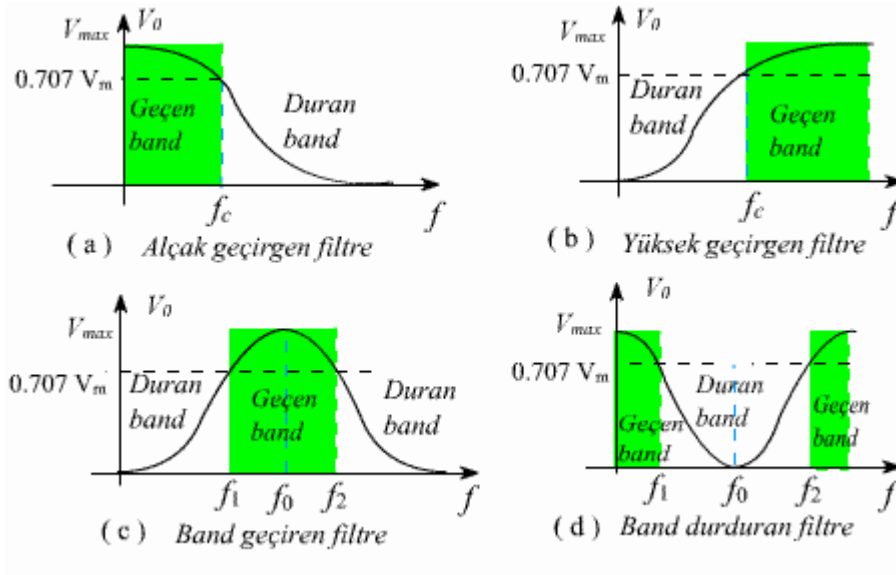


Şekil. Eliptik süzgecin kazanç frekans karakteristiği

### 3.7.4 Geçiren Oldukları Frekans Bandına Göre Filtreler

Pasif fitrelerde kendi aralarında dörde ayrılır:

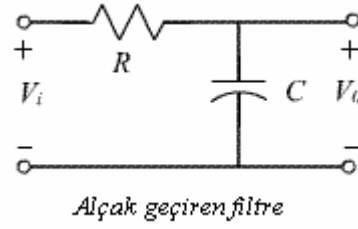
1. Alçak geçiren filtreler
2. Yüksek geçiren filtreler
3. Band geçiren filtreler
4. Band durduran filtreler



Yukarıda filtrelerin frekans gerilim eğrileri görülmektedir. Görüldüğü gibi filtreler belli bir frekans aralığını geçirir ve durdururlar.

#### 3.7.4.1 Alçak geçiren filtreler

R C filtreleri kolay gerçekleştirilen devreler olup, alçak geçiren veya yüksek geçiren filtre olarak tasarlanabilirler. Devrede çıkış kondansatör üzerinden alınırsa devre alçak geçiren, devrede çıkış direnç üzerinde alınırsa devre yüksek geçiren filtre devresi olur.



Yandaki devrede, alçak frekanslarda çıkış gerilimi yüksek olur, f kritik frekansından sonra çıkış gerilimi azalmaya başlıyor. f = 0 dan başlayarak incelenirse;

f = 0 Hz için;

$$X_c = \frac{1}{2\pi f C} = \infty \Omega$$

Bu durumda kondansatör açık devre gibi davranır. Çıkış; Vo=Vi olur. Çok yüksek frekanslarda, reaktans

$$X_c = \frac{1}{2\pi f C} = 0 \Omega$$

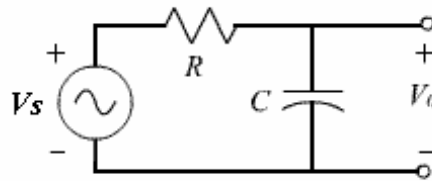
olur ve çıkış gerilimi Vo= 0 olur. Devrede çıkış gerilimi frekans değerlerine göre değişir. Devreye gerilim bölücü uygulanarak;

$$f_c = \frac{1}{2\pi RC}$$

elde edilir.

Alçak-geçirgen filtrelerde, uygulanan frekans fc den küçük olduğunda, çıkış gerilimi giriş geriliminin %70.7 sinden büyük olmaktadır. Herhangi bir frekans fc den büyük ise, çıkış gerilimi, giriş geriliminin %70.7 sinden küçük olmaktadır.

**Örnek:**



Yukarıdaki alçak geçiren filtre devresinde Vs = 10 V ve kırılma frekansı fc = 6.6KHz için R=100 Ω seçilirse kondansatör değerini bulalım;

$$R = X_c \rightarrow f_c = \frac{1}{2\pi RC} \text{ den ;}$$

$$C = \frac{1}{2\pi f_c R} = \frac{1}{2\pi * 6600 * 100} = 241.2nF \text{ olarak bulunur.}$$

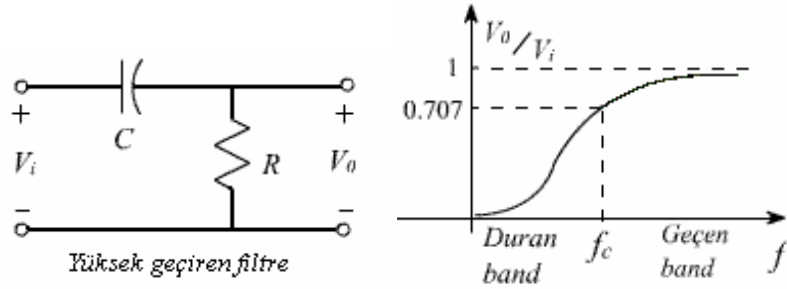
Kesme frekansında ise çıkış gerilimi;

$$V_o = 0.707 * V_s = 10 * 0.707 = 7.07V \text{ olarak bulunur.}$$



### 3.7.4.2 Yüksek geçiren filtreler

Yüksek geçiren filtre devreleri, alçak geçiren filtre devrelerine benzer. Ancak çıkış kondansatör üzerinden değil de direnç üzerinden alınır.



Devrede alçak frekanslarda devrenin çıkış gerilimi düşük olur.  $f_c$  kritik frekansından sonra gerilim yükselmeye başlar.  $f = 0$  iken kondansatörün reaktansı çok yüksek olacağından

$$X_C = \frac{1}{2\pi f C} = \infty \Omega \text{ çıkış } V_o \cong 0$$

olur.

$$X_C = \frac{1}{2\pi f C} = 0 \Omega$$

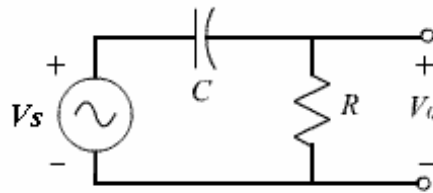
Çok yüksek frekanslarda, olacağından çıkış gerilimi  $V_o = V_i$  olur. Devrenin çıkış gerilimi frekansa bağlı olarak değişir. Her hangi bir ara frekansta, çıkış gerilimi gerilim bölücü kuralına göre,

$$f_c = \frac{1}{2\pi RC}$$

elde edilir.

Yüksek-geçiren filtrelerde, uygulanan frekans  $f_c$  den küçük olduğunda, çıkış gerilimi giriş geriliminin %70.7 sinden küçük olmaktadır. Herhangi bir frekans  $f_c$ 'den büyük ise, çıkış gerilimi, giriş geriliminin %70.7 sinden daha büyük olmaktadır.

**Örnek:**



Yukarıdaki yüksek geçiren filtre devresinde  $V_s = 1 \text{ V}$  ve kırılma frekansı  $f_c = 6.6 \text{ KHz}$  için  $R = 100 \Omega$  seçilirse kondansatör değerini bulalım;

$$R = X_c \rightarrow f_c = \frac{1}{2\pi RC} \text{ den ;}$$

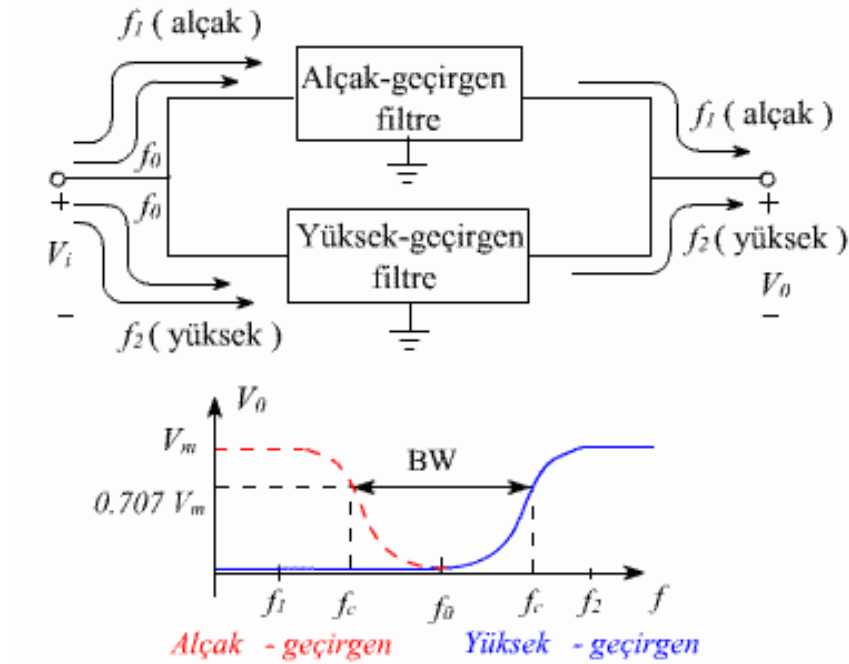
$$C = \frac{1}{2\pi f_c R} = \frac{1}{2\pi * 6600 * 1000} = 241.2nF \text{ olarak bulunur.}$$

Kesme frekansında ise çıkış gerilimi;

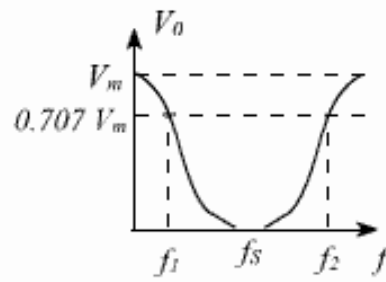
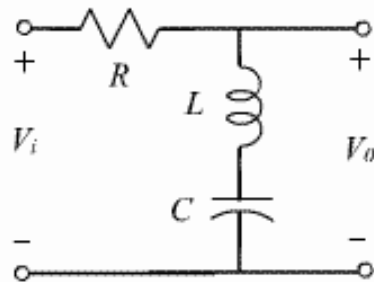
$$V_o = 0.707 * V_s = 1 * 0.707 = 0.707V \text{ olarak bulunur.}$$

### 3.7.4.3 Band durduran filtreler

Band durduran filtreleri yapmak için birçok metod vardır. Bunlardan biri, bir yüksek geçiren ile yüksek geçiren alçak geçiren filtreyi paralel bağlamak diğeri de seri rezonans ile yapılabilir.



Yukarıdaki şekillerden de görüldüğü gibi  $f_1$  alçak düzeyde bir frekansta olduğunda alçak geçiren devresinden geçer ve  $f_2$  yüksek bir frekansta olduğunda diğeri kolu izler. Ayrıca  $f_0$  frekansı alçak geçiren filtrenin kritik büyük, yüksek geçireninkinden büyüktür. Bu da çıkış geriliminin giriş geriliminin %70.7'sinden fazlasının geçmesini önler.

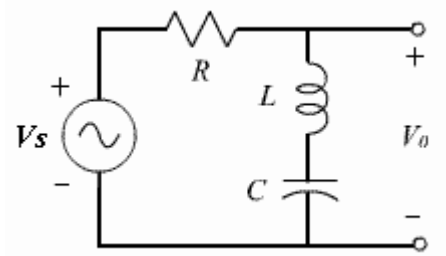


Yukarıda bir seri rezonans devresi vardır. Yukarıdaki devrede çıkış seri bağlı L ve C 'den alınırsa devre band durduran filtre görevi görür. Devreye gerilim kanunu uygulanırsa çıkış gerilimi;

$$V_0 = \frac{R_L V_i}{R_L + R}$$

olarak bulunur.

**Örnek:**



Yandaki seri rezonans devresinde  $V_s = 10V$  ve filtrenin kesim frekansları bağlı olarak  $f_1 = 6.6KHz$   $f_2 = 9.6KHz$  olarak belirlenmiştir. Devrede kullanılacak direnç, bobin ve kondansatör değerlerini bulunuz.

Band genişliği  $\Rightarrow BW = f_2 - f_1 = 9.6\text{KHz} - 6.6\text{KHz} = 3\text{KHz}$  olarak bulunur.

Rezonans frekansı  $\Rightarrow f_s = f_1 + BW/2 = f_2 - BW/2 = 6.6\text{KHz} + 1.5\text{KHz} = 8.1\text{KHz}$  olur.

$BW = \frac{f_s}{Q_s}$  burada  $Q_s$  bobinin kalite faktörüdür. Buradan da;

$$Q_s = \frac{f_s}{BW} = \frac{8100}{3000} = 2.7 \text{ olur. Aynı zamanda } Q_s = \frac{XL}{R} \text{ 'e eşittir.}$$

Burada denklemden de  $XL$  çekilirse;  $XL = Q_s * R$  olur.

Devrede  $R = 100\Omega$  olarak seçilirse;  $XL = 2.7 * 100 = 270\Omega$  olur.

Devre rezonans durumunda olduğu için  $XC = XL = 270\Omega$  olur.

$$XL = 2\pi f_s L \text{ 'den } L = \frac{XL}{2\pi f_s} = \frac{270}{2 * 3.14 * 8100} = 5.3\text{mH} \text{ olarak bulunur.}$$

$$XC = \frac{1}{2\pi f_s C} \text{ 'den } C = \frac{1}{2\pi f_s XC} = 72.81\text{nF} \text{ olarak bulunur.}$$

Rezonans durumunda elemanlar üzerindeki akım ve gerilimler;

$$V_s = 10\angle 0^\circ \Rightarrow I_s = \frac{V_s}{R} = \frac{10\angle 0^\circ}{100} = 0.1\angle 0^\circ \text{ A}$$

$$V_R = V_s = 10\angle 0^\circ \text{ V}$$

$$V_C = I * XC = 270\angle -90^\circ * 0.1\angle 0^\circ = 27\angle -90^\circ \text{ V}$$

$$V_L = I * XL = 270\angle 90^\circ * 0.1\angle 0^\circ = 27\angle 90^\circ \text{ V}$$

Olarak bulunur.

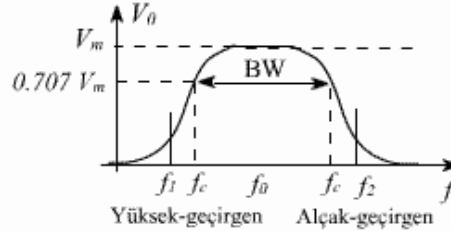
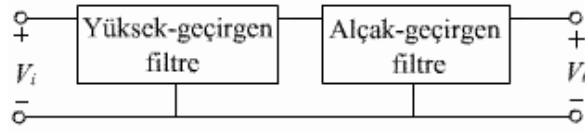
Devrede ki elemanlarını tekrar yazarsak;

$$R = 100\Omega$$

$$L = 5.3\text{mH}$$

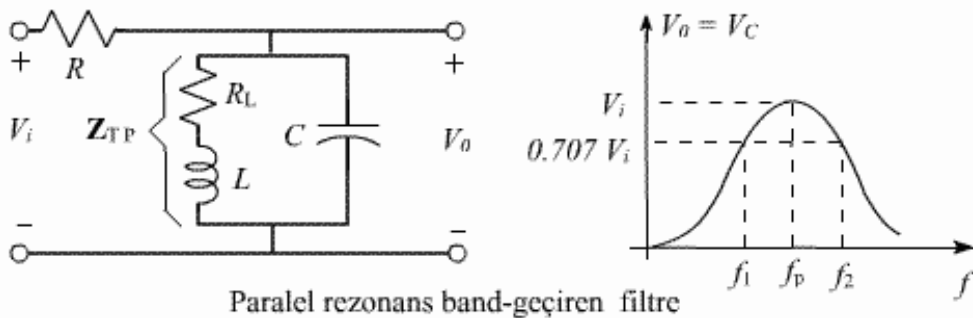
$$C = 72.81\text{nF} \text{ 'dır.}$$

### 3.7.4.4 Band geçiren filtreler



Band geçiren filtre belirli frekans aralıkları geçirmek için yapılan filtrelerdir. Bunun için bir yüksek geçiren filtre ve alçak geçiren filtre ard arda bağlanmalıdır.

Alçak geçiren filtrenin kesim frekansı, yüksek geçiren filtreninkinden büyük seçilmelidir. Yukarıdaki şekilden de anlaşıldığı gibi önce yüksek geçiren filtre alçak frekansları \$f\_1\$ frekansına kadar geçişini engelliyor. Rezonans frekansından sonra ise alçak geçiren filtre devreye giriyor ve \$f\_2\$ ye kadar ki frekanstaki sinyalin geçişine izin veriyor. Daha yüksek frekanslı sinyalleri ise geçirmiyor.



Ayrıca band geçiren filtre paralel rezonans devresiyle de yapılabilir. Çünkü rezonans devreleri rezonans frekansı ve civarında yüksek empedansa sahip olur ve bu da sadece belirli frekans aralıklarınının geçişine izin verir. Yukarıda band geçiren paralel rezonans devresi görülmektedir.

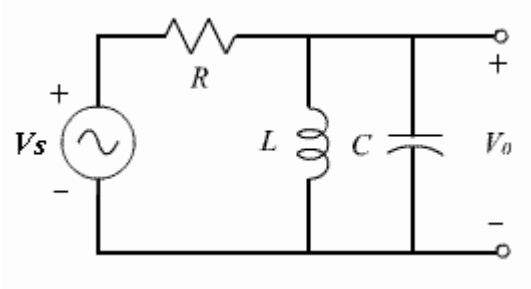
Paralel rezonans devresinde,

$$\text{Çıkış gerilimi} \Rightarrow V_o = \frac{Z_{TFP}}{Z_{TFP} + R} V_i, \quad f = f_r, \quad \text{Empedans} \Rightarrow Z_{TFP} = Q_L^2 R_L, \quad Q_L \geq 10$$

$$\text{Rezonans Frekansı} \Rightarrow f_r = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}, \quad Q_L \geq 10$$

$$\text{Kalite Faktörü} \Rightarrow Q_r = \frac{X_L}{R_L} \text{ ve Band genişliği} \Rightarrow BW = \frac{f_r}{Q_r} \text{ formülleriyle hesaplanır.}$$

**Örnek:**



Yukarıdaki paralel rezonans devresinde  $V_s = 10V$  ve filtrenin kesim frekansları bağlı olarak  $f_1 = 6.6KHz$   $f_2 = 9.6KHz$  olarak belirlenmiştir. Devrede kullanılacak direnç, bobin ve kondansatör değerlerini bulunuz.

Band genişliği  $\Rightarrow BW = f_2 - f_1 = 9.6KHz - 6.6KHz = 3.KHz$  olarak bulunur.

Rezonans frekansı  $\Rightarrow f_s = f_1 + BW/2 = f_2 - BW/2 = 6.6KHz + 1.5KHz = 8.1KHz$  olur.

$BW = \frac{f_s}{Q_s}$  burada  $Q_s$  bobinin kalite faktörüdür. Buradan da;

$$Q_s = \frac{f_s}{BW} = \frac{8100}{3000} = 2.7 \text{ olur. . Aynı zamanda } Q_s = \frac{XL}{R/10} \text{ 'e eşittir.}$$

Burada denklemden de  $XL$  çekilirse;  $XL = Q_s * (R/10)$  olur.

Devrede  $R = 1000\Omega$  olarak seçilirse;  $XL = 2,7 * 100 = 270\Omega$  olur.

Devre rezonans durumunda olduğu için  $XC = XL = 270\Omega$  olur.

$$XL = 2\pi f_s L \text{ 'den } L = \frac{XL}{2\pi f_s} = \frac{270}{2 * 3.14 * 8100} = 5.3mH \text{ olarak bulunur.}$$

$$XC = \frac{1}{2\pi f_s C} \text{ 'den } C = \frac{1}{2\pi f_s XC} = 72.81nF \text{ olarak bulunur.}$$

Rezonans durumunda devredeki empedans ;

$$Z = \frac{XC * XL}{XC + XL} + R = \frac{j270 * (-j270)}{j270 + (-j270)} + 1000 \Rightarrow \text{açık devre gibi davranır.}$$

Devrede ki elemanlarını tekrar yazarsak;

$$R = 1000\Omega$$

$$L = 5.3mH$$

$$C = 72.81nF \text{ 'dır.}$$

### 3.8 Transistör Ac Analizi

#### 3.8.1 Küçük Sinyal Analizi

Küçük sinyal analizi transistörü AC domende temsil için kullanılan modelleri içerir.

1. Karma (hibrid) model

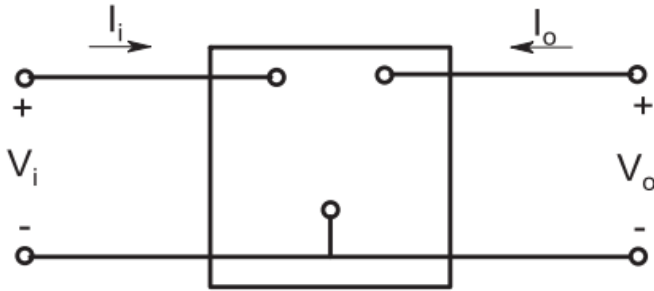
2.  $r_e$  model

Üretici firmalar bilgi sayfalarında belirli bir çalışma noktası (veya bölgesi) için karma parametreleri vermektedir.  $r_e$  modelinin parametreleri, bu bölgede doğrudan karma parametreler kullanılarak bulunabilir.

Karma eşdeğer devre, doğru sonuç verebilmesi için belirli çalışma koşulları ile sınırlıdır.  $r_e$  modelin parametreleri, iletim bölgesi içinde herhangi bir çalışma noktası için hesaplanabilir (bilgi sayfalarında verilen tek bir parametre grubu ile sınırlı değildir). Ancak  $r_e$  modeli, çıkış empedans düzeyini ve çıkıştan girişe geri besleme etkisini belirleyen parametreye sahip değildir. Her iki yöntem de yaygın olarak kullanılır ve birbirleri ile alakalıdır.

#### 3.8.2 Transistörün Karma Eşdeğer Devresi

Karma eşdeğer devresini elde edebilmek için iki-port teorisi kullanılır. Şekilden görüldüğü üzere temel üç-uçlu elemanların iki portu bulunur. Giriş ( $V_i$ ,  $I_i$ ) ve çıkış ( $V_o$ ,  $I_o$ ) iki değişkenle ifade edilir.



Bu 4 değişken arasındaki ilişki,

$$(*) \quad \begin{aligned} V_i &= h_{11} I_i + h_{12} V_o \\ I_o &= h_{21} I_i + h_{22} V_o \end{aligned} \quad \text{şeklinde ifade edilebilir.}$$

4-değişken arasındaki ilişkileri belirleyen parametreler, “hibrid” (karma) sözcüğünün baş harfi kullanılarak *h-parametreler* adı verilir.

$$V_i = h_{11} I_i + h_{12} V_o$$

$$I_o = h_{21} I_i + h_{22} V_o$$

h-parametrelerin bulunması ve anlamları;

Birinci denklem ile,

1.  $V_o = 0 \Rightarrow h_{11} = \left( \frac{V_i}{I_i} \right)_{V_o=0}$  (birimi  $\Omega$ ) kısa devre giriş empedans parametresi

2.  $I_i = 0 \Rightarrow h_{12} = \left( \frac{V_i}{V_o} \right)_{I_i=0}$  (birimsiz) açık devre ters yönde transfer gerilimi oranı parametresi

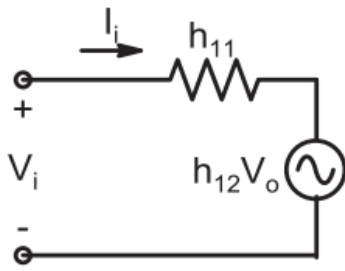
İkinci denklem ile,

3.  $V_o = 0 \Rightarrow h_{21} = \left( \frac{I_o}{I_i} \right)_{V_o=0}$  (birimsiz) kısa devre ileri yönde akım oranı parametresi

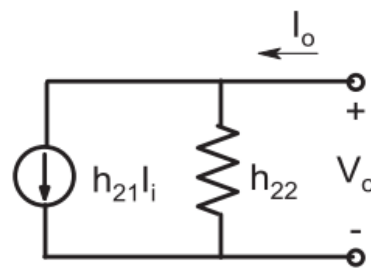
4.  $I_i = 0 \Rightarrow h_{22} = \left( \frac{I_o}{V_o} \right)_{I_i=0}$  (siemens) açık devre çıkış admitansı

(\*)-1 denkleminin terimleri volt biriminde olduğu için, bu eşitliği sağlayan devreyi elde etmek için KGK 'nu tersten uygulamak gerekir.

(\*)-2 denkleminin terimleri amper biriminde olduğu için, bu eşitliği sağlayan devreyi elde etmek için KAK 'nu tersten uygulamak gerekir.



Karma giriş devresi



Karma çıkış devresi

Temel 3-üçlü elemanın AC eşdeğer devresi h-parametreleri aşağıdaki şekilde kullanılır.

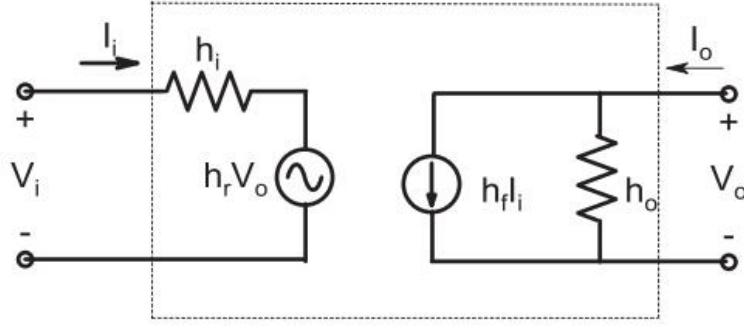
$h_{11} \rightarrow h_i$  : Giriş direnci

$h_{12} \rightarrow h_r$  : Ters transfer gerilim oranı

$h_{21} \rightarrow h_f$  : İleri transfer akım oranı

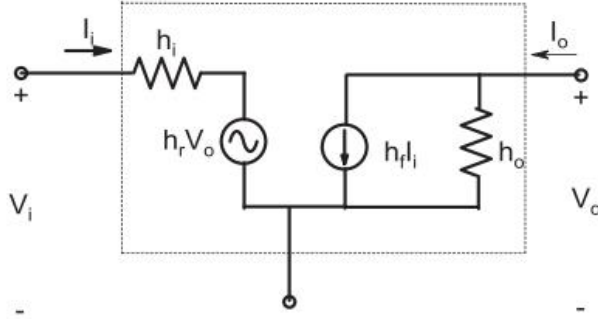
$h_{22} \rightarrow h_o$  : Çıkış iletkenliği





Tam karma eşdeğer devre

Yukarıdaki eşdeğer devre bağımsız kaynak içermeyen herhangi bir 3-üçlü doğrudal elektronik elemana veya sisteme uygulanabilir. Transistör 3-üçlü eleman olduğu için eşdeğer devre;



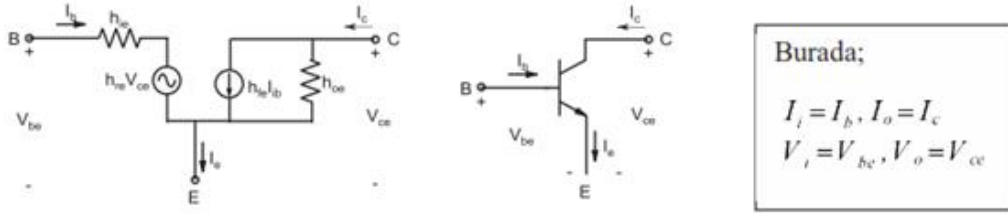
Transistör modeli 3-üçlü 2-portlu bir sistemdir. Bununla birlikte h-parametreleri her bir bağlantı türü için değişir. Hangi bağlantı şeklinin kullanıldığını göstermek için h-parametreye bir indis eklenir.

Ortak beyzli devrelerde **b** harfi,

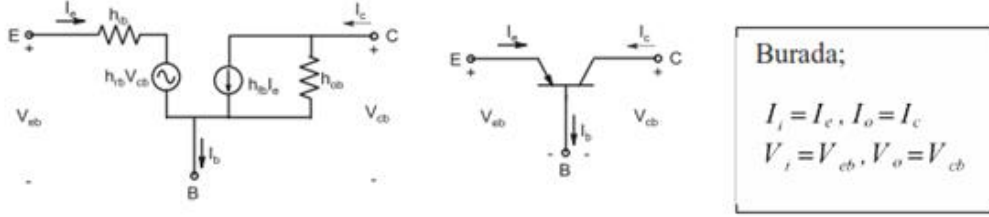
Ortak emiterli devrelerde **e** harfi,

Ortak kollektörlü devrelerde **c** harfi.

Aşağıda, Ortak emiterli düzenleme standart sembolleri ile görülmektedir.



Aşağıda, Ortak beyzli düzenleme standart sembolleri ile görülmektedir.



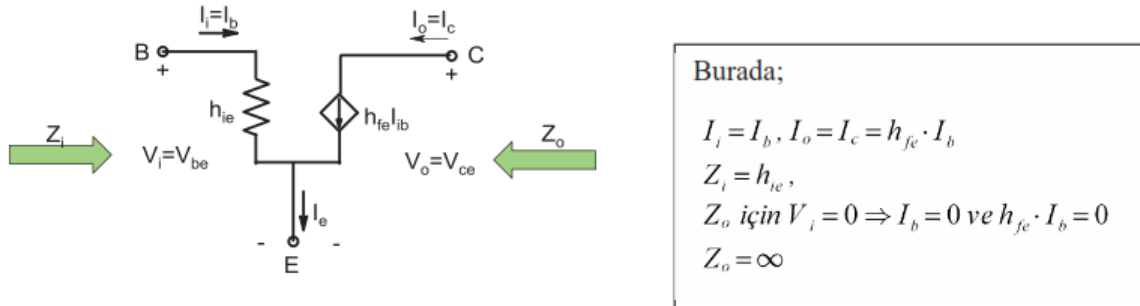
Ortak-emiterli ve ortak-beyzli devrelerde  $h_r$  ve  $h_o$  ve değerleri çok küçüktür, giriş-çıkış empedans ve akım-gerilim kazançları bu değerlerden çok az etkilenir.

$h_r \approx 0 \Rightarrow h_r \cdot V_o = 0$  alınır. Eşdeğer devrede bu eleman kısa devre alınabilir.

$h_o \approx 0 \Rightarrow \frac{1}{h_o} = \infty$  alınır. Eşdeğer devrede bu eleman açık devre alınabilir.

Ayrıca modeldeki  $h_f I_i$  akım kaynağının, giriş akımına bağımlı olduğu unutulmamalıdır.

Bunlara göre ortak-emiterli bağlantının yaklaşık eşdeğer devresi;



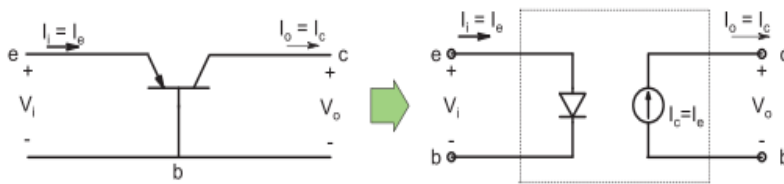
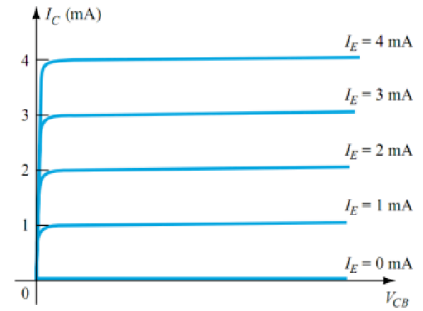
### 3.8.3 Transistörün re modeli

$h_{ie}$  parametresi transistör bilgi sayfalarında belirli bir çalışma noktası için tanımlıdır. Çalışma koşulları, katalog verilerinden farklı olması durumunda hibrid model kullanılamaz. re modeli doğrudan, devrenin DC çalışma koşulları kullanılarak belirlendiğinden üretici firmanın verdiği verilere bağımlı değildir.

$r_e$  model bir diyot ve akım kontrollü kaynak ile transistörün davranışlarını belirler.

Transistör jonksiyonlarından birisi iletme diğeri tıkamaya kutupludur. İletime kutuplanmış jonksiyon diyot gibi davranış gösterir ( $V_{CE}$  değişimlerinin ihmal edilmesi ile)

### 3.8.4 Ortak Bazlı Devre



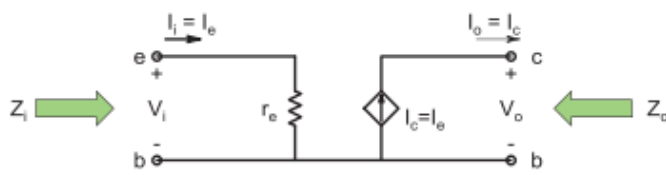
Ortak beyzli devrelerin giriş empedansı, diyodun dinamik direnci ile belirlenir.

$$r_{ac} = \frac{26mV}{I_d}$$

Ortak beyzli devre için diyod akımı emiter akımıdır;

$$r_e = \frac{26mV}{I_e}$$

$r_e$  indisi, emiter akımının DC seviyesi, AC direnc seviyesini belirlediğinden kullanılmaktadır.



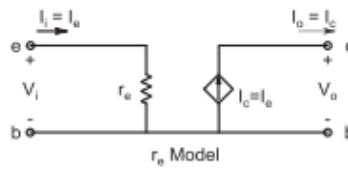
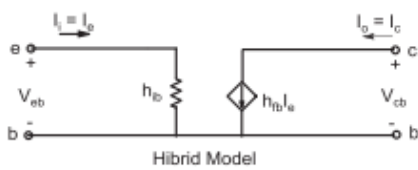
Burada;

$$Z_i = r_e (5 - 10\Omega \cdot 50\Omega),$$

$$Z_o \text{ için } V_i = 0 \Rightarrow I_c = 0 \text{ olduğundan}$$

$$Z_o = \infty$$

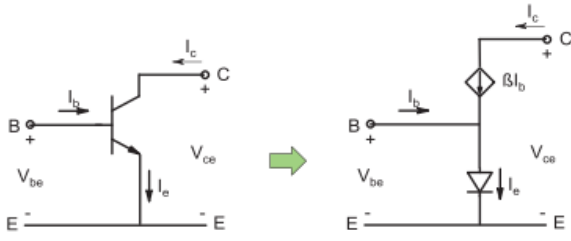
Ortak bazlı bağlantı için hibrid- $r_e$  model ilişkisi;



$$h_{ib} = r_e$$

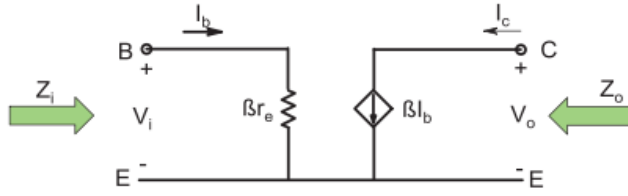
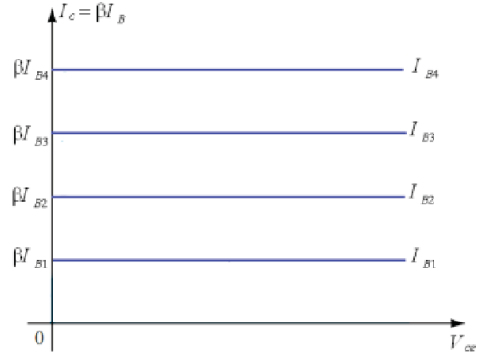
$$h_{fb} = -1$$

### 3.8.5 Ortak Emiterli Devre



$$I_e = (\beta + 1)I_b \approx \beta I_b$$

$$V_i = V_{be} = I_e r_e \approx \beta I_b r_e \Rightarrow r_{ac} = \beta r_e$$



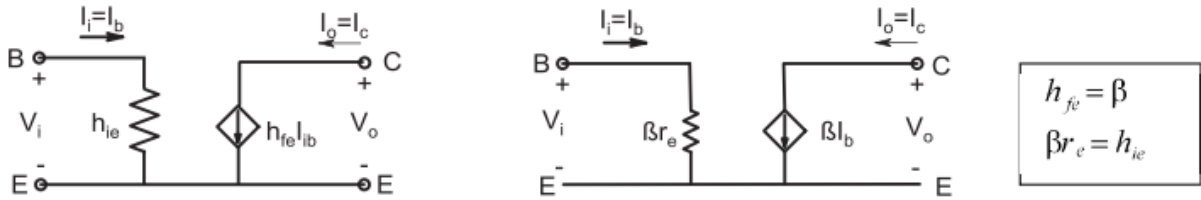
Burada;

$Z_i = \beta r_e$

$Z_o$  için  $V_i = 0 \Rightarrow I_b = 0$  olduğundan

$Z_o = \infty$

Ortak emiterli bağlantı için hibrid- $r_e$  model ilişkisi;



$r_e$  modelinde öncelikle DC analiz yapıлып  $I_e$  akımı bulunmalıdır.

Transistör bağlantı düzenlemeleri için tipik parametre değerleri

Parametre	ortak-E	ortak-C	ortak-B
$h_i$	1K $\Omega$	1K $\Omega$	20 $\Omega$
$h_r$	2.5X10 <sup>-4</sup>	$\approx 1$	3.0x10 <sup>-4</sup>
$h_f$	50	- 50	- 0,98
$h_o$	25 $\mu$ A/V	25 $\mu$ A/V	0.5 $\mu$ A/V
1/ $h_o$	40K $\Omega$	40K $\Omega$	2M $\Omega$

### 3.8.6 Transistör Küçük Sinyal Analizi

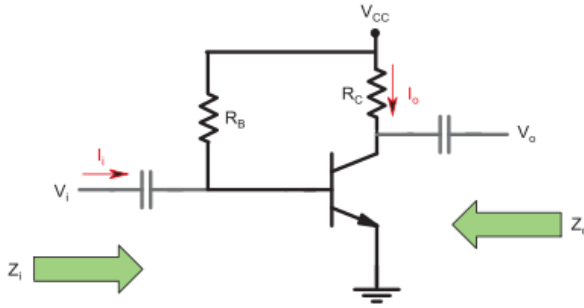
Analiz için aşağıdaki adımlar sıra ile gerçekleştirilmelidir.

1. h-parametreleri verilmemişse, DC analiz yapılarak  $r_e$  parametre bulunur.
2. AC devre çizilir; DC gerilim kaynakları kısa devre, akım kaynakları açık devre, büyük değerli kondansatörler kısa devre yapılarak AC devre çizilir (Kullanılan C 'ler çalışma frekansında çok büyük bir reaktansı olacak şekilde seçilir, kullanım amaçları katlar arasında yalıtım yapmak ve köprüleme yapmaktır).
3. Devre basitleştirilir.
4. Transistör yerine modeli konulur.
5. AC analiz yapılır;  
( $Z_i$  : giriş empedansı,  $Z_o$  : çıkış empedansı,  $A_v$  : gerilim kazancı,  $A_i$  : akım kazancı hesaplanır)

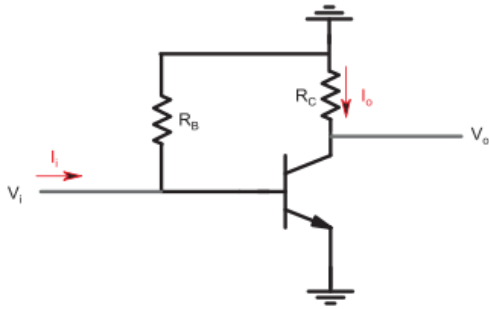
( $Z_i$  : giriş empedansı,  $Z_o$  : çıkış empedansı,  $A_v$  : gerilim kazancı,  $A_i$  : akım kazancı hesaplanır)

Analizlerde öncelikle yaklaşık eşdeğer devre kullanılacaktır.

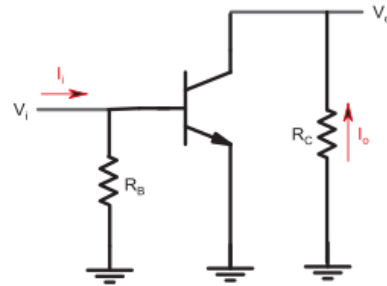
### 3.8.7 Ortak Emiterli Bağlantının Küçük Sinyal Analizi



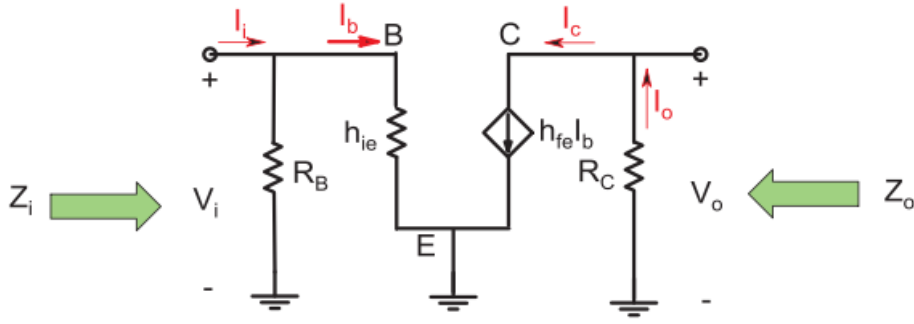
2.



3.



4.



5.

Giriş empedansı;

$$Z_i = R_B \parallel h_{ie}$$

$R_B \gg h_{ie}$  olduğundan

$$Z_i \cong h_{ie}$$

Çıkış empedansı;

Çıkış empedansı giriş kısa devre iken belirlenir. Giriş kısa devre ise bağımlı akım kaynağı sıfır olur, yani açık devredir.

$$Z_o = R_C \parallel \infty \Rightarrow Z_o = R_C$$

Gerilim Kazancı;

$$A_v = \frac{V_o}{V_i}$$

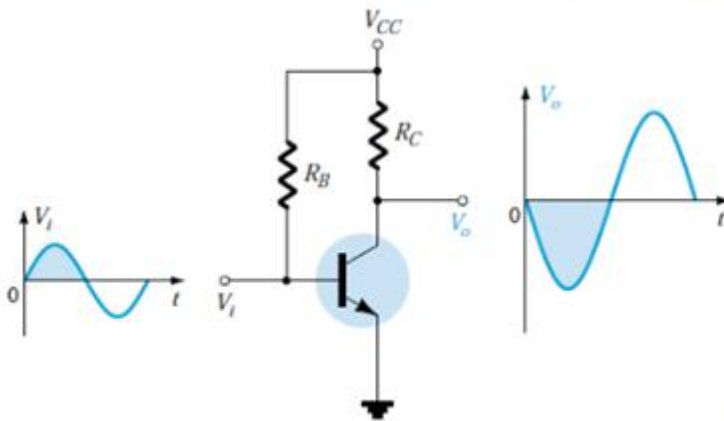
$$R_B \gg h_{ie} \Rightarrow I_b = I_i$$

$$V_o = -I_o \cdot R_C = -h_{fe} \cdot I_b \cdot R_C$$

$$V_i = I_b \cdot h_{ie} \Rightarrow I_b = \frac{V_i}{h_{ie}}$$

$$V_o \text{ ifadesinde yerine yazılırsa; } V_o = -h_{fe} \cdot \left( \frac{V_i}{h_{ie}} \right) \cdot R_C \Rightarrow \frac{V_o}{V_i} = -\frac{h_{fe}}{h_{ie}} \cdot R_C$$

Görüldüğü gibi girişle çıkış arasında  $180^\circ$  faz farkı vardır.



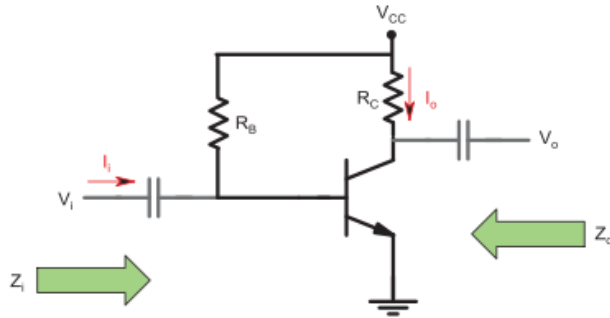
Akım Kazancı;

$$A_i = \frac{I_o}{I_i} = \frac{h_{fe} I_b}{I_b} = h_{fe}$$

$h_{fe} = \beta$  ve  $h_{ie} = \beta r_e$  yazılarak diğer model için sonuçlara ulaşılabilir.

Örnek : Aşağıdaki yükseltici devresinde  $Z_i$ ,  $Z_o$ ,  $A_v$ ,  $A_i$  değerlerini her iki modeli kullanarak

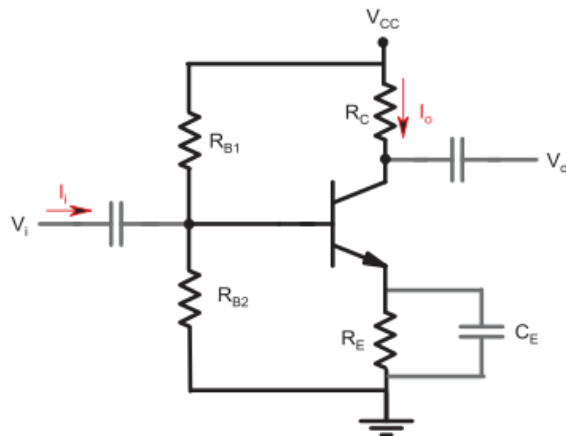
bulunuz ( $h_{fe} = 100$ ,  $I_c = 2\text{mA} \rightarrow h_{ie} = 1300$ ,  $R_B = 560\text{k}$ ,  $R_C = 3\text{k}$ ,  $V_{CC} = 12\text{V}$ ).



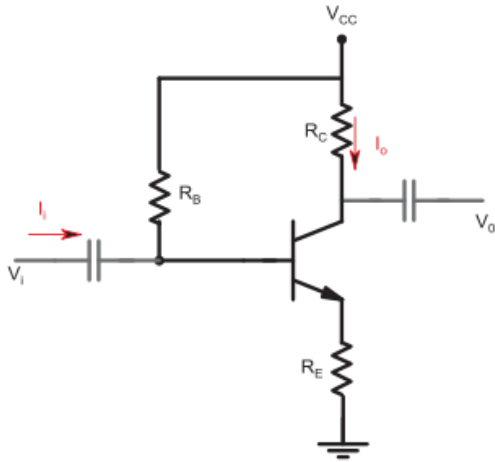
### 3.8.8 Gerilim Bölücülü Bağlantının Küçük Sinyal Analizi

Örnek : Aşağıdaki yükseltici devresinde  $Z_i$ ,  $Z_o$ ,  $A_v$ ,  $A_i$  değerlerini bulunuz ( $\beta = 90$ ,  $R_{B1} = 56\text{k}$ ,

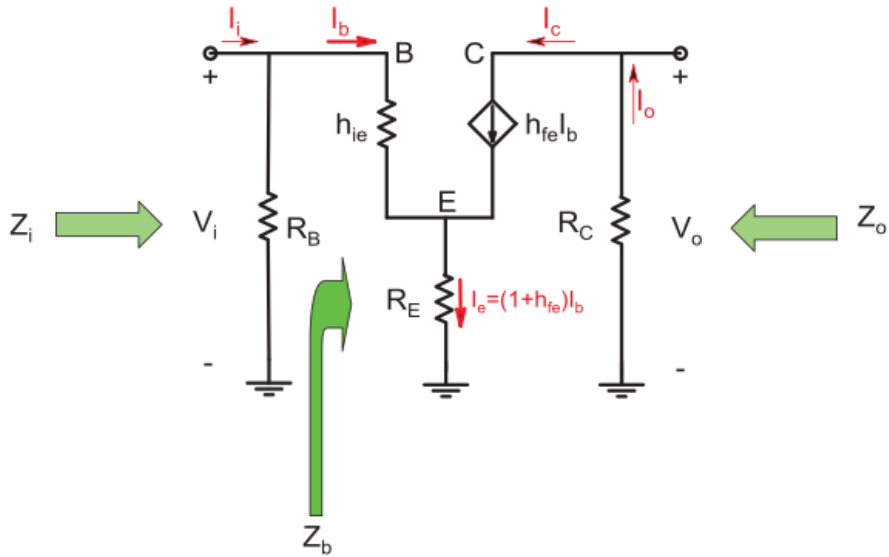
$R_{B2} = 5.6\text{k}$ ,  $R_c = 10\text{k}$ ,  $R_E = 1.5\text{k}$ ,  $V_{CC} = 22\text{V}$ )



### 3.8.9 Ortak Emiterli Köprülenmemiş Bağlantının Küçük Sinyal Analizi



AC Eşdeğeri



Giriş Empedansı;

$$Z_i = R_B \parallel Z_b$$

$Z_b$  'nin bulunması;

$$V_i = I_b \cdot h_{ie} + (1 + h_{fe}) I_b R_c, Z_b = \frac{V_i}{I_b} = h_{ie} + (1 + h_{fe}) R_c$$

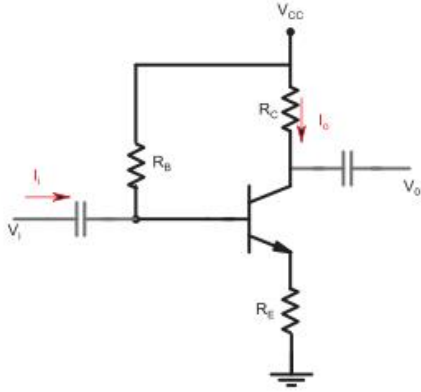
$$h_{fe} \gg 1 \text{ olduğundan } Z_b = h_{ie} + h_{fe} R_c$$

$$\text{Çogu uygulamada } h_{fe} R_c \gg h_{ie} \text{ olduğundan } Z_b \cong h_{fe} R_c$$



Örnek : Aşağıdaki yükseltici devresinde  $Z_i$ ,  $Z_o$ ,  $A_v$ ,  $A_i$  değerlerini bulunuz ( $h_{fe}=120$ ,  $h_{ie}=560$ ,

$R_B=270k$ ,  $R_C=5.6k$ ,  $R_E=1.2k$ )



DC Analiz;

$I_B=46.5\mu A$ ,

$I_E=5.578mA$ ,

$r_e=4.66\Omega$

$$Z_b = 560 + (1 + 120) 1.2k = 145.8k$$

$h_{fe} \gg 1$  olduğundan  $Z_b = h_{ie} + h_{fe} R_e$

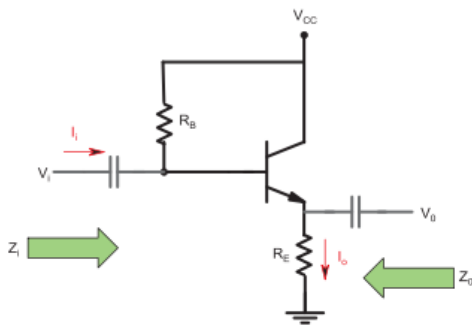
Cogu uygulamada  $h_{fe} R_e \gg h_{ie}$  olduğundan  $Z_b \cong h_{fe} R_e = 120 \cdot 1.2k = 144k$

$$Z_i = R_B \parallel Z_b = 270k \parallel 144k = 93.91k$$

$$A_v = \frac{V_o}{V_i} = \frac{-R_C}{R_E} = \frac{-5.6k}{1.2k} = -4.67$$

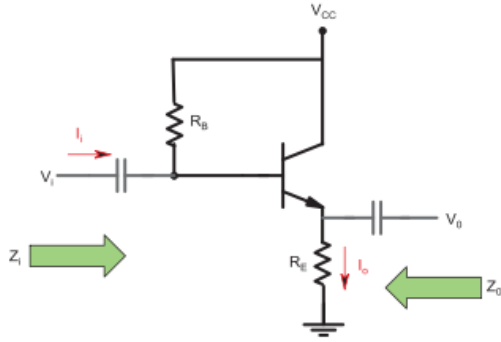
$$A_i = \frac{I_o}{I_i} = h_{fe} \cdot \frac{R_B}{R_B + Z_b} = 120 \cdot \frac{270k}{270k + 144k} = 78.261$$

### 3.8.10 Emiter İzleyici Bağlantının Küçük Sinyal Analizi



Çıkışın emiterden alınmasıyla devre emiter izleyici olarak çalışır. Çıkış gerilimi girişle aynı fazdadır. Gerilim kazancı  $A_v \approx 1$  dir. Empedans uydurmak için kullanılır. Girişte yüksek çıkışta düşük empedans özelliği gösterir. Yükün kaynak empedansına uydurulup, maximum güç transferi sağlanmış olur.

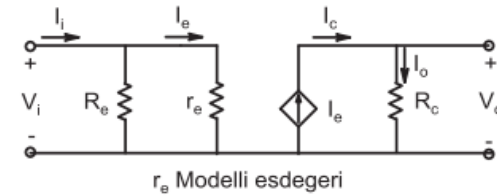
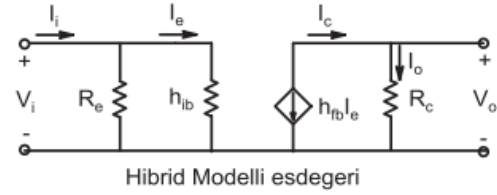
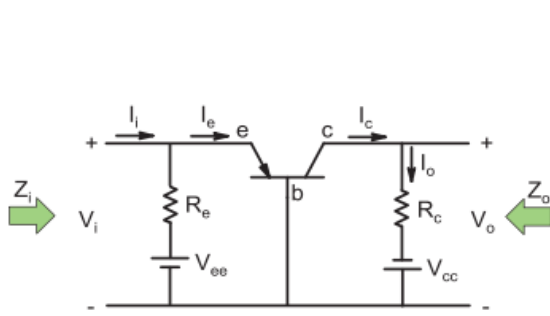
Örnek : Aşağıdaki yükseltici devresinde  $Z_i$ ,  $Z_o$ ,  $A_v$ ,  $A_i$  değerlerini bulunuz ( $h_{fe} = 98$ ,  $R_B = 220k$ ,  $R_E = 3.3k$ ,  $V_{CC} = 12V$ )



Cevap :  
 $r_e = 13\Omega$   
 $Z_i = 131.68k$   
 $Z_o = 12.9$   
 $A_v = 0.996$   
 $A_i = 39.75$

### 3.8.11 Ortak Bazlı Devrelerin Küçük Sinyal Analizi

Düşük giriş ve çıkış empedansı vardır. Akım kazancı  $< 1$  dir. Ancak gerilim kazancı oldukça yüksektir.



Hibrid model için;

Giriş Empedansı;

$$Z_i = R_e \parallel h_{ib}$$

$$Z_i = R_e \parallel h_{ib}$$

Çıkış empedansı;

Çıkış empedansı giriş kısa devre iken belirlenir. Giriş kısa devre ise bağımlı akım kaynağı sıfır olur, yani açık devredir.

$$Z_o = R_c \parallel \infty \Rightarrow Z_o = R_c$$

$$Z_o = R_c \parallel \infty \Rightarrow Z_o = R_c$$

Gerilim Kazancı;

$$A_v = \frac{V_o}{V_i}$$

$$V_o = I_o \cdot R_c = I_e \cdot R_c = -h_{fb} \cdot I_e \cdot R_c$$

$$V_i = I_e \cdot h_{ib} \Rightarrow I_e = \frac{V_i}{h_{ib}}$$

$$V_o \text{ ifadesinde yerine yazılırsa; } V_o = -h_{fb} \cdot \left(\frac{V_i}{h_{ib}}\right) \cdot R_c \Rightarrow \frac{V_o}{V_i} = -\frac{h_{fb}}{h_{ib}} \cdot R_c$$

$h_{fb}$  negatif bir değere sahip olduğundan, ortak – bazlı düzenlemede  $V_o$  ve  $V_i$  aynı fazdadır.

$$V_o = I_o \cdot R_c = I_e \cdot R_c$$

$$V_i = I_e \cdot r_e \Rightarrow I_e = \frac{V_i}{r_e}$$

$$V_o \text{ ifadesinde yerine yazılırsa; } V_o = \left(\frac{V_i}{r_e}\right) \cdot R_c \Rightarrow \frac{V_o}{V_i} = \frac{R_c}{r_e}$$

-----

Akım Kazancı;

$$R_c \gg h_{ib} \Rightarrow I_e = I_i, I_o = -h_{fb} I_e \Rightarrow I_o = -h_{fb} I_i \Rightarrow A_i = -h_{fb}$$

-----

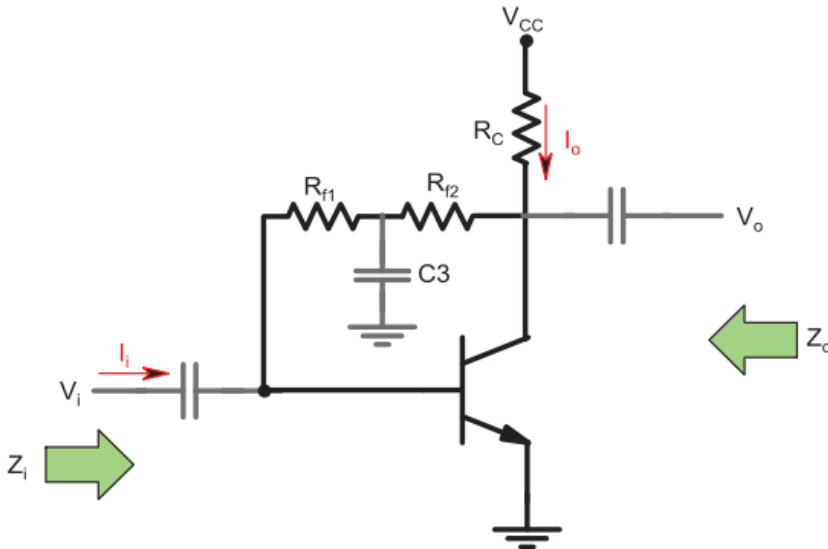
$$R_c \gg r_e \Rightarrow I_e = I_i, I_o = I_e \Rightarrow I_o = I_e = I_i \Rightarrow A_i = 1$$

\*koyu yazılanlar  $r_e$  model içindir.

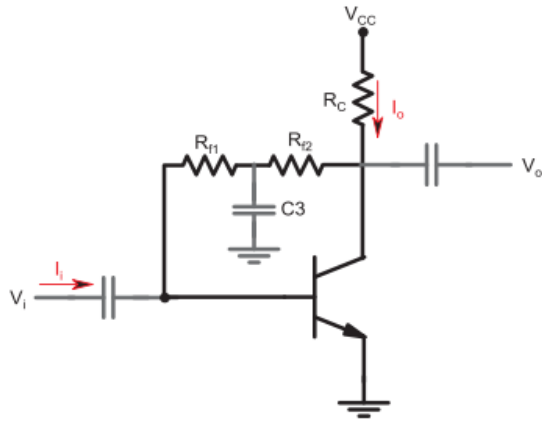
**ÖRNEK:** Aşağıdaki devre için  $Z_i$ ,  $Z_o$ ,  $A_v$  ve  $A_i$ 'yi belirleyin.

### 3.8.12 Kollektör Geri Beslemeli Devrelerin Küçük Sinyal Analizi

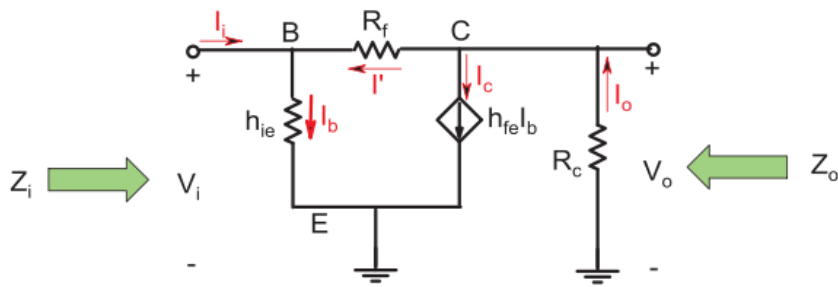
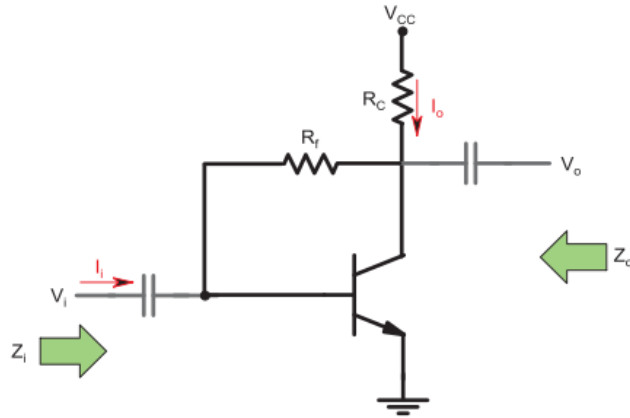
Kararlılığı arttırmak için bir dc geri besleme direnci eklenmiştir. Ancak C3 kondansatörü, bu dc geri besleme direncinin bir bölümünü, ac durumdaki devrenin giriş ve çıkışına kaydırır. Giriş ve çıkışa kaydırılan  $R_f$  oranı, istenilen ac giriş ve çıkış direnç seviyeleri ile belirlenir.



**ÖRNEK:** Aşağıdaki devre için  $Z_i$ ,  $Z_o$ ,  $A_v$  ve  $A_i$ 'yi belirleyin ( $R_{f1}=120k$ ,  $R_{f2}=68k$ ,  $R_c=3k$ ,  $V_{cc}=12, \beta=140$ ).



Cevap :  
 $r_e=10.04\Omega$   
 $Z_i=1.38k$   
 $Z_o=2.87k$   
 $A_v=-285.86$   
 $A_i=132.54$



Gerilim Kazancı;

C noktasına göre KAK yazılırsa;

$$I_o = I_c + I', \quad I_c = h_{fe} I_b \Rightarrow I_o = h_{fe} I_b + I'$$

Beyz akımı kollektör akımından çok küçüktür,

$$h_{fe} I_b \gg I' \Rightarrow I_o \cong h_{fe} I_b \Rightarrow V_o = R_c I_o = -R_c h_{fe} I_b$$

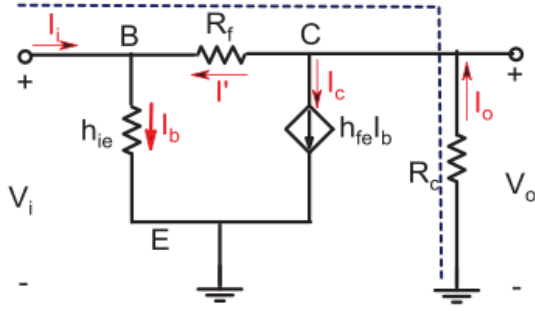
$$V_i = I_b h_{ie} \Rightarrow I_b = \frac{V_i}{h_{ie}}$$

Beyz akımı çıkış gerilimi denkleminde yerine yazılırsa;

$$V_o = -R_c h_{fe} \left( \frac{V_i}{h_{ie}} \right) \Rightarrow \frac{V_o}{V_i} = - \frac{R_c h_{fe}}{h_{ie}}$$

Akım Kazancı;

Kesikli çizgilerle çizilen yola KKG uygulanırsa;



$$V_i + V_{rf} - V_o = 0, I_b h_{ie} + (I_b - I_i) R_f + I_o R_c = 0$$

$$I_o \cong h_{fe} I_b \Rightarrow I_b = \frac{I_o}{h_{fe}}$$

$$\left( \frac{I_o}{h_{fe}} \right) h_{ie} + \left( \left( \frac{I_o}{h_{fe}} \right) - I_i \right) R_f + I_o R_c = 0$$

$$I_o \left( \frac{h_{ie}}{h_{fe}} + \frac{R_f}{h_{fe}} + R_c \right) = I_i R_f$$

$$\frac{I_o}{I_i} = \frac{R_f}{\frac{h_{ie}}{h_{fe}} + \frac{R_f}{h_{fe}} + R_c} \Rightarrow A_i = \frac{R_f h_{fe}}{h_{ie} + R_f + h_{fe} R_c}$$

$$h_{ie} \ll R_f \text{ ve } h_{ie} \ll h_{fe} R_c \Rightarrow A_i = \frac{R_f h_{fe}}{R_f + h_{fe} R_c}$$

$$\text{eger } R_f \ll h_{fe} R_c \Rightarrow A_i = \frac{R_f h_{fe}}{h_{fe} R_c} = \frac{R_f}{R_c}$$

Giriş Empedansı;

$R_f$  direncinden dolayı  $V_i / I_i$  formatında bulunmalıdır. B noktasında göre KAK,

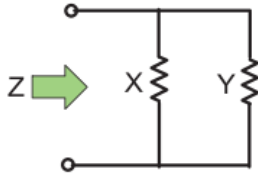
$$I_b = I_i + I', I' = \frac{V_o - V_i}{R_f} \Rightarrow I_b = I_i + \frac{V_o - V_i}{R_f}$$

$$V_o \gg V_i \Rightarrow I_b \cong I_i + \frac{V_o}{R_f}, V_i = I_b \cdot h_{ie} \Rightarrow I_b = \frac{V_i}{h_{ie}}$$

$$\frac{V_i}{h_{ie}} = I_i + \frac{V_o}{R_f} \Rightarrow V_i = \left( I_i + \frac{V_o}{R_f} \right) h_{ie}$$

$$A_v = \frac{V_o}{V_i} \Rightarrow V_o = A_v \cdot V_i, V_i = \left( I_i + \frac{A_v \cdot V_i}{R_f} \right) h_{ie} = I_i h_{ie} + \frac{A_v \cdot V_i h_{ie}}{R_f}$$

$$V_i \left( 1 - \frac{h_{ie} A_v}{R_f} \right) = I_i \cdot h_{ie} \Rightarrow \frac{V_i}{I_i} = \frac{h_{ie}}{1 - h_{ie} \left( \frac{A_v}{R_f} \right)}$$



$$Z = X // Y$$

$$Z = \frac{X \cdot Y}{X + Y}, \text{ Her iki taraf } X \text{ ile bolunurse;}$$

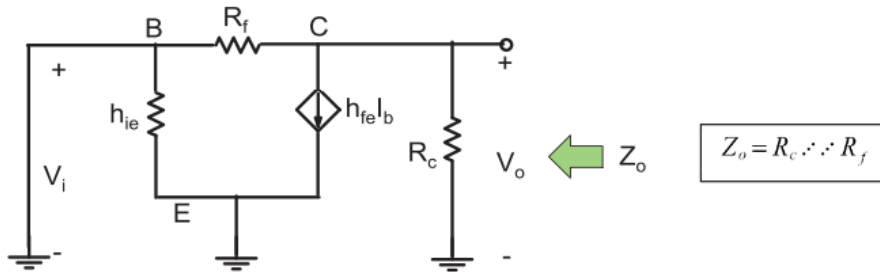
$$Z = \frac{Y}{1 + \frac{Y}{X}}$$

$Y = h_{ie}$  ve  $X = R_f / A_v$

$$Z_i = \frac{V_i}{I_i} = h_{ie} \cdot \frac{R_f}{|A_v|}$$

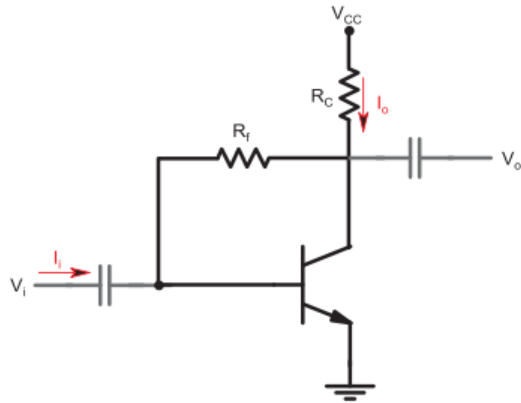
Giriş empedansından önce gerilim kazancı bulunmalıdır.

Çıkış empedansı için giriş gerilimi toprağa çekilir.



$$Z_o = R_c \cdot R_f$$

**ÖRNEK:** Aşağıdaki devre için  $Z_i$ ,  $Z_o$ ,  $A_v$  ve  $A_i$ 'yi belirleyin ( $R_f = 180k$ ,  $R_c = 2.7k$ ,  $V_{cc} = 9$ ,  $\beta = 200$ ).



Cevap :  
 $r_e = 11.3\Omega$

$$A_v = \frac{V_o}{V_i} = - \frac{R_c h_{fe}}{h_{ie}} = \frac{\beta R_c}{\beta r_e} = -238.94$$

$$A_i = \frac{R_f h_{fe}}{R_f + h_{fe} R_c} = \frac{\beta R_f}{R_f + \beta R_c} = 50$$

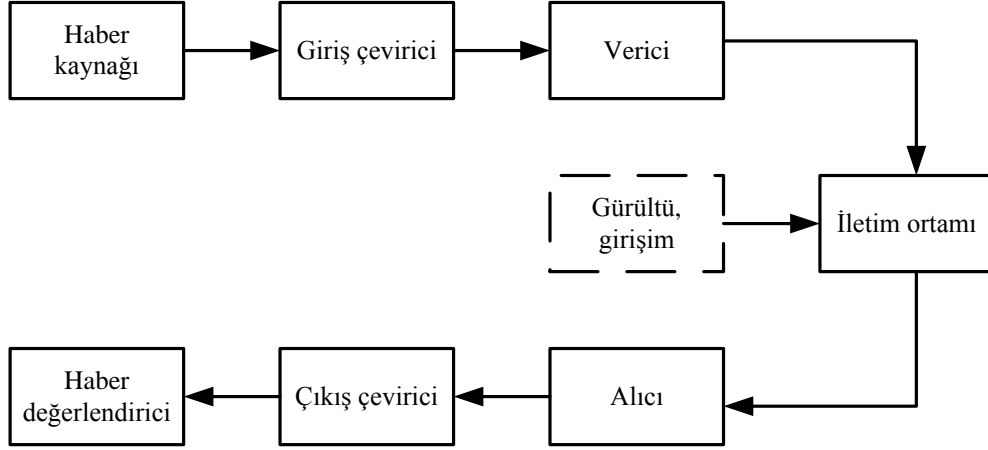
$$Z_i = \beta r_e \cdot \frac{R_f}{|A_v|} = (200 \cdot 11.3) \cdot \frac{180k}{|-238.94|} = 0.565k\Omega$$

$$Z_o = R_c \cdot R_f = (2.7k) \cdot (180k) = 2.66k\Omega$$

## 4 HABERLEŞME SİSTEMLERİ

### 4.1 Giriş

Anlamalı bir bilginin karşılıklı alış verişine haberleşme denir. Teknolojinin hızla ilerlemesi, elektronik medya, internet ve kablosuz iletişimin de yaygınlaşmasıyla elektronik cihazlarla haberleşme, günümüzde iletişim kavramına küresel bir anlam katmış ve iletişimin büyük bir kısmı artık elektronik ortamda yapılır hale gelmiştir.



**Şekil.** Tipik bir haberleşme sisteminin blok diyagramı.

Haberin cinsine ve iletişim türüne göre değişiklik arz etmesine rağmen, bir bilginin bir yerden alınıp diğer bir yere aktarımı için kullanılacak haberleşme sistemi, temel olarak Şekil'deki blok şema ile gösterilebilir.

Haberleşmenin amacı, herhangi bir biçimdeki bilginin zaman ve uzay içinde *kaynak* adı verilen bir noktadan *kullanıcı* olarak adlandırılan başka noktaya aktarılmasıdır.

Haberleşme sistemleri, istenilen iletişim türüne göre tasarlanır. Değişik iletişim türlerine şu örnekler verilebilir:

- Birbirinden uzakta A ve B kişileri birbirlerine mesaj göndermek isterlerse, *hat* adı verilen bir bilgi aktarım kablosu kullanılabilir.
- Eğer birbirleri ile iletişim kurmak isteyen birçok kişi varsa, bir ya da birkaç merkezi anahtarlama istasyonu bulunan bir telefon sistemi kullanılabilir.
- Kısa uzaklıklar içinde birbirlerine bilgi iletmek isteyen az sayıda kullanıcı varsa ve bunlar sürekli yer değiştiriyorlarsa, *alıcı-verici* olarak da adlandırılan bir çeşit radyo iletişimi gereklidir.
- Çok sayıda kullanıcıya bilgi göndermek isteyen tek bir kaynak varsa, bir radyo ya da TV vericisi kullanılabilir. Bu durumda, haberleşme sistemi tek bir kaynak ve çok sayıda alıcıdan oluşur.

### 4.2 Bir Haberleşme Sisteminin Bileşenleri

#### 4.2.1 Haber (Bilgi) Kaynağı

Çeşitli bilgi kaynakları var olduğu için *giriş mesajı* değişik biçimlerde ortaya çıkabilir. Haber kaynağı tarafından üretilen bilgiler;

- (a) Ses, konuşma, müzik, görüntü ve resim gibi zamanın sürekli bir işlevi olan *analog bilgiler* olabilirler.
- (b) Bilgisayarlar arası bilgi aktarımında kullanılan “0” ve “1”ler gibi ayırık sembollerden oluşan ikili kodlu diziler, grafik semboller, mikroişlemci işlem kodları gibi *sayısal bilgiler* olabilirler.

Bu dersin kapsamında işlenecek olan işaretler *sürekli-zamanlı işaretler* olduğundan dolayı yukarıdaki şekilde verilen haberleşme sisteminin bir *analog haberleşme sistemi* olduğu düşünülecektir.

#### 4.2.2 Giriş dönüştürücüsü

Bilgi kaynağı tarafından üretilen giriş mesajının iletme uygun olması için, bir dönüştürücü yardımıyla elektriksel işaretlere (elektriksel akım veya gerilim değişmelerine) dönüştürülmesi gerekir. Bu amaç için enerji dönüştürücülerinden faydalanılır. Örneğin; bir mikrofon yardımı ile ses ve akustik dalgalar, video kamerası ile de görüntüler elektriksel işaretlere dönüştürülürler.

#### 4.2.3 Çıkış dönüştürücüsü

Alıcı tarafta elde edilen elektriksel işaretlerin kullanıcılar açısından bir anlamının olabilmesi için uygun bilgi biçimlerine dönüştürülmesi gerekir. Aynen giriş dönüştürücüsünde olduğu gibi bu amaç için de enerji dönüştürücülerinden faydalanılır. Bu elektriksel işaretler, örneğin, hoparlör yardımıyla ses veya konuşmaya, foto-elektrik tüpler yardımıyla da görüntüye dönüştürülürler.

Bir haberleşme sisteminde giriş ve çıkış dönüştürücülerinin var olduğu varsayılarak, bundan sonra temel olarak işaretin iletimi üzerinde durulacaktır.

### 4.3 Temel bileşenler

Herhangi bir haberleşme sistemi, verici (transmitter), haberleşme kanalı (communication channel), ve alıcı (receiver) olmak üzere üç ana kısımdan oluşur. Bu kısımların her biri işaret iletiminde önemli bir rol oynar.

#### 4.3.1 Verici

Verici, haberleşme kanalının özelliklerine uyan bir işaret üretmek amacıyla giriş işaretini işler ve iletim için uygun bir biçime dönüştürür. Giriş işaretinin iletme uygun hale getirilmesi (iletim kolaylığı, kanal gürültüsünün azaltılması ve çoğullama) *modülasyon* ile sağlanır. Ders kapsamında incelenen haberleşme sistemi analog olduğundan dolayı, *kodlama (coding)* işlemine gerek yoktur. Sonuç olarak, analog işaretler bir haberleşme kanalı üzerinden taşıyıcı modülasyonu yoluyla doğrudan doğruya gönderilirler.

Radyo ve televizyon yayınlarında, her bir verici istasyonu için frekans aralıkları tahsis edilmiştir. Bundan amaç, gönderilecek işaretlerin birbirine karışmasını engellemek ve frekans alanından olabildiğince çok yararlanmaktır. Bu sebeple verici, kendine tahsis edilen frekans bandında olacak şekilde gönderilecek olan işaretleri ilgili frekans bandına kaydırır. Böylece, birçok radyo istasyonu tarafından gönderilen işaretler birbirleriyle karışmazlar. Tüm bu işlemler, modülasyon ile sağlanır.

Analog iletişim sistemlerinde modülasyon, analog sinüzoidal bir taşıyıcının belirli bir özelliğini (genlik, frekans ve faz) mesaj işaretine göre değiştirme ve daha sonra da modülasyonlu taşıyıcının iletimini gerçekleştirme sürecidir. Üç tip taşıyıcı modülasyonu olup, bunlar; *genlik modülasyonu* (amplitude modulation, AM), *frekans modülasyonu* (frequency modulation, FM), ve *faz*



*modülasyonu* (phase modulation, PM) olarak adlandırılırlar. Bu modülasyon türlerinin her biri ayrıntılı olarak ileriki bölümlerde incelenecektir.

### 4.3.2 İletim ortamı (Haberleşme kanalı)

Haberleşme kanalı, mesaj işaretini vericiden alıcıya göndermek (aktarmak) için kullanılan fiziksel bir iletim ortamıdır. Telsiz haberleşmesinde, kanal genellikle atmosferdir (serbest uzaydır). Diğer taraftan, telefon kanalları, telli bağlantılar (havai hatlar, kablolar), fiber optik kablolar ve telsiz (mikrodalga radyo) gibi çeşitli iletim ortamlarını kullanırlar. Ayrıca, koaksiyel (coaxial) kablolar, lazer ışınları ve dalga kılavuzları da haberleşme kanallarına örnek olarak verilebilir. Bu haberleşme kanallarından bazılarına ilişkin önemli özellikler aşağıda özetlenmiştir.

#### 4.3.2.1 Tel hatlı kanallar

Telefon ağları, ses işaretlerinin iletimi ve aynı zamanda veri ve görüntü iletimi için tel hatların kullanımını yaygınlaştırmıştır. Bükülü çift iletkenli hatlar ve koaksiyel (eşmerkezli, eş eksenli) kablolar, temel olarak orta seviyede bant genişlikleri sağlayan kılavuzlanmış elektromanyetik kanallardır. Şöyle ki, genellikle bir kullanıcıyı merkez ofise bağlamak için kullanılan telefon hatları bir kaç yüz kilo hertz (KHz) bant genişliklerine sahipken koaksiyel kablo mega hertzler (MHz) mertebesinde kullanılabilir bant genişlikleri sunar. Bu tip kanallar yoluyla iletilen işaretler, hem genlik hem de faz bozulmalarına ve de toplamsal gürültüye maruz kalırlar. Bükülü çift iletkenli hatlar ayrıca birbirine yakın kanallardan dolayı oluşan girişime (crosstalk interference) meyillidirler.

#### 4.3.2.2 Fiber optik kanallar

Fiber optik kanallar, koaksiyel kablolardan kat kat fazla bant genişlikleri sunarlar. Bir haberleşme kanalının bilgi taşıma kapasitesi, bu kanalın bant genişliği ile doğru orantılıdır. Başka bir deyişle, bant genişliği ne kadar fazla olursa, kanalın bilgi taşıma kapasitesi de o kadar fazla olur. Fiber optik kanallarda kullanılan taşıyıcı ışık frekansları  $10^{14}$  Hz ile  $10^{15}$  Hz arasında olup, bu yaklaşık olarak 100.000 GHz'lik bir kanal bant genişliği kapasitesi demektir. Bu açıdan bakıldığında fiber optik kablolar, telefon şirketlerinin kullanıcılarına ses, veri, faks, ve görüntü iletimi gibi geniş bir yelpazede hizmet vermesine imkan sağlar. Bir fiber optik haberleşme sisteminde verici veya modülasyon işlemini gerçekleştiren modülatör, ya bir ışık yayan diyot (LED) ya da bir lazer'dir. Bilgi, mesaj işareti ile ışık kaynağının şiddeti değiştirilerek (modülasyon) iletilir. Işık, bir ışık dalgası olarak fiber yoluyla yayılır ve iletim yolu boyunca işaret zayıflamasını karşılamak, telafi etmek için periyodik olarak kuvvetlendirilir (Sayısal haberleşmede ise ışık ilk olarak belirlenir ve tekrarlayıcılar (repeater) ile yeniden üretilir). Alıcı tarafta ise ışık şiddeti bir foto diyot ile tespit edilir. Foto diyot çıkışı, üzerine çarpan ışığın gücü ile orantılı olarak değişen bir elektriksel işarettir. Fiber optik iletişim ile ilgili geniş bilgi için kaynağa başvurulabilir.

### 4.3.3 İletim Ortamından Kaynaklanan Bozulmalar ve Gürültü

**İşaret Zayıflaması (Attenuation):** İletişim mesafesi arttıkça sinyal zayıflar ve alıcıya yeterli enerji ulaşmaz.

**İşaret distorsiyonu :** Ortam üzerinde ilerleyen sinyalin içerdiği farklı frekansların farklı zayıflamalarıyla hedefe ulaşması

**Gecikme distorsiyonu (dispersiyon) bozulması :** Sinyali oluşturan farklı frekansların veya fiber optik kablo içindeki ışık ışınlarının farklı yollar takip etmesi sebebiyle hedefe farklı zamanlarda varmasının sonucu olarak işaret şeklinin değişmesi

**Gürültü:** İşareti bozan ve sisteme ne zaman gireceği belli olmayan herhangi bir enerjidir. Güneş ışığı, flouresan lamba, motor ateşleme sistemleri birer gürültü kaynağıdır.

### **Gürültü (bozucu etkiler) Çeşitleri:**

**Interference** : İstenmeyen sinyaller sistemimize girerek sinyalimizde bozucu etki meydana getirebilirler. İstenmeyen sinyallerin sisteme girerek sinyali bozmasına interference denir. Interference etkisinden kurtulmak için istenmeyen sinyal kaynakları sistem den uzaklaştırılır.

**Termal (Isıl ) Gürültü:** Devreyi oluşturan; direnç,transistör vb. elemanlarda bulunan serbest elektronlar ortam sıcaklığı nedeniyle gürültü oluşturabilirler. Bu çeşit gürültü; termal gürültü, beyaz gürültü ya da Johnson gürültüsü olarak isimlendirilirler.

Gürültü tarafından oluşturulan güc Johnson güc formülü ile ifade edilir.

$$P_n = 4kTB$$

Bu formülde ;

P:Gürültü tarafından üretilen güç, k: Boltzman sabiti  $1.38 \times 10^{-23}$  J/K, T:Sıcaklık (Kelvin)

B:Bant genişliği (Hertz)

Direnç tarafından oluşturulan termal gürültünün efektif voltaj değeri aşağıdaki formül ile ifade edilir.

$$e_n = \sqrt{4kTBR}$$

**Intermodulations:** Sinyaller harmonik frekanslarının toplamından oluşur . 1 kHz lik bir kare dalga; 1KHz, 3KHz, 5KHz, 7KHz,...gibi sonsuz sayıda sinüzoidal tek harmonik frekanslarının toplamından oluşur.

İki tane farklı kare dalga birlikte yükseltildiklerinde bu frekansların harmonikleri de beraber yükseltirler. Bu harmonikler içinde yer alan 2 harmonik frekansının birbirine karışması intermodülasyon gürültüsü meydana getirir.

**Crosstalk (Çapraz konuşma):** Aynı kılıf içerisinde yan yana bulunan kablolardaki sinyallerin birbirine tesir etmeleridir. Crosstalk etkisinden kurtulmak için kablolar bükümlü yapılır.

**Shot gürültüsü:** Shot gürültüsüne transistör gürültüsü de denir. Bir diyot içindeki darbe gürültüsü aşağıdaki formül ile gösterilir.

$$i_n = \sqrt{2q_e I_{dc} BW}$$

$q_e$  : Elektron şarjı ( $1,6 \times 10^{-19}$  C)

$I_{dc}$ :Dc akım (Amper)

BW : Bant Genişliği (Hertz)

## **4.3.4 Frekans, Periyot ve Dalga Boyu**

### **4.3.4.1 Frekans**

İşaretin 1 saniyedeki tekrarlama (cycle-saykıl) sayısıdır. Birimi Hertz'dir

Frekans  $f = \frac{1}{T}$  formülüyle hesaplanabilir. Burada:

f = Frekans  
T = Peryot 'tur.

f=1 KHz=1000Hz=10<sup>3</sup> Hz  
f=1 MHz=1 000 000= 10<sup>6</sup> Hz  
f=1GHz=1 000 000 000=10<sup>9</sup> Hz

**Örnek:** Peryodu 1mS olan sintüsoidal sinyalin frekansını hesaplayınız.

**Çözüm:**  $f = \frac{1}{T} = \frac{1}{1*10^{-3}sn} = \frac{10^3}{1} = 1000Hz = 1KHz$

#### 4.3.4.2 Periyot

İşaretin bir saykılını tamamlama süresidir. Birimi saniyedir. Frekansın tersidir. Aşağıdaki formül ile hesaplanır

$$T = \frac{1}{f}$$

**Örnek:** Frekansı 1Mhz olan sinyalin periyodunu bulunuz.

**Çözüm:**  $T = \frac{1}{f} = \frac{1}{1*10^6} = \frac{10^{-6}}{1} = 10^{-6}sn = 1\mu sn$

#### 4.3.4.3 Dalga Boyu

Bir işaretin 1 saykılının aldığı yola dalga boyu denir.  $\lambda$  Simgesi ile gösterilir. Birimi metredir.

$$\lambda = \frac{\text{ışık hızı}}{\text{frekans}} = \frac{c}{f}$$

$$\lambda = \frac{c}{f} = \frac{300000000m/sn}{\text{Hertz}}$$

**Örnek:** Frekans 100KHz olan bir sinyalin dalga boyu ne kadardır?

$$\text{Çözüm: } \lambda = \frac{c}{f} = \frac{300 * 10^6}{100 * 10^3} = 3 * 10^3 m = 3000m = 3Km$$

#### 4.4 Haberleşme Sistemlerinde Güç Oranı Ve İşaret Düzey Birimleri

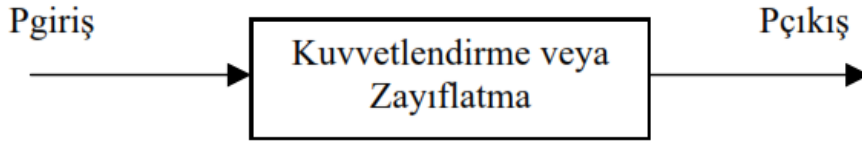
##### 4.4.1 Bell ve Decibell

Sinyaller iletim hattı üzerinde giderken zayıflarlar. Zayıflayan bu sinyaller tekrarlayıcılar vasıtasıyla yeniden kuvvetlendirilerek hatta verilirler. Zayıflamanın ya da kuvvetlendirmenin logaritmik ölçüsü Bell laboratuvarı tarafından Amerika'lı Alexander Graham Bell' in hatırasına Bell olarak isimlendirilmiştir.

Bell ; bağıl güç ya da voltaj düzeyini logaritmik olarak ifade etmekte kullanılır.

$$\text{Bell} = \text{Log}_{10} \frac{P_{\text{çıkış}}}{P_{\text{giriş}}}$$

Bell büyük bir birim olduğu için Bell' in 10 katı olan decibell (dB) tanımı yapılmıştır. İletim hattı üzerinde sinyal kuvvetlendirmesi varsa dB pozitif ,sinyal zayıflaması varsa dB negatif çıkar.



$$\text{dB} = 10 \text{Log}_{10} \frac{P_{\text{çıkış}}}{P_{\text{giriş}}} \quad (\text{Güçlerin oranı olarak dB tanımı})$$

$$\text{dB} = 20 \text{Log}_{10} \frac{V_{\text{çıkış}}}{V_{\text{giriş}}} \quad (\text{Voltajların oranı olarak dB tanımı})$$

##### 4.4.2 Referans Düzeyli Decibell

**dBm:** Referans düzeyi olarak 1 mW alınır.

$$\text{dB} = 10 \text{Log}_{10} \frac{P_{\text{çıkış}}}{P_{\text{giriş}}}$$

$$\text{dBm} = 10 \text{Log}_{10} \frac{P_{\text{çıkış}}}{1mW}$$

**dBv:** Referans düzeyi olarak 1 Volt alınır

$$dBv = 20 \log_{10} \frac{V_{\text{çikiş}}}{1 \text{ Volt}}$$

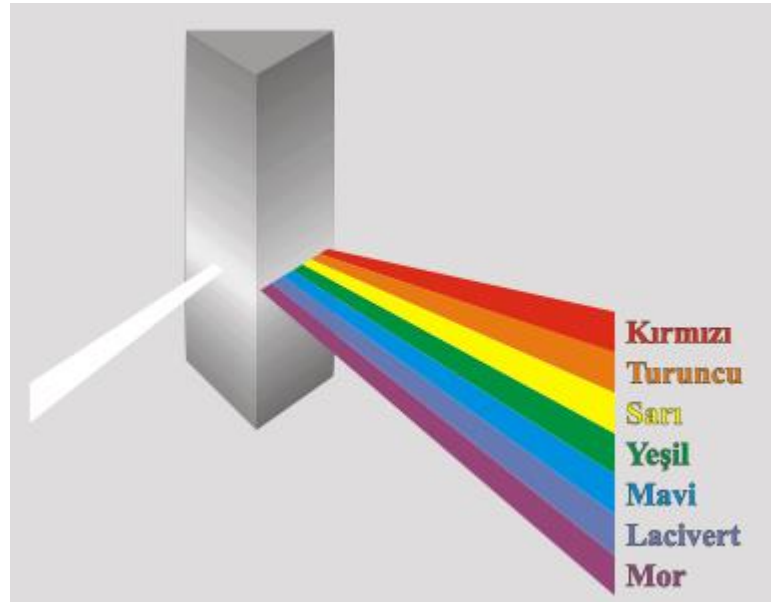
**NOT:** Sinyal seviyelerindeki 10 dB lik bir artış oran olarak sinyal gücünün 10 ile çarpılması anlamına gelir. Sinyal seviyelerindeki 10 dB lik bir azalma oran olarak sinyal gücünün 10 ile bölünmesi anlamına gelir Sinyal seviyelerindeki 3 dB lik bir artış oran olarak 2 kat artışa karşılık gelir. Sinyal seviyelerindeki 3 dB lik bir azalma oran olarak sinyal gücünün 2 ile bölünmesi anlamına gelir

#### 4.5 Frekans Domeninde Analiz

Yer küremizde gözlenen jeofizik olaylar zamana yada uzaklığa bağlı olarak gelişir. Gözlenen jeofizik olay zamanın bir fonksiyonu ise **zaman ortamı** (Time Domain), uzunluğun bir fonksiyonu ise **uzaklık ortamı** (Space Domain) sözkonusudur. Şayet olay frekansa bağlı olarak gözlenmiş, yani frekansın bir fonksiyonu ise **frekans ortamı** (Frequency Domain)'ndan söz edilir.

Bunun gibi, herhangi bir ortamda gözlenmiş bir sinyalin başka bir ortama aktarılmasına **dönüşüm** ve aktarma tekniklerine de **dönüşüm yöntemleri** denir. Fourier, Laplace, Hankel, Hilbert, Z dönüşümü gibi çeşitli dönüşüm yöntemleri geliştirilmiştir.

“Ortam” ve “dönüşüm” kavramlarının daha iyi anlaşılması için frekans çözümlemesi yapan ışık prizmasının gözden geçirilmesi daha yararlı olacaktır. Beyaz ışığın optik prizmaya verildiği tarafa A, farklı frekansta yedi ayrı renk şeklindeki bileşenlerinin elde edildiği tarafa da B diyelim. Tersine, prizmanın B tarafından bu yedi renk verilirse A tarafından beyaz ışık elde edileceğini biliyoruz. Burada gerek A bölgesi gerekse B bölgesi aynı bilgiyi tanımlamakta ancak olaya bakış açısı farklıdır.



**Şekil. Beyaz ışığın optik spektrumu**

Yukarıdaki örnekte, sadece beyaz ışığın incelenmesi, kaynak hakkında hiç bir bilgi vermeyebilir. Buna karşılık prizmadan geçirilip ayrıştırılarak farklı frekanstaki bileşenleri diğer bir deyişle

spektrumu elde edilirse, bileşenlerinin dalga boyu veya frekansları, miktarları ve birbirlerine oranları incelenerek beyaz ışığı veren kaynağın bileşimi, ısısı ve onu meydana getiren malzemenin yapısı hakkında çok ayrıntılı bilgiler elde edilebilir. Bunun gibi, zaman serilerinin zaman veya güç spektrumlarının incelenmesi onun yapısı veya orijini hakkında önemli bilgiler verebilir. Diğer yollarla bu bilgilerin sağlanması olanaklı olmayabilir.

#### 4.5.1 Spektrum Kavramı

Zaman ortamında gözlenmiş verilerin frekans ortamına aktarılması ile elde edilen verilere **spektrum** adı verilir. Zaman ortamındaki enerji veya genlik gibi büyüklüklerin frekans ortamında, frekans veya dalga sayısı gibi parametrelere göre değişimini belirtmek için kullanılır. Matematik olarak,  $f(t)$  şeklinde gösterilen bir sinyalin spektrumu  $F(\omega)$  ile verilir. Buradaki  $\omega$  açısal frekanstır. Spektrumu ifade eden  $F(\omega)$  fonksiyonu karmaşık(complex) olup aşağıdaki iki şekilden birisi ile gösterilebilir.

1) Gerçel ve sanal kısımların toplamı olarak

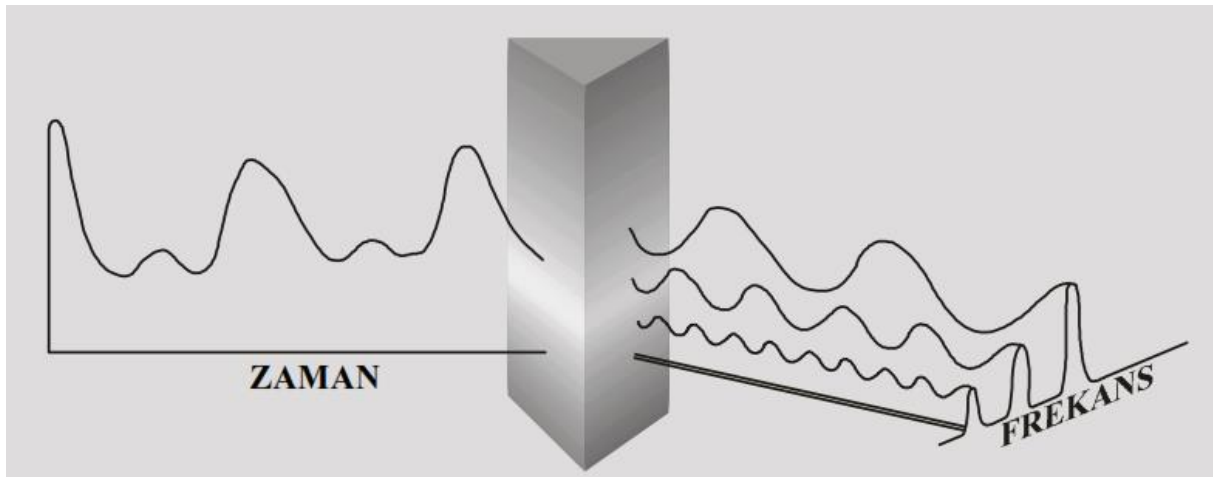
$$F(\omega) = a(\omega) - ib(\omega)$$

2) Gerçel ve sanal kısımların çarpımı şeklinde

$$F(\omega) = |F(\omega)| \cdot e^{i\phi(\omega)}$$

#### 4.5.2 Fourier Dönüşümü

Fourier dönüşümü; bir takım sinüsoidal fonksiyonların toplamından oluştuğu düşünülen bir  $f(t)$  fonksiyonunu bileşenlerine ayırıp her bileşenin genliğinin bulunması esasına dayanır. Fourier dönüşümü zaman ortamından (time domain) frekans ortamına (frequency domain) geçişi sağlayan tersinir bir araçtır. Bir önceki Şekilde beyaz ışık yerine sismik sinyali koyarak “taraf” yerine ise “ortam” deyimleri kullanılarak dönüşüm kavramına doğru bir geçiş sağlanabilir.



**Şekil: Frekans analizi yapan optik prizma; zaman (veya özel) ortamındaki beyaz ışığı, frekans ortamında renk spektrumuna dönüştürür.**

Zaman ortamındaki bir olayın frekans ortamındaki gösterimine onun **spektrumu** denir. Zaman ortamındaki bir dizi genlik değeri ile anlatılan bilginin frekans ortamındaki gösterimi, genlik ve faz spektrumu ile olur. Genliklerin frekansın fonksiyonu olarak gösterilişine “**genlik spektrumu**” ve yine

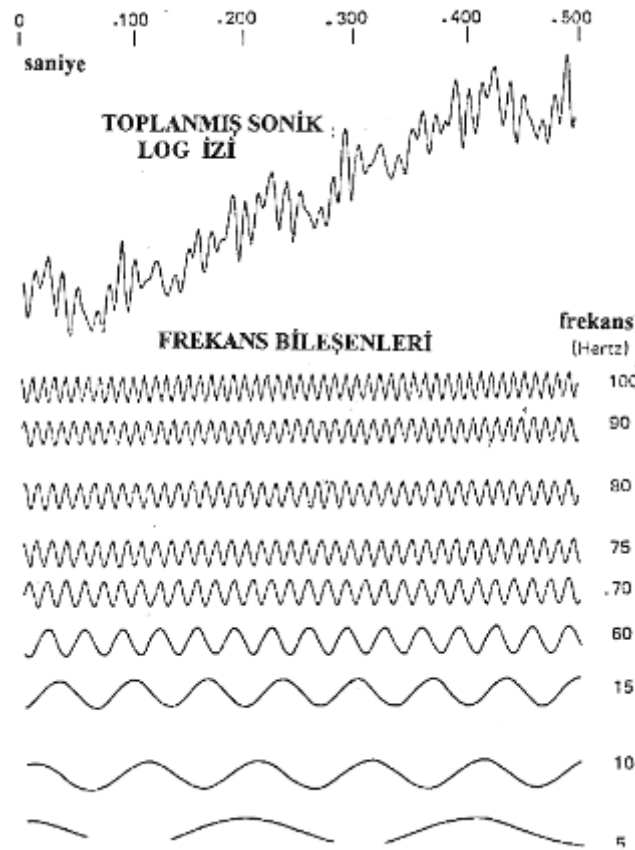
faz açılarının frekansın fonksiyonu olarak gösterilişine ise “**faz spektrumu**” denir. Genliklerin karelerinin frekansın fonksiyonu olarak gösterilişine “**güç yoğunluğu spektrumu**” denir ve zaman dizisinin öz ilişki fonksiyonunun Fourier dönüşümüne eşdeğerdir.

Fourier dönüşümü tamamıyla doğrusal bir işlemdir. Yani, ortamlardan birinde (zaman veya frekans) yapılan bir işlemin diğer ortamda mutlaka bir karşılığı vardır. Bilginin her iki ortamdaki anlatımları eşit kesinliktedir. Ancak bazı işlemlerin gerçekleştirilmesi ortamlardan (domain) birinde diğerine göre daha kolay olabilir.

Çok geniş bir uygulama alanının oluşu ve çeşitli konulardaki bir çok problemin çözümünde kullanılmakta olması nedeniyle Fourier dönüşümü üzerinde oldukça ayrıntılı biçimde durulacaktır. Bu dönüşüm, genlik ve faz değerleri gibi iki önemli fiziksel büyüklükten oluşup karmaşık bir sayı ile ifade edilir.

### 4.5.3 Fourier Kuramı

Fransız matematikçisi Joseph Fourier’in 1807’de ortaya koyduğu ve kendi adıyla bilinen Fourier kuramına göre, bazı kuşulları sağlayan herhangi bir  $f(t)$  fonksiyonu sonsuz sayıda trigonometrik fonksiyonların toplamı olarak gösterilebilir.



**Şekil.** Herhangi bir fonksiyon belirli şartlarda sonsuz sayıda sinüsoidin toplamı şeklinde gösterilebilir.

## 4.6 Sürekli Dalga Modülasyon İlkeleri

### 4.6.1 Modülasyon

Bilgi işaretinin (düşük frekanslı sinyal) genellikle daha uzak mesafelere gönderilebilmesi için kendinden çok daha yüksek frekanslı bir taşıyıcının sinyal üzerine bindirilmesine modülasyon denir. Modülasyon işlemi sırasında taşıyıcı sinyalin genlik, frekans, faz vb. gibi özellikleri, bilgi sinyaline ve yapılan modülasyonun türüne göre değişime uğrar.

### 4.6.2 Modülasyonun Gerekliliği

Bilgi işaretini göndermek için gerekli anten boyu, dalga boyunun katları olmak zorundadır. Anten boyları genellikle  $\lambda/2$  ve  $\lambda/4$  uzunluktadır. Bilgi işaretinin frekansı düşük olduğundan dalga boyları çok büyüktür. Dolayısıyla bilgi işaretini modülesiz olarak iletebilmek için kullanılacak anten boyları da çok büyük olmak zorundadır. Çoğu zaman bu büyüklükte anten kullanmak imkânsızdır. Halbuki bilgi sinyali kendinden çok yüksek frekanslı bir taşıyıcı sinyal ile modüle edildiğinde bilgi çok daha küçük boyutlu antenler vasıtasıyla gönderilebilir. Bunu şöyle bir örnekle açıklayalım: 20 KHz' lik yani

$$\lambda = \frac{300 * 10^6}{20 * 10^3} = 15 * 10^3 m = 15 Km \text{ dalga boyuna sahip bir bilgi sinyalini modülesiz olarak}$$

göndermek istersek kullanacağımız antenin boyu  $\frac{\lambda}{4} = \frac{15 Km}{4} = 3,75 Km.$  olmalıdır. Oysaki

bu bilgi sinyalini 20 MHz' lik yani

$$\lambda = \frac{300 * 10^6}{20 * 10^6} = 15 m \text{ dalga boyuna sahip bir taşıyıcı sinyalle modüle edersek}$$

kullanacağımız anten boyutunun  $\frac{\lambda}{4} = \frac{15 m}{4} = 3,75 m.$  olması yeterli olacaktır.

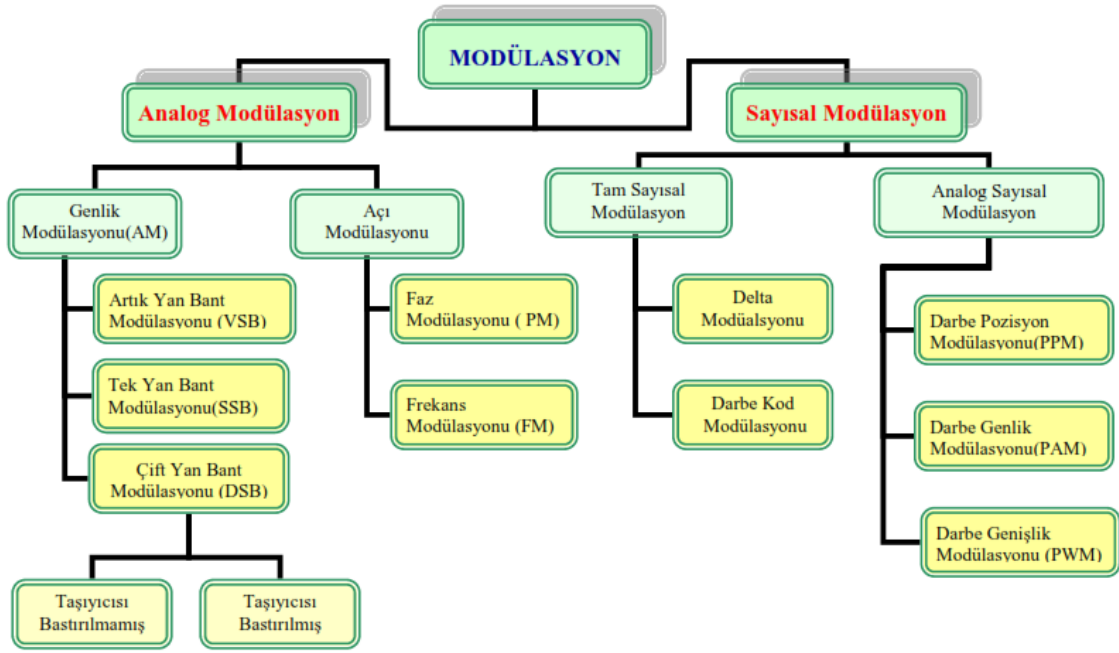
### 4.6.3 Modülasyon Çeşitleri

Modülasyon temel olarak analog modülasyon ve sayısal modülasyon olarak ikiye ayrılır. Analog ve sayısal modülasyonun da kendi içinde çeşitli türleri vardır. Farklı modülasyon türleri aşağıdaki tabloda belirtilmiştir.

Burada sürekli dalga modülasyonları RF taşıyıcısı sinüs sinyali olan yöntemler olup 3 adettir:

1. Genlik Modülasyonu (**GM**)
2. Faz Modülasyonu (**PM**)
3. Frekans Modülasyonu (**FM**)'dur.





#### 4.6.4 Genlik Modülasyonu

İletişim teknolojisinde (yayıncılıkta) kullanılan bir modülasyon türü. Uluslar arası literatürde **AM** kısaltmasıyla gösterilir. Dilimizde ise, zaman zaman **GM** kısaltması kullanılmaktadır. Bu modülasyon türü 1906 yılında ilk defa olarak, Kanadalı mühendis Reginald Fessenden tarafından (1866-1932) geliştirilmiştir.

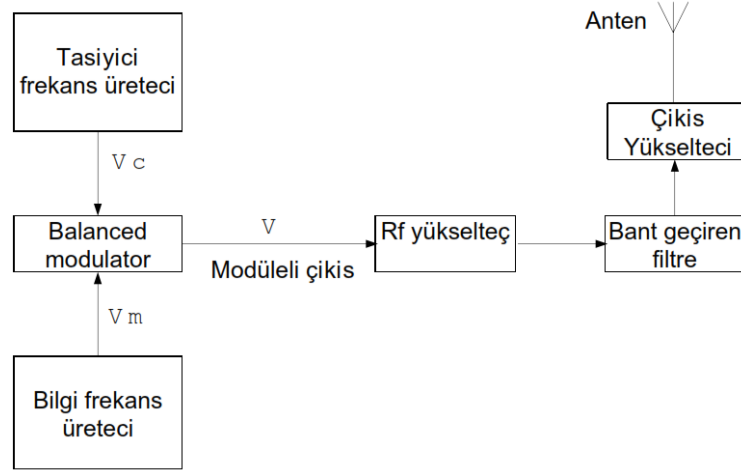
Genlik modülasyonunda, taşıyıcı sinüs sinyalidir. Yayın yapan tesiste, yani vericide taşıyıcı sinüs sinyalinin genliği bilgi sinyaline bağlı olarak değiştirilir. Bu işlemi yapan devreye **modülatör** denir. Alıcıda ise bu işlemin tersi yapılır. Yani genlik değişikliği bilgi sinyaline çevrilir. Alıcıda yapılan işleme ise **genlik demodülasyonu**, bu işlemi yapan devreye ise **demodülatör** denir.

#### 4.6.5 Genlik Modülatörü

Genlik modülatörü olarak, pek çok devre kullanılabilir. Bütün modülatörlerin ortak özelliği, devrede doğrusal olmayan bir devre elemanı olmasıdır. Bu eleman transistör ya da diyot gibi bir eleman olabilir. Ancak, bu gibi elemanlar karakteristiklerinin doğrusal olmayan bölgesinde çalışmalıdır. Doğrusal olmayan bir elemana iki farklı sinyal (bilgi ve taşıyıcı) uygulandığı takdirde, devre çıkışında pek çok ürün yer alır. Genlik modülasyonda önemli olan iki sinyalin çarpılması sonucu oluşan ürünlerdir. Bu açıdan genlik modülatörü, sinyal çarpıcı devre olarak görülebilir.

##### 4.6.5.1 Çift Yan Bantlı Tam Taşıyıcılı GM

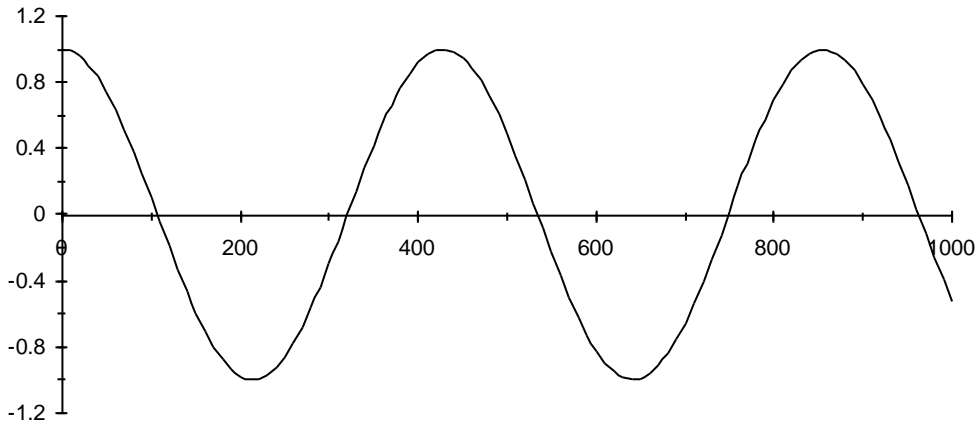
Aşağıdaki şekilde çift yan bantlı tam taşıyıcılı GM üreten devre görülmektedir.



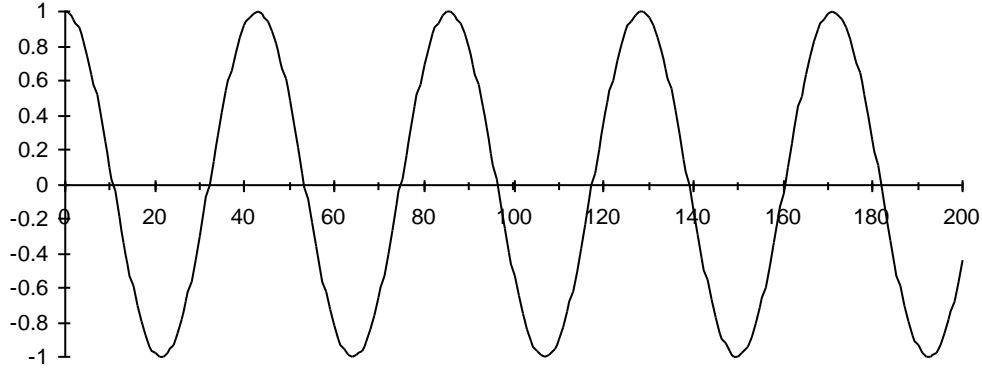
**Şekil. Çift Yan Bant Genlik Modülasyonlu verici blok şeması**

### *Zaman domeni gösterimi*

Şekilde örnek olarak 1 KHz'lik bir bilgi işareti görülmektedir. Bu sinyalin matematiksel ifadesi  $x(t) = A_m \cos \omega_m t$  olarak yazılabilir.



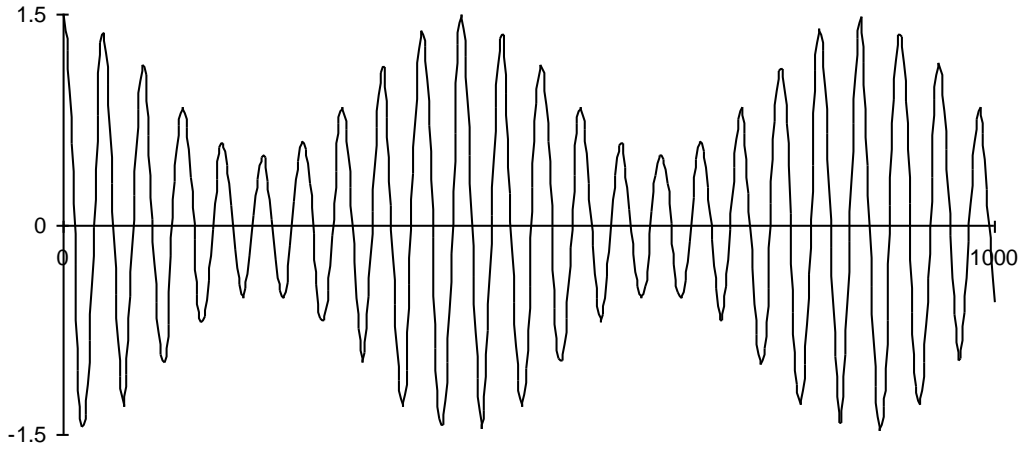
**Şekil. 1-KHz'lik bilgi işareti**



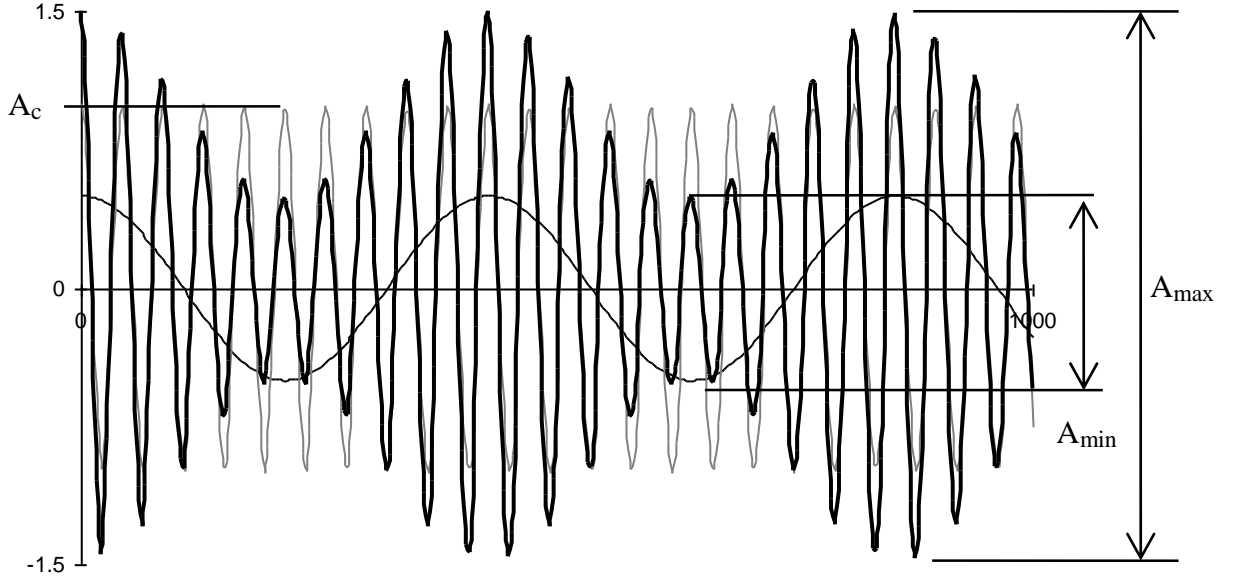
**Şekil. 10-KHz'lik taşıyıcı işareti**

Taşıyıcı işaret sinusoidal formda bir akım veya gerilim üretici tarafından üretilir. Taşıyıcının ifadesi  $c(t)=A_c \cos \omega_c t$ . olarak yazılabilir. Örnek olarak 10 KHz'lik taşıyıcı işareti bir önceki şekilde görülmektedir.

Bilgi ve taşıyıcı işaret lineer olmayan bir devrede karıştırıldıklarında çift yan band tam taşıyıcılı genlik modüleli işaret elde edilir. Şekil'de görülmektedir. Matematiksel ifadesi;  $x_c(t) = A_c [ 1 + m \cos \omega_m t ] \cos \omega_c t$ , olup burada  $m$  modülasyon indeksidir.



**Şekil. Çift yan band tam taşıyıcılı genlik modüleli işaret**



**Şekil. Bilgi, taşıyıcı ve GM işareti**

Yukarıdaki şekilde dalga şeklinin genliği aşağıdaki denklem ile bulunur:

$$A = A_c + A_m \cos \omega_m t$$

$$A = A_c [ 1 + m \cos \omega_m t ]$$

Burada  $m = \frac{A_m}{A_c}$

Buradan GM denklemini:

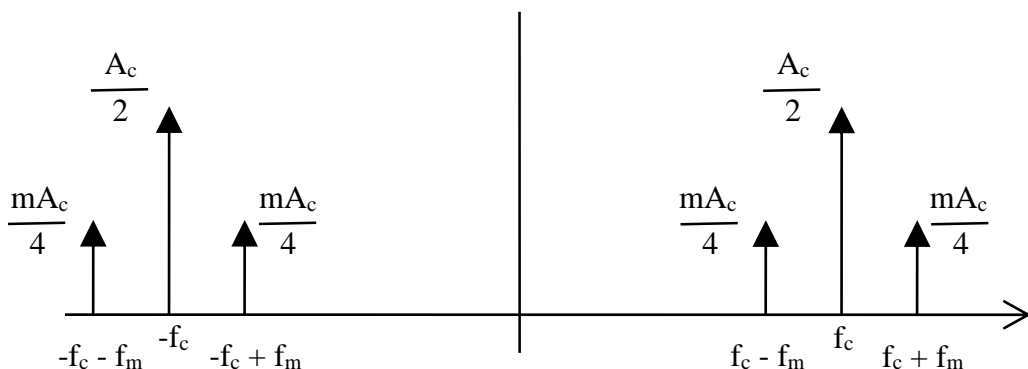
$$x_c(t) = A_c [ 1 + m \cos \omega_m t ] \cos \omega_c t$$

### **Frekans Domeni Gösterimi**

$x_c(t)$  denklemi yeniden aşağıdaki gibi yazılabilir:

$$x_c(t) = A_c \cos \omega_c t + \frac{mA_c}{2} [\cos (\omega_c - \omega_m)t + \cos (\omega_c + \omega_m)t]$$

$2 \cos A \cos B = \cos (A + B) + \cos (A - B)$  trigonometrik açılımı kullanılarak frekans domeni gösteriminde  $x_c(t)$  Şekil 2.5'de görüldüğü gibi ifade edilir. Burada,  $f_c$  taşıyıcı işaretin frekansını,  $f_c - f_m$  alt yan band frekansını,  $f_c + f_m$  ise üst yan band frekansını göstermektedir.



### Şekil. Genlik modülasyonunun frekans spektrumu

#### 4.6.5.2 Güç hesaplamaları

Taşıyıcı gücü,  $P_c$

$$P_c = \frac{1}{2} \frac{V_c^2}{R} = \frac{1}{2} I_c^2 R$$

Yan band gücü,  $P_{SB}$

$$P_{SB} = \frac{1}{2} \left( \frac{m V_c}{2} \right)^2 \frac{1}{R} = \frac{1}{8R} (m V_c)^2 = \frac{1}{8} (m I_c)^2 = \frac{m^2}{4} P_c$$

Toplam genlik modülasyonu gücü,  $P_T$

$$P_T = P_c + 2 P_{SB}$$

$$P_T = P_c \left[ 1 + \frac{m^2}{2} \right]$$

#### 4.6.5.3 Akım hesaplamaları

Toplam güç ve taşıyıcı gücü aşağıdaki denklemlerle gösterilir:

$$P_T = I_T^2 R$$

$$P_c = I_c^2 R$$

$I_c$  module edilmemiş taşıyıcı akımı ve  $I_T$  ise toplam veya modüle edilmiş GM vericinin akımıdır. Bu akımlar genellikle antene uygulanır veya ölçülür.  $R$  anten direncidir.

$$\frac{P_T}{P_c} = \frac{I_T^2}{I_c^2} = \left[ 1 + \frac{m^2}{2} \right]$$

$$I_T = I_C \sqrt{1 + \frac{m^2}{2}}$$

#### 4.6.5.4 Modülasyon indisi ve yüzdesi

Bilgi sinyal genliğinin taşıyıcı sinyal genliğine oranına modülasyon indisi denir. Modülasyon indisinin 100 ile çarpılmasıyla modülasyon yüzdesi elde edilir. Yapılan modülasyonun iyilik derecesini gösterir.

$$m = \frac{V_m}{V_c}$$

Burada m modülasyon indisi, Vm bilgi işaretinin genliği, Vc ise taşıyıcı işaret genliğidir. Eğer m > 1 ise bozuk bir genlik modülasyonu, m = 1 ise % 100 genlik mod. (İdeal modülasyon), 0,5 < m < 1 iyi bir modülasyon vardır.

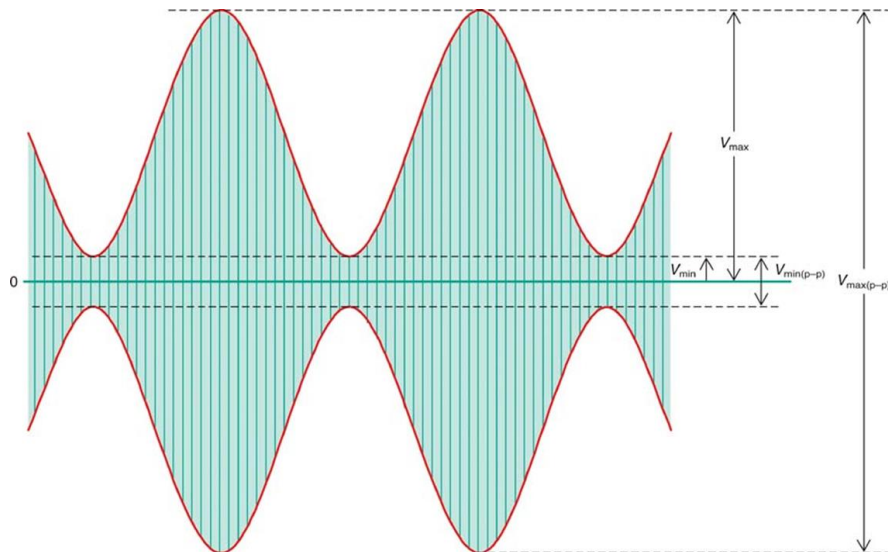
Yüzde modülasyon ise;

$$\%m = \frac{V_m}{V_c} \times \%100 \text{ olarak ifade edilir.}$$

Osiloskop ile modülasyon indisini bulmak için ; DSB vericinin anten çıkışı osiloskoba bağlanarak modüleli işaretin dalga şekli osiloskop ekranında elde edilir. Şekil elde edildikten sonra Vmax ve Vmin ölçülür.

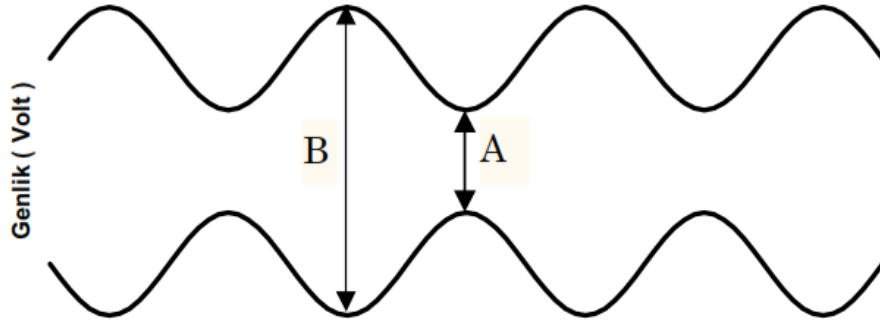
$$m = \frac{V_{\max} - V_{\min}}{V_{\max} + V_{\min}}$$

formülünden modülasyon indisi bulunur



### Şekil. Modüleli işaret zarfından modülasyon indisinin bulunması

Başka bir yol ise aşağıdaki şekilde görülmektedir.



### Şekil: Modüleli işaret zarfından modülasyon indisinin bulunması

$m = \frac{B-A}{B+A}$  formülü ile hesaplanabilir.

#### Örnek:

Modüle edici sinyal genliği 3V, taşıyıcı genliği 4V olan modüleli bir sinyalin modülasyon indisi ve modülasyon yüzdesini hesaplayınız.

#### Çözüm:

$$V_m = 3 \text{ V}$$

$$V_c = 4 \text{ V}$$

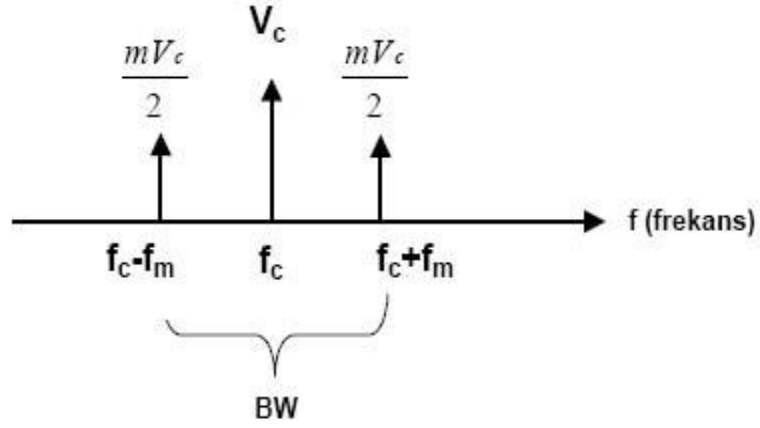
$$m = 3 / 4 = 0,75$$

$$\% m = 0,75 * 100 = \% 75$$

#### 4.6.5.5 Bant genişliği

İşaretin frekans spektrumunda işgal ettiği yere bant genişliği denir. Başka bir deyişle bir elektronik devrenin çalıştığı veya geçirdiği frekans bölgesinin genişliği bant genişliği olarak ifade edilir.

Çift yan bant genlik modülasyonunda bant genişliği bilgi işaretinin frekansının 2 katıdır. Bunun nedeni alt yan bant ve üst yan banttır.  $BW=2f_m$  şeklinde ifade edilir.



**Örnek:**

$f_c = 10 \text{ MHz}$ ,  $f_m = 5 \text{ kHz}$  ise Bant genişliği nedir?

**Çözüm:**

$$BW = 2f_m \quad BW = 10 \text{ kHz}$$

**Örnek:**

Bir Çift Yan Band (ÇYB) GM sisteminde aşağıda verilen değerler kullanılmaktadır. Frekans spektrumunda oluşacak olan frekansların değerlerini ve genliklerini bulunuz, spektrumunu çiziniz. ve bant genişliğini bulunuz.

$$V_m = 10 \text{ V} \quad V_c = 10 \text{ V} \quad f_c = 100 \text{ kHz} \quad f_m = 1 \text{ kHz}$$



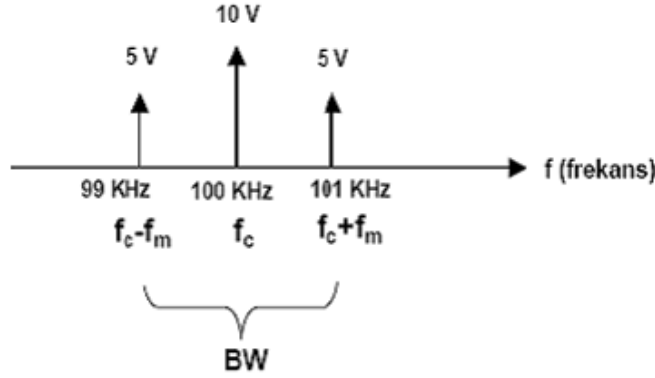
**Çözüm:**

$$m = \frac{V_m}{V_c} = 1$$

$$f_c + f_m = 101 \text{ kHz}$$

$$f_c - f_m = 99 \text{ kHz}$$

$$\frac{mV_c}{2} = 5V$$



$$\text{Bant genişliği} = 2 * f_m = 2 \text{ kHz}$$

**Örnek:**

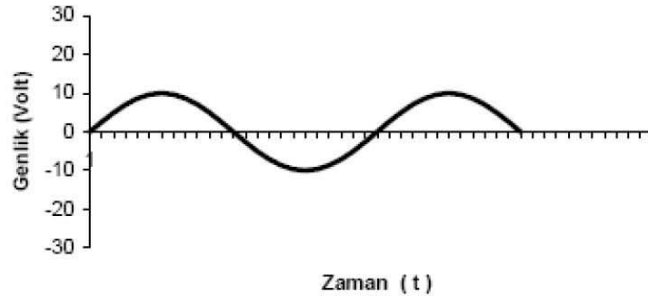
Bir ses sinyalinin matematiksel ifadesi  $V_m = 10 \sin 2\pi 3200t$  dir. Bu bilgi işareti matematiksel ifadesi  $V_c = 20 \sin 2\pi 300000t$  olan bir taşıyıcıyı modüle etmekte kullanılmaktadır.

- Ses sinyalini çiziniz.
- Taşıyıcı sinyalini çiziniz.
- Modüledi dalgayı ölçekli çiziniz.
- Modülasyon indisini ve modülasyon yüzdesini bulunuz.
- Frekans spektrumunda oluşacak frekans ve genlikleri çiziniz
- $V = ?$  (Modüledi işaretin matematiksel denklemini yazınız.)
- Bu işaretin frekans spektrumunda işgal ettiği bant genişliği nedir?  $BW = ?$
- Bu işaret empedansı  $50 \Omega$  olan bir anten ile yayın yaptırılırsa; Taşıyıcı  $P_c = ?$  Alt yan band  $P_{yb} = ?$  Üst yan band  $P_{üy} = ?$  ve toplam gücü  $P_{toplam} = ?$  bulunuz.

## Çözüm

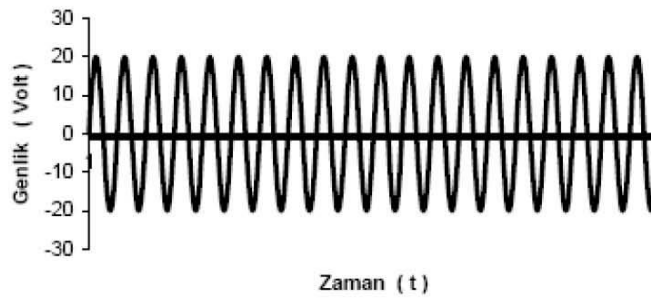
a)

Bilgi (Ses) İşaretinin dalga şekli



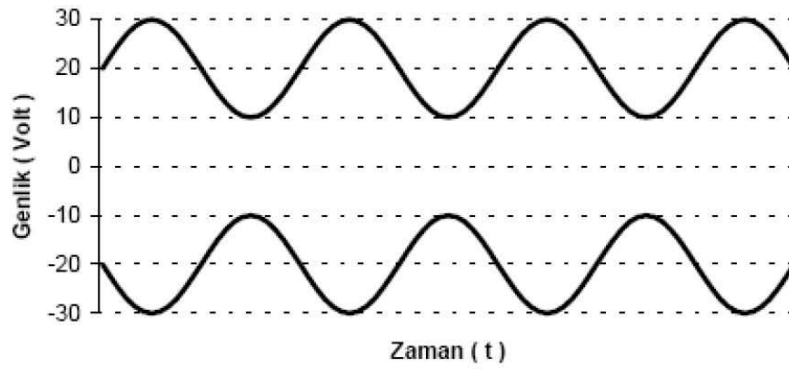
b)

Taşıyıcı Sinyali



c)

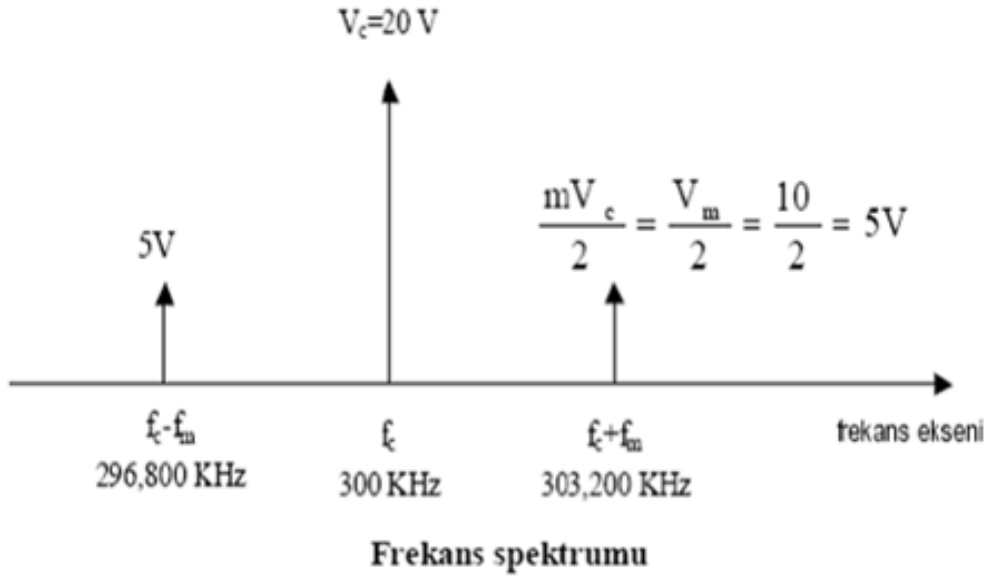
Modülasyonlu İşaretin Zarf Dalga Şekli



d) Modülasyon indisi (m)

$$m = \frac{V_m}{V_c} = \frac{10}{20} = 0,5 \quad \text{Modülasyon yüzdesi (M) } M = m * \%100 M = \%50$$

e)



f)

$$v_m = V_m \sin 2\pi f_m t \quad (\text{Bilgi işareti})$$

$$v_c = V_c \sin 2\pi f_c t \quad (\text{Taşıyıcı işaret})$$

$$v = (V_c + V_m \sin 2\pi f_m t) \sin 2\pi f_c t \quad (\text{Modüleli işaret})$$

$$V = V_c \sin 2\pi f_c t + \frac{V_m}{2} \cos 2\pi t (f_c - f_t) - \frac{V_m}{2} \cos 2\pi t (f_c + f_m)$$

$$V = 20 \sin 2\pi 300000 t + 5 \cos 2\pi 296800 t - 5 \cos 2\pi 303200 t$$

g)  $BW = 2f_m = 2 * 3200 = 6400 \text{ Hz}$        $BW = 6400 \text{ Hz}$

h)  $P_{\text{toplam}} = P_{\text{taşıyıcı}} + P_{\text{üstyanbant}} + P_{\text{altyanbant}}$

$$P_c = \frac{V_{\text{eff}}^2}{R} = \frac{V_c^2}{2R} = \frac{400}{100} = 4W$$

$$P_{\text{üstyanbant}} = P_{\text{altyanbant}} = \frac{m^2 P_c}{4} = \frac{0,5^2 * 4}{4} = 0,25W$$

$P_{\text{toplam}} = 4 W + 0,25 W + 0,25 W = 4,5 W$        $P_{\text{toplam}} = 4,5 W$

## 4.6.6 Tek Yan Bant (SSB-Single Side Band) Modülasyon

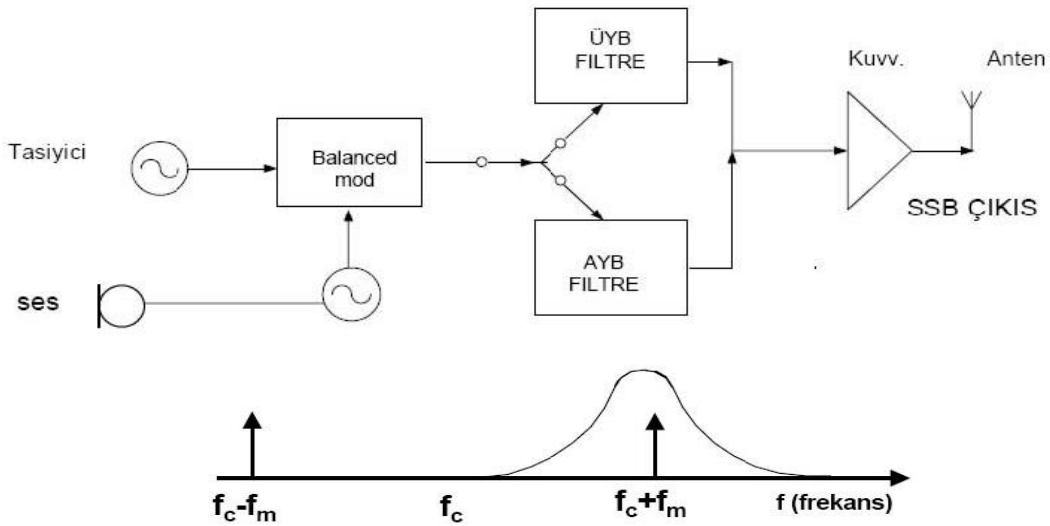
### 4.6.6.1 SSB Modülasyonunun Elde Edilmesi

Genlik modülasyonunda gerekli band genişliğini yarı yarıya düşürmek için, işaretin alt yan bant ya da üst yan bandından sadece birisinin filtre yoluyla seçilerek gönderilmesiyle elde edilir. Uzak mesafelere bilgi göndermek için tercih edilir.

SSB sinyali elde etmek için temelde dengeli modülatör devreleri kullanılır. Dengeli Halka Modülatörü, FET (Field Effect Transistor)'li Push-Pull Dengeli Modülatör, Dengeli Köprü Modülatörü, Entegre Devreli Dengeli Modülatör devreleri SSB sinyali elde etmek için kullanılan modülatörlerdir. Aşağıda bunlardan SSB elde etmede kullanılan yöntemlerden biri olan iki filtre kullanılan bir SSB verici kısaca açıklanmaktadır.

### 4.6.6.2 İki Filtre Kullanan SSB Verici

Dengeli modülatör vasıtasıyla genlik modüleli sinyal elde edildikten sonra anahtarlama devresi ve band geçiren filtreler yardımıyla alt yan bant ya da üst yan banttan bir tanesi seçilir.



### 4.6.6.3 SSB de Bant Genişliği

$BW = f_m$  dir. ( Çift yan bantlı genlik modülasyonunun bant genişliğinin yarısıdır.)

### 4.6.6.4 Genlik Modülasyonunun Özellikleri

- 1- Modülasyon anında taşıyıcının genliği değişir, frekansı ise sabittir.
- 2- Modülasyon anında, taşıyıcının altında ve üstünde olmak üzere iki adet kenar band oluşur.
- 3- BW, modüle eden sinyal frekansının iki katına eşittir.
- 4- A-M vericiler, güçlü vericilerdir.
- 5- A-M 'de önemli olan sinyalin uzak mesafelerde dinlenmesidir. Bu yüzden ses kalitesi düşüktür.
- 6- A-M yayınları almak için ayrıca bir antene gerek yoktur.
- 7- A-M alıcıların ara frekansı 455 KHz. dir.
- 8- % 100 modülasyonda modülasyon faktörü 1'e eşittir.

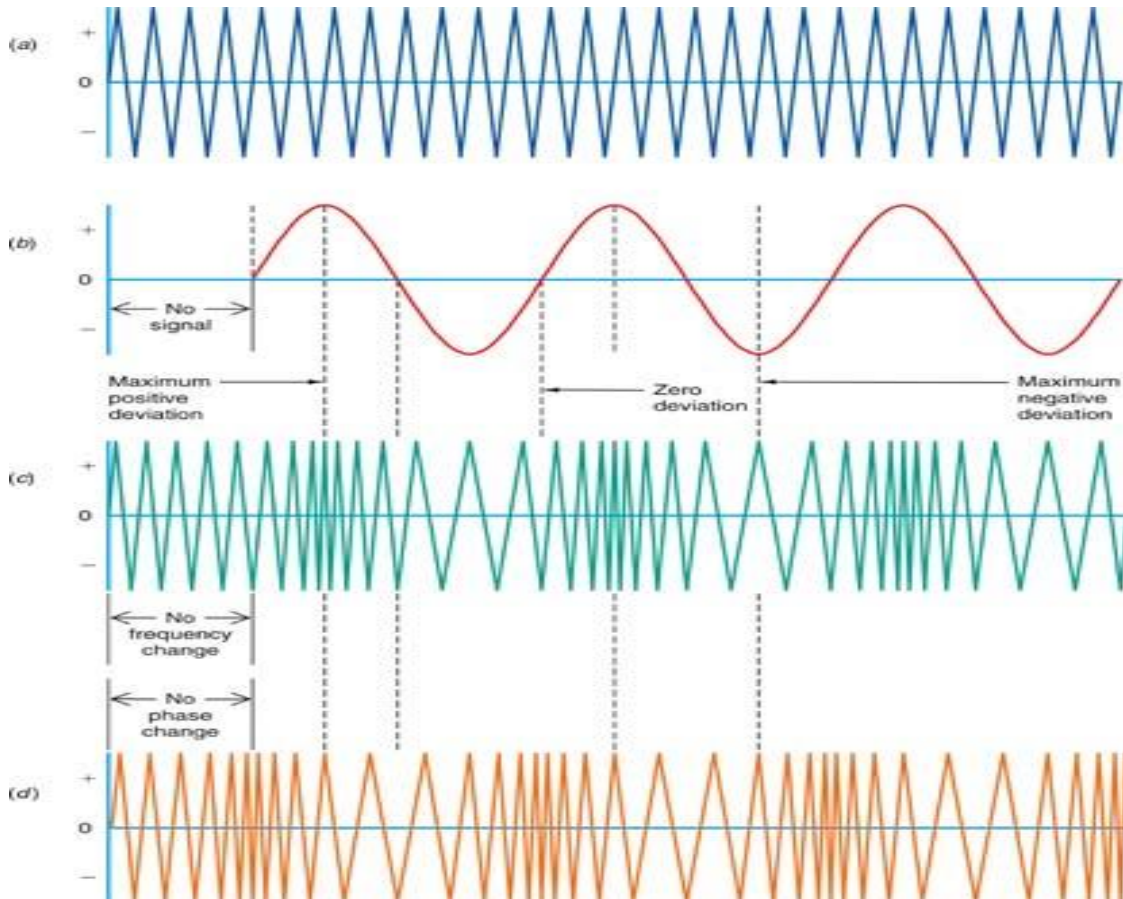
- 9- Modülasyon sinyal frekansının yükselmesi, taşıyıcı dalga genliğinin çok hızlı değişmesine neden olur.
- 10- Modülasyon sinyal genliğinin yükselmesi, taşıyıcı dalga genliğinin çok yükselmesine neden olur.

#### 4.6.7 Frekans Modülasyonu

Sinüsoidal bir taşıyıcı işaretin genlik, frekans ve faz değerleri değiştirilerek alçak frekanslı bir bilgi işaretinin modülasyona tabi tutulması mümkündür. Frekans ve fazın değiştirilmesi ile oluşan bu modülasyona “açı modülasyonu” denilir. Kısaca taşıyıcı işaretin açısının bilgi işaretine göre ve belli bir referans değerine göre değişmesidir. Açı modülasyonu frekans ve faz modülasyonu olarak ikiye ayrılır.

Faz modülasyonu (PM): Taşıyıcı işaretin fazının belli bir referans değerine göre bilgi işaretinin genliğine bağlı olarak değişmesidir.

Frekans modülasyonu (FM): Taşıyıcı işaretin frekansının belli bir referans değerine göre bilgi işaretinin genliğine bağlı olarak değişmesidir. PM modülasyonu haberleşme sistemlerindeki işaret iletiminde doğrudan kullanılmamasına rağmen FM modülasyonunun nasıl oluştuğunun ve FM ile GM sistemlerindeki gürültü karakteristiklerinin karşılaştırılmasında faydalı olmaktadır. Bundan dolayı açı modülasyonu sadece frekans modülasyonu olarak ifade edilmektedir.



Şekil. FM ve PM sinyalleri. (a) Taşıyıcı. (b) Modüle edici sinyal (c) FM sinyali. (d) PM sinyali.

#### 4.6.7.1 Frekans Kayması

Frekans modülasyonu dalganın frekansı bir akordiyon misali merkez frekansının üstüne ve altına çıkar. Bir F-M 'lu dalganın frekansı, modüle eden sinyal genliğinin değişimine bağlı olarak merkez frekansının altında ve üstünde değerler alır. İşte taşıyıcı frekansının, modüle eden sinyalin (+) ve (-) tepe değerlerinin sebep olduğu frekans değişme miktarına frekans sapması (değişme miktarı, deviasyonu) denir ve  $\delta$  ile gösterilir.

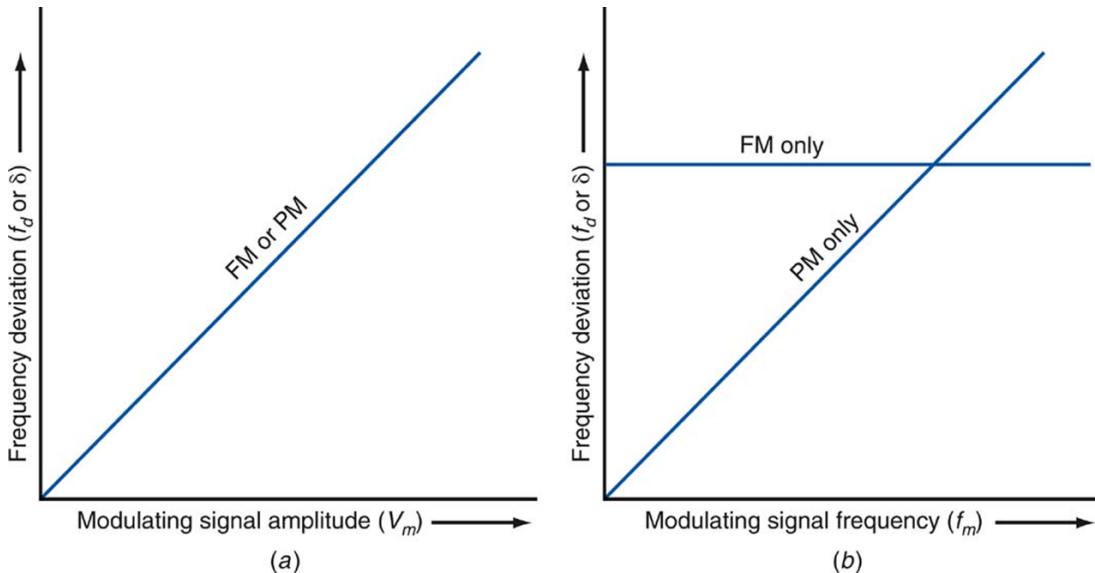
$$\delta = m_f f_i$$

burada  $m_f$  modülasyon indeksidir.  $f_i$  ise bilgi işaretinin frekansdır. Modüle eden sinyalin genliği ne kadar büyük ise frekans modülasyonu sinyalin, frekans değişme miktarı da o kadar fazladır.

Örneğin, düşük genlikli modüle eden sinyal, 100 MHz. lik bir taşıyıcı frekansını 99,99 MHz ile 100,01 MHz. arasında değiştiriyorsa, buradaki frekans sapması  $\pm 10$  KHz dir. Yani, taşıyıcının frekansı merkez frekansının 10 KHz üstüne ve 10 KHz altına düşer.

Aynı merkez frekanslı taşıyıcı sinyali, büyük genlikli modüle eden sinyalle modülasyona tabi tutulup, taşıyıcı frekansını 99,95 MHz. ile 100,05 MHz arasında değiştiriyorsa buradaki frekans sapması  $\pm 50$  KHz.dir. Frekans sapma değerlerine bakılarak, bilgi sinyal genliği hakkında bilgi sahibi olunabilir.

Frekans modülasyonunda, askeri amaçla yayın yapan FM vericilerde  $\pm 40$  KHz, sivil amaçla yayın yapan FM vericilerde ise  $\pm 75$  KHz. 'lik frekans sapması kabul edilmiştir (Tam sapma %100 modülasyon). FM yayını yapan vericilerin, frekans bandları dışında komşu kenar band frekansları bulunabileceğinden istasyonlar arası karışıma sebebiyet verilmemesi için sivil amaçlı F-M vericilerde  $\pm 75$  KHz. (150 KHz) 'lik bandın alt ve üst kısımlarında 25 'er KHz. 'lik emniyet bandı bırakılmıştır. Böylece band genişliği 200 KHz. 'e çıkarılmıştır. Buna benzer bir şekilde, askeri amaçla yayın yapan vericilerde mevcut band genişliğinin alt ve üst kısımlarına 10 'ar KHz. 'lik emniyet bandı ilave edilerek toplam 100 KHz. 'lik bir band genişliği tahsis edilmiştir.



Şekil. Frekans ve faz modülasyonu için frekans kayması (a) modüle edici sinyal genlik (b) modüle edici sinyal frekans.

#### 4.6.7.2 Frekans modülasyonunun analizi

Frekans modülasyonunun matematiksel ifadesi aşağıda verilmiştir:

$$e = A \sin[m_f \sin(w_i t)]$$

Burada e ani gerilim, A FM işaretinin genliği,  $w_i=2\pi f_i$  bilgi işaretinin açısal frekansıdır. Bu denklemin çözümünde Bessel fonksiyonları kullanılır. Bunun için aşağıdaki tablonun kullanılması gerekir.

Modulation Index	Carrier	ide ands airs															
		1st	2d	3d	4th	5th	6th	7th	8th	9th	10th	11th	12th	13th	14th	15th	16th
0.00	1.00	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
0.25	0.98	0.12	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
0.5	0.94	0.24	0.03	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
1.0	0.77	0.44	0.11	0.02	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
1.5	0.51	0.56	0.23	0.06	0.01	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
2.0	0.22	0.58	0.35	0.13	0.03	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
2.5	-0.05	0.50	0.45	0.22	0.07	0.02	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
3.0	-0.26	0.34	0.49	0.31	0.13	0.04	0.01	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
4.0	-0.40	-0.07	0.36	0.43	0.28	0.13	0.05	0.02	—	—	—	—	—	—	—	—	—
5.0	-0.18	-0.33	0.05	0.36	0.39	0.26	0.13	0.05	0.02	—	—	—	—	—	—	—	—
6.0	0.15	-0.28	-0.24	0.11	0.36	0.36	0.25	0.13	0.06	0.02	—	—	—	—	—	—	—
7.0	0.30	0.00	-0.30	-0.17	0.16	0.35	0.34	0.23	0.13	0.06	0.02	—	—	—	—	—	—
8.0	0.17	0.23	-0.11	-0.29	-0.10	0.19	0.34	0.32	0.22	0.13	0.06	0.03	—	—	—	—	—
9.0	-0.09	0.24	0.14	-0.18	-0.27	-0.06	0.20	0.33	0.30	0.21	0.12	0.06	0.03	0.01	—	—	—
10.0	-0.25	0.04	0.25	0.06	-0.22	-0.23	-0.01	0.22	0.31	0.29	0.20	0.12	0.06	0.03	0.01	—	—
12.0	-0.05	-0.22	-0.08	0.20	0.18	-0.07	-0.24	-0.17	0.05	0.23	0.30	0.27	0.20	0.12	0.07	0.03	0.01
15.0	-0.01	0.21	0.04	0.19	-0.12	0.13	0.21	0.03	-0.17	-0.22	-0.09	0.10	0.24	0.28	0.25	0.18	0.12

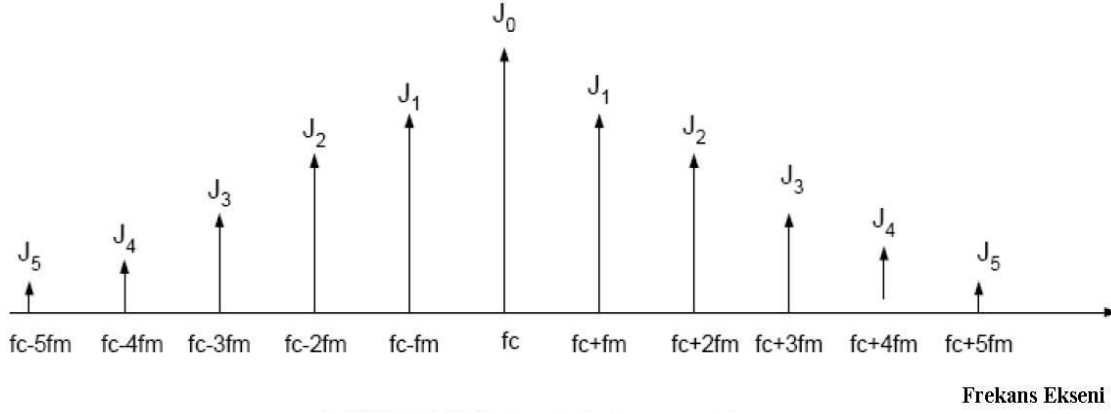
**Şekil.** Farklı modülasyon indekslerine göre taşıyıcı ve yan band genlikleri

#### 4.6.7.3 Frekans Modülasyon İhtiyacı

Yüksek güçlü vericilerde sinyal/gürültü oranının çok küçük olması istenir. Yüksek güçlü genlik modülasyonlu vericilerde sinyal/gürültü oranı problem yaratacak kadar büyük olur. Bu problemden kurtulmak için frekans modülasyonu geliştirilmiştir. GM devrelerine göre FM devrelerinde farklı olarak limiter devreleri, PLL (Phase Locked Loops) sentezör devreleri ve vurgu (emphasis) devreleri kullanılır. Frekans modülasyonunda bilgi işaretinin genliğine göre taşıyıcı işaretin frekansı değişir.

#### 4.6.7.4 Frekans Modülasyonunda Bant Genişliği

Frekans modülasyonunda modüle edici her sinyal için bir çift yan bant oluşur. Bu da teorik olarak frekans modülasyonunda sonsuz sayıda yan bant oluşması anlamına gelir. Örneğin 10MHz.lik taşıyıcı sinyal 100 KHz lik bir sinyalle frekans modülasyonuna tabi tutulursa, 10100-9900 KHz, 10200-9800 KHz, 10300-9700 KHz gibi frekanslarda yan bant sinyalleri oluşur. Fakat frekans değişimi arttıkça yan bant sinyallerinin gücü azalır. Genliği, taşıyıcı sinyalin genliğinin %1'inden daha düşük olan yan bantlar ihmal edilir. Frekans modülasyonunda ortalama  $\pm 75$  KHz. lik bant genişliği kullanılır. Bu bant genişliğinin altında yapılan FM yayınlara dar bant FM, üstünde yapılan yayınlara geniş bantlı FM denir.



Şekil’de bir FM sinyalinin frekans spektrumu gösterilmiştir.

Frekans modülasyonunda bant genişliğini bulmak için 2 formül kullanılır. Birinci yol:

$$BW=2f_i(\text{Yan band sayısı}-J_N)$$

İkinci yol ise Carson kuralı olarak adlandırılıp, aşağıdaki formül ile hesaplanabilir:

$$BW=2(\delta_{\text{mak}}+f_{\text{imak}})$$

### Örnek:

Bilgi işareti frekansı 10 KHz ve maksimum frekans kayması 20 KHz olan FM işareti için gerekli bant genişliğini bulunuz.

### Çözüm:

$$m_f = \frac{\delta}{f_i} = \frac{20 \text{ KHz}}{10 \text{ KHz}} = 2$$

Tablodan modülasyon indeksi 2 için yan band sayısı 4 olarak bulunur. Birinci yol ile;

$$BW=2 \cdot 10 \text{ KHz} \cdot 4 = 80 \text{ KHz} \text{ olarak bulunur.}$$

İkinci yol ile:

$$BW=2(\delta_{\text{mak}}+f_{\text{imak}})=2(20 \text{ KHz}+10 \text{ KHz})=60 \text{ KHz} \text{ olarak bulunur.}$$

Frekans modülasyonu (frequency modulation - FM), taşıyıcı dalga frekansının, bilgi sinyalinin frekans ve genliğine bağlı olarak değiştirilmesidir. Frekans modülasyonu, genlik modülasyonundan daha günceldir. Günümüzde, ticari amaçla yayın yapan FM vericiler 87,5 MHz -108 MHz arasında yayın yaparlar. Genlik modülasyonu ile yayın yapan A-M vericilerde orta, uzun ve kısa dalgalar kullanılır. Orta dalgadan yayın yapan A-M vericiler 550-1600 KHz, uzun dalgadan 150-350 KHz, kısa dalgadan ise 6-18 MHz arasında yayın yaparlar.



#### 4.6.7.5 Frekans Modülasyonunun Özellikleri

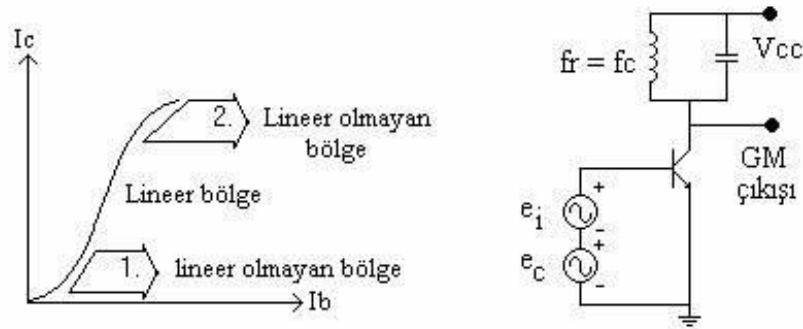
1. Modülasyon anında, taşıyıcının frekansı değişir, genliği ise sabittir.
2. Modülasyon anında çok sayıda kenar bantları oluşur.
3. BW, modülasyon faktörüyle değişir.
4. F-M vericiler, A-M vericiler gibi çok güçlü değildir.
5. F-M 'de önemli olan sesin bozulmadan en uzak mesafelere gönderilmesidir. Sesin kalitesi yüksektir, stereo yayın yapılabilir.
6. F-M yayınları almak için bir antene ihtiyaç vardır.
7. F-M alıcılarda ara frekans değeri 10,7 MHz.dir.
8. Modülasyon faktörü genellikle 1'den büyüktür.
9. Modülasyon sinyal frekansının yükselmesi, taşıyıcı frekansının değişme hızını arttırır.
10. Modülasyon sinyal genliğinin büyümesi, taşıyıcının frekans değişme sınırını genişletir.

#### 4.7 GM ve FM Uygulamaları

##### 4.7.1 GM Vericiler

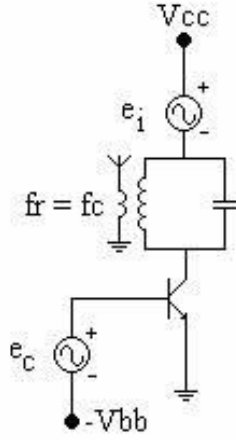
##### 4.7.1.1 Genlik Modülasyonu Üreten Devreler

Genlik modülasyonu, lineer olmayan bir devrede taşıyıcı ile bilgi işaretlerinin karıştırılması sonucunda meydana gelmektedir.. Yarı iletken bir diyotun lineer olmayan bir bölgesi olmasına rağmen, kazancı olmadığı için bu amaçla pek kullanılmaz. Buna karşılık transistörlerin kazançları olduğundan , GM modülasyonlarında çokça tercih edilirler. Transistörlerin baz – kollektör akımları veya giriş – çıkış büyüklükleri arasındaki transfer eğrisinde alçak ve yüksek değerlerinde olmak üzere iki lineer olmayan bölge vardır. Bu iki bölge arasındaki lineer kısım amplifikasyon amaçlı kullanılır. Lineer olmayan bölgeler ise genlik modüleli sinyal elde etmek için kullanılır.

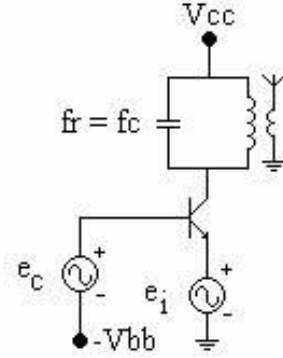


Yukarıda basit bir GM modülatör devresi verilmiştir. Transistör için polarma direnci verilmemiştir.  $e_i$  ve  $e_c$  sinyallerinin pozitif değerlerinde transistör iletime girmekte ve 1. lineer olmayan bölgede çalışmaktadır. Transistörün kollektör kolu üstündeki rezonans devresi  $e_c$  taşıyıcı sinyalin frekansına akort edilmiştir. Bu paralel rezonans devresi taşıyıcı frekans ve alt ve üst yan frekans bantlarına yüksek empedans gösterir. Diğer frekanslara ( Harmonik frekanslar ) ise düşük empedans gösterir. Bu sayede kazanç sadece GM sinyalinde yüksek olur.

Pratikte genlik modülasyonu çok değişik yollarla elde edilir. Devrelerin isimlendirilmeleri bilgi işaretinin uygulandığı yere göre olur. Mesela, bilgi sinyali baza uygulandıysa baz modülasyonu adı verilir. Kollektör ve emiter modülasyonunda da benzer şekilde olur.



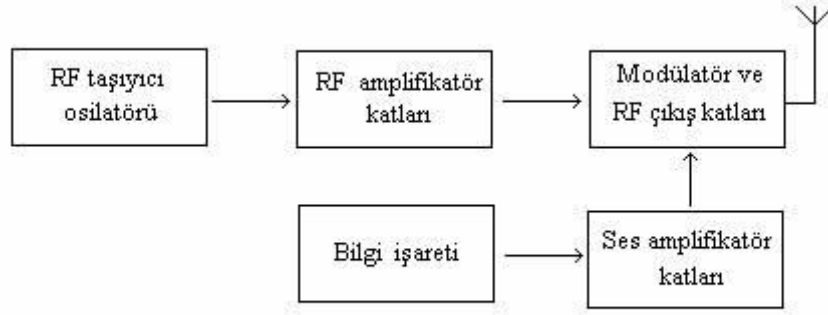
**Kollektör modülasyonu**



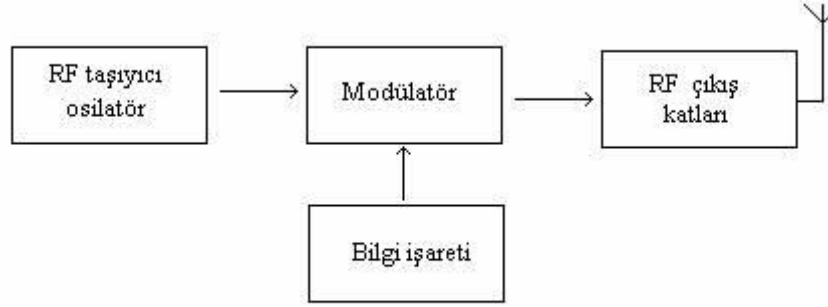
**Emiter modülasyonu**

#### 4.7.1.2 Yüksek ve Alçak Seviyeli Modülasyon

Modülasyonun diğer bir isimlendirme şekli ise, bilgi işaretinin mümkün olan en son noktaya uygulanıp uygulanmadığına göre yapılır. Yüksek seviyeli modülasyonda bilgi işareti genellikle en son katın çıkışına ve antenin hemen öncesine uygulanır. Eğer bilgi işareti bundan daha önceki herhangi bir noktaya ( baz , emiter veya daha önceki katlara ) uygulanmış ise bu modülasyona alçak seviye modülasyonu denir. Alçak ve yüksek seviyeler gerekli olan çıkış gücüne göre seçilir. Normal radyo vericilerinde çıkış gücü kW seviyesinde olduğundan yüksek seviye modülasyonu kullanılır. Bu devrelerde verim yüksek tutulmak amacıyla transistörler C sınıfı çalıştırılır. C sınıfı amplifikatörler lineer olmadığı için GM işaretinde az da olsa bir distorsiyon oluşur. Alçak seviye modülasyonunda ise çıkış güç katlarında lineer amplifikatörler kullanılır. Lineer amplifikatörlerde distorsiyon düşük olmasına karşılık verimleri düşüktür. Bu sebeple genellikle düşük güçlü vericilerde tercih edilir.



**Yüksek seviyeli modülator vericisi**



**Alçak seviyeli modülator vericisi**

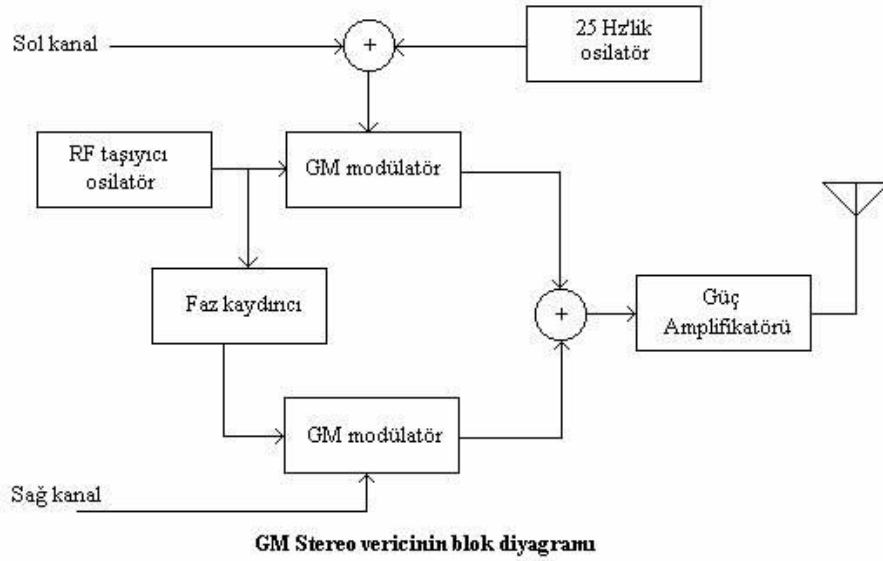
**Özet olarak;** Yüksek seviyeli modülasyonda hem bilgi işareti hem de taşıyıcı işareti kuvvetlendirildikten sonra modülasyona tabi tutulmaktadır. Daha sonra modüleli işaret C sınıfı çalışan bir amplifikatöre uygulanarak antene gönderilen GM sinyalinin gücü artırılır. Alçak seviyeli sistemde ise , modülasyon işlemi küçük genlikli işaretler arasında yapıldıktan sonra verimi az fakat lineer olan amplifikatörler üzerinden geçirilerek antene ulaştırılır. Alçak seviyeli sistemler ekonomik olduğu için küçük güçlü sistemlerde tercih edilir.

#### 4.7.1.3 GM Verici Sistemleri

Bir genlik modüleli verici sadece modülator devresinden ibaret değildir. Verici devrelerinde taşıyıcı sinyalin üretildiği bir osilatör , osilatörle modülator arasında bir tampon yükselteç , bilgi sinyalinin alındığı mikrafon gibi bir transduser ve bilgi sinyalinin kuvvetlendirildiği bir ses yükselteç katı da mevcuttur. Osilatörler kararlı olması açısından genellikle kristal osilatör olarak seçilir. Çıkış amplifikatör katları ise yüksek veya alçak seviyeli modülasyona göre ya modülatorle birlikte ya da ayrı bir lineer yükselteç katı olarak bulunmaktadır.

#### 4.7.1.4 Stereo Yayın

Bir müzik sesinin iki kanal ile dinlenmesi daha kaliteli ve gerçeğe daha yakın olmaktadır. GM stereo sistemde taşıyıcı sinyal bir faz kaydırıcı devre üstünden geçirilerek iki farklı taşıyıcı şekline dönüştürülür. Daha sonra sol kanaldaki ses ile taşıyıcının kendisi, sağ taraftaki ses ile fazı kaydırılmış taşıyıcı modüle edilir. Taşıyıcılardan biri 25 Hz'lik bir sinyal ile de modüle edilir. Bu sinyal stereo alıcılarda yayının stereo olduğunu gösteren bir gösterge lambasını çalıştırmak içindir. Vericideki modüleli sağ ve sol kanallar bir toplayıcı devrede toplanarak güç amplifikatörüne verilir. Normal alıcılarda sağ ve sol kanal tek bir kanal gibi algılanır. Fakat stereo yayınlar için tasarlanmış olan alıcılarda faz farkı olan iki taşıyıcı alınarak iki farklı ses işareti elde edilir.



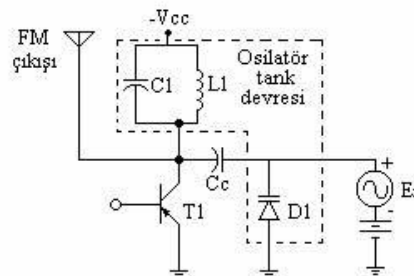
## 4.8 FM Vericiler

### 4.8.1.1 Kapasitif mikrofon yöntemi



Yukarıdaki devre basit bir FM vericinin çalışma prensibini göstermektedir. Kapasitif mikrofonla gelen ses dalgaları mikrofon kapasitesini değiştirir. Bu değişim LC tank devresinin rezonans frekansının değişmesine dolayısıyla osilatörün ürettiği frekansın kaymasına neden olur. Bu sayede FM sinyali elde edilir. Frekanstaki kayma sesin şiddeti ile orantılı olacaktır. Bu devre FM işaretinin özelliğini anlamak açısından faydalı olsa da pratikte kapasitif mikrofonun yeterli frekans kayması oluşturmamasından dolayı kullanılmaz.

### 4.8.1.2 Varaktör diyot yöntemi

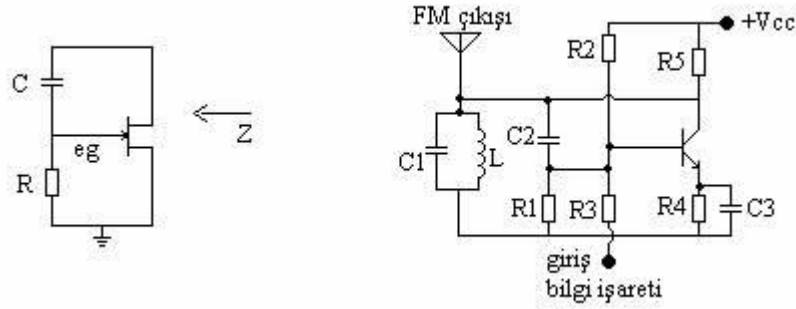


FM işaretini doğrudan üretmek amacı ile bir varaktör ( varikap ) diyot kullanılabilir. Ters yönde polarlandırılan bütün diyotlarda polarma gerilimine bağlı olarak bir birleşim bölge kapasitesi oluşur. Bu kapasite varaktör diyotlarda daha belirgin olup ters polarma gerilimine bağlı olarak

rahatlıkla değiştirilebilir. Şekildeki devrede L1 , C1 , D1 tank devresi herhangi bir bilgi işareti yokken taşıyıcı frekansa akortlanmıştır. Cc kapasitesi kollektördeki DC bileşenin varikap diyota gitmesini engeller. Aynı zamanda rezonans frekansında düşük kapasitans gösterdiği için D1 kapasitesini LC devresine kuple eder. Ei bilgi işaretinde oluşan gerilim değişimleri D1 diyotunun kapasitesini dolayısıyla L1, C1 tank devresinin frekansını değiştirir. Bu sayede oluşan frekans kayması ile kollektörden FM işareti elde edilmiş olur.

#### 4.8.1.3 Reaktans modülator

FM işareti üretiminde reaktans modülator çok kullanılır. Bir FET veya BJT transistörün girişine bağlanan bir RC devresi transistör çıkışında kapasitif reaktans etkisi göstermesine neden olmaktadır. Çıkışta görülen bu kapasitif reaktans aynı zamanda transistörün giriş gerilimine bağlı olarak değişmektedir. Dolayısıyla girişe verilen bilgi işaretindeki genlik değişimi transistör çıkışındaki kapasitif reaktansın ( Dolayısıyla empedansın ) değişimine neden olur. Bu değişim çıkışa bağlı olan tank devresinin rezonans frekansından kaymasına neden olur. Bu frekans kayması sayesinde FM işareti üretilmiş olur.



#### 4.8.1.4 Entegre devre VCO ile FM üretimi

VCO yani gerilim kontrollü osilatör, bir gerilim ile orantılı frekans değişikliği oluşturan bir devredir. Gerilim ile frekans arasındaki lineerlik entegre devre VCO kullanarak çok yüksek bir seviyeye çıkartılabilir. Buna örnek Signetics 566 entegresi verilebilir. 566 entegresi bir gerilim kontrollü osilatör devresidir. Osilatör frekansı dışarıdan uygulanan gerilim ile ilave edilen bir kondansatör ve direnç ile sağlanır. Bu entegreyle 1MHz' e kadar taşıyıcı sinyal elde edilebilir.

## 5 MİKROİŞLEMCİLER

Günümüzde hızla gelişen teknoloji bilgisayarla kontrol edilen cihazları bizlere çok yaklaştırdı. Öyle ki günlük hayatımızda sıkça kullandığımız bir çok elektronik cihaz (cep telefonu, faks, oyuncaklar, elektrikli süpürge, bulaşık makinası, vs.) artık çok küçük sayısal bilgisayarlarla (mikro denetleyiciler) işlev kazandırılabilir. Benzer işler, ilk zamanlarda mikroişlemci tabanlı bilgisayar kartları ile yapılabilmekteydi. Mikroişlemci ile bir cihazı kontrol etme işlemi Giriş/Çıkış ve hafıza elemanı gibi ek birimlere ihtiyaç duyar. Böylesi bir tasarım kolay olmamakla birlikte, maliyet ve programlama açısından da dezavantajlara sahiptir. İşte mikrodenetleyiciler bu sorunları ortadan kaldırmak ve bir çok fonksiyonu tek bir entegrede toplamak üzere tasarlanmış olup, günümüzde hemen hemen bir çok elektronik cihazda farklı tipleri bulunmaktadır.

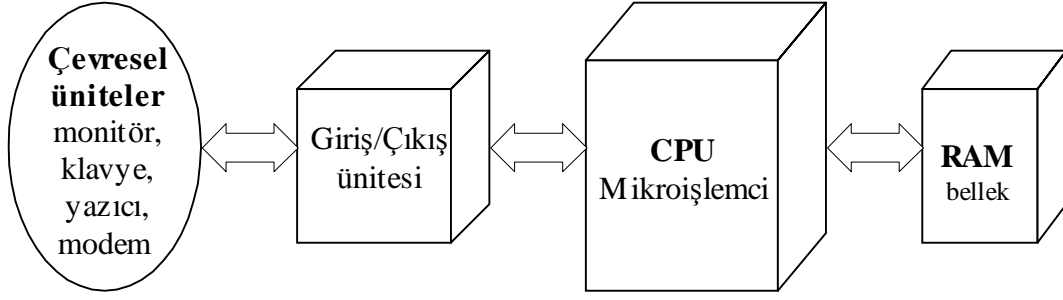
PIC mikrodenetleyicileri ise en yaygın ve en kullanışlı mikrodenetleyici olarak karşımıza çıkmaktadır. PIC mikrodenetleyicileri çok geniş bir ürün yelpazesine sahiptir. Her amaca yönelik bir mikrodenetleyici bulunabilmektedir. Bu mikrodenetleyicilerin en fazla kullanılmasının nedeni Flash Hafızaya sahip olmasıdır. Flash Hafıza teknolojisi ile üretilen bu bir belleğe yüklenen program, chip'e uygulanan enerji kesilse bile silinmez. Yine bu tip bir belleğe istenilirse yeniden yazılabilir. Bu belleğe sahip olan PIC leri programlayıp deneylerde kullandıktan sonra, silip yeniden program yazmak PIC ile yeni çalışmaya başlayanlar için büyük kolaylık sağlar. PIC mikrodenetleyicilerini programlamak için kullanılacak olan komutlar oldukça basit ve sayı olarak ta azdır. Bu nedenle tercih edilmektedirler.

Bu ders içerisinde öğrencilere mikrodenetleyicili sistemlerin tasarım yöntemlerini, tasarım ölçütlerini, mikrodenetleyicilerin mimari farklılıklarını kavratmak ve çevre birimlerini programlamak ve yönetmek yeterlilikleri kazandırmak amacıyla geliştirilmiştir.

### 5.1 Mikroişlemciler ve Mikrodenetleyiciler

**Mikroişlemci**, saklı bir komut dizisini ardışıl olarak yerine getirerek veri kabul edebilen ve bunları işleyebilen sayısal bir elektronik eleman olarak tanımlanabilir. Günümüzde basit oyunculardan, en karmaşık kontrol ve haberleşme sistemlerine kadar hemen her şey mikroişlemcili sistemlerle kontrol edilmektedir.

Mikrodenetleyici veya sayısal bilgisayar üç temel kısım (CPU, Giriş/Çıkış Birimi ve Hafıza) ile bunlara ek olarak bazı destek devrelerinden oluşur. Bu devreler en basitten, en karmaşığa kadar çeşitlilik gösterir.



**Şekil 1.1** : Bir mikroişlemci sisteminin temel bileşenleri

*Giriş / Çıkış (Input / Output)* : Sayısal, analog ve özel fonksiyonlardan oluşur ve mikroişlemcinin dış dünya ile haberleşmesini sağlar.

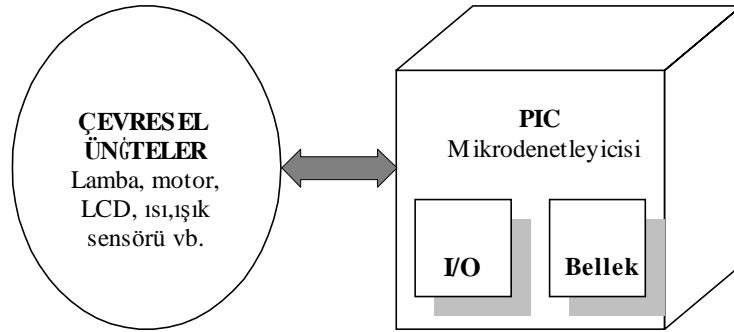
*CPU (Central Processing Unit – Merkezi İşlem Birimi)* : Sistemin en temel işlevi ve organizatörüdür. Bilgisayarın beyni olarak adlandırılır. Komutları yürütmek, hesapları yapmak ve verileri koordine etmek için 4, 8, 16, 32 ve 64 bitlik sözcük uzunluklarında çalışır.

*Hafıza* : RAM, ROM, PROM, EPROM, EEPROM veya bunların herhangi bir birleşimi olabilir. Bu birim, program ve veri depolamak için kullanılır.

*Osilatör* : Mikroişlemcinin düzgün çalışabilmesi için gerekli olan elemanlardan biridir. Görevi; veri ve komutların CPU 'ya alınmasında, yürütülmesinde, kayıt edilmesinde, sonuçların hesaplanmasında ve çıktıların ilgili birimlere gönderilmesinde gerekli olan saat darbelerini üretmektir. Osilatör, farklı bileşenlerden oluşabileceği gibi hazır yapılmış bir modül de olabilir.

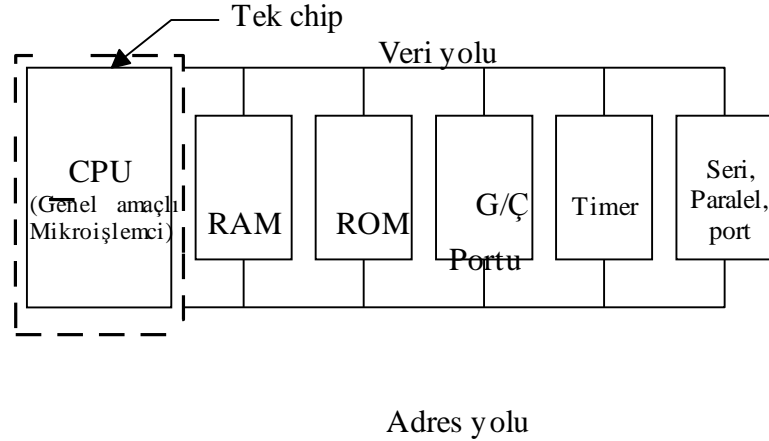
*Diğer devreler* : Mikroişlemci ile bağlantılı diğer devreler; sistemin kilitlenmesini önlemeye katkıda bulunan *Watchdog Timer*, mantık aşamalarını bozmadan birden fazla yonganın bir birine bağlanmasını sağlayan adres ve veri yolları (BUS) için *tampon (buffer)*, aynı BUS 'a bağlanmış devrelerden birini seçmeyi sağlayan, adres ve I/O için kod çözücü elemanlar (*decoder*).

**Mikrodenetleyici (microcontroller)** bir bilgisayar içerisinde bulunması gereken temel bileşenlerden Hafıza, I/O ünitesinin tek bir chip(yonga) üzerinde üretilmiş biçimine denir.

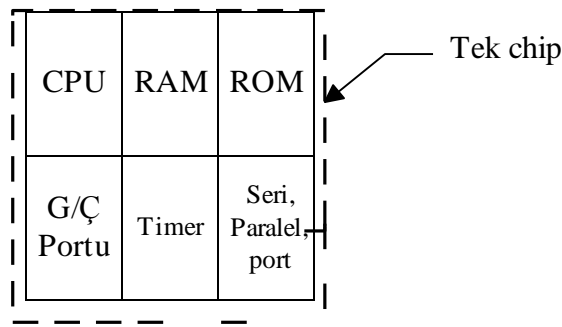


**Şekil.** Bir mikrodenetleyici sisteminin temel bileşenleri

Mikroişlemci ile kontrol edilebilecek bir sistemi kurmak için en azından şu üniteler bulunmalıdır; CPU, RAM, Giriş/çıkış ünitesi ve bu üniteler arasında veri/adres alış verişini sağlamak için bilgi iletim yolları (DATA BUS) gerekmektedir. Bu üniteleri yerleştirmek için baskı devre organizasyonu da önemli bir aşamadır. Mikrodenetleyici ile kontrol edilebilecek sistemde ise yukarıda saydığımız ünitelerin yerine tek bir yonga (mikrodenetleyici) kullanmak yeterli olacaktır. Tek bir yonga kullanmak ile, maliyet düşecek, kullanım ve programlama kolaylığı sağlanacaktır. Bu avantajlardan dolayı son zamanlarda bilgisayar kontrolü gerektiren elektronik uygulamalarda gelişmiş mikroişlemci (*Embeded processor*) kullanma eğilimi gözlenmiştir.



a) Genel amaçlı mikroişlemci sistemi



b) Mikrodenetleyicisistemi

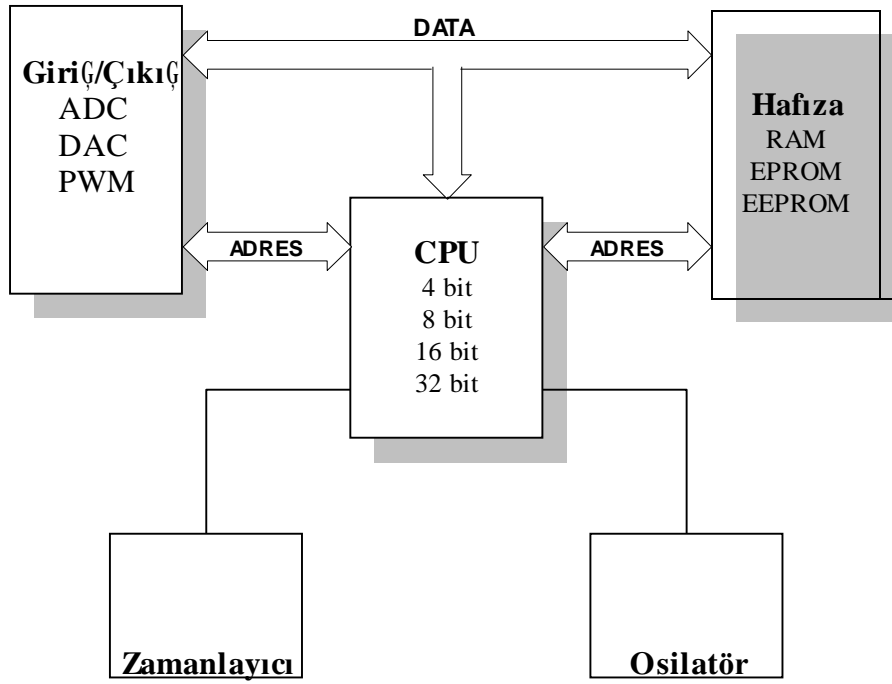
**Şekil.** Mikroişlemcili sistem ile mikrodenetleyici sistemler



Günümüz mikrodenetleyicileri otomobillerde, kameralarda, cep telefonlarında, fax- modem cihazlarında, fotokopi, radyo, TV, bazı oyuncaklar gibi sayılmayacak kadar pek çok alanda kullanılmaktadır.

Mikrodenetleyiciler 1990'lı yıllardan sonra aşağıdaki ihtiyaçlara cevap verebilmek için gelişmeye başlamışlardır. Gelişim sebepleri;

- Karmaşık cihazlar da daha yüksek performansa ihtiyaç duyulması
- Daha geniş adres alanına sahip olması
- C gibi yüksek seviyedeki dillerde programlama desteğinin sağlanması
- Windows altında çalışan gelişmiş özelliklere sahip program geliştirme ortamlarının olması
- Daha az güç tüketimi ve gürültünün olması
- Büyük geliştirme yatırımları ve yazılım güvenliği açısından varolan çeşitli programların kullanılması
- Sistem fiyatlarının ucuz olması

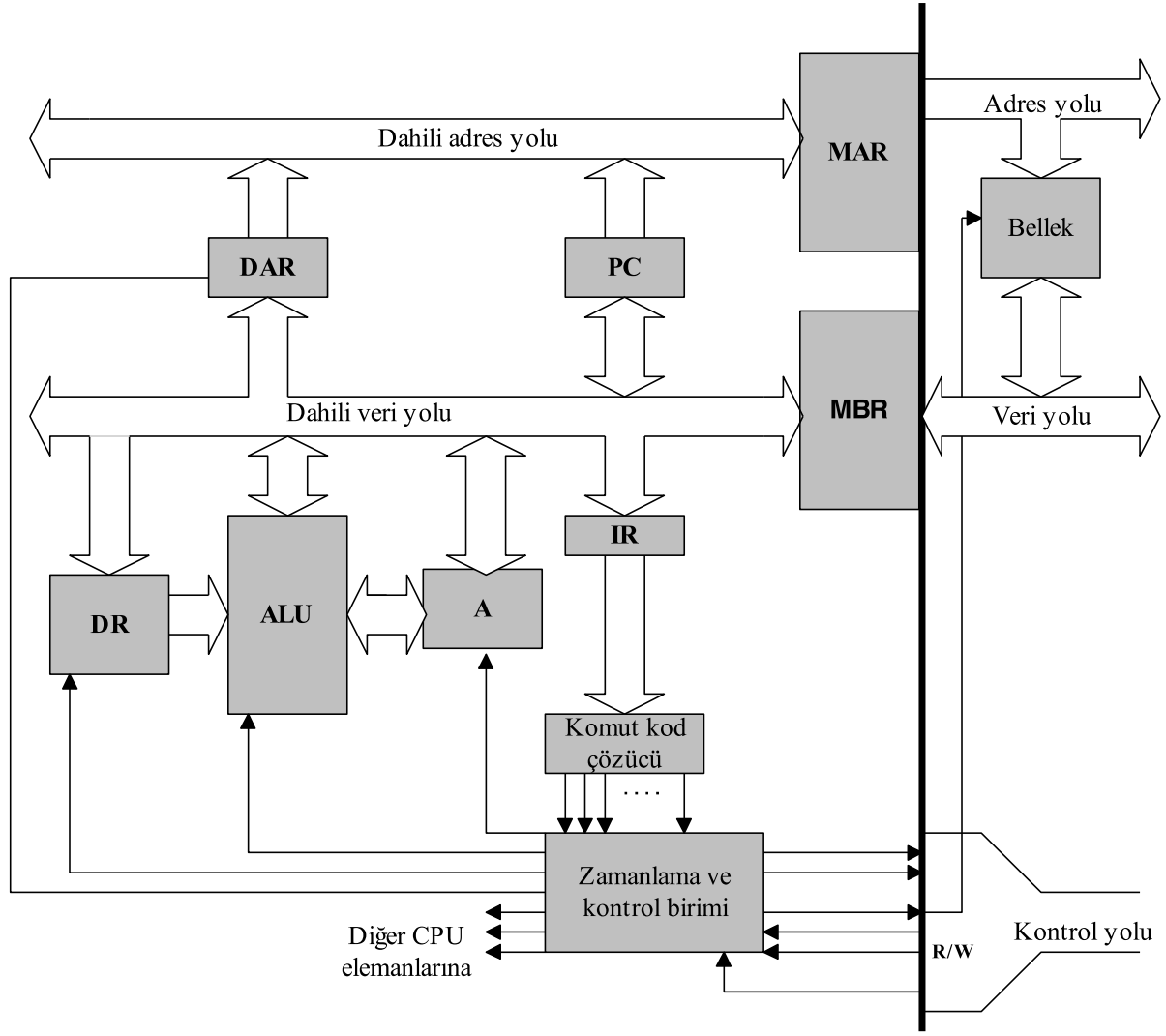


Şekil. Mikrodenetleyici sistem

Teknolojik gelişmelerle birlikte mikroişlemcilerde zamanla gelişmeye başlamışlardır. Belirli bir sürede ele alınan bit sayısına bakılarak mikroişlemcinin güçlü olup olmadığı belirlenir. Bit uzunluklarına göre 8 bit, 16 bit, 32 bit ve 64 bitlik mikroişlemciler bulunur.

### 5.1.1 Basitten Karmaşığa Mikroişlemci Yapısı

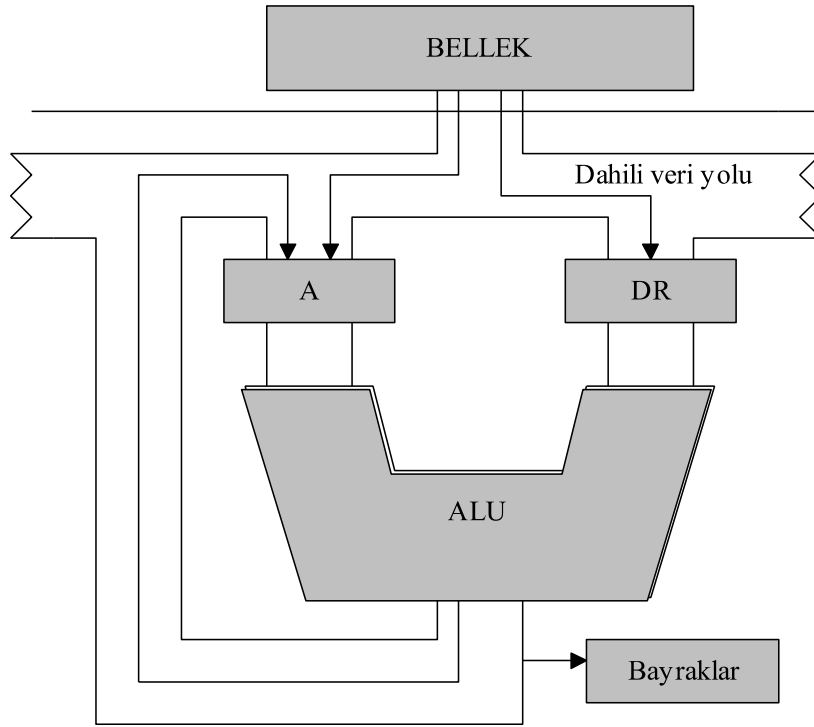
**8-Bitlik Mikroişlemciler:** Basit bir işlemci kaydediciler, aritmetik-mantık birimi ve denetim birimi olmak üzere 3 ana bölümden meydana gelmiştir.



**Şekil.** Basit bir 8-bitlik işlemcinin yapısını oluşturan ana birimler

**Kaydediciler:** Flip-floplardan oluşan birimlerdir. İşlemci içerisinde olduklarından belleklere göre daha hızlı çalışırlar. İşlemci çeşitlerine göre kaydedicilerin adı ve tipleri değişmektedir. Kaydediciler genel amaçlı ve özel amaçlı olmak üzere iki grupta incelenmektedir. Genel amaçlı kaydediciler grubuna A, B ve X gibi kaydediciler girer. A kaydedicisi Akümülatör teriminden dolayı bu adı almıştır. İndis kaydedicilerinin görevleri ise; hesaplamalar sırasındaki ara değerlerin üzerinde tutulması, döngülerde sayaç olarak kullanılmasıdır. Özel amaçlı kaydediciler ise; PC (Program Counter, Program Sayacı), SP (Stack Pointer- Yığın İşaretçisi) ve Flags (Bayraklar) verilebilir. Bunların dışında işlemcide programcıya görünmeyen kaydediciler vardır. Bu kaydedicileri alt düzey program yazan programcılar mutlaka bilmesi gerekir. Bunlar; IR (Instruction Register-Komut kaydedicisi), MAR (Memory Address Register- Bellek adres kaydedicisi), MBR (Memory Buffer Register- Bellek veri kaydedicisi), DAR (Data Address Register- Veri adres kaydedicisi) ve DR (Data register- Veri kaydedicisi) olarak ele alınabilir.

**Aritmetik ve Mantık Birimi:** ALU mikroişlemcilerde aritmetiksel ve mantıksal işlemlerinin yapıldığı en önemli birimdir. Aritmetiksel işlemler denilince akla başta toplama, çıkarma, çarpma ve bölme gelir. Komutlarla birlikte bu işlemleri, mantık kapıları, bu kapıların oluşturduğu toplayıcılar, çıkarıcılar ve flipflopolar gerçekleştirir. Mantıksal işlemlere de AND, OR, EXOR ve NOT gibi işlemleri örnek verebiliriz.



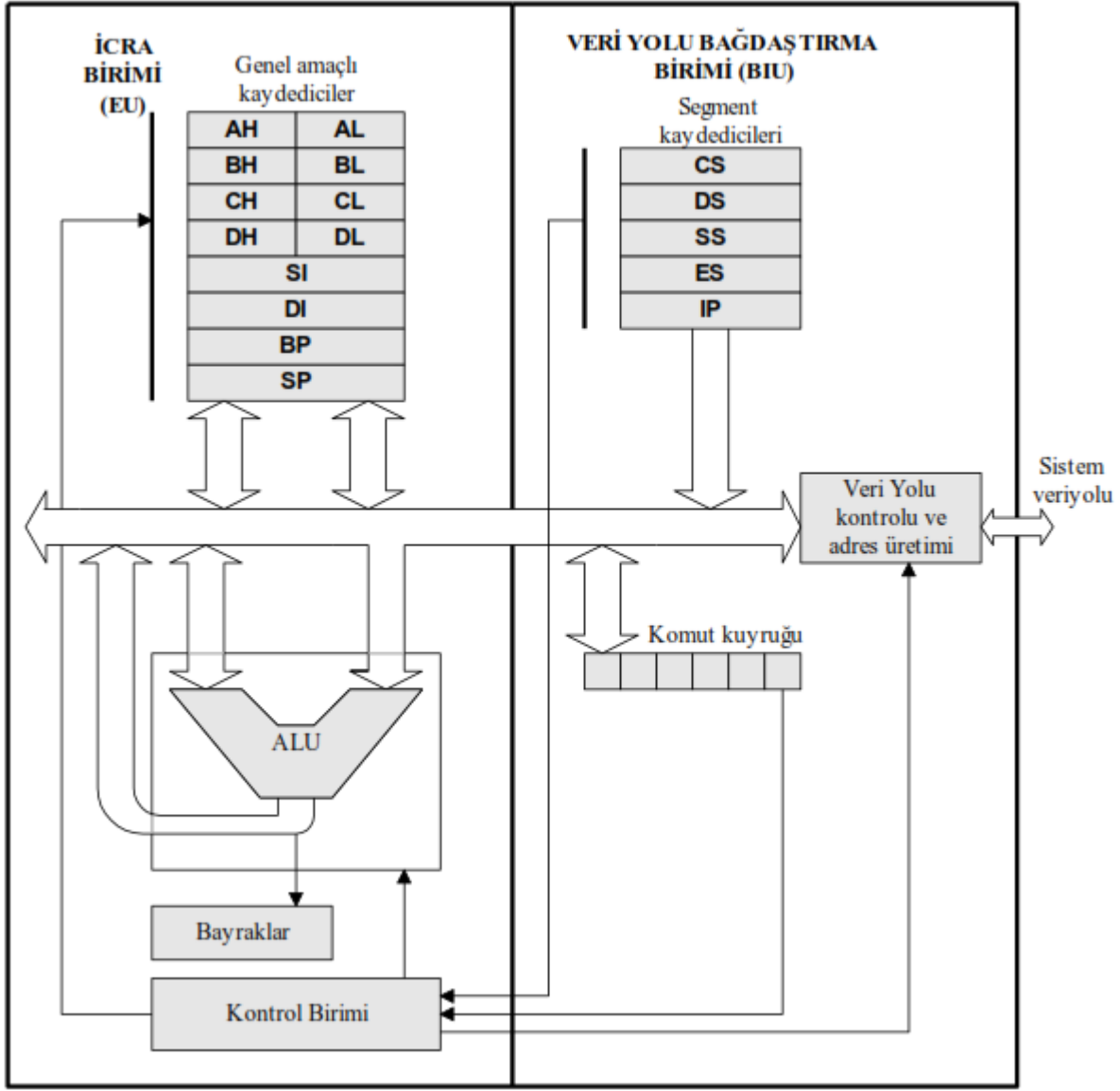
**Şekil.** Aritmetik ve mantık birimi

**Zamanlama ve Denetim Birimi:** Bu kısım sistemin tüm işleyişinden ve işlemin zamanında yapılmasından sorumlu olan birimdir. Bu birim bellekte program bölümünde bulunan komut kodunun alınıp getirilmesi, kodunun çözülmesi, ALU tarafından işlenip, sonucun alınıp belleğe yüklenmesi için gerekli olan denetim sinyalleri üretir.

**İletişim yolları:** Mikroişlemci mimarisine girmese de işlemciyle ayrılmaz bir parça oluşturan iletişim yolları kendi aralarında üçe ayrılır. Adres yolu; komut veya verinin bellekte bulunduğu adresten alınıp getirilmesi veya adres bilgisinin saklandığı yoldur. Veri yolu ise işlemciden belleğe veya Giriş/Çıkış birimlerine veri yollamada yada tersi işlemlerde kullanılır. Kontrol yolu ise sisteme bağlı birimlerin denetlenmesini sağlayan özel sinyallerin oluşturduğu bir yapıya sahiptir.

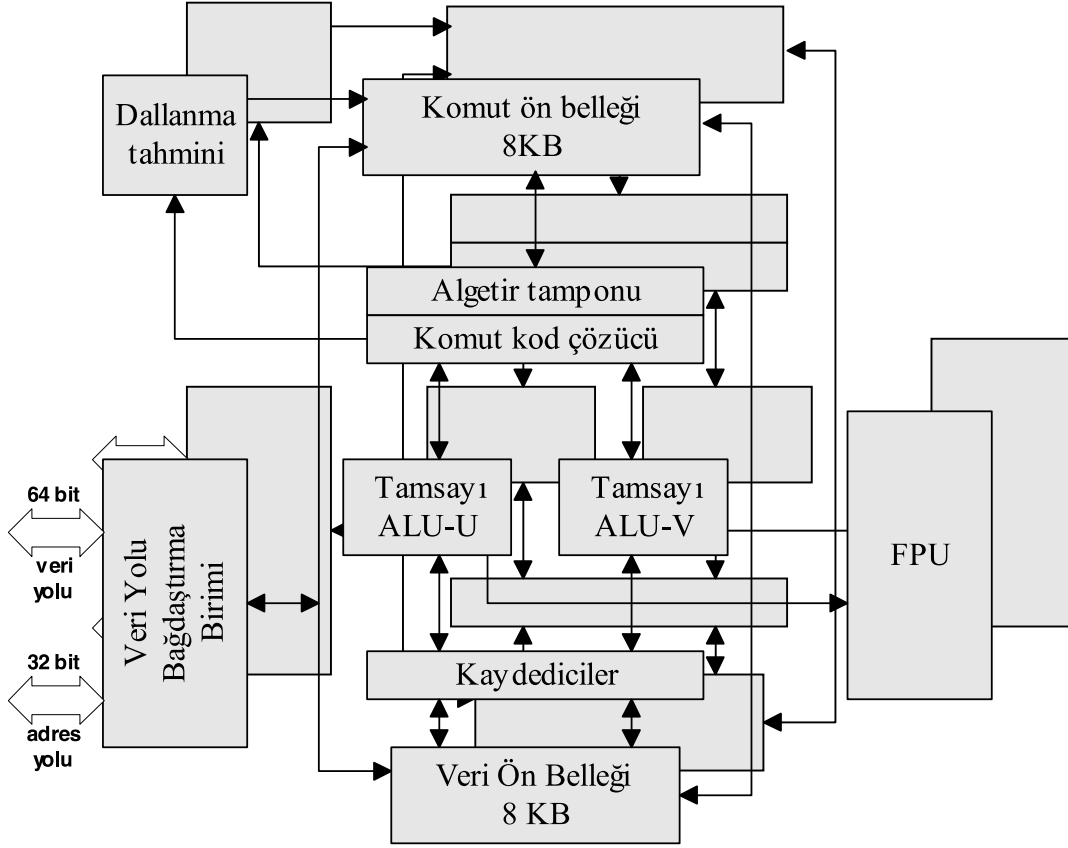
**16-Bitlik Mikroişlemciler:** 16-bitlik mikroişlemciler basit olarak 8-bitlik mikroişlemcilerde olduğu gibi, Kaydediciler, ALU ve Zamanlama-Kontrol birimine sahiptir. Fakat mimari yapısı çoklu görev ortamına uygun hale getirildiğinden, işlemci içerisindeki bölümlerde fonksiyonel açıdan 2 mantıksal bölüme ayrılırlar. Bu birimler Veri Yolu Bağdaştırma Birimi

(BIU) ve İcra Birimi (EU) „dir. BIU birimi, EU birimini veriyle beslemekten sorumluyken, icra birimi komut kodlarının çalıştırılmasından sorumludur. BIU bölümüne segment kaydedicileriyle birlikte IP ve komut kuyrukları ve veri alıp getirme birimleri dahilken, EU bölümüne genel amaçlı kaydediciler, kontrol birimi, aritmetik ve mantıksal komutların işlendiği birim dahildir.



Şekil 1.7: 16- bitlik mikroişlemci mimarisi

**32-Bitlik Mikroişlemciler:** 3. kuşak mikroişlemcilerdir. Diğerlerinden farklı olarak içerisine FPU (Floating Point Unit- Kayan nokta birimi) denilen ve matematik işlemlerinden sorumlu olan bir birim eklenmiştir. Bu gelişmiş işlemci 64-bitlik geniş bir harici veri yoluna sahiptir. Geniş veri yolu, işlemcinin bir çevrimlik zamanda daha çok veri taşınması ve dolayısıyla yapacağı görevi daha kısa zamanda yapması demektir. Bu, işlemcinin bir tıklanmasıyla, işlemci ile bellek arasında veya işlemci ile G/Ç birimleri arasında, 8-bitlik bir işlemciye göre 8 kat fazla bilgi taşınması demektir.



**Şekil.** 32-bitlik mikroişlemci mimarisi

## 5.2 Mikrodenetleyicilerin Gelişimi

CPU, Bellek ve Giriş/Çıkış birimlerinin bir arada bulunması mikrodenetleyiciyi özellikle endüstriyel kontrol uygulamalarında güçlü bir dijital işlemci haline getirmiştir. Mikrodenetleyiciler özellikle otomobillerde motor kontrol, elektrik ve iç panel kontrol; kameralarda, ışık ve odaklama kontrol gibi amaçlarda kullanılmaktadır. Bilgisayarlar, telefon ve modem gibi çeşitli haberleşme cihazları, CD teknolojisi, fotokopi ve faks cihazları, radyo, TV, teyp, oyuncaklar, özel amaçlı elektronik kartlar ve sayılmayacak kadar çok alanda , mikrodenetleyiciler kullanılmaktadır. Bu kadar geniş bir uygulama alanı olan mikrodenetleyiciler aşağıda sıralanan çeşitli özelliklere sahiptirler.

- Programlanabilir sayısal paralel giriş / çıkış
- Programlanabilir analog giriş / çıkış
- Seri giriş / çıkış (senkron, asenkron ve cihaz denetimi gibi)
- Motor/servo kontrolü için darbe işaret çıkışı (PWM gibi)
- Harici giriş ile kesme
- Zamanlayıcı (Timer) ile kesme
- Harici bellek arabirimi
- Harici BUS arabirimi (PC ISA gibi)
- Dahili bellek tipi seçenekleri (ROM, PROM, EPROM ve EEPROM)
- Dahili RAM seçeneği
- Kesirli sayı (kayan nokta) hesaplaması

- D/A ve A/D çeviricileri

Bu özellikler mikrodenetleyicileri üreten firmalara ve mikrodenetleyicilerin tipine göre değişmektedir.

Mikrodenetleyici uygulamalarında dikkate alınması gereken en önemli özellikler *gerçek zaman* (real time) işlemi ve çok görevlilik (multi-tasking) özellikleridir. Gerçek zaman işlemi, mikrodenetleyicinin ihtiyaç anında çalışma ortamına, gereken kontrol sinyallerini göndermesi ve ortamı bekletmeyecek kadar hızlı olmasıdır. Çok görevlilik ise mikrodenetleyicinin birçok görevi aynı anda veya aynı anda gibi yapabilme kapasitesidir. Mikrodenetleyici özet olarak kullanıldığı sistemin birçok özelliğini aynı anda *gözleme* (monitoring), ihtiyaç anında *gerçek-zamanda cevap verme* (real-time response) ve sistemi *denetlemeden* (control) sorumludur.

Bir çok firma tarafından mikrodenetleyiciler üretilmektedir. Her firma üretmiş olduğu mikrodenetleyici yongaya farklı isimler ve özelliklerini birbirinden ayırmak içinde parça numarası vermektedir. Bu denetleyicilerin mimarileri arasında çok küçük farklar olmasına rağmen aşağı yukarı aynı işlemleri yapabilmektedir. Her firma ürettiği chip'e bir isim ve özelliklerini biri birinden ayırmak içinde parça numarası vermektedir. Günümüzde yaygın olarak 8051(intel firması) ve PIC adı verilen mikrodenetleyiciler kullanılmaktadır. Bunlardan başka Phillips, Dallas, Siemens, Oki, Temic, Haris, Texas gibi çeşitli firmalarda üretim yapmaktadır. Örneğin; bunlardan *Microchip* firması üretmiş olduklarına *PIC* adını verirken, parça numarası olarak da *12C508*, *16C84*, *16F877* gibi kodlamalar vermiştir, *Intel* ise ürettiği mikrodenetleyicilere *MCS-51* ailesi adını vermiştir, *Texas Ins.* ise işaret işlemeye yönelik olarak *Digital Signal Processing (DSP)* mikrodenetleyici yongası üretmektedir. *PIC* mikrodenetleyicileri elektronik cihazlarda çok yaygın olarak kullanılmaktadır. Çünkü her amaca uygun boyut ve özellikte mikrodenetleyici bulmak mümkündür. Çeşitli tiplerde mikrodenetleyiciler kullanılabilir fakat, uygulamada en küçük, en ucuz, en çok bulunan ve yapılan işin amacına yönelik olmasına dikkat edilmelidir. Bunun içinde mikrodenetleyicilerin genel özelliklerinin iyi bilinmesi gerekir.

Mikrodenetleyicili bir sistemin gerçekleştirile bilinmesi için, mikrodenetleyicinin iç yapısının bilinmesi kadar, sistemin yapacağı iş için mikrodenetleyicinin programlanması da büyük bir önem arz eder. Mikrodenetleyicili sistemler ile bir oda sıcaklığını, bir motorun hızını, led ışık gibi birimlerini kontrol edebiliriz. Bütün bu işlemleri nasıl yapacağını mikrodenetleyiciye tarif etmek, açıklamak gerekir. Bu işlemlerde mikrodenetleyicili sistemin program belleğine yerleştirilen programlar vasıtasıyla gerçekleştirilir. Mikrodenetleyiciler için programlar assembly veya C gibi bir programlama dilinde yazılabilir. Assembly dilinde yazılan bir program assembler adı verilen bir derleyici ile makine diline çevrildikten sonra mikrodenetleyiciye yüklenir. C dilinde yazılan programında bir çevirici ile makine diline çevrilmesi gerekmektedir. Makine dilindeki bir programın uzantısı „.HEX“ dir. *PIC* mikrodenetleyicisi için program yazarken editör ismi verilen bir programa ihtiyaç vardır. En çok kullanılan editör programı ise *MPLAB*"tır. *MPLAB*" da yazılan programlar proje dosyalarına dönüştürülerek, aynı editör içerisinde derlenebilmektedir. Derlenen programda *PICSTARTPLUS* gibi çeşitli programlayıcılarla mikrodenetleyicilerin içerisine yüklenmektedir.

Bütün bu özellikler dikkate alınarak en uygun mikrodenetleyici seçimi yapılmalıdır. Çünkü mikrodenetleyiciler ticari amaçlı birçok elektronik devrede yaygın olarak kullanılmaktadır.

*PIC* programlayıcıları, program kodlarını yazarken bir komutun kaç bitlik bir sözcük uzunluğundan oluştuğuyla pek fazla ilgilenmezler. Seçilen bir yongayı programlarken uyulması gereken kuralları ve o yongayla ilgili özelliklerin bilinmesi yeterlidir. Bu özellikler; *PIC* 'in bellek miktarı, I/O portu sayısı, A/D dönüştürücüye sahip olup olmadığı, kesme fonksiyonlarının bulunup bulunmadığı, bellek tipinin ne olduğu (Flash, EPROM, EEPROM vb.) gibi bilgilerdir.

### 5.3 Mikrodenetleyici Seçimi

Mikrodenetleyici seçimi kullanıcı için oldukça önemlidir, çünkü mikrodenetleyiciler ticari amaçlı bir elektronik devrede yaygın olarak kullanılmaktadır. Bu sistemlerin öncelikle maliyetinin düşük olması için mikrodenetleyicinin de ufak ve ucuz olması istenir. Diğer taraftan ürünün piyasada bol miktarda bulunması da önemlidir. Tüm bu hususlar dikkate alınarak, kullanıcılar öncelikle hangi firmanın ürününü kullanacağına karar veririler. Daha sonra da hangi seriden, hangi

ürünün kullanacaklarına karar verirler. Burada mikrodenetleyicinin belleğinin yazılım için yeterli büyüklükte olması, kullanılması düşünülen ADC (Analog Dijital Dönüştürücü) kanalı, port sayısı, zamanlayıcı sayısı ve PWM (Pulse Width Modulation- Darbe Genişlik Modülasyonu) kanalı sayısı önemlidir. Ayrıca tasarımcı yapılacak iş için uygun hızda mikrodenetleyici kullanılmalıdır. Tüm bu hususlar dikkate alınarak uygun mikrodenetleyiciye karar verilir. Ürün geliştirmek için pencere (EPROM) veya FLASH tipinde olan belleği silinip, yazılabilen mikrodenetleyici kullanılır. Çünkü ürün geliştirme aşamasında mikrodenetleyici defalarca silinip, yazılabilmektedir. Ayrıca belleği daha hızlı silinip, yazılabilen FLASH mikrodenetleyiciler öğrenmeye yeni başlayanlar için cazip olmaktadır.

Seçimi etkileyen bu noktaları kısaca açıklarsak;

- *Mikrodenetleyicinin İşlem Gücü:* Her uygulamada farklı bir işlem gücüne gereksinim duyulabilir. Bunun için yapılacak uygulamada kullanılacak mikrodenetleyicinin çalışabileceği en yüksek frekans aralığı seçilmelidir.
- *Belleğin Kapasitesi ve Tipi:* Geliştirilecek olan uygulamaya göre program belleği, veri belleği ve geçici bellek kapasitesi dikkate alınmalıdır. Kullanılacak olan belleğin tipide uygulama için önemli bir faktördür.
- *Giriş/Çıkış Uçları:* Mikrodenetleyicinin çevre birimler ile haberleşmesinin sağlayan uçlardır.

Bu nedenle giriş/ çıkış uçlarının sayısı oldukça önemlidir. Yapılacak olan uygulamaya göre bu faktörde dikkate alınmalıdır.

- *Özel Donanımlar:* Yapılacak olan uygulamanın çeşidine göre mikrodenetleyiciye farklı çevre birimleri de eklenebilir. Mikrodenetleyici çevre birimleri ile iletişim kurarken kullanacağı seri, I<sup>2</sup>C, SPI, USB, CAN gibi veri iletişim protokollerini destekleyen veya ADC, analog karşılaştırıcı gibi analog verileri işleyebilecek donanımlara sahip olması dikkate alınmalıdır.
- *Kod Koruması:* Mikrodenetleyicinin sahip olduğu kod koruması özellikle ticari uygulamalarda program kodunun korunmasına olanak sağlamaktadır.

## 5.4 Mikrodenetleyicilerin Yapısı

PIC mikrodenetleyicileri donanım olarak birbirlerine benzerler. Bazıları çok sayıda port ve zamanlayıcılara sahiptir ve PWM kanalları olanlarda vardır. Mikrodenetleyiciler de aritmetik işlemlerin sonucunun saklandığı yer STATUS kayıtçısı olarak adlandırılır. Ayrıca bu kaydedici bellek banklarının (bank 0, bank 1, bank 2 ve bank 3) seçimi içinde kullanılmaktadır. Mikrodenetleyicilerdeki akümülatörün (A,ACC) karşılığı PIC mikrodenetleyicilerinde W (Working Register-Çalışma Kaydedicisi) olarak verilmiştir. PIC mikrodenetleyicileri aritmetik ve mantık işlemleri için yalnızca bir ana kaydediciye sahip oldukları için diğer mikrodenetleyicilerden farklıdır. Sekiz bitlik W kaydedicisi CPU'dan veriyi başka bir yere transfer etmek için de kullanılır. Ayrıca WDT zamanlayıcısı da bulunmaktadır. PIC mikrodenetleyicileri içerisinde dahili osilatör devresi bulunmaktadır. PIC mikrodenetleyicileri Harvard mimarisi ile yapıldığı için oldukça hızlıdır. PIC mikrodenetleyicileri büyük oranda birbirine benzer donanıma sahiptirler. Herhangi birinin çalışması ve programlanması öğrenildiğinde rahatlıkla diğerleri de uygulamalarda kullanılabilir.

## 5.5 Mikrodenetleyici Mimarileri

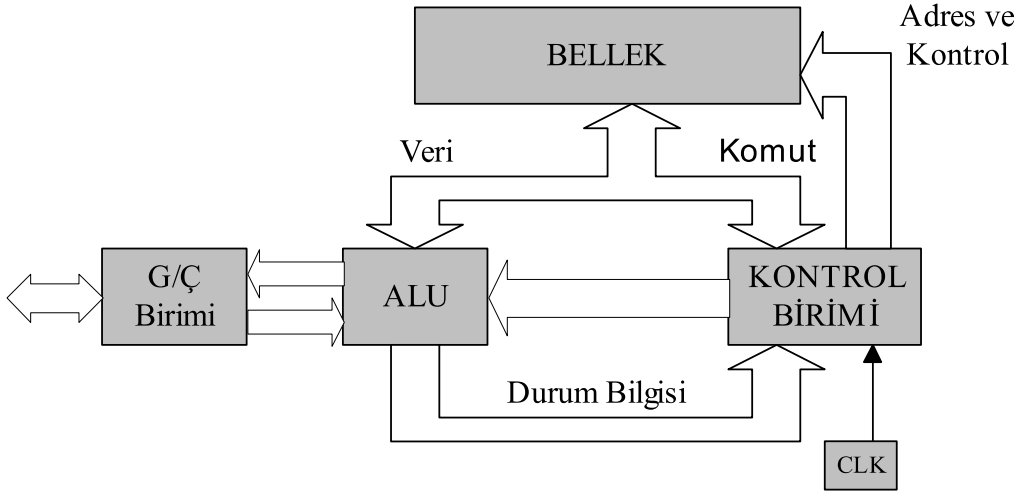
### 5.5.1 Mikrodenetleyici / Mikrobilgisayar Tasarım Yapıları

Bilgisayarın yüklenen tüm görevleri çok kısa zamanda yerine getirmesinde yatan ana unsur bilgisayarın tasarım mimarisidir. Bir mikrodenetleyici, mimari yetenekleri ve tasarım felsefesiyle şekillenir.

#### 5.5.1.1 Von Neuman (Princeton) Mimarisi

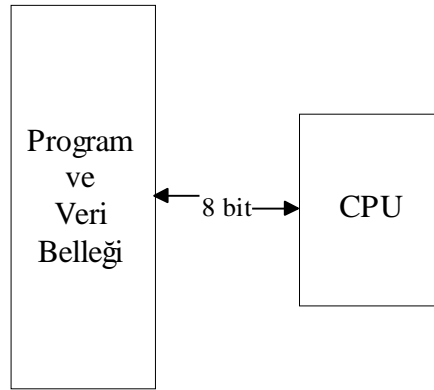
Bilgisayarlarda ilk kullanılan mimaridir. İlk bilgisayarlar Von Neuman yapısından yola çıkılarak geliştirilmiştir. Geliştirilen bu bilgisayar beş birimden oluşmaktaydı. Bu birimler; aritmetik ve mantıksal birim, kontrol birim, bellek, giriş-çıkış birimi ve bu birimler arasında

iletişimi sağlayan yollardan oluşur.



**Şekil.** Von Neuman mimarili bilgisayar sistemi

Bu mimaride veri ve komutlar bellekten tek bir yoldan mikroişlemciye getirilerek işlenmektedir. Program ve veri aynı bellekte bulunduğundan, komut ve veri gerekli olduğunda aynı iletişim yolunu kullanmaktadır. Bu durumda, komut için bir algetir saykılı, sonra veri için diğeri bir algetir saykılı gerekmektedir.



**Şekil .** Von Neuman mimarisi



Von Neuman mimarisine sahip bir bilgisayar aşağıdaki sıralı adımları gerçekleştirir.

1. Program sayıcısının gösterdiği adresten (bellekten) komutu algetir.
2. Program sayıcısının içeriğini bir artır.
3. Getirilen komutun kodunu kontrol birimini kullanarak çöz. Kontrol birimi, bilgisayarın geri kalan birimlerine sinyal göndererek bazı operasyonlar yapmasını sağlar.
4. 1. adıma geri dönlür.

### Örnek 2.1:

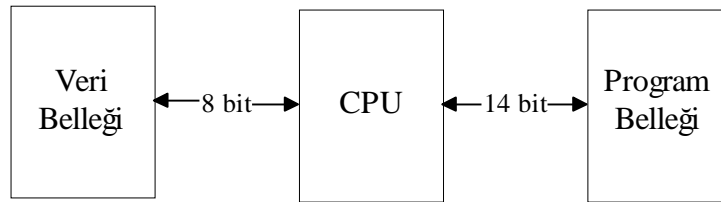
Mov acc, reg

1. cp : Komut okur
- 2,... cp : Veriyi okur ve *acc* ye atar.

Von Neuman mimarisinde, veri bellekten alınıp işledikten sonra tekrar belleğe gönderilmesinde çok zaman harcanır. Bundan başka, veri ve komutlar aynı bellek biriminde depolandığından, yanlışlıkla komut diye veri alanından kod getirilmesi sıkıntılara sebep olmaktadır. Bu mimari yaklaşıma sahip olan bilgisayarlar günümüzde, verilerin işlenmesinde, bilginin derlenmesinde ve sayısal problemlerde olduğu kadar endüstriyel denetimlerde başarılı bir şekilde kullanılmaktadır.

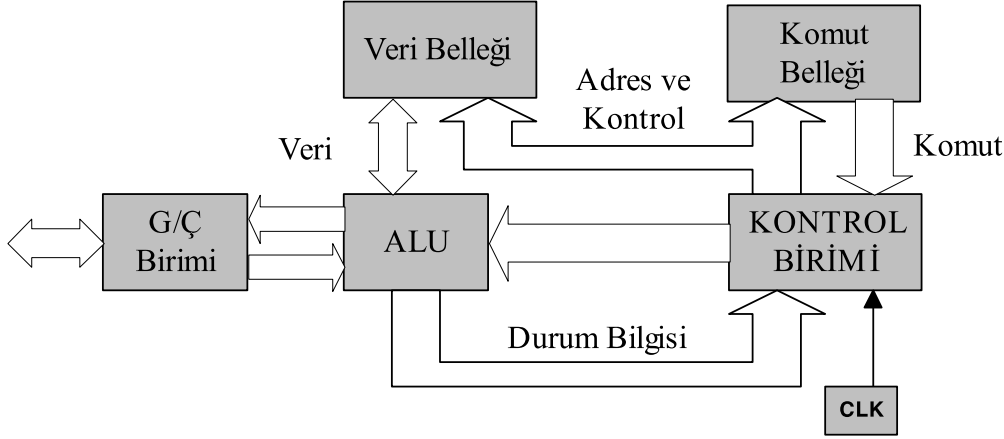
#### 5.5.1.2 Harvard Mimarisi

Harvard mimarili bilgisayar sistemlerinin Von Neuman mimarisinden farkı veri ve komutların ayrı ayrı belleklerde tutulmasıdır. Buna göre, veri ve komut aktarımında iletişim yolları da bir birinden bağımsız yapıda bulunmaktadır.



Şekil 2.3. Harvard Mimarisi

Komutla birlikte veri aynı saykıl da farklı iletişim yolundan ilgili belleklerden alınıp işlemciye getirilebilir. Getirilen komut işlenip ilgili verisi veri belleğinden alınırken sıradaki komut, komut belleğinden alınıp getirilebilir. Bu önden alıp getirme işlemi, dallanma haricinde hızı iki katına çıkarabilmektedir.



**Şekil.** Harvard Mimarili bilgisayar sistemi

### Örnek 2.2:

Mov acc, reg

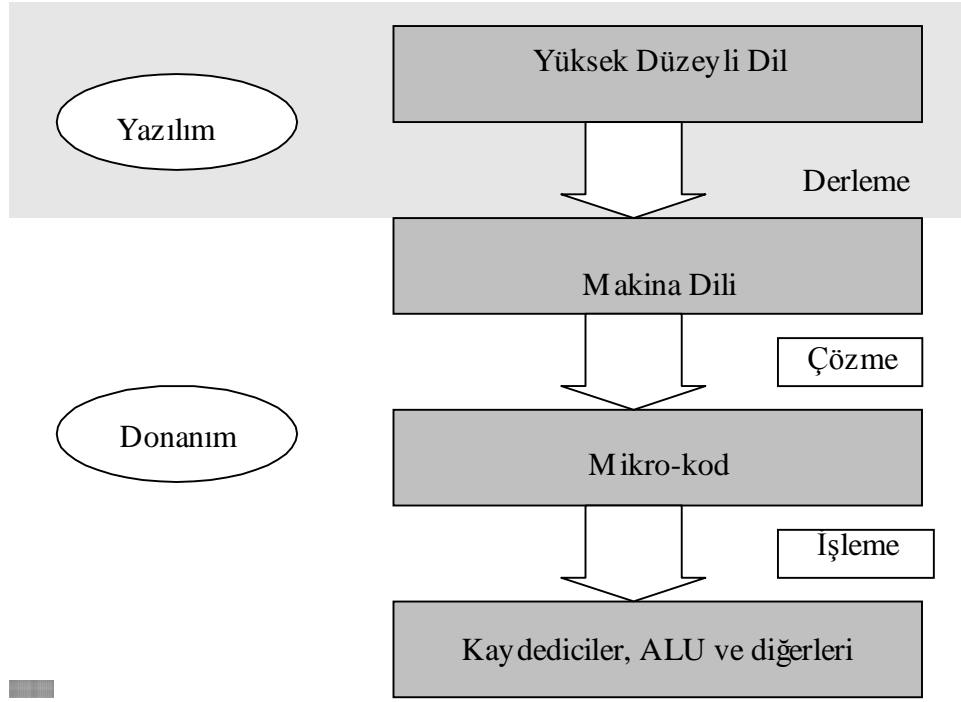
1. cp : Öncelikle “*move acc, reg*” komutunu okur.
2. cp : Sonra “*move acc, reg*” komutunu yürütür.

Bu mimari günümüzde daha çok sayısal sinyal işlemcilerinde (DSP) kullanılmaktadır. Bu mimaride program içerisinde döngüler ve zaman gecikmeleri daha kolay ayarlanır. Von Neuman yapısına göre daha hızlıdır. Özellikle PIC mikrodenetleyicilerinde bu yapı kullanılır.

## 5.5.2 Mikroişlemci Komut Tasarım Mimarileri

### 5.5.2.1 CISC (Complex Instruction Set Computer) Mimarisi

Bu mimari, programlanması kolay ve etkin bellek kullanımı sağlayan tasarım felsefesinin bir ürünüdür. İşlemci üzerinde performans düşüklüğü ve işlemcinin karmaşık bir hale gelmesine neden olsa da yazılımı basitleştirmektedir. Bu mimarinin en önemli iki özelliği, değişken uzunluktaki komutlar diğeri ise karmaşık komutlardır. Değişken ve karmaşık uzunluktaki komutlar bellek tasarrufu sağlar. Karmaşık komutlar birden fazla komutu tek bir hale getirirler. Karmaşık komutlar aynı zamanda karmaşık bir mimariyi de oluşturur. Mimarideki karışıklık işlemcinin performansını da doğrudan etkilemektedir. Bu sebepten dolayı çeşitli istenmeyen durumlar ortaya çıkabilir. CISC komut seti mümkün olabilen her durum için bir komut içermektedir. CISC mimarisinde yeni geliştirilen bir mikroişlemci eski mikroişlemcilerin assembly dilini desteklemektedir.



**Şekil.CISC tabanlı bir işlemcinin çalışma biçimi**

CISC mimarisi çok kademeli işleme modeline dayanmaktadır. İlk kademe, yüksek seviyeli dilin yazıldığı yerdir. Sonraki kademeyi ise makine dili oluşturur. Burada yüksek seviyeli dilin derlenmesi ile bir dizi komutlar makine diline çevrilir. Bir sonraki kademede makine diline çevrilen komutların kodları çözülerek , mikrokodlara çevrilir. En son olarak da işlenen kodlar gerekli olan görev yerlerine gönderilir.

### **CISC Mimarisinin Avantajları**

- Mikroprogramlama assembly dilinin yürütülmesi kadar kolaydır ve sistemdeki kontrol biriminden daha ucuzdur.
- Yeni geliştirilen mikrobilgisayar bir öncekinin assembly dilini desteklemektedir.
- Verilen bir görevi yürütmek için daha az komut kullanılır. Böylece bellek daha etkili kullanılır.
- Mikroprogram komut kümeleri, yüksek seviyeli dillerin yapılarına benzer biçimde yazıldığından derleyici karmaşık olmak zorunda değildir.

### **CISC Mimarisinin Dezavantajları**

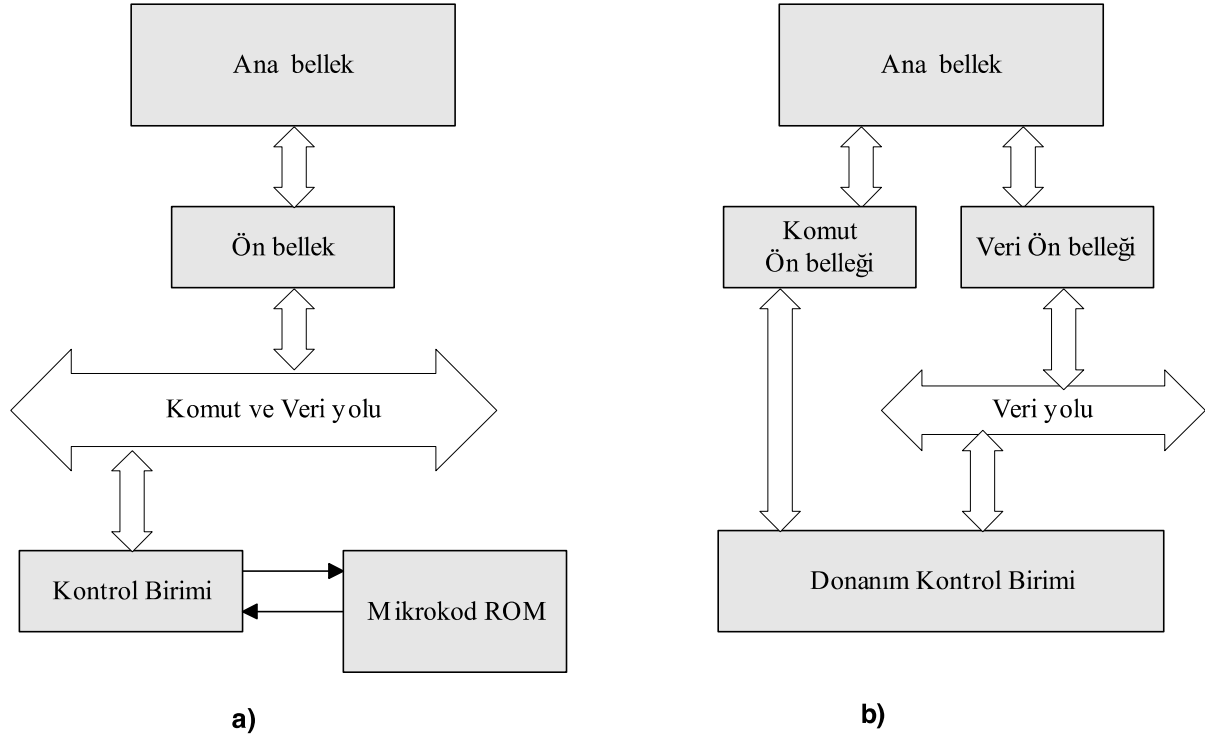
- Gelişen her mikroişlemci ile birlikte komut kodu ve yonga donanımı daha karmaşık bir hale gelmiştir.
- Her komutun çevirim süresi aynı değildir. Farklı komutlar farklı çevrim sürelerinde çalıştıkları için makinanın performansını düşürecektir.
- Bir program içerisinde mevcut komutların hepsi kullanılamaz.
- Komutlar işenirken bayrak bitlerinin dikkat edilmesi gerekir. Buda ek zaman süresi demektir. Mikroişlemcinin çalışmasını etkilemektedir.

### **5.5.2.2 RISC ( Reduced Instruction Set Computer) Mimarisi**

RISC mimarisi IBM, Apple ve Motorola gibi firmalarca sistematik bir şekilde geliştirilmiştir. RISC mimarisinin taraftarları, bilgisayar mimarisinin gittikçe daha karmaşık hale geldiğini ve

hepsinin bir kenara bırakılıp en başta yeniden başlamak fikrindeydiler. 70'li yılların başında IBM firması ilk RISC mimarisini tanımlayan şirket oldu. Bu mimaride bellek hızı arttığından ve yüksek seviyeli diller assembly dilinin yerini aldığından, CISC'in başlıca üstünlükleri geçersiz olmaya başladı. RISC'in felsefesi üç temel prensibe dayanır.

- *Bütün komutlar tek bir çevrimde çalıştırılmalıdır:* Her bir komutun farklı çevrimde çalışması işlemci performansını etkileyen en önemli nedenlerden biridir. Komutların tek bir çevrimde performans eşitliğini sağlar.
- *Belleğe sadece "load" ve "store" komutlarıyla erişilmelidir.* Eğer bir komut direkt olarak belleği kendi amacı doğrultusunda yönlendirilirse onu çalıştırmak için birçok saykıl geçer. Komut alınıp getirilir ve bellek gözden geçirilir. RISC işlemcisiyle, belleğe yerleşmiş veri bir kaydediciye yüklenir, kaydedici gözden geçirilir ve son olarak kaydedicinin içeriği ana belleğe yazılır.
- *Bütün icra birimleri mikrokod kullanmadan donanımdan çalıştırılmalıdır.* Mikrokod kullanımı, dizi ve benzeri verileri yüklemek için çok sayıda çevrim demektir. Bu yüzden tek çevrimli icra birimlerinin yürütülmesinde kolay kullanılmaz.



**Şekil. a)** Mikrokod denetimli CISC mimarisi; **b)** Donanım denetimli RISC mimarisi

RISC mimarisi küçültülen komut kümesi ve azaltılan adresleme modları sayısı yanında aşağıdaki özelliklere sahiptir.

- Bir çevrimlik zamanda komut işleyebilme
- Aynı uzunluk ve sabit formatta komut kümesine sahip olma
- Ana belleğe sadece “load” ve “store” komutlarıyla erişim; operasyonların sadece kaydedici üzerinde yapılması
- Bütün icra birimlerinin mikrokod kullanmadan donanımsal çalışması
- Yüksek seviyeli dilleri destekleme
- Çok sayıda kaydediciye sahip olması

### **RISC Mimarisinin Üstünlükleri**

- **Hız:** Azaltılmış komut kümesi, kanal ve süperskalar tasarıma izin verildiğinden RISC mimarisi CISC işlemcilerin performansına göre 2 veya 4 katı yüksek performans gösterirler.
- **Basit donanım:** RISC işlemcinin komut kümesi çok basit olduğundan çok az yonga uzayı kullanılır. Ekstra fonksiyonlar, bellek kontrol birimleri veya kayan noktalı aritmetik birimleri de aynı yonga üzerine yerleştirilir.
- **Kısa Tasarım Zamanı:** RISC işlemciler CISC işlemcilere göre daha basit olduğundan daha çabuk tasarlanabilirler.

### **RISC Mimarisinin Eksiklikleri:**

CISC tasarım stratejisinden RISC tasarım stratejisine yapılan geçiş kendi problemlerinde beraberinde getirmiştir. Donanım mühendisleri kodları CISC işlemcisinden RISC işlemcisine aktarırken anahtar işlemleri göz önünde bulundurmamak zorundadırlar.

### **5.5.2.3 EPIC Mimarisi**

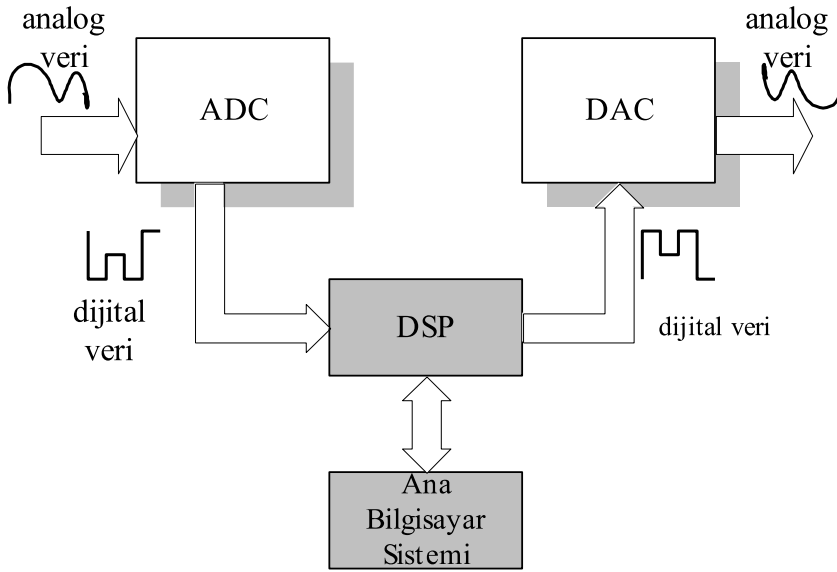
Bu mimari RISC ve CISC mimarisinin üstün yönlerinin bir arada bulunduğu bir mimari türüdür. EPIC mimarisi, işlemcinin hangi komutların paralel çalışabildiğini denetlemesi yerine, EPIC derleyicisinden açık olarak hangi komutların paralel çalışabildiğini bildirmesini ister. Çok uzun komut kelimesi (VLIW) kullanan bilgisayarlar, yazılımın paralelliğine ilişkin kesin bilgi sağlanan mimari örneklerdir. EPIC varolan VLIW mimarisinin dallanma sorunlarını çözmeye çalışarak daha ötesine gitmeyi hedeflemektedir. Derleyici programdaki paralelliği tanımlar ve hangi işlemlerin bir başkasından bağımsız olduğunu belirleyerek donanıma bildirir. EPIC mimarisinin ilk örneği, IA-64 mimarisine dayalı Itanium işlemci ailesidir.

### **EPIC Mimarisin Üstünlükleri**

- Paralel çalıştırma ( çevrim başına birden çok komut çalıştırma)
- Tahmin kullanımı
- Spekülasyon kullanımı
- Derleme anında paralelizmi tanıyan derleyiciler
- Büyük bir kaydedici kümesi
- Dallanma tahmini ve bellek gecikmesi problemlerine karşı üstün başarı
- Gelişme ile birlikte eskiye karşı uyumluluk

#### 5.5.2.4 DSP (Dijital Signal Processing -Dijital Sinyal işleme)

Dijital Signal Processing (Dijital Sinyal işleme) sözcüklerinin bir kısaltmasıdır. 1970'lerin sonlarında mikro-işlemcilerin ortaya çıkmasıyla, DSP kullanımı geniş bir uygulama alanı bulmuştur. Kullanım alanları, cep telefonlarından bilgisayarlara, video çalıcılardan modemlere kadar çok geniş bir alana yayılmaktadır. DSP yongaları, mikro-işlemciler gibi programlanabilir sistemler olup, saniyede milyonlarca işlem gerçekleştirebilir. DSP kartları, üzerlerindeki DSP'ler sayesinde aynı anda bir çok efekt uygulayabilir. Özellikle modemlerde bulunurlar. Çok yüksek hızlarda kayan nokta matematiksel işlemleri yapmak üzere geliştirilmiş bir donanımdır. Diğer birçok şeyin yanı sıra DSP donanımı ses ve görüntü sinyallerinin gerçek zamanlı sıkıştırma ve açma işlemleri için kullanıla bilinir.



Şekil DSP sistem ve elemanları

#### 5.6 Mikrodenetleyicilerin Başarım Ölçütleri

Farklı tür bilgisayarların performansını değerlendirebilmek, bu makineler arasında en iyi seçim veya anahtar etmemdir. Performans ölçümündeki karışıklık birçok temel etmenden doğar. Komut takımı ve bu komutları tamamlayan donanım önemli ana etmenlerdir. Aynı donanıma ve komut takımına sahip iki bilgisayar bile bellek ve giriş/çıkış örgütlenmesi, ve de işletim sistemleri nedeniyle ya da sadece testlerde farklı iki derleyici kullanıldığından dolayı farklı başarımlar verebilir. Bu etmenlerin başarımı nasıl etkilediğini belirlemek, makinenin belirli yönlerinin tasarımının dayanağı olan ana güdüyü anlamak açısından çok önemlidir.

Yolcu uçaklarıyla ilgili bir örnek verelim. Aşağıda mevcut uçaklarla ilgili bilgiler verilmiştir. Buna göre; 5000 yolcuyla New York'tan Paris'e (1500 km) taşımamız gerektiğine göre hangi uçağı kullanmalıyız?

Uçak	P: Yolcu kapasitesi	R: Uçuş menzili (km)	S: Uçuş hızı (km/saat)	(P*S) Yolcu gönderme hızı
Boeing 737-100	101	1000	1000	101000
Boeing 777	375	7400	1000	375000
Boeing 747	470	6650	1000	460600
BAC/Sud Concorde	132	6400	2200	290400
Douglas DC-8-50	146	14000	880	128480

Tablo. Uçaklar ve özellikleri

Boeing 737-100 uçuş menzili New York'tan Paris'e uçmaya yetmeyeceğinden daha ilk başta listeden elenir. Ardından, geriye kalanlar arasında Concorde en hızlı olarak görülmektedir. Ancak uçağın sadece hızlı olması yeterli değildir. Boeing 747 daha yavaş olmasına karşın bir Concorde'un taşıyabileceğinden 3 kat daha fazla yolcu taşıyabiliyor. Uçakların performansları için daha iyi bir ölçüt uçakların yolcu taşıma hızı olabilir. Yolcu sayısının uçağın hızıyla çarpımından çıkan sayı yolcu taşıma hızıdır. Bu durumda 747'nin 5000 yolcuyla taşımada daha başarılı olduğunu görürüz, çünkü onun yolcu taşıma hızı Concorde'dan daha yüksektir. Diğer taraftan, eğer toplam yolcu sayısı 132'den az olursa Concorde elbetteki Boeing 747'den daha iyidir. Çünkü onları 747'den neredeyse iki kat hızlı taşıyacaktır. Yani performans büyük oranda yapılabilecek işe bağlıdır.

### 5.6.1 Başarım Tanımı

Bir bilgisayarın diğerinden daha iyi başarıma sahip olduğunu söylemekle, tipik uygulama programlarımız açısından o bilgisayarın birim sürede diğerinden daha çok iş bitirebildiğini kastederiz.

Zaman paylaşımli çok-kullanıcılı çok-görevli bir bilgisayarda, bir programın başlangıcından bitişine kadar geçen toplam zamana toplam yürütme süresi denir. Genellikle giriş/çıkış ile programımızın işlemesi için geçen süre ayrı ayrı sayılır. Bunlar işimizin CPU süresi ve Giriş/ Çıkış işlem süresi olarak adlandırılır. Zaman paylaşımli anabilgisayarlarda diğer kullanıcıların işleri arasında çalışan programın çalışma süresi CPU süresinden daha uzundur. Kullanıcıları genelde bu çalışma süresi ilgilendirirken, bilgisayar merkezinin yöneticisi bilgisayarın toplam iş bitirme hızıyla (throughput) ilgilenir.

Programların CPU sürelerini azaltmak için çeşitli yöntemler vardır. Bunlardan akla ilk gelen bilgisayarı aynı tip daha hızlı sürümüyle değiştirmektir. Bu yöntem başarıyı kısmen artırır. Belli bir görevde, X bilgisayarının başarıyı temel olarak programın çalışma zamanıyla ters orantılıdır.

$$X\text{in Başarımı} = \frac{1}{X\text{in Çalışma süresi}}$$

Bu da, X ve Y bilgisayarlarının başarıyı çalışma zamanıyla ters orantılıdır demektir.

$$Y\text{'nin Çalışma Süresi} > X\text{'in Çalışma Süresi}$$

ise

$$X\text{'in Başarımı} > Y\text{'nin Başarımı}$$

demektir. Nicel olarak,

$$\frac{X\text{ in Başarımı}}{Y\text{ nin Başarımı}} = \frac{Y\text{ nin Çalışma Süresi}}{X\text{ in Çalışma Süresi}} = n$$

ise X in Y den n kat hızlı olduğu söylenir.

## 5.6.2 Ölçme Koşulları ve Ölçme Birimleri

Çok görevli ve çok kullanıcı bir bilgisayar ortamında yürütme süresi ve belli bir iş için harcanan işlem süresi farklı kavramlardır.

- Programın başlatılmasına bitişine kadarki zamana toplam yürütme süresi, yanıt zamanı, geçen süre yada duvar süresi denir.
- Program işleminde CPU tarafından harcanan zaman dilimlerinin toplamına CPU yürütme süresi yada basitçe CPU süresi denir.
- CPU süresi daha da ayrışarak program CPU süresi ve sistem CPU süresine bölünür. Sistem CPU süresi içinde giriş/çıkış, disk erişimi ve benzeri diğer çeşitli sistem görevleri yapılır. Program CPU zamanı ise yalnızca program kodunun yürütülmesi için geçen net süredir.

Zaman genellikle saniye(s) birimiyle ölçülür. Ancak saat dönüş süresi, yani bilgisayarın periyodu çoğunlukla nanosaniye (nano=1/1 000 000 000 ) kullanılarak ölçülür. Genelde bilgisayarların hızları verirken saat hızı(=saat-dönüşü) tercih edilir. Saat hızının birimi Hertz (Hz) dir. Hertz saniyedeki dönüş sayısına eşittir. Daha hızlı saatler için Kilo-Hertz, Mega-Hertz yada Giga-Hertz×× terimleri kullanılır.

**Tablo 3.2.** Zaman Birimleri

Zaman Birimleri	Saniye	Mili-saniye	Mikro-saniye	Nano-saniye
Kısaltması	s	Ms	µs	ns
Saniye eşdeğeri	1	0.001	0.000 001	0.000 000 001

**Tablo 3.3.** Frekans birimleri

Frekans Birimleri	Hertz	Kilo- Hertz	Mega- Hertz	Giga- Hertz
Kısaltması	Hz	KHz	MHz	GHz
Saniyedeki dönüş	1	1000	1 000 000	1 000 000 000

Bilgisayarların başarımlarını karşılaştırırken, gerçekte kullanılacak uygulama programlarının iş-bitirme hızı son derece önemlidir. Bir programın CPU yürütme süresini belirleyen temel ifade;  $CPU-yürütme-süresi = CPU-saat-dönüş-sayısı \times Saat\ dönüş\ süresi$ ; biçimindedir.

CPU-saat-dönüş-sayısı ise;

$$CPU-saat-dönüş-sayısı = komut\ sayısı \times komut\ başına\ ortalama\ dönüş\ sayısı$$

Komut başına ortalama dönüş sayısı genellikle CPI(cycle-per- instruction) diye adlandırılır.

**ÖRNEK 3.1:** A ve B aynı komut takımına sahip iki makine olsun. Herhangi bir program için A'nın saat dönüşü 10ns ve CPI „si 2.0 ölçülmüş, aynı program için B'nin saat dönüşü 20ns ve CPI"si 1.2 ölçülmüştür. Bu program açısından hangi makine kaç kat hızlıdır.?

**Çözüm 3.1:** Programdaki komut sayısının I olduğunu varsayalım. Bu durumda;



$$CPU\text{-süresi-A} = CPU\text{-saat-dönüşü-sayısı-A} \times \text{saat-dönüş süresi A}$$

$$= 1 \times 2.0 \times 10 \text{ ns} = 20 \text{ ns}$$

$$CPU \text{ süresi B} = 1 \times 1.2 \times 20 \text{ ns} = 24 \text{ ns}$$

$CPU\text{-süresi-A} < CPU \text{ süresi B}$ , o halde A daha hızlıdır.

$$\frac{\text{Başarım A}}{\text{Başarım B}} = \frac{\text{Çalışma Süresi B}}{\text{Çalışma Süresi A}} = n$$

$$n = 24 \times 1 \text{ ns} / 20 \times 1 \text{ ns} = 1.2$$

A makinesi B den 1.2 kat daha hızlıdır.

### 5.6.3 Yaygın Kullanılan Yanıltıcı Başarım Ölçütleri

MIPS ve MFLOPS, sistem başarımını karşılaştırmak için sık kullanılan başarım ölçütleridir. Bu iki başarım ölçütü birçok durumda yanıltıcı olabilir.

#### 5.6.3.1 MIPS Başarım Ölçümü

MIPS saniyede milyon komut için kısaltmadır. Bir programda,

$$MIPS = \frac{\text{Komut Sayısı}}{\text{Yürütme Süresi} \times 10^6} = \frac{\text{Komut Sayısı}}{CPU - \text{saat} - \text{dönüş} - \text{sayısı} \times \text{saat} - \text{dönüş süresi} \times 10^6}$$

$$= \frac{\text{Komut sayısı} \times \text{saat hızı}}{\text{Komut sayısı} \times CPI \times 10^6}$$

burada  $CPU \text{ saat dönüşü sayısı} = \text{komut sayısı} \times CPI$  olduğundan

$$MIPS = \frac{\text{Saat hızı}}{CPI \times 10^6} \quad (\text{doğal MIPS})$$

$$\text{Çalışma Süresi} = \frac{\text{Komut sayısı} \times CPI}{\text{Saat hızı}} = \frac{\text{Komut sayısı}}{\text{Saat hızı} \times 10^6 / CPI \times 10^6}$$

$$\text{Çalışma Süresi} = \frac{\text{Komut sayısı}}{MIPS \times 10^6}$$

bu eşitliğe göre hızlı makinenin MIPS değeri yüksektir diyebiliriz.

#### 5.6.3.2 MIPS Ölçümünü Kullanmanın Sakıncaları

- Aynı iş kullanılan komut sayıları farklı olacağından farklı komut takımlarına sahip bilgisayarları MIPS kullanarak karşılaştıramayız.
- Aynı bilgisayar da çalıştırılan farklı programlar farklı MIPS değerleri verir. Bir makinenin tek bir MIPS değeri olamaz.

Bazı durumlarda MIPS gerçek performansa ters yönde değişebilir.

**ÖRNEK 3.2:** Üç farklı tipte komutu olan makine düşünün, A tipi 1, B 2 ve C de 3 saat dönüşü tutsun. Makinenin saat hızı 100 MHz verilsin. Aynı programın iki farklı derleyiciden çıktığı kodlarının çalışma süresini ölçmeye çalıştığımızı düşünün;

Kodu oluşturan	Komut sayısı (milyon)		
	A-tipi	B-tipi	C-tipi
Derleyici 1	5	1	1
Derleyici 2	10	1	1

MIPS e göre hangi derleyicinin kod parçası daha hızlı çalışıyor?  
Çalışma süreleri açısından hangi kod parçası daha hızlı çalışıyor?

**Çözüm 3.2:**

$$MIPS = \frac{\text{Saat hızı}}{CPI \times 10^6} = \frac{100 \text{ Mhz}}{CPI \times 10^6}$$

böylece

$$CPI = \frac{\text{CPU saat dönüşü sayısı}}{\text{Komut sayısı}}$$

burada

$$\text{CPU saat dönüşü sayısı} = \sum CPI_i \times \text{Komut sayısı}_i$$

her derleyici için toplam CPI yi bulmak amacıyla şu eşitliği kullanırız.

$$CPI = \frac{\sum CPI_i \times \text{Komut sayısı}_i}{\text{Komut sayısı}}$$

<p><i>Durum 1</i></p> $CPI = \frac{((5 \times 1) + (1 \times 2) + (1 \times 3)) \times 10^6}{(5 + 1 + 1) \times 10^6}$ $= 10 / 7 = 1.43$ $MIPS_{\text{derleyici-1}} = \frac{100 \times 10^6}{1.43 \times 10^6} \cong 70$	<p><i>Durum 2</i></p> $CPI = \frac{((10 \times 1) + (1 \times 2) + (1 \times 3)) \times 10^6}{(10 + 1 + 1) \times 10^6}$ $= 15 / 12 = 1.25$ $MIPS_{\text{derleyici-2}} = \frac{100 \times 10^6}{1.25 \times 10^6} \cong 80$
--	---

demek ki MIPS değerine göre derleyici2 daha yüksek başarılıdır. Çalışma sürelerini hesaplırsak:

$$\text{CPU süresi} = \frac{\text{Komut sayısı} \times CPI}{\text{Saat hızı}}$$

$$\text{CPU süresi 1} = \frac{(5 + 1 + 1) \times 10^6 \times 1.43}{100 \times 10^6}$$

$$= 0.10 \text{ s}$$

$$\text{CPU süresi 2} = \frac{(10 + 1 + 1) \times 10^6 \times 1.25}{100 \times 10^6}$$

$$= 0.15 \text{ s}$$

çalışma sürelerine göre ise derleyici1 daha hızlı demektir. Demek ki MIPS değerine bakılarak varılan sonuç yanlıştır. Buda MIPS değeri, bilgisayarın başarımı için doğru bir ölçüt değildir anlamına gelir.

### 5.6.3.3 Tepe MIPS

İşlecinin MIPS ölçümü hesabında kullanılan CPI'Yİ en aza indiren karışımı seçilerek elde edilir. Ancak, bu karışım tümüyle gerçekdışı ve uygulanamaz nitelikte olabilir. Bu yüzden tepe

MIPS kullanışsız bir ölçüttür.

#### 5.6.3.4 Göreceli MIPS

Göreceli MIPS şu şekilde hesaplanır.

$$\text{Göreceli MIPS} = \frac{T - \text{bilinen} \times \text{MIPS bilinen}}{T \text{ ölçülen}}$$

Burada

T-bilinen= Programın bilinen bir makinedeki çalışma zamanı

T-ölçülen= Programın ölçülecek makinedeki çalışma zamanı

MIPS- bilinen= Bilinen makinenin, genellikle VAX11/780, kabul görmüş MIPS değeri

Göreceli MIPS metriği sadece verilen bir program ve verilen girdi için doğrudur.

#### 5.6.3.5 MFLOPS ile Başarım Ölçümü

MFLOPS saniyede milyon kayan noktalı işlem anlamına gelir. Her zaman “megaflops” diye okunur.

$$\text{MFLOPS} = \frac{\text{Bir programdaki kayan noktalı işlemler sayısı}}{\text{Yürütme süresi} \times 10^6}$$

MFLOPS programa bağlıdır. Komutlar yerine aritmetik işlemlerin üzerinde tanımlandığından, MFLOPS farklı makineleri karşılaştırmada daha iyi bir ölçüt olma eğilimindedir. Ancak, farklı makinelerin kayan noktalı işlem takımları birbirine benzemez ve gerçekte aynı iş için gereken kayan noktalı işlem sayısı her makinede farklı olabilir.

#### 5.6.3.6 Normalize MFLOPS

Normalize MFLOPS, yüksek seviye bir programlama dilindeki kayan noktalı işlemler için denk sayı bulma yöntemi tanımlar. Böylece bölme gibi daha karmaşık işlemlerle gerektiğince fazla ağırlık biçeriz. Bununla birlikte sayma/ağırlıklandırma farkı nedeniyle, normalize MFLOPS aslında kullanacağımız kayan noktalı işlemlerin gerçek sayısından çok farklı olabilir.

#### 5.6.3.7 Tepe MFLOPS

Herhangi bir program parçası için mümkün olan en yüksek MFLOPS değerine tepe MFLOPS değeri denir. Başarım ölçmede tepe MIPS gibi tepe MFLOPS yanıtıcı bir ölçümdür.

#### 5.6.3.8 Başarım Değerlendirme Programlarının Seçimi

MIPS ve MFLOPS yanıtıcı başarım ölçütleridir. Bir bilgisayarın başarımını ölçmek için, “benchmark”(karşılaştırma noktası” adı verilen bir grup karşılaştırma programını kullanarak değerlendiririz.

- Karşılaştırma programları kullanıcının gerçek iş yükünün vereceği başarımı tahmin edecek iş yükünü oluşturur.
- En iyi karşılaştırma programları gerçek uygulamalardır, ancak bunu elde etmek zordur. Seçilen

karşılaştırma programları gerçek çalışma ortamını yansıtmalıdır.Örneğin;tipik bazı mühendislik yada bilimsel uygulama mühendis kullanıcıların iş yükünü yansıtabilir.Yazılım geliştirenlerin iş yükü ise, çoğunlukla derleyicidir, belge işleme sistemleri ,vb. –den oluşur. Bazı küçük programların çalışma süresinin çoğunu çok küçük bir kod parçasında geçirerek karşılaştırma program takımlarını yanılttığı tecrübeyle sabittir.Örneğin, SPEC karşılaştırma takımının ilk sürümündeki **matrix300 programı**, çalışma zamanının %99-unu tek bir komut satırında geçirir.Bundan yararlanan bazı şirketler matrix300 ün tek satırındaki başarımı arttırarak karşılaştırmayı yanıltmak üzere özel derleyiciler bile geliştirmiştir.

Küçük karşılaştırma programları elle bile hızla derlenebilir ve simüle edilebilir.Bunlar özellikle henüz derleyicisi yazılmamış yeni makinelerin tasarımları için kullanışlıdır.Ve de , Bunları standartlaştırmak kolay olduğundan, küçük karşılaştırma programlı başarı sonuçları yayınlanmış olarak kolayca bulunabilir.

Benchmark sonuçları rapor edilirken, makinelerin karşılaştırma ölçümleri ile birlikte şu bilgilerde listelenmelidir.

- İşletim sisteminin sürümü
- Kullanılan derleyici
- Programa uygulanan girdiler
- Makine yapısı(bellek, giriş/çıkış hızı, vs)

Daha yüksek başarımlar elde edilen makine sisteminin belirlenmesinde;

<b>Donanım</b>	
Model no	Powerstation 550
CPU	41.67 MHz POWER 4164
FPU	Tümleşik
CPU sayısı	1
Önbellek Boyutu	64k veri, 8k komut
Bellek	64 Mb
Disk alt sistemi	2-400 SCSI
İletişim ağı arayüzü	Yok
<b>Yazılım</b>	
O/S tipi	AIX v3.1.5
Derleyici sürümü	AIX XL C/6000 ver 1.1.5 AIX XL Fortran ver 2.2
Diğer yazılım	Yok
Dosya sistemi tipi	AIX
Bellenim seviyesi	YOK
<b>Sistem</b>	
Uyum parametreleri	Yok
Art alan yükü	Yok
Sitem durumu	Çok kullanıcı (tek kullanıcı login)

**Tabl.** Daha yüksek başarımlar sonucu elde edilen makine sisteminin betimlenmesi

### 5.6.3.9 Toplam Çalışma Zamanının Hesaplanması

Eğer iş yükündeki programlar eşit sayıda çalışırlarsa, karşılaştırma takımındaki n programın toplam yürütme süresi, her programın çalışma süresinin aritmetik ortalaması ile hesaplanır.

$$\text{Aritmetik Ortalama} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \text{süre}_i$$

burada iş yükünde n program vardır ve  $\text{süre}_i$  i. programın yürütme süresidir.

Eğer iş yükündeki programlar farklı ağırlığa sahipse, her  $\text{süre}_i$  terimini  $w_i$  ağırlığı ile çarpıp ağırlıklı aritmetik ortalama hesaplayabiliriz.

$$\text{Ağırlıklı Aritmetik Ortalama} = \frac{1}{\sum_{i=1}^n w_i} \sum_{i=1}^n w_i \text{süre}_i$$

Normalize zamanın aritmetik ortalamasıyla hesaplanmış toplam çalışma zamanı, özellikle programlardan birinin çalışma zamanı diğerlerinden çok yüksekse, gerçek başarımdan sapar. Normalize edilmiş zamanlar kullanılması durumunda, başarımların geometrik ortalama kullanılarak daha iyi karşılaştırılabilir.

$$\frac{\text{Geometrik Ortalama X}}{\text{Geometrik Ortalama Y}} = \text{Geometrik Ortalama}(X/Y) \quad \text{ve}$$

$$\text{Geometrik Ortalama} = (\text{süre}_1 \times \text{süre}_2 \times \dots \times \text{süre}_n)^{(1/n)}$$

Geometrik ortalamanın aritmetik ortalamadan farkı birimsiz olmasıdır ve toplam yürütme süresiyle orantılı gitmez. Bu yüzden programın yürütme süresini tahminde işe işe yaramaz.

*İki programın, iki farklı makinedeki yürütme süreleri;*

Karşılaştırma-takımı programları	Yürütme süresi (saniye)	
	Bilgisayar A	Bilgisayar B
Program 1	1	10
Program2	1000	100
Program3	1001	110

*Normalize edilmiş aritmetik ortalama yanıltıcı olabilir.*

Karşılaştırma programları	Yürütme-süresi		A-ya normalize		B-ye normalize	
	Ta	Tb	Ta/Ta	Tb/Ta	Ta/Tb	Tb/Tb
Program-1	1	10	1	10	0,1	1
Program-2	1000	100	1	0,1	10	1
Aritm.orta	500,5	55	1	5,05	5,05	1
Geom.orta	31,6	31,6	1	1	1	1

Veri A-ya normalize edildiğinde, B-nin başarımı A-ninkinin 5,05 katıdır, ama aynı veri B-ye normalize edildiğinde, A-nın başarımı B-nin kinin 5,05 katıdır. geometrik ortalama iki durumda da tutarlıdır.

## SONUÇ

- Doğru başarıml ölçüsü üç parametreyi:komut sayısı,CPI, ve saat hızı-nı şu şekilde içermelidir

$$Yürütme Süresi = \frac{Komut\ sayısı \times CPI}{Saat\ hızı}$$

- Bir tasarım farklı yönlerinin bu anahtar anahtar parametrelerin her birini nasıl etkilediğini anlamamız gerekir: Örneğin,
  - Komut takımı tasarımı komut sayısını nasıl etkiler,
  - Ardışık düzen ve bellek sistemleri CPI değerini nasıl etkiler,
  - Saat hızı teknoloji ve organizasyona nasıl bağlıdır.
- Sadece başarıma bakmamız yetmez, maliyeti de düşünmemiz gerekir. Maliyet şunları kapsar:
  - Parça maliyeti
  - Makineyi yapacak iş gücü
  - Araştırma ve geliştirme giderleri
  - Satış, pazarlama, kar, vs.

### 5.7 PIC Mikrodenetleyicilerin Tanıtımı

Mikrodenetleyicilerin kullanımı yaygınlaştıkça Atmel, Philips, Renesas, NEC, Microchip gibi firmalar mikrodenetleyicilerle piyasa çıkmaya başladılar. Bu firmalardan Microchip, 1990 yılından itibaren 8-bit'lik mimari üzerine yaptığı özel donanım eklentileri ile günümüzde onlarca çeşit mikrodenetleyici üretmektedir. Bu firma aynı zamanda 2004 yılı içerisinde dsPIC adı verdiği 16-bit mimarili yeni mikrodenetleyicisini çıkarmıştır. 8 bitlik mikrodenetleyiciler 8-bitlik veri yolu, 16-bitlik mikrodenetleyiciler ise 16-bitlik veri yolunu kullanırlar.

Microchip gibi bazı firmalar diğerlerinden farklı olarak uygulamalar için gerekli olabilecek çeşitli donanımları (ADC, DAC, RTC v.b.) mikrodenetleyici içerisine eklemektedir. Böylece bu donanımları harici olarak kullanmanın getireceği ek maliyet azaltılabilir. PIC mikrodenetleyicilerinin sağladığı avantajlar ;

- Piyasada kolay bulunabilmeleri ve birçok çeşidinin olması.
- Programlama için gerekli donanımların çok basit olması ve ücretsiz devre şemalarının kolaylıkla bulunabilmesi
- Programlama için gerekli olan yazılım geliştirme araçlarının Microchip tarafından ücretsiz olarak sunulması
- Sahip olduğu RISC mimarisinin, az sayıda komut ile kolayca programlanmasına olanak sağlaması
- Basic, C gibi yüksek ve orta seviyeli dillerde programlanmalarını sağlayan ücretli/ücretsiz yazılımlarının bulunması.
- Yaygın kullanımın bir sonucu olarak çok miktarda örnek uygulama ve kaynağın bulunması
- Microchip tarafından yazılan uygulama notlarının uygulama geliştirmede kolaylıklar sağlaması
- DIP kılıf yapısı ile de üretilmesinin kart tasarımında kolaylık sağlaması.

Bu avantajları ile PIC mikrodnetleyicileri, giriş seviyesindeki kullanıcılar için uygun bir başlangıç noktasıdır. Birçok karmaşık uygulama için bile farklı modeldeki PIC'ler ile çözümler üretebilmektedir.

### 5.7.1 PIC Mimarisi

Microchip firması tarafından üretilen mikrodnetleyicilerde Harvard mimarisi (RISC yapısı) kullanılmaktadır. Bu nedenle PIC mikrodnetleyicilerinin program ve veri belleği birbirinden ayrıdır. RISC yapısı nedeniyle PIC'ler oldukça az komut (35 komut) ile programlanmaktadır. Microchip, PIC mikrodnetleyicilerinin sınıfındaki diğer 8-bitlik mikrodnetleyicilere göre aynı işi yapacak program kodunun 2 kat daha az yer kapladığını ve bu program kodunun 4 kat daha hızlı çalıştırdığını ileri sürmektedir.

PIC mikrodnetleyicilerinin program veri yolunun uzunluğu ise değişkendir. PIC mikrodnetleyicileri dış dünya ile haberleşirken 8-bit'lik veri yolu kullanılır. Microchip firması mikrodnetleyicilerini ailelere ayırırken "kelime uzunluğu" kriterini kullanmaktadır.

PIC aileleri de kendi aralarında kullanılan bellek yapısı, çalışma frekansı, giriş/çıkış uç sayısı ve özel amaçlı donanım gibi özellikleri ile birbirlerinden ayrılırlar. Bu teknolojik farklılıklardan öncelikli olarak bilinmesi gereken bellek yapısıdır.

### 5.7.2 PIC Program Belleği

PIC mikrodnetleyicileri üç tip bellek yapısı ile üretilmektedirler. Bunlar, ROM, EPROM ve FLASH bellek olarak adlandırılırlar. Flash bellek tipi yapısal olarak EEPROM'dan farklıdır. Flash bellek yapısı daha büyük miktarda veri saklamak için daha uygundur ve güç tüketimi daha azdır. Bu nedenlerden dolayı PIC'lerde program belleği Flash, veri belleği EEPROM yapıdadır.

ROM bellekli PIC mikrodnetleyicilerine üretim sırasında bir kez program yazılır ve yazılan program bir daha değiştirilemez. Yüksek miktarda seri üretimi yapılan elektronik sistemlerde ROM bellekli mikrodnetleyici kullanılması maliyet açısından avantaj sağlayabilir. Bu tip mikrodnetleyiciler CR kodu ile ifade edilir.(PIC12CR509A, PIC16CR56A)

EPROM bellekli PIC mikrodnetleyicilerinin üzerindeki program silinip yeniden yazılabilir. Bu tip mikrodnetleyicilerde yazılı programın silinebilmesi için kılıfın üzerindeki pencereden belli bir süre UV(Ultra-Violet) ışınına tutulmaları gerekir. Kılıfların üzerine pencere bırakılmayan EPROM bellekli mikrodnetleyicilerde ise silme işlemi yapılamaz. Bu tip mikrodnetleyiciler tek kez programlanabilirler (OTP-One Time Programmable). EPROM bellekli PIC mikrodnetleyiciler C kodu ile ifade edilir.(PIC12C509A, PIC16C56A)

Flash bellekli PIC mikrodnetleyicileri, program belleğine binlerce kez yazmaya olanak sağlarlar. Sadece programlayıcı devreleri veya ICSP (In Circuit Serial Programming- Devre Üzerinde seri Programlama) ile başka bir işlem yapmaya gerek kalmadan yeniden programlanabilirler. Bu açıdan, uygulama geliştirmede oldukça kullanışlıdır. Bu tip mikrodnetleyiciler F kodu ile ifade edilebilirler.(PIC112F629, PIC16F628, PIC16F877)

Uygulama geliştirirken kullanılacak olan PIC mikrodnetleyicisinin bellek yapısının yanı sıra bellek kapasitesinin de göz önünde bulundurulması gerekmektedir. PIC mikrodnetleyicilerinin program bellek kapasitesi 512 byte ile 64 kbyte arasında değişmektedir. Ayrıca RAM ve EEPROM veri belleği kapasitesine de dikkat edilmelidir.

### 5.7.3 Diğer Özelliklerine Göre PIC'ler

Bellek tip ve kapasitesinin yanı sıra, en yüksek çalışma frekansı da mikrodnetleyici seçiminde önemli bir etkidir. Bu seçim uygulamanın gereksinimi olan işlem hızı göz önüne alınarak dikkatle yapılmalıdır. PIC mikrodnetleyicileri tipine göre en fazla 40MHz frekansında

çalışabilir. Örneğin en fazla 4MHz çalışma hızını destekleyen bir PIC mikrodenetleyicisi için saat çevrimi (clock cycle)  $1 / 4.10^6 = 250 \text{ ns}$ 'dir. PIC mikrodenetleyicisi komutları genellikle 4 saat

çevriminde çalıştırır(Dallanma komutları hariç). Bu süreye komut çevrimi (instruction cycle) adı verilir.  $250 \text{ ns} \times 4 = 1 \mu\text{s}$ 'dir. Yazılacak program kodunun uzunluğu ve komut çevrim süresi dikkate alınarak mikrodenetleyici seçimi yapılmalıdır. PIC mikrodenetleyicilerinin en yüksek çalışma frekansı, tümdevrelerin üzerinde mikrodenetleyicinin model numarasında sonra 04/P, 10/P, 40/P şeklinde belirtilmektedir.

Uygun mikrodenetleyicinin seçiminde ele alınması gereken bir diğer özellik ise dış birimlerle mikrodenetleyicinin veri alışverişini sağlayan giriş/çıkış uçlarını sayısı ve tipidir. PIC mikrodenetleyicilerinde giriş/çıkış ucu sayısı 6 ile 68 arasında değişmektedir. PIC'lerde giriş/çıkış uçları ayrı ayrı giriş yada çıkış olarak programlanabilmektedirler.

Mikrodenetleyicilerin seçiminde uygulamanın gereksinimi olan özel donanımları içeren PIC'ler olabileceği göz önünde bulundurulmalıdır. Örneğin bazı PIC'ler içerisinde analog/sayısal dönüştürücü (ADC), sayısal/ analog dönüştürücü (DAC), gerçek zamanlı saat (RTC), darbe genişlik modülatörü (PWM) v.b. gibi donanımları içinde bulundurmakta ve diğer çevre birimlerle iletişimde kullanılan standart İSPI, CAN, USB gibi haberleşme protokollerini donanım seviyesinde desteklemektedir.

#### 5.7.4 PIC'lerin Diğer Mikrodenetleyicilere Göre Üstün Kılan Özellikleri

➤ **Kod Verimliliği :** PIC, Harvard mimarisi temelli 8 bit'lik bir mikrodenetleyicidir. Bu, program ve veri için ayrı ayrı BUS 'ların bulunduğu anlamına gelir. Böylelikle işleyiş miktarı veriye ve program belleğine eşzamanlı erişim sayesinde artırılmış olur. Geleneksel mikrodenetleyicilerde veri ve programı taşıyan bir tane BUS bulunur. Bu, PIC 'le karşılaştırıldığında işlem hızını en az iki kat yavaş olması demektir.

➤ **Güvenilirlik :** Tüm komutlar 12 veya 14 bitlik bir program bellek sözcüğüne sığar. Yazılımın, programın VERİ kısmına atlamaya ve VERİ 'yi komut gibi çalıştırmasına gerek yoktur. Bu 8 bitlik BUS kullanan ve Harvard mimarisi temelli olmayan mikrodenetleyicilerde gerçekleşmektedir.

➤ **Komut Seti :** 16C5x ailesi yazılım oluşturmak için 33 komuta sahip iken, 16Cxx parçaları içinse bu sayı 35 dir. PIC tarafından kullanılan komutların hepsi kayıtçı (register) temellidir ve 16C5x ailesinde 12 bit, 16Cxx ailesindeyse 14 bit uzunluğundadır. CALL, GOTO ve bit test eden BTFS, INCFSZ gibi komutlar dışında her bir komut, tek bir çevrimde çalışır.

➤ **Hız :** PIC, osilatör ve yerleşik saat yolu (clock bus) arasına bağlı yerleşik bir 4'lü bölünmeye sahiptir. Bu, özellikle 4 MHz 'lik kristal kullanıldığında komut sürelerinin hesaplanmasında kolaylık sağlar. Her bir komut döngüsü 1  $\mu\text{s}$  dir. PIC oldukça hızlı bir



mikroişlemcidir. Örneğin 5 milyon komutluk bir programın, 20 MHz 'lık bir kristalle örneklenmesi yalnız 1 sn sürer. Bu süre Intel 386SX 33MHz 'in hızının neredeyse 2 katıdır.

➤ **Statik işlem** : PIC tamamıyla statik bir mikroişlemcidir. Başka deyişle saati durdurduğunuzda, tüm kayıtçı içeriği korunur. Pratikte bunu tam olarak gerçekleştirmek mümkün değildir. PIC uyuma (standby) moduna alındığında, saat durur ve PIC 'i uyutma işleminden önce hangi durumda olduğunu kullanıcıya hatırlatmak için çeşitli bayraklar kurulur. PIC uyuma modunda yalnızca 1 µA den küçük bir değere sahip bekleme (standby) akımı çeker.

➤ **Sürücü Kapasitesi** : PIC yüksek bir sürücü çıktı kapasitesine sahiptir.

➤ **Seçenekler** : PIC ailesinde her tür ihtiyacı karşılayacak çeşitli hız, sıcaklık, kılıf, I/O hatları, zamanlama (timer) fonksiyonları, seri iletişim portları, A/D ve bellek kapasite seçenekleri bulunur.

➤ **Güvenlik** : PIC endüstride en üstünler arasında yer alan bir kod koruma özelliğine sahiptir. Koruma bitinin programlanmasından itibaren, program belleğinin içeriği, program kodunun yeniden yapılandırılmasına olanak verecek şekilde okunamaz.

➤ **Geliştirme**: PIC, geliştirme amacıyla yeniden programlanabilen (EPROM, EEPROM) ve seri üretim amacıyla OTP (one time programmable - bir kere programlanabilir) için pencere yapıda bulunabilir. Geliştirme araçlarının temini mümkündür ve fiyatları bir ev kullanıcısı için bile satın alınabilir düzeydedir.

## 5.7.5 PIC Donanım Özellikleri

**4.5.1. PIC Çeşitleri** : Microchip ürettiği mikrodenetleyicileri 4 farklı aileye ayırarak isimlendirmiştir. PIC ailelerine isim verilirken sözcük uzunluğu göz önüne alınmıştır. Bir CPU dahili veri yolu uzunluğuna sözcük uzunluğu denir. Microchip PIC 'leri 12/14/16 bitlik sözcük uzunluklarında üretilmektedir ve buna göre aşağıdaki aile isimlerini verilmektedir:

- PIC16C5XX ailesi 12-bit sözcük uzunluğu,
- PIC16CXXX ailesi 14-bit sözcük uzunluğu,
- PIC17CXXX ailesi 16-bit sözcük uzunluğu,
- PIC12CXXX ailesi 12-bit/14-bit sözcük uzunluğuna sahiptir.

**Tablo 4.1.** PIC 12,16,17 ve 18XXX serilerinin genel özellikleri

Seri Adı	Program Belleği	OTP/FLASH Belleği	EEPROM Belleği	RAM Belleği	ADC Kanalı	G/Ç Port	Seri Port	PWM Kanalı	Hız MHz
<b>12XXX</b>	3568	2048×12 bit	16	128	4(8bit)	6	-	-	10
<b>16XXX</b>	14336	8192×14 bit	256	368	10(12bit)	52	var	2	24
<b>17XXX</b>	32768	16384×16	-	902	16(10bit)	66	var	3	33
<b>18XXX</b>	32768	16384×16	-	1536	8(10bit)	34	var	2	40

Bir CPU, yonga dışındaki harici ünitelerle veri alışverişini kaç bitle yapıyorsa buna veri yolu (DATA BUS) bit sayısı denir. PIC 'ler farklı sözcük uzunluklarında üretilmelerine rağmen harici veri yolu tüm PIC ailesinde 8-bittir. Yani bir PIC, I/O portu aracılığı ile çevresel ünitelerle veri alışverişini yaparken 8-bitlik veri yolu kullanır.

### 5.7.5.1 PIC'lerin Temel Elemanları

➤ **Aritmetik Mantık Birimi (Arithmetic Logic Unit - ALU)** : CPU 'nun kalbi olup, adından da anlaşıldığı gibi komut sözcüğüne (Instruction Word) göre aritmetik ve mantık işlemlerini yapar. Komut sözcüğünün başlıca dört biçimi olup, komut sözcüğünü bu biçimlere göre ayrıştırıp, uygularken W kayıtçısını ve gerekiyorsa diğer kayıtçıları da kullanır. ALU içerisinde toplama (ADD), çıkartma (SUB), bir kayıtçısının sağ ve sol bitlerinin yerini değiştirme (SWAP), kaydırma (SHIFT) ve döndürme (ROTATE), ... gibi işlemleri yapan birimler vardır. Ayrıca AND, OR, XOR mantıksal işlemlerini gerçekleştiren birimler de bulunmaktadır. ALU, veri iletişim hattı aracılığıyla verileri alır, komuta göre işler ve ilgili birimleri uyararak sonucu, W ya veya komutta belirtilen hedef kayıtçısına yükler. Bu durum yine, mikrodenetleyiciye göre değişir. Çünkü, bazı mikrodenetleyiciler sonucu yalnız W, yani akümülatöre yazarken, bazıları hem akümülatöre hem de kayıtçıya yazabilir. Örnek olarak, PIC16F87X ailesinin, toplama, çıkarma ve benzeri işlemlerin sonucunu istenirse W da veya istenirse kayıtçıda tutma esnekliği vardır. PIC, diğer mikroişlemcilerden, aritmetik ve mantık işlemleri için bir tek ana kayıtçıya sahip oluşuyla farklıdır.

➤ **Akümülatör/Working Register** : Genel amaçlı bir kayıtçıdır. W kayıtçısı 8 bit genişliğindedir ve CPU daki herhangi bir veriyi transfer etmek üzere kullanılır. ACC / A / W olarak kısaltılır. Tüm aritmetik ve mantık işlemlerinde, işlenenlerin ve bazı mikroişlemcilerde de hem işlenen hem de işlem sonuçlarının tutulduğu bir kayıtçıdır. Verilerle ilgili kaydırma, döndürme, eksiltme, artırma, karşılaştırma ve tersini alma işlemlerinin gerçekleştirilmesi ile bu işlemlerin sonuçlarının tutulmasında kullanılır. Akümülatörün bu özellikleri, mikroişlemciden mikroişlemciye değişebilir. Özellikle mikrodenetleyicilerde akümülatöre (W kayıtçısına) bazı ek işler yüklenebilir. Microchip firması, kendi ürünlerinde akümülatör yerine working register (W) ismini kullanmaktadır.

➤ **Veri Kayıtçı Dosyaları (Data Register Files)** : CPU alanında bulunur ve iki kategoriye ayrılır: I/O ve Kontrol şeklinde çalışanlar ve tamamen RAM gibi çalışanlar.

➤ **BUS** : Harvard Mimarisi temeli mikrodenetleyicilerde, veri akış miktarını hızlandırmak ve yazılım güvenliğini arttırmak amacıyla ayrı BUS 'lar kullanılır. Bu mimari, veri ve program belleğine eşzamanlı erişimi olanaklı kılar.

➤ **Program Sayacı (Program Counter, PC)** : Mikroişlemci (CPU) tarafından yürütülecek komutun, program belleğindeki adresini tutar. PC kayıtçısının içinde, bulunulan yeri gösteren adres olduğu için, kendisi bir göstergedir (Pointer). Program sayacında, ilk komut çalıştırıldıktan sonra, ikinci komutun bulunduğu adres oluşur. Böylece program sayacı, sürekli bir sonra çalıştırılacak komutun adresini gösterir.

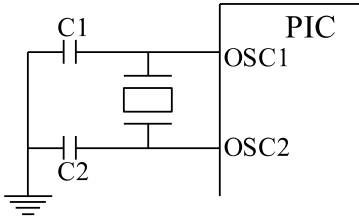
➤ **Stack (Yığın)** : PC, altprogram tamamlandığında, yani altprogramın bütün komutları çalıştırılıp bitince, altprogramın başlatılmasından hemen önceki adrese geri döner. Bunun için, altprogramın çalıştırılmasından bir önceki adres, yığın (stack) ismi verilen bir dizinin en üstüne konur (push). Bu işlemden sonra, PC altyordamın içindeki ilk komutun adresini alır ve altyordamın her komutunda, birer birer artmayı sürdürür. Altyordamdan dönüş komutu Return 'e geldiğinde, yığının en üstüne konan adres PC 'ye geri yüklenir. Böylece programda, altyordamın çağırıldığı noktaya geri dönmüş olur. Bir altprogram içinden, başka bir altprogramı çağırdığımızda da yine aynı işlemler yapılarak, PC ve yığın aracılığıyla çağırıldığı altyordama geri dönebilir. Geri dönüşü sağlayan mekanizma, yine yığındır. Yığın, FILO (First In Last Out - İlk Giren Son Çıkar) mantığına göre işleyen bir kayıt alanıdır. Mikrodenetleyiciye göre değişen yığının boyutu, o mikrodenetleyicinin iç

içe yürütebileceği, çağrılacak altprogramların sayısını belirler. Yığın veya yığının herhangi bir elemanına, programcı tarafından hiçbir yolla erişilemez, içeriği okunamaz veya üzerine yazılamaz. PIC16F8X ve 16F87X ailelerinde, yığın boyutu sekizdir. Bunlarda, iç içe en fazla sekiz altprogram kullanılabilir. Yığında kesme (interrupt) işlemleri de, altprogramlar gibi bir yer tutar. Programda yığın taşması (stack overflow) hatasına düşmemek için, iç içe çağırılan altprogram ve kesme altprogramlarının sayısını, programcının denetlemesi gerekir. Yığının her elemanı 13 bit uzunluğundadır. PIC16F8X, 16F87X ailelerinde kayıtçılara yada veri, program belleğine, doğrudan veya dolaylı erişilebilir.

➤ **Status (Processor Status Register - İşlemci Durum Yazmacı):** Kısa adı PS veya STATUS olan bu yazmaç, sekiz bitlidir. İçinde çeşitli durumları bildiren uyarı bitleri bulunduğu için, bayrak (flag) kayıtçısı da denir. Mikroişlemcinin o andaki durumunu bildirir. Bu kayıtçıya bakılarak, yapılan işlemin sonucu hakkında bilgi alınabilir. Aritmetik işlemlerde; elde olup olmadığı, sonucun sıfır olup olmadığı, status kayıtçısının ilgili bitlerine bakılarak öğrenilir. Status kayıtçısında, dolaylı adresleme ve doğrudan adresleme bilgileri de bulunur. Program, status kayıtçısından öğrenilen bilgilere göre yönlendirilir. Üreticiler kendi mikrodenetleyicilerindeki status kayıtçılarında, başka özel durumlar içinde bitler ayırmışlardır. PIC16F87X serisi için bu yazmaç ilerde ayrıntılı olarak tanımlanacaktır.

PIC'lerde bunların dışında, dolaylı erişim için INDF ve FSR; kesmeler için INTCON; zamanlama için TMRO, TMR1-2 ve girdi ile çıktılar için TRISA, TRISB,...,TRISE ile PORTA, PORTB,...,PORTE gibi pek çok kayıtçı vardır.

➤ **OSC (Zamanlama ve Denetim Bölümü):** Mikrodenetleyicinin kendisine verilen komutları işleyebilmesi için, saat (clock) denilen, kare dalga işareti gerekir. Bu işareti, mikrodenetleyici içerisinde bulunan bir osilatör devresine, dışarıdan bağlanan bir kristal üretir. Üretilen işaret, komutların işlenmesinde zamanlamayı sağlar. Hassas zamanlamanın gerekli olmadığı uygulamalarda, RC osilatör kullanmak maliyeti azaltır. RC osilatörün rezonans frekansı besleme voltajına, çalışma sıcaklığına, R direncinin ve C kondansatörünün değerlerine bağlıdır. RC osilatör tasarımında direnç değeri 5-100 KΩ aralığında olmalıdır. 500 KΩ gibi yüksek R değerleri osilatörü gürültü, nem ve sızıntıya duyarlı duruma getirir. R değerleri 2.5 KΩ altında ise kararsızlığa hatta osilasyon kaybına yol açabilmektedir. Osilatör frekansı mikrodenetleyicide 4'e bölünür ve diğer devrelerle senkronizasyonu sağlamak için kullanılır.



**Şekil.**OSC'nin Bağlanması

➤ **Program Belleği :** Önce bellek kullanımında sıkça başvuracağımız bazı terimleri tanımlayalım. Bu terimleri, program belleği ve veri belleğinin anlatılacağı kesimlerde kullanacağız. Bunlar:

- **Bellekbüyüklüğü(Memoysize):** Bellekte tutulabilen veri miktarıdır
- **Erişimsüresi/Okumaçevrimsüresi(Accesstime):** Bellekten okuma işleminin başlangıcından, gerekli bilginin alınışına kadar geçen süredir.
- **Erişimçevrimsüresi(Accescycletime) :** Bellekten ard arda iki okuma arasındaki süredir.
- **Yazmaçevrimsüresi(Writecycletime) :** Belleğe ard arda iki yazma arasındaki süredir. Program belleği mikrobilgisayar uygulaması için verilen komutlardan oluşan programın,

yerleştiği alandır. Programın bulunduğu ilgili adresler program sayacında tutulur. P16F87X ailesinde üç bellek bloku bulunur. Bunlar program belleği, veri belleği (RAM) ve EEPROM veri belleğidir. Program ve veri belleğinin erişim yolları ayrıdır. Program belleği de kendi içinde sayfalara ayrılır. Program belleği 16F877 de 8 sözcük uzunluğudur. 16F87X ailesinde her bir sayfa iki sözcük uzunluğu büyüklüğündedir. Bellek sayfa sayısı arttığında, adresleme için yalnız PC kayıtçısının kullanılması yetmez. Buna ek olarak, bellek sayfalarına erişim sayısının da tutulması gerekir. 16F87X ailesinde, PCLATH kayıtçısı, doğru sayfadaki adrese erişmek için PC ile birlikte kullanılır.

➤ **Veri Belleği** : Programın çalışması için, veri belleğindeki kayıtçılar kullanılır. Dosya kayıtçılarının uzunluğu 8 bittir. Yalnız, PCLATH kayıtçısı 5 bit uzunluğundadır. Dosya kayıtçıları özel veri bellek alanındadır. Yani bunların adresleri önceden belirlenmiştir. Bunların dışındaki veri alanları program içinde kullanılmak istenen geçici değişkenler için atanabilir.

➤ **EEPROM**: 16F877 nin veri alanları dörde ayrılır. Bunların her birine bank denir ve bank0 dan başlayarak bank3 'e kadar ulaşan veri belleği vardır. Her EEPROM veri belleği bloğu, 000<sub>H</sub> dan 07F<sub>H</sub> adresine kadardır (128 Byte). Aşağıdaki tabloda 16F877 nin veri belleği haritası gösterilmiştir.

Kayıtçılar ilerideki bölümlerde daha ayrıntılı anlatılacaktır.

➤ **Giriş/Çıkış Birimi** : Giriş birimi mikrodenetleyici dışındaki devreler ve sistemlerden gelen işaretleri, mikrodenetleyiciye aktaran tümleşik bir devre (Integrated Circuit - IC) dir. Benzer şekilde, çıkış birimi de yonganın çıkış işaretlerini, mikrodenetleyici dışındaki devrelere aktaran tümleşik bir devredir. Uygulamada iki IC, aynı yonga içinde üretilir. Bu nedenle, iki IC nin de denetlenmesi amacıyla, bir de kontrol devresi eklenmiştir. Mikrodenetleyicinin dış dünyayla iletişimi, giriş/çıkış (I/O) portları ile kurulur. Portların iletişim özellikleri, seçilen PIC 'e göre farklılıklar gösterir. PIC16F877 'de Giriş/Çıkış portları A dan E ye kadar harflerle belirtilir. İlerideki bölüm giriş çıkış birimi ayrıntıları belirtilip; hangi pinlerle, ne tür giriş ve çıkış özellikleri sağlandığı tablolar yardımıyla gösterilecektir. Bu bacaklar yoluyla, uygulama için geliştirilen elektronik kartlara bağlı olarak, potansiyometre, röle, sensör, klavye, yazıcı, LCD, 7SD, ... gibi bir birimi bağlayarak, PIC 'e girdi verilebilir veya PIC 'ten çıktı alınabilir. Bu elemanlar kullanılarak haberleşirken PIC 'in A/D çevirici, Paralel Slave Port, USART, MSSP, Capture/Compare/PWM, ... gibi modülleri kullanılabilir.

➤ **RTCC (Real Time Clock Counter – Gerçek zamanlı sayaç)** : RTCC için gerekli olan saat darbeleri bir dahili veya harici işaretle sağlanır. Harici işaretler, yanlış sayımların mümkün olduğunca önlenmesi için tamponlanır. Hız kontrolü, oran göstergeleri veya frekans sayaçları gibi uygulamalarda RTCC bir harici saat besleyiciyle kullanılır. Dahili saat besleyici, *multitasking* (çok görevlilik) uygulamalarını (veri iletişimi gibi) yürüten bir yazılım olan RTOS (Real Time Operating System - Gerçek Zamanlı İşletim Sistemi) nin bir bölümü olarak kullanılabilir. RTCC, girdi işaretini yazılımın daha rahat taşıyabileceği bir orana getirilmek üzere ortalamaya çeken veya yavaşlatan bir pre-scalarla ayarlanabilir.

➤ **WDT (Watch-dog Timer - Zamanlayıcı)** : WDT 'nin kullanım amacı, PIC 'i veya herhangi bir işlemciyi bir döngüde kilitlenmekten uzak tutmaktır. Böyle bir durum yazılımda bir hata veya harici bir elektriksel kıvılcımlar nedeniyle ortaya çıkabilir. WDT, PIC 'e bir çeşit kalp atışı sağlar ve eğer WDT yazmacını düzenli aralıklarla temizlenmezse bu kalp atışları PIC 'i resete zorlar. Bu mükemmel bir özelliktir ve Güvenlik Sistemleri gibi ana kontrol panelinde bir kilitlenmenin asla söz konusu olmaması gereken uygulamalar için birebirdir. Güç koruması gereken ve yalnızca periyodik olarak açılması gereken ürünlerde WDT 'den faydalanırlar.

## 6 SİNYAL VE SİSTEMLER

### 6.1 Sürekli Ve Ayrık Sinyaller

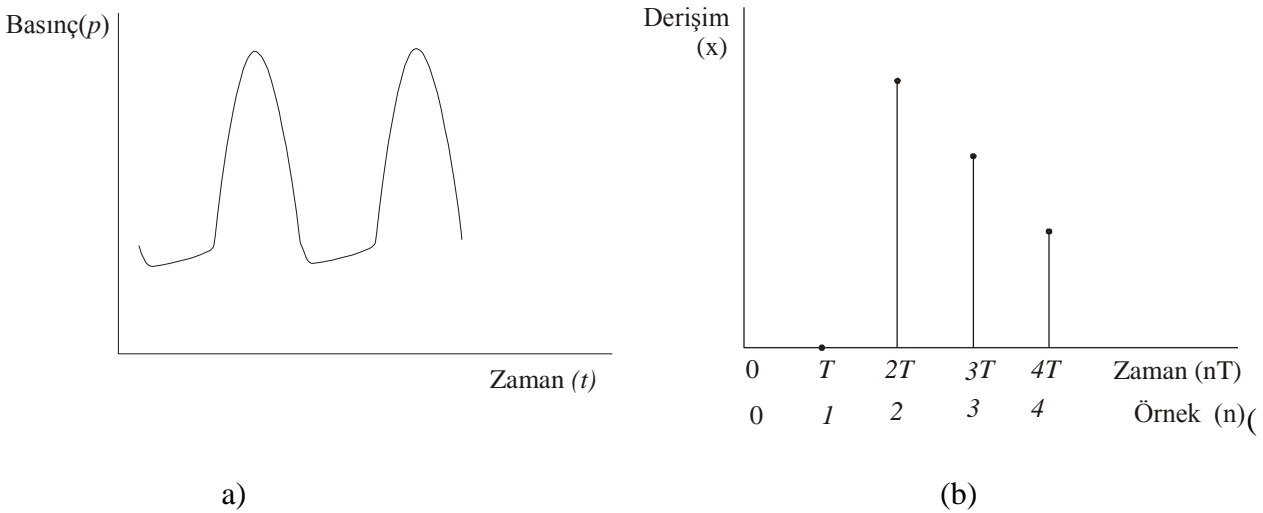
Zaman sinyallerine ait birkaç örnek aşağıdaki gibidir:

1. Bir ses yükseltecinde transistörün kollektöründeki gerilim değişimi
2. Bir eritme işlemi sırasında bir fırının içinde herhangi bir noktadaki sıcaklık değişimi
3. Çalışma esnasında bir içten yanmalı motorun silindirindeki basınç değişimi
4. Ay boyunca belli bir dükkanda satılan ayakkabı sayısındaki değişiklik
5. Bir tatil beldesinde ardışık günlerde öğlen sıcaklığındaki değişim
6. İlaç enjekte edildikten sonra kan akışında verilen ilacın yoğunluğu. Kan örnekleri her beş dakikada bir alınıp analiz edilecek.

Zamanın tüm bu değişkenlerin bağımsız değişkeni olmasına rağmen ilk 3 örnek temel olarak son 3 örnekten farklıdır. İlk 3 örnekte değişkenleri tanımlanan sinyaller zamanın her anında mevcutlar; sürekli sinyaller olarak tanımlanırlar. Son üç örnekte ise sinyaller sadece ayrık zaman aralıklarında mevcutlar; ayrık sinyaller olarak tanımlanırlar. Ayrıklık hem 4. örnekte görüldüğü gibi işlemin doğasından kaynaklı hem de 5 ve 6. örneklerde olduğu gibi ölçmenin doğasından kaynaklı olarak meydana gelir.

Dikkat edilmelidir ki, bu son iki örnekteki değişimleri meydana getiren işlemler sürekli işlemlerdir (tatil beldesinin sıcaklığı aynı kandaki ilaç yoğunluğu gibi her zaman bir değere sahiptir). Fakat, ölçümler ayrık aralıklarda alındığı için ayrık sinyallerin yükseliş miktarlarını verir. Ayrık sinyallerin çoğu sürekli sinyalin örneklenmesine bağlı olarak yükselir.

3 ve 6. örneklerdeki değişkenler şekil'de zamana karşı koordinat sisteminde gösterilmiştir. Şekil 1(a) dan söz edersek, basınç sürekli bir değişkendir, zamanın her anında bir basınç değeri vardır. Basınç zamanın bir fonksiyonudur ve matematiksel olarak  $p(t)$  şeklinde gösterilir. Bu gösterim kullanışsız hale gelebilir ve bağımsız değişkenin zaman olduğu çok açık olduğu durumlarda "t" atılarak basitleştirilebilir; bu örnek için sinyal "p" şeklinde yazılabilir.



Şekil 1. Sürekli ve Ayrık Sinyal Örnekleri

Şekil 1(b)'deki yoğunluk da zamanın bir fonksiyonudur. Fakat zaman sadece ayrık değerler alabilir ve bu, sinyali  $x(nT)$  şeklinde yazarak gösterilebilir. Burada "T" örnekler arasındaki zaman ve "n" örnek sayısıdır. Sürekli bir işlem ayrık bir sinyal elde etmek için bu şekilde örneklendiğinde, T örnekleme

zamanı ve  $1/T$  örnekleme oranı veya örnekleme frekansı olarak bilinir. Fakat tüm ayrık sinyaller sürekli sinyallerin örneklemeyle elde edilmezler ve bazı durumlarda sinyal  $x(n)$  şeklinde yazılabilir. Zamanla örnekleme yapılmış sinyallerde bile çoğunlukla “T” yi atmak ve sinyali  $x(n)$  şeklinde yazmak daha uygundur.

Genelde  $x(t)$ ,  $x(n)$  gösterimleri bir sistemin giriş sinyallerini göstermede kullanılırlar ve  $y(t)$ ,  $y(n)$  de çıkış sinyallerini gösterir. Fakat belirli durumlarda sinyaller kabul edilmiş sembollerle belirtildiğinde bu semboller kullanılırlar. Örneğin,  $V_i(t)$  giriş gerilimi,  $\theta(t)$  açı olarak kullanılabilir.

## 6.2 Sinyaller Üzerinde Temel Uygulamalar

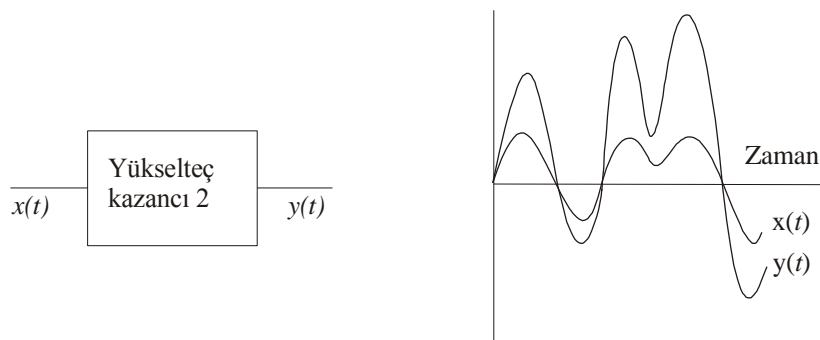
Bir önceki bölümde sistem kavramı tanıtılmıştı. Bir sistem bir sinyali başka bir sinyale dönüştüren bir işlem olarak ele alınabilir. Bir sonraki bölüm sistemlerin tüm ayrıntılarına ayrılmıştır fakat bu bölümde bazı temel dönüşümleri incelemek yararlı olacaktır. Bu dönüşümler sistemler tarafından yerine getirilmelidir fakat tek önemli şey de bu değildir. Görüleceği gibi, bu basit dönüşümlerin kombinasyonları daha basit temel sinyallerden kompleks sinyaller oluşturmayı mümkün kılmaktadır. Dönüşümlerin gerçek mekanizması bu bölümde kabul edilebilir ve sinyaller üzerindeki etkisi üretilebilir. Uygulamalar hem bağımlı hem de bağımsız değişkenler üzerinde dönüşümler içermektedir.

### 6.2.1 Genlik Ölçeklendirme

Bu bağımlı değişken üzerinde bir uygulamadır. Bir  $x(t)$  sinyalinin  $y(t)$  sinyali vermesi için bir yükselteç uygulandığını düşünün. Farz edelim yükselteç giriş sinyalinin genliğini zamanın her anında bir kazanç faktörü yardımıyla değiştiriyor. Bu şekilde kazancı 2 olan bir yükselteç için gösterilmiştir.  $y(t)$  çıkışı şekil olarak giriş sinyaliyle hemen hemen aynıdır fakat genliği her yerde 2 kat büyüktür. Şu açık ki, dikey eksenin değeri değiştirildiğinde  $x(t)$  giriş sinyali  $y(t)$  çıkış sinyalini göstermede kullanılabilir. Bu nedenden dolayı genlik ölçeklendirme olarak adlandırılır. Genelde  $x(t)$  ve  $y(t)$  arasındaki ilişki şu şekilde yazılabilir;

$$y(t) = a \cdot x(t)$$

Burada a sabittir.



Şekil 2. Genlik Ölçeklendirme Örneği

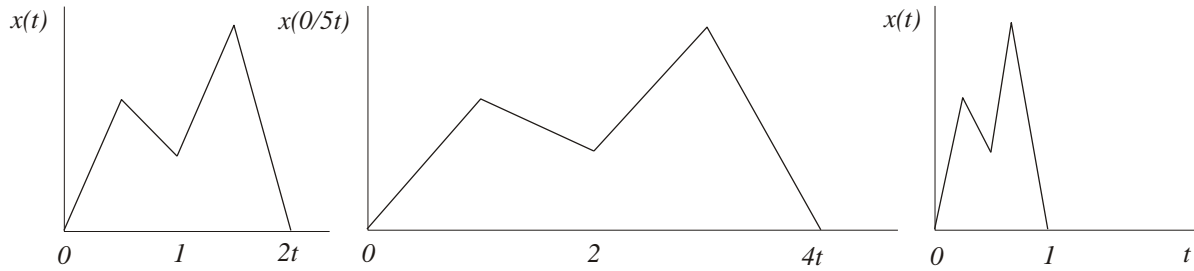
Ölçeklendirme ayrık sinyallerde de uygulanabilir- bir kısım ayrık numara bir bilgisayara uygulanabilir ve her birini bir sabitle çarpacak basit bir program yazılabilir.

### 6.2.2 Zaman Ölçeklendirme

Bir bölüm müziğin bir kasede kaydedildiğini, kasetin tekrar farklı bir hızda çalındığını düşünün. Seste çok açık bir fark olacaktır, sinyal zamanda sıkıştırılmış veya genişletilmiştir. Bu şekilde daha basit bir

sinyal için gösterilmiştir. Aynı genlik ölçeklendirmede olduğu gibi zaman eksenini tekrar ölçeklendirilirse sinyallerin hemen hemen aynı olduğu görülecektir- bundan dolayı zaman ölçeklendirme olarak adlandırılır.

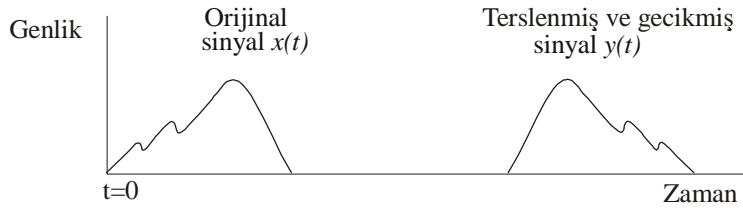
Eğer bu işlem ayrık sinyallerde uygulanırsa “kesirli örneklere ne anlam verilebilir?”, “kaçırılan örneklerde ne oluyor?” gibi sorunlar baş gösterir. Bu sebeple ayrık sinyaller için uygulamadan daha fazla bahsedilmeyecektir.



Şekil 3. Zaman Ölçeklendirme Örneği

### 6.2.3 Yansıma Ve Zaman Tabanında Kayma

Bir sinyalin bir kasede kaydedildiğini, daha sonra başlangıçtan daha ileriden geriye doğru çalındığını farzedin. Orijinal ve tekrar çalınan sinyaller şekilde gösterilmiştir, ve problem tekrar çalınan sinyali orijinal sinyale göre tanımlamaktır.



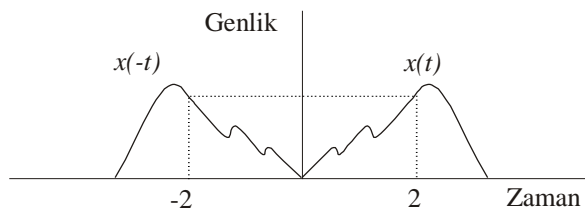
Şekil 4.  $x(t)$  Sinyalinin Geciktirilmiş ve Terslenmiş Görünümü

$y(t)$  sinyali,  $x(t)$  üzerine iki işlem uygulayarak oluşturulabilir :

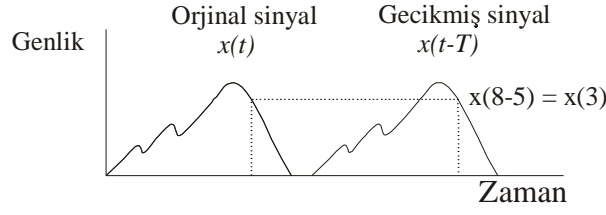
1.  $x(t)$ 'nin zaman değeri terslenir
2. Terslenen sinyal zamanda geciktirilir.

Bu işlemleri ayrı ayrı incelemek mümkündür. Zaman değerinin terslenmesi yansıma olarak bilinir ve aşağıdaki ilk şekil 5'de gösterilmiştir.

Yansımış sinyal, orijinal sinyalin “ $t$ ” anındaki değerini “ $-t$ ” anına koymakla elde edilebilir, böylece  $x(-t)$  sinyali olarak adlandırılır. Bu şekilde  $t=2$  noktasına göre gösterilmiştir.

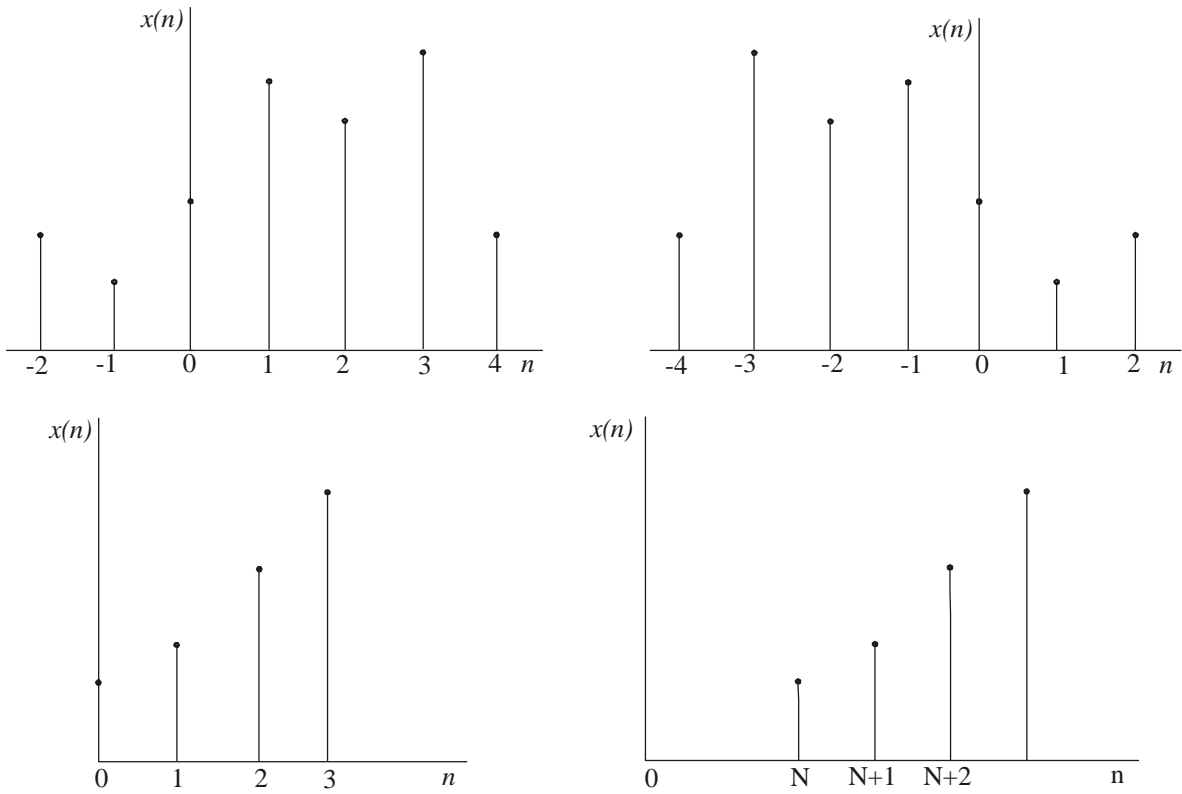


**Şekil 5**  $x(t)$  Sinyalinin Yansıması



**Şekil 6**  $x(t)$  Sinyalinin Zaman Gecikmesi

Bir zaman geciktirilmiş sinyal Şekil 6 da gösterilmektedir. Gecikmiş sinyali elde etmek için orjinal sinyalin  $(t-T)$  anındaki değeri  $(t)$  noktasına konulmalıdır; böylece gecikmiş sinyal  $x(t-T)$  olarak gösterilir. Şekil 6 da  $t = 8$  anı ve  $T = 5$  gecikmesi için gösterilmiştir.

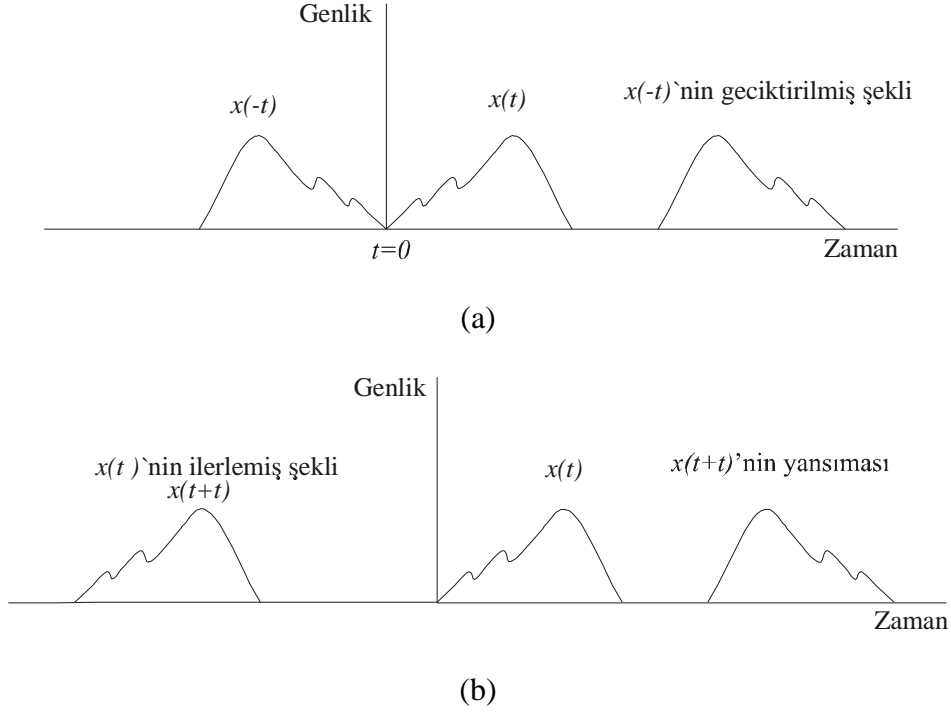


**Şekil 7** Ayırık Bir Sinyal İçin Yansıma ve Kayma İşlemleri

Bir zaman ilerletme uygulaması  $x(t + T)$  sinyaliyle gösterilebilir. Zaman sinyalleri üzerinde zaman ilerletme ve yansıma uygulamaları fiziksel olarak mümkün değildir. (Tahmini geleceği içerirler.) Fakat, görüleceği gibi, bunlar sinyallerin bazı yararlı özelliklerini tanımlamada kullanılan çok yararlı uygulamalardır.

Yansıma ve zaman tabanında kayma uygulamaları Şekil 7 de görüldüğü gibi ayırık sinyaller üzerinde de uygulanabilir. Kayma sadece bir tam sayı değeri olduğunda ayırık sinyallerde uygulanabilir.





**Şekil 8** (a) Gecikmelerden Önce Yansıma (b) Yansımadan Önce İlerleme; Durumlarında Yansıma ve Gecikme İşlemleri

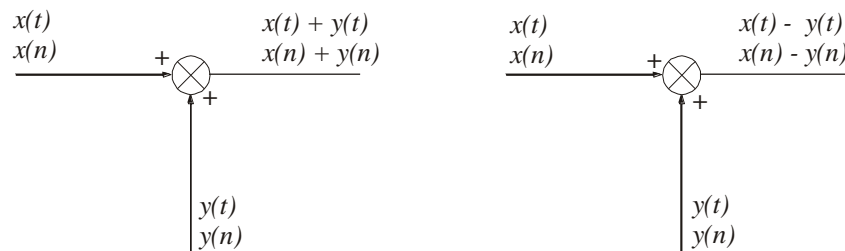
Yansıma ve zaman geciktirme uygulamaları bu bölümün başında anlatıldığı gibi geciktirilmiş ve terslenmiş bir sinyal elde etmek için birleştirilebilir. Uygulamalar her iki sırayla da uygulanabilir fakat bazı ayrıntılara dikkat edilmelidir. İşlemler şekil 8 de gösterilmiştir.

Şekil 8(a) da  $x(t)$  sinyali ilk önce yansıtılıp  $x(-t)$  sinyali elde edilmiş, sonra  $T$  kadar geciktirilerek  $x(-(t-T)) = x(T-t)$  sinyali elde edilmiştir. Şekil 8(b) de  $x(t)$  sinyali zamanda  $T$  kadar ilerletilerek  $x(t+T)$  sinyali elde edilmiş, sonra bu sinyal orijine göre yansıtılarak önceki gibi  $x(T-t)$  sinyali elde edilmiştir.

#### 6.2.4 Sinyallerin Toplanması

Eğer iki sürekli sinyal birbirine eklenirse, her andaki değerleri o andaki toplamalarını oluşturmak için birbirine eklenir. Ayrık sinyaller için tanım benzerdir fakat toplama işlemi sadece sinyallerin belli olduğu tam sayı değerlerinde yapılabilir.

Sinyallerin çıkarılması benzer olarak tanımlanır. Şekil 9 kullanılacak olan toplama ve çıkarma işlemleri için sembolik sunumları göstermektedir. Genlik ölçeklendirme, zaman tabanında kayma ve toplama sinyal teorisi temeldir. Şimdiki örnek bu uygulamaların kombinasyonunu içermektedir.



**Şekil 9** Sinyallerin Toplanması ve Çıkarılması

### Örnek 1 :

- (a) Şekil 10(a)  $x(t)$  ve  $y(t)$  sinyallerini göstermektedir.  $z(t) = 2x(t-2) + 3y(t-1)$  sinyalini elde ediniz.  
(b) Şekil 10(b)  $x(n)$  ve  $y(n)$  sinyallerini göstermektedir.  $z(n) = 2x(n+2) + 0.5y(-n)$  sinyalini elde ediniz.

### Çözüm :

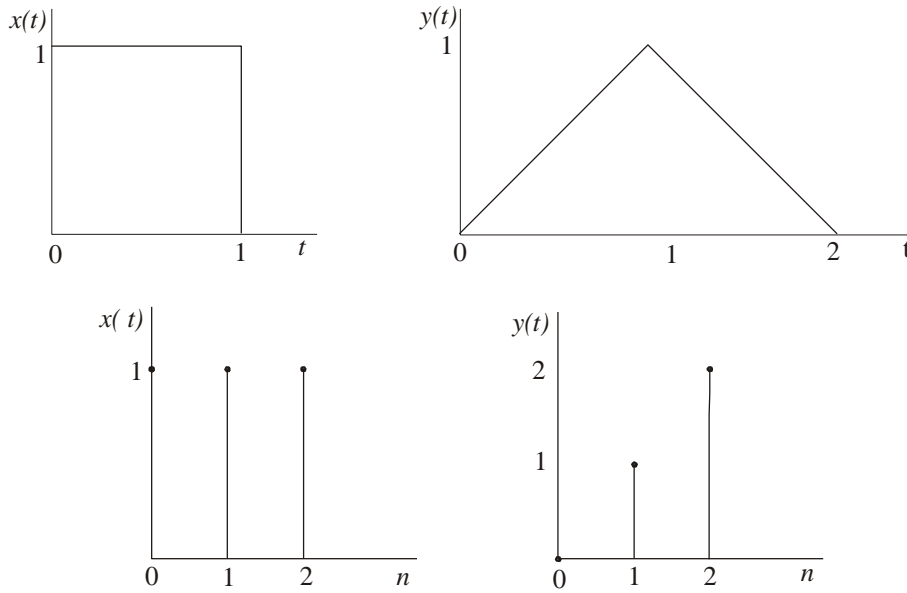
$2x(t-2)$ ,  $x(t)$  sinyalinin 2 birim gecikmiş ve genliği 2 kat artmış şeklindedir.

$3y(t-1)$ ,  $y(t)$  sinyalinin 1 birim gecikmiş ve genliği 3 kat artmış şeklindedir.

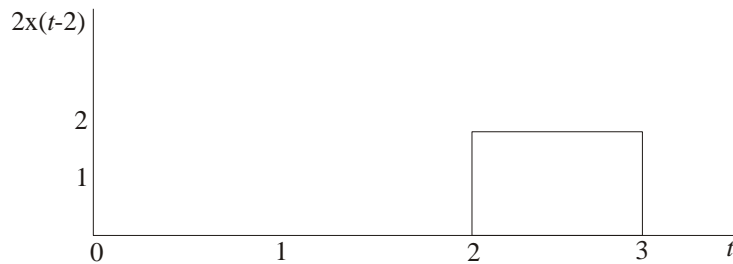
Şekil 11 bu sinyalleri ve  $z(t)$  sinyalini elde etmek için toplanmalarını göstermektedir.

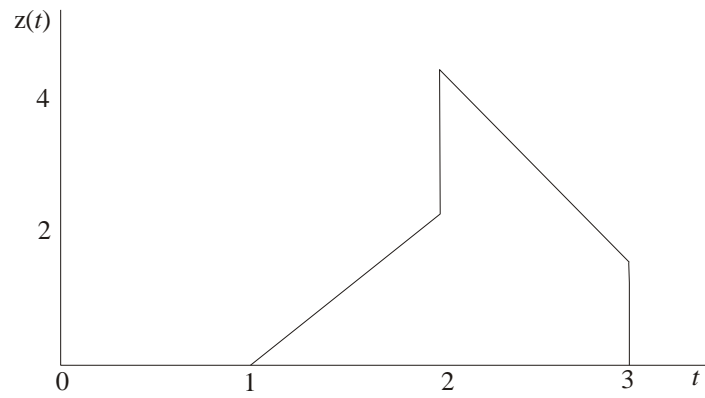
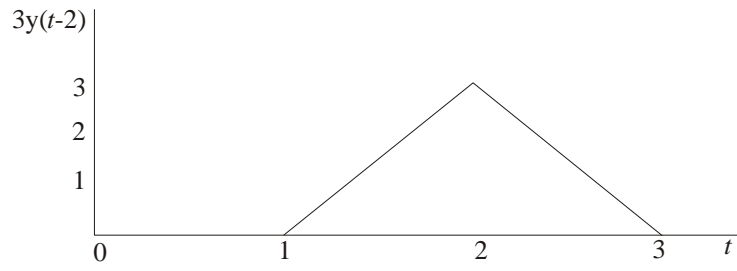
Öğrenci bu sinyallerin süreksizliği ile ilgilenirken zorlukla karşılaşabilir. Süreksizlikten hemen önce ve hemen sonraki zamanlarda sinyallerin toplamını inceleyerek bu zorluk ortadan kaldırılabilir. Süreksizliği  $t = 2$  anında alırsak, bu zamandan hemen önce  $2x(t-2) = 0$ ,  $3y(t-1) = 3$ ,  $z(t) = 3$  dür.  $t = 2$  den hemen sonra ise  $2x(t-2) = 2$ ,  $3y(t-1) = 3$ ,  $z(t) = 5$  dir.

Örneğin ikinci bölümü şekil 12 de gösterildiği gibi benzer durum ve adımlarla çözülebilir.

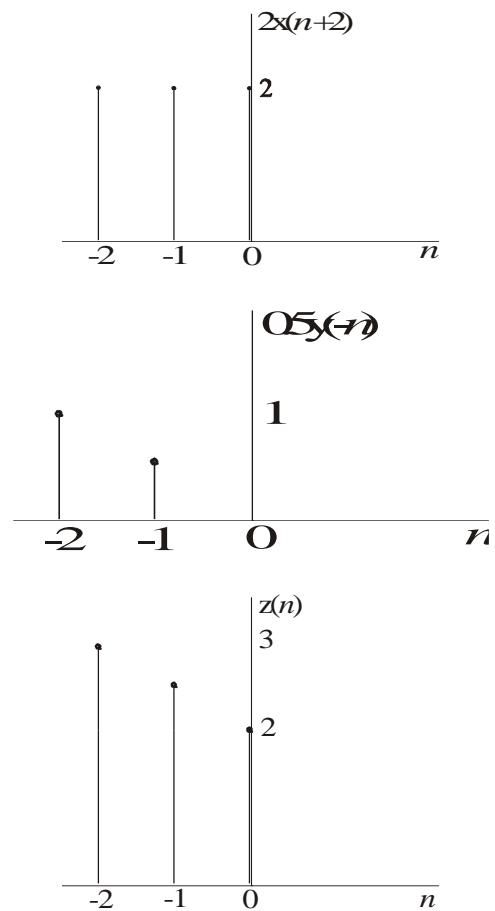


Şekil 10 Örnek 1 İçin Sinyaller





**Şekil 11**  $x(t)$  ve  $y(t)$  Sinyallerinin Toplanması



**Şekil 12**  $x(n)$  ve  $y(n)$  Sinyallerinin Toplanması

## 6.2.5 Çift Ve Tek Sinyaller

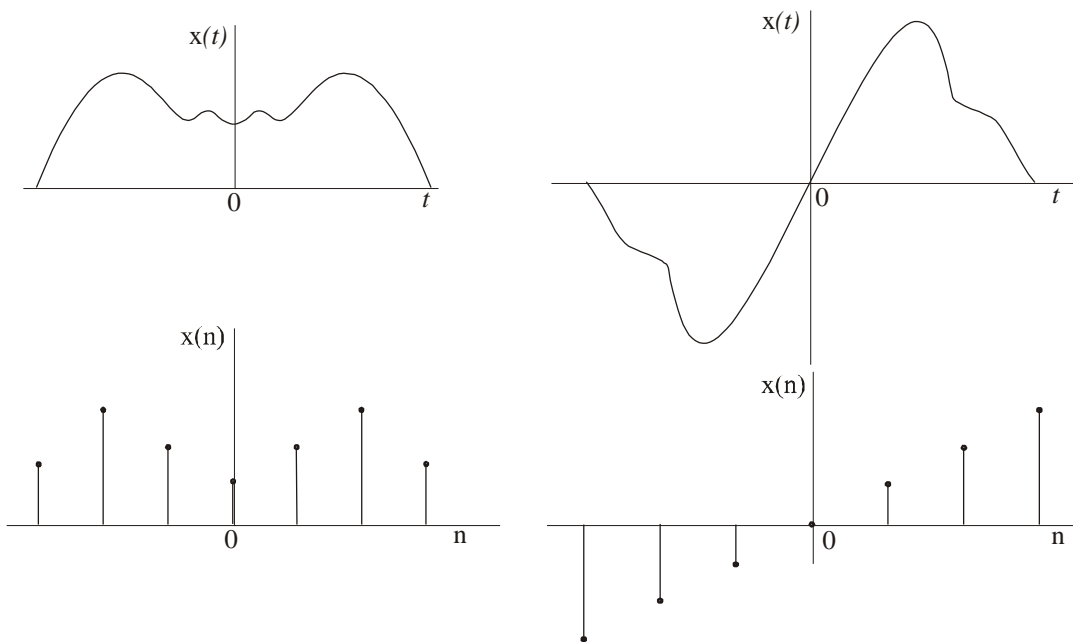
Bu özellikler sinyallerin  $t = 0$  anına göre simetrisine bağlıdır. Şekil 13 simetrisinin iki şeklini de gösteren sürekli ve ayırık sinyalleri göstermektedir.

Bu simetrisi yansıma uygulamasını kullanarak uygun bir şekilde açıklanabilir. Şekil 13(a)'daki sinyaller  $x(t) = x(-t)$ ,  $x(n) = x(-n)$  özelliğine sahiptir, böyle sinyaller çift sinyaller olarak bilinir. Şekil 13(b) deki sinyal ise  $x(t) = -x(-t)$ ,  $x(n) = -x(-n)$  özelliğine sahiptir, böyle sinyaller ise tek sinyaller olarak bilinir. Herhangi bir sinyal tek ve çift sinyal şartlarına göre gösterilebilir. Rasgele bir  $x(t)$  sinyali şu şekilde yazılabilir:

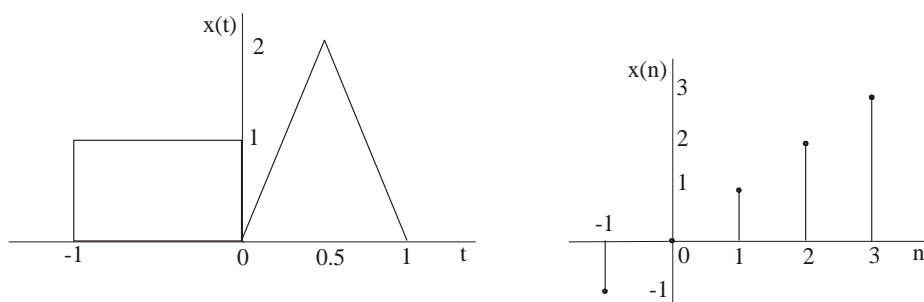
$$x(t) = \frac{[x(t) + x(-t)]}{2} + \frac{[x(t) - x(-t)]}{2}$$

$\frac{[x(t) + x(-t)]}{2}$  şartı çift bileşen,  $\frac{[x(t) - x(-t)]}{2}$  şartı tek bileşeni ifade eder. Bu aynı koşullarda  $t$  nin işaretini değiştirerek doğrulanabilir, ilk koşulun işareti aynı kalır, ikinci kısmın işareti değişir.

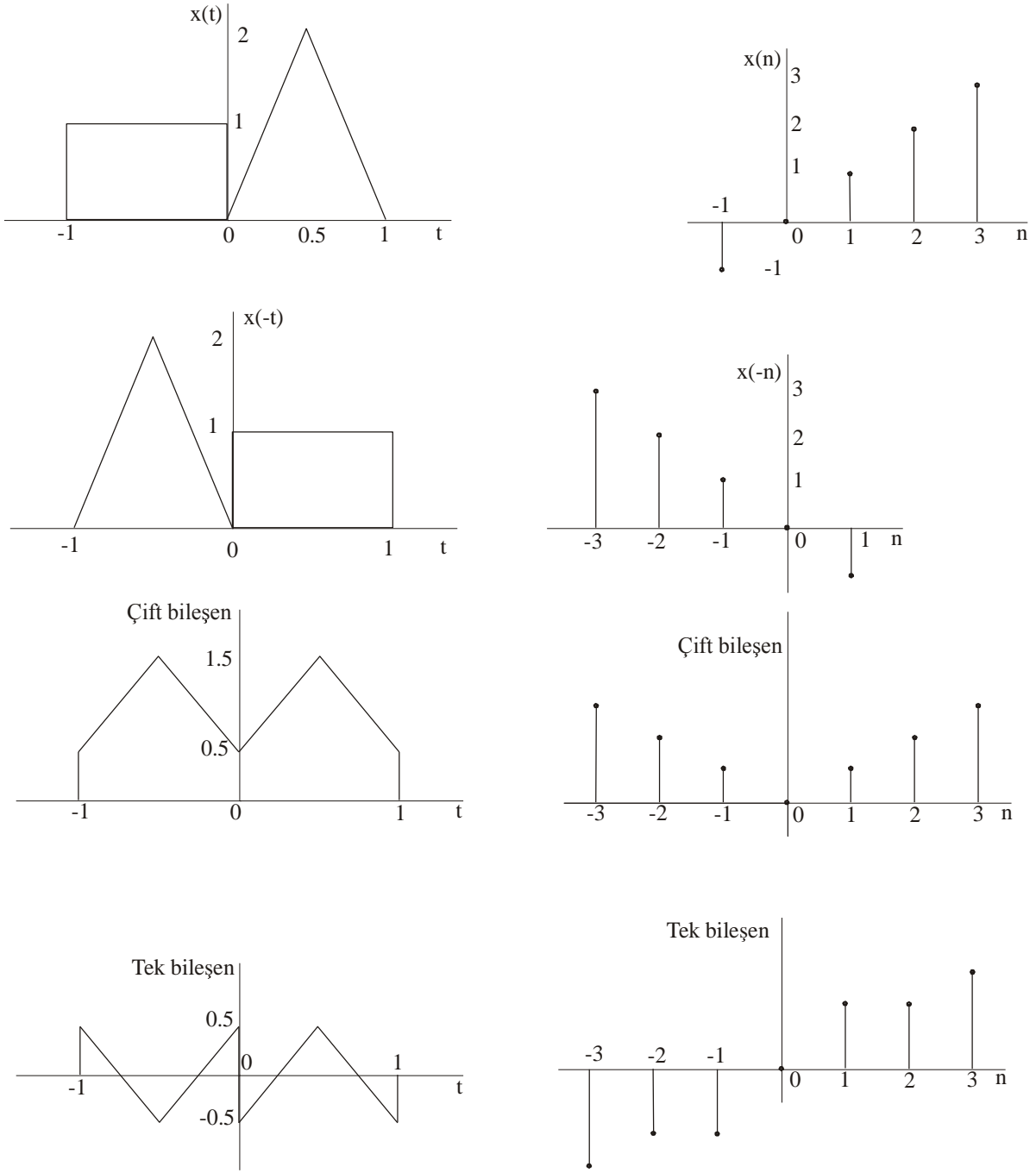
2 örneği bir sinyalin çift ve tek bileşenlerine ayrıştırılmasını göstermektedir.



Şekil 13 Çift ve Tek Simetri Gösteren Sinyaller



Şekil 14 Örnek 2 için Sinyaller



**Şekil 15** Tek ve Çift Bileşenlerin Bulunması

**Örnek 2 :**

Şekil 14 teki sinyalleri çift ve tek bileşenlerin toplamı şeklinde gösteriniz.

**Çözüm :**

Tek ve çift bileşenlerin belirlenmesini de içeren adımlar şekil 15 de gösterilmiştir.  $x(-t)$ ,  $x(-n)$  sinyalleri elde edilir; sonra bunlar çift ve tek sinyalleri elde etmek için  $x(t)$ ,  $x(n)$  sinyalleriyle toplanır ve çıkarılırlar. Genlik ölçeklendirme faktörü 0.5 hesaba katılmalıdır, aksi takdirde çift ve tek bileşenlerin toplamı orijinal sinyali vermeyecektir.

## 2.4.2 Periyodiklik

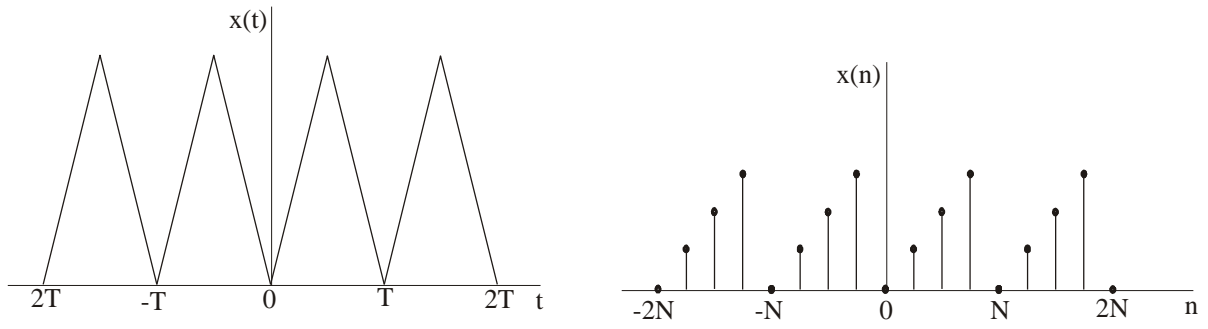
Şekil 16 periyodik sürekli ve ayrık sinyallere ait örnekleri göstermektedir. Sinyali periyodik yapan nitelik sinyalin kendisini süresiz olarak gelecekte tekrar etmesi ve geçmişte tekrar etmiş olması özelliğidir. Bu özellik zaman kaydırma uygulaması yardımıyla uygun bir şekilde açıklanabilir. Bir  $x(t)$ ,  $x(n)$  periyodik sinyali şu özelliğe sahiptir :

$$x(t + T) = x(t) \quad \text{her } t \text{ için}$$

$$x(n + N) = x(n) \quad \text{her } n \text{ için}$$

$T$  zamanı(veya  $N$  sayısı) dalganın periyodu olarak bilinir. Eğer bir dalga  $T$  periyodunda periyodikse,  $T$ 'nin tamsayı katlarında da periyodiktir( $N$  için de aynı).

Periyodik sinyaller sinyal teorisi için büyük önem taşırlar ve kitabın geri kalanında çoğunlukla kullanılacaktır. En önemli periyodik sinyal olan sinüs sinyali bir sonraki bölümde tanıtılacaktır.



Şekil 16 Sürekli ve Ayrık Periyodik Sinyal Örnekleri

## 6.2.6 Bazı Temel Sinyaller

### 6.2.6.1 Üstel Sinyal

Sürekli zaman üsteli;

$$x(t) = A e^{at}$$

şeklindedir ve  $A$  ve  $a$  sabitlerdir. Şekil 17de  $a$ 'nın negatif ve pozitif değerleri için sinyal görülmektedir.

Bu sinyalin sistemde çok açık yükselmesini sağlayan özellik değişme oranı veya eğimiyle ilgilidir. Daha uygun bir şekilde, sinyalin  $t$  bağımsız değişkeni üzerindeki bağımlılığı yok sayılabilir ve;

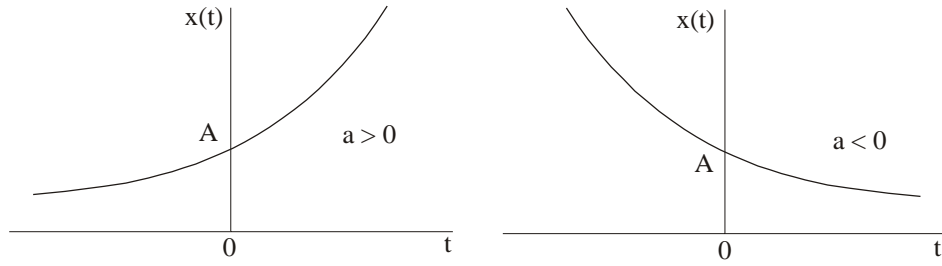
$$x = A e^{at}$$

şeklinde yazılabilir ve eğimi;

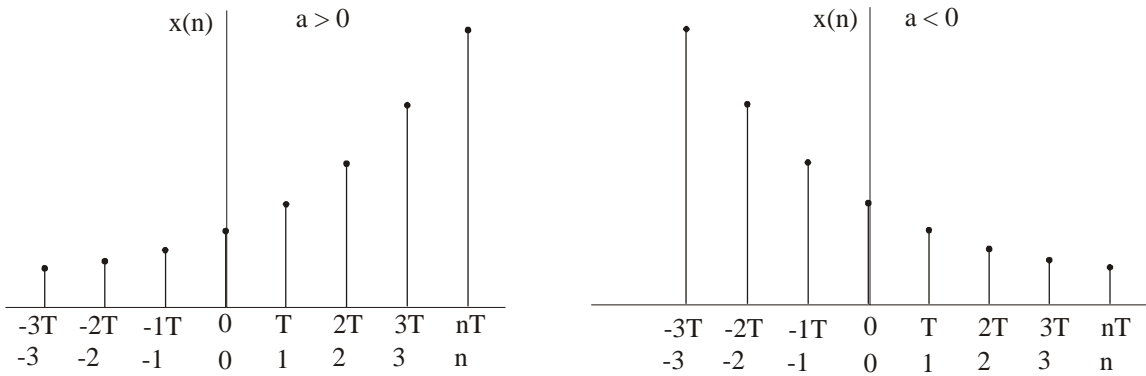
$$\frac{dx}{dt} = aAe^{at} = ax \quad \text{dir.}$$

Sinyal, eğiminin herhangi bir anda sinyalin o andaki değeriyle orantılı olma özelliğine sahiptir. Birçok sistem bu özelliğe sahip sinyaller üretir; değişme oranları o anki değerleriyle orantılıdır. Bakteriyel

büyümedeki evreler, kondansatörlerin şarj ve deşarjı, radyoaktif bozulma örnek olarak gösterilebilir. Eğim, büyüme veya bozulmayı belirten “a” nın işaretine göre pozitif veya negatif olabilir. (a = 0 durumunda sabit sinyal üstelin özel bir durumu olarak kabul edilebilir.)



Şekil 17 Sürekli Üstel Sinyal



Şekil 18 Ayrık Üstel Sinyal

Ayrık üstel sinyal ;

$$x(t) = Ae^{at}$$

şeklindedir ve A ve a sabitlerdir. Şekil 18 de a'nın pozitif ve negatif değerleri için sinyal görülmektedir.

Sinyal bir zaman sinyali olduğu için, bağımsız değişken ayrık zaman anları nT dir. Fakat, bağımsız değişkeni “n” ile simgelemek daha uygundur.

Sinyal;

$$\begin{aligned} x(t) &= Ae^{anT} = A(e^{aT})^n \\ &= A(z)^n \end{aligned}$$

şeklinde de yazılabilir.

Burada;

$$z = e^{aT} .$$

Bu şekilde;

$$x(n+1) = Az^{n+1} = Az^n z = x(n)z$$

olduğunu görmek kolaydır.

Her anda sinyal bir önceki andaki değerinin  $z$  sabitiyle çarpımıyla elde edilir, değerler geometrik ilerleme sağlar. Eğer  $z$  sabiti birimden daha büyükse ( $a$  pozitif) büyümeye, birimden daha küçükse ( $a$  negatif) bozulmuş bir sinyale sebep olur.

Sürekli üstel sinyal, eğiminin daima sinyalin o andaki değeriyle orantılı olması özelliğine sahiptir. Ayrık bir sinyale uygulandığında eğimin türev gibi algılanmasının anlamı yoktur. Fakat, benzer bir özellik ardışık örnekler arasındaki farklara bağlı kalır.

$$\begin{aligned}x(n + 1) - x(n) &= x(n)z - x(n) \\ &= (z - 1)x(n)\end{aligned}$$

$(z - 1)$  bir sabit olduğu için ardışık örnekler arasındaki fark  $n$ . örnekte sabit zamanlıdır.

### 6.2.6.2 Sinüzoidal Sinyal

Öğrenciler matematikte sinüs ve kosinüs fonksiyonlarıyla karşılaşacak ve bunların açılı fonksiyonları olduğunu fark edecekler; fonksiyonlar şekil 19 da gösterilmiştir.

Eğer bir zaman sinyali böyle bir ilişkiyle açıklanacaksa, bağımsız değişkeni zamandan açılıya dönüştürmek gereklidir.

$$\theta = \text{sabit} \times t$$

ilişkisi kurulması gerekir. Sabit, fonksiyonun periyodik olduğu dikkate alınarak ve sonra periyot zamanı  $T$  ile uygun açı  $2\pi$  arasında ilişki kurularak belirlenebilir. Bu sabiti  $2\pi/T$  olarak verir ve birimi rad/sn olan açısal frekans olarak bilinir. Fakat  $1/t$  birim zamandaki devir sayısıdır; Hertz olarak ölçülen frekanstır. Bu yüzden  $\theta$  ve  $t$  arasındaki ilişki

$$\theta = \omega t = 2\pi f t$$

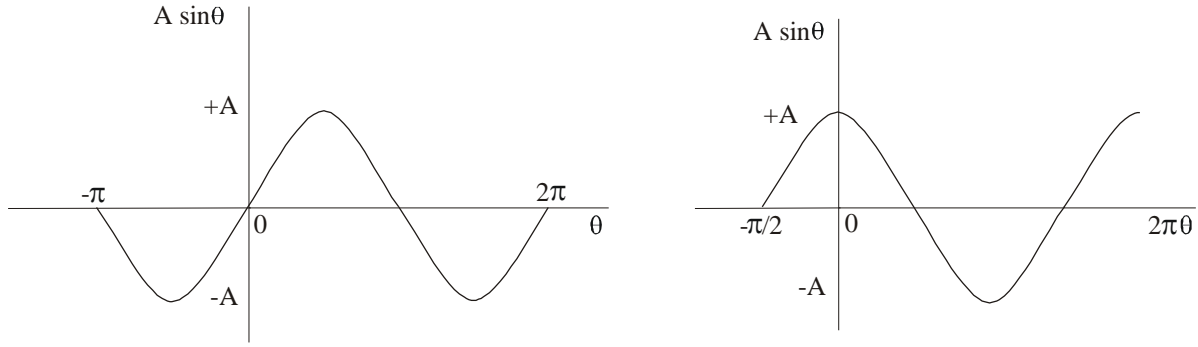
şeklinde yazılabilir ve sinüs ve kosinüs sinyalleri;

$$x(t) = A \sin 2\pi f t \quad \text{ve} \quad x(t) = A \cos 2\pi f t$$

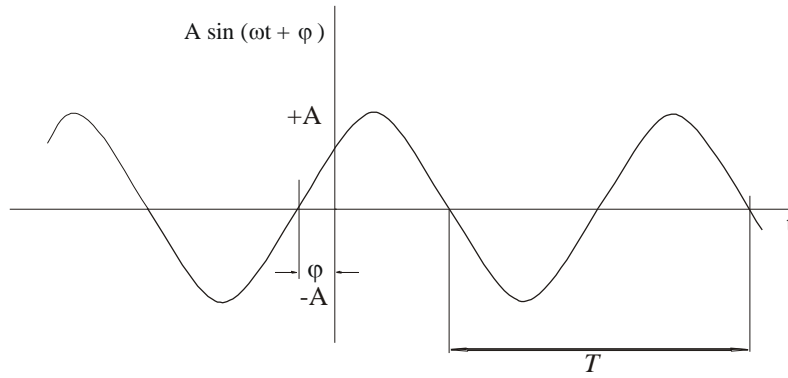
şeklinde yazılabilir.  $\sin \theta$  ve  $\cos \theta$  fonksiyonlarının maksimum değerleri birim olduğu için  $A$  maksimum ve minimum değerler olan  $\pm A$  değerlerini veren bir ölçeklendirme faktörü görevi görür.

Zaman tabanında kaydırma özelliğini kullanarak bir kosinüs dalgası sinüs dalgasını zaman tabanında  $T/4$  ( $\pi/2$ ) kadar geliştirilerek elde edilebilir. Bir sinüs dalgası rasgele bir  $\phi$  açısı kadar geliştirilerek daha genel bir sinyal elde edilebilir.





**Şekil 19** Sinüs ve Kosinüs Fonksiyonları



**Şekil 20** Sinüs Dalgasının Genel Şekli

$$x(t) = A \sin (\omega t + \varphi )$$

ve bu sinyal şekil 20 de gösterilmiştir.  $\varphi$  açısı faz açısı olarak bilinir.

Sin (A+B) için trigonometrik tanımını kullanırsak bu sinyali

$$x(t) = A \sin (\omega t + \varphi )$$

$$= A \sin \omega t \cos \varphi + A \cos \omega t \sin \varphi$$

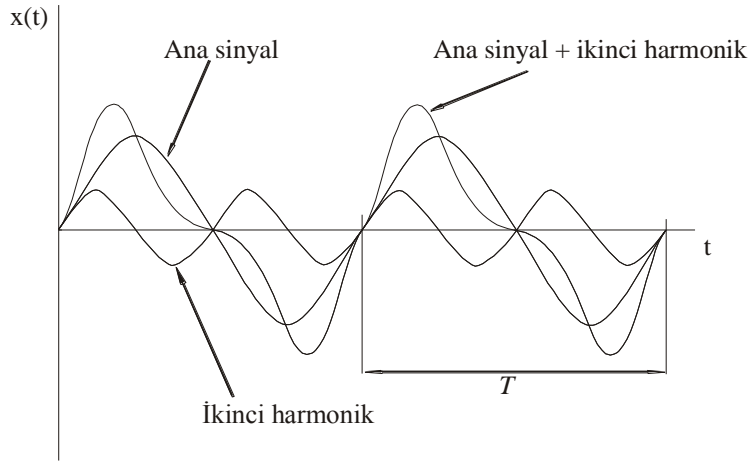
şeklinde yazabiliriz. Sinyal sırayla  $A \cos \varphi$  ve  $A \sin \varphi$  ile ölçülendirilmiş sinüs ve kosinüs dalgaların toplamı olarak ele alınabilir. Kitabın ilerilerinde genel bir sinüs dalgası sinüsoidal sinyal olarak adlandırılacaktır. Sinüsoidal sinyalleri çok kullanışlı yapan özellik aynı frekansa sahip iki sinüsoid (rasgele genlik ve fazda) toplandığında aynı frekansta başka bir sinüsoid oluşturmalarıdır.

Aynı frekanstaki iki sinüsoidin toplamı başka bir sinüsoid oluşturmasına rağmen, bileşenlerin frekansları aynı değilse bu doğru olmaz. Fakat, eğer sinüsoidlerden biri diğerinin frekansının tam sayı katlarında bir frekansa sahipse önemli bir sonuç ortaya çıkar.

Böyle bir sinüsoid Harmonik olarak adlandırılır. Örneğin, 30 Hz frekanslı bir sinüsoid için 60 Hz frekanslı sinüsoid ikinci harmonik, 90 Hz frekanslı sinüsoid üçüncü harmonik olur. Bu durumda 30 Hz'lik sinüsoid ana sinyal demektir. Eğer bir harmonik ve ana sinyal toplanırsa, oluşan dalga şekli, sinüsoidal olmamasına rağmen, ana sinyalin periyodunda periyodik olacaktır. Kaç tane harmonik toplanırsa toplansın periyodiklik korunacaktır. Bu sonuç şekil 21 de bir ana sinyal ve ikinci harmoniğinin toplamı için verilmiştir.

Bir ayrık sinüsoid şu ilişkiyle ifade edilebilir :

$$x(n) = A \sin(n\omega T + \phi)$$



**Şekil 21** Temel Sinyal ve İkinci Harmoniği

ve şekil 22 de  $\phi = 0$ ,  $f = 1$  ( $\omega = 2\pi$ ),  $T = 2/29$  (örnekleme zamanı) değerlerine göre bir örnek gösterilmiştir.

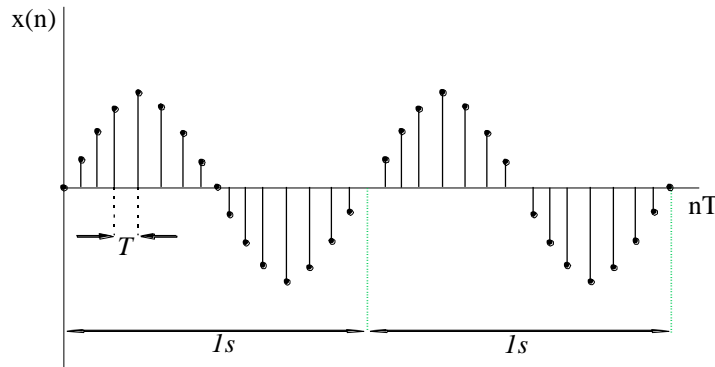
Bir ayrık sinüzoidalın periyodu hesaba katılırken çok dikkatli olunmalıdır. İlk önce her  $2\pi/\omega = 1$ s sonra kendini tekrarladığı görülen şekil 22 deki dalga şekline bir göz atalım. Fakat, bir ayrık dalga için periyodikliğin belirlenmesi  $x(n) = x(n + N)$  şeklindedir ve N tamsayıdır. Bir saniyede  $29/2 = 14.5$  örnek(açıkça görülüyor ki tamsayı değil) vardır ve 29 örnek oluşumu için 2 saniye(iki devir) gerektiği görülmektedir.

Bir ayrık periyodik sinyalin periyodu tamsayı N dir ve birimi yoktur(sürekli sinyalin periyodunun zaman birimine sahip olmasının aksine). Bir ayrık sinüsoidin alternatif ifadesi şu şekilde verilebilir :

$$x(n) = A \sin(n\theta)$$

Burada  $\theta = \omega T$  normal frekans olarak bilinir, örnekleme frekansıyla bölünmüş örneklenmemiş sinüsoidin açısal frekansına eşittir.

$$\theta = \omega T = \omega / f_s$$



**Şekil 22** Ayrık Bir Sinüzoidal

$\theta$  aç ı miktar ını, radyanları verir ve radyan/örnek miktar ı olarak yorumlanabilir. Tam devir  $2\pi$  radyan oldu ğ undan devir baş ına örnek miktar ı  $2\pi/\theta$  olarak verilir. Normal frekans ın kullan ımı daha uygun açıklamalara yönlendirir ve sonraki bölümlerde görece ğ imiz dijital filtre dizayn ında yardımcı olacaktır.

Bir ayr ık sinyal üretmek için bir sinüsoidin örneklenmesinin sonucu yorumlanırken çok dikkatli olunmalıdır.  $x(t) = A \sin(\omega t + \phi)$  sürekli sinyalini ayr ık sinyal üretmek için örnekledi ğ imizi düşünelim.

$$\begin{aligned} x(n) &= A \sin(n\omega T + \phi) \\ &= A \sin(n\theta + \phi) \end{aligned}$$

Sinüsoidin periyodikli ğ inden dolayı :

$$A \sin(n\theta + \phi) = A \sin(n[\theta + 2\pi m] + \phi)$$

Burada  $m$  tamsayıdır. Bu yüzden  $\theta$  normal frekanslı bir sinüsoidi örneklemek,  $(\theta + 2\pi m)$  frekanslı bir sinüsoidi örneklemekle tam olarak aynı ayr ık sinyali üretecektir.

$$2\pi fT \text{ ve } (2\pi fT + 2\pi m)$$

aç ısal frekanslarına sahip sinüsoidler arasında;

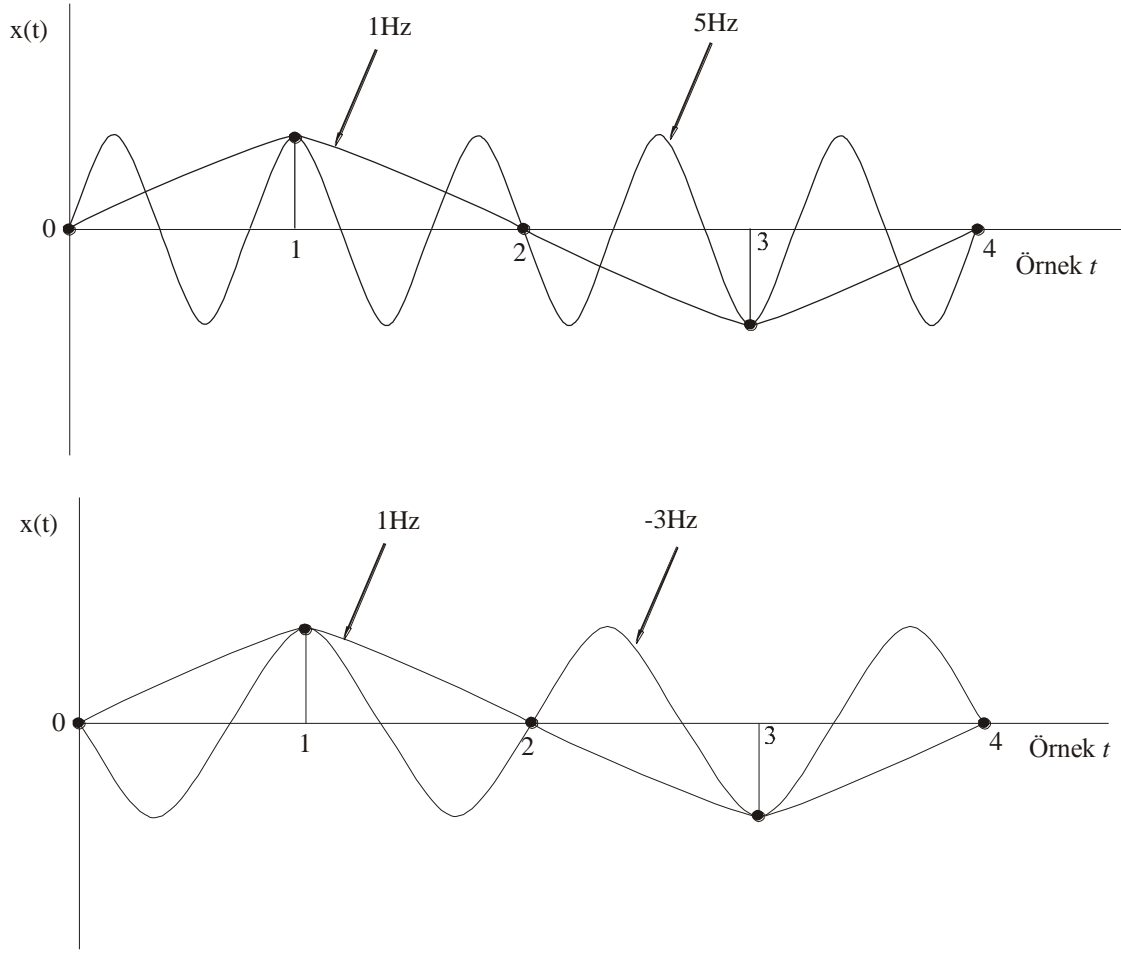
$$f \quad \text{ve} \quad f \pm mf_s$$

frekansları arasında bir belirsizlik vardır.

Bu devir baş ına 4 kez örneklenmiş ( $f_s=4$  Hz) 1 Hz frekansa sahip bir sinüsoid için şek il 23 de gösterilmiştir. Bu sinyalden alınan sinyaller ve 5 Hz ( $1+4$ ) frekansa sahip bir sinyalden alınan örnekler arasında bir belirsizlik vardır. Bu şek il 23(a) da gösterilmiştir. Ayrıca 1 Hz'lik sinyal ile  $-3$  Hz ( $1-4$ )'lik sinyal arasında da bir belirsizlik vardır. Negatif frekans kavram ı ileriki bölümlerde kullanılacaktır, ama Ő anda  $\sin(-\theta) = -\sin(\theta)$  ilişkisini kullanmak ve bunun 3 Hz'lik bir sinüs dalgasının faz terslenmiş hali oldu ğ unu düşünmek yeterli olacaktır. Bu sinyalde karşılaşılan belirsizlik şek il 23(b)de gösterilmiştir.

Örneklenmiş sinyalin incelenmesiyle örneklerin üç sinüsoidden hangisini gösterdi ğ ini belirlememize imkan yoktur. Orijinal sinyalin bilgileri aliyaş sinyaller arasında kaybolmuştur ve bu etki aliyaş lama olarak bilinir.

Bir filmi izlerken aliyaş lama fenomenleriyle karşılaşılabilir. Film sürekli gibi görünse de, sahne çerçevelerinin ard ışık seriler halinde gösterilmesiyle oluş ur- yani sahneyi örnekler. Oluşan film vizyon inadımız yüzünden sürekli gibi görünür; obje kaybolduktan sonra görüntüsü çok kısa bir periyot retina üzerinde kalır. Bu iş lem orijinal film sahnelerini yeniler ama anormallik vardır. Kovboy filminde vagon tekerlekleri vagon hareket etti ğ inde dönerler, vagon hız kazandı ğ ında dönme hız ı da artar. Fakat vagonun hız ı daha fazla arttı ğ ında tekerlekler yavaş lıyor gibi görünür, sonra durur ve sonra ters yönde dönerler. Film çerçeve hız ı yanlış bir aliyaş hız ı üreten vagon tekerleklerinin dönme hız ını örneklemektedirler.



**Şekil 23** Örneklenmiş Sinüzoidalde aliyaslama

Örneklerden bir sinyal elde edilirken aliyaslamanın etkisinden kaçınılmak istendiğinde örnekleme frekansı seçiminde karşımıza önemli bir soru çıkar. Sinüsoidlerin kombinasyonunu içeren ama  $f_H$  Hz ise en yüksek frekansa sahip bir sinyal düşünelim. Oluşan her aliyas bileşeninin  $f_H$  dan büyük olduğunu varsayarsak sonra bunlar ideal bir filtre yardımıyla sinyal bileşenlerini etkilemeden ortadan kaldırılırlar. Bu,  $f_s$  örnekleme frekansının mevcut en yüksek frekanstan daha büyük olmasını sağlamamızı gerektirir; örneğin  $f_H$  dan daha büyük. Fakat sinyalin fazında hiçbir sınırlama yoktur ve en yüksek frekans  $\sin(-2f_H t)$  şeklinde gösterilebilir. Bu  $f_H - f_s$  aliyas frekansını üretir ve bunun  $f_H$  dan büyük olması için,  $f_s$  örnekleme frekansının iki katından daha fazla olmalıdır. Örnekleme mevcut en yüksek frekansın iki katından daha büyük bir frekans değerinde meydana gelmelidir. Bu sonuç örnekleme teoremi olarak bilinir.

### 6.2.6.3 Karmaşık Üstel

Karmaşık sayıları kullanarak üstel ve sinüzoidal sinyaller daha genel bir sinyalin özel durumları şeklinde yazılabilir.

$$x(t) = A e^{at}$$

Bu bölümde  $a$ 'nın imajiner ve karmaşık olması durumları için tanım genişletilecektir.  $a$ 'nın imajiner olduğu durumu ele alırsak,  $a = j\omega$ , sinyal,

$$\begin{aligned} x(t) &= A e^{j\omega t} \\ &= A \cos \omega t + jA \sin \omega t \end{aligned}$$

şeklini alır. Bu durumda  $x(t)$  gerçek bir sinyali, gerçek bir işlemle bağdaştırılmış bir değişkeni ifade eder. Fakat,  $x(t)$  sinyali imajiner bir bileşen içerir ve öğrenci bunun nasıl gerçek bir sinyali ifade ettiğini düşünebilir. Bir karmaşık sayı ile eşleniğinin toplamı gerçektir (gerçek bölümün iki katıdır) bu yüzden

$$x(t) = A e^{j\omega t} + A e^{-j\omega t}$$

$$= A \cos \omega t$$

sinyali gerçektir ve fiziksel sistemde bir sinyali ifade edebilir. Böylece  $x(t) = A e^{j\omega t}$  sinyali gerçek sinyalin yarısı olarak yorumlanabilir (diğer yarısı  $A e^{-j\omega t}$ ). Üstel şekli kullanmamızın sebebi trigonometrik forma göre matematiksel olarak ilgilenmemiz çoğu zaman daha kolay olması ve daha anlaşılır ifadelerle yönlendirmesidir.

Sinyal rasgele fazdaki bir sinüsoidi ifade etmek için şu şekilde genellenebilir :

$$x(t) = A e^{j(\omega t + \phi)} = A e^{j\omega t} e^{j\phi}$$

$$x(n) = A e^{j(n\theta + \phi)} = A e^{jn\theta} e^{j\phi}$$

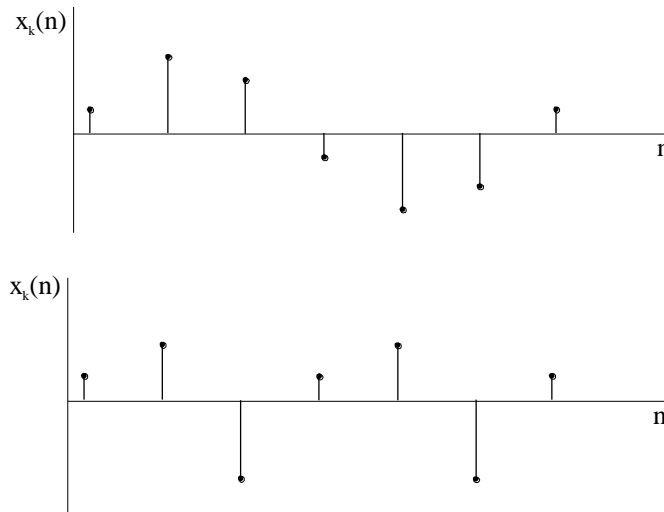
Sürekli ve ayrık sinüsoidler arasındaki önemli bir fark sinyalin harmonikleri ile ilgilidir. Eğer bir ayrık sinüsoid  $x(n) = A \sin n\theta$  şeklinde verilmişse onun  $k$ . harmoniği  $x_k(n) = A \sin nk\theta$  olarak yazılır. Sürekli durumlarda bir sinüsoidin harmonik sayıları kesindir ve bu bir sonraki örnekte görüleceği gibi ayrık durumlarda böyle değildir.

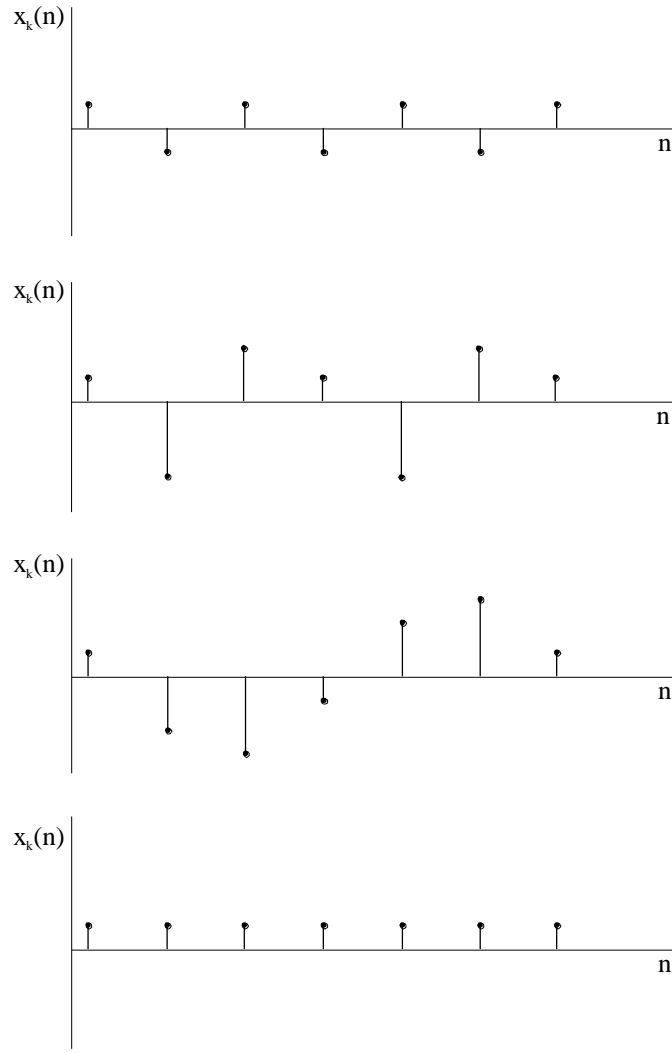
Ayrık sinüzoidal sinyalin harmoniklerinin

$$x(n) = \sin(n2\pi/6 + \pi/18)$$

$$x_k(n) = \sin(nk2\pi/6 + \pi/18)$$

olduğunu düşünelim. Bunlar şekil 24'te  $k = 1-6$  için gösterilmiştir. görülebileceği gibi,  $k = 1,2,3$  için sinyaller artan bir frekansta periyodiktir ( $N$ , periyot 6,3,2 diye azalıyor.). Fakat,  $k=4$  için frekans 3 örnek/devir a düşüyor ve  $k=5$  için 2 örnek/devir daha düşüyor.  $k=6$  sabit bir sinyal veriyor.





**Şekil 24** Ayrık bir Sinüzoidalın Harmonikleri

Bu etki sinüsoidin üstel şekli kullanılarak açıklanabilir:

$$x(n) = A e^{j(n\theta+\varphi)}$$

Ve  $N = 2\pi/\theta$  ilişkisi kullanılarak ;

$$x(n) = A e^{jn2\pi/N} e^{j\varphi}$$

yazılabilir. k. harmonik ;

$$x_k(n) = A e^{jnk2\pi/N} e^{j\varphi}$$

şeklinde yazılabilir. (N-k). harmoniği incelersek bunu şu şekilde verebiliriz;

$$\begin{aligned} x_{N-k}(n) &= A e^{j(N-n)k2\pi/N} e^{j\varphi} \\ &= A e^{-jnk2\pi/N} e^{jn2\pi} e^{j\varphi} \end{aligned}$$

Fakat,  $e^{jn2\pi} = 1$  olduğu için (N-k). harmoniğin frekansı k. harmoniğin frekansı ile hemen hemen aynıdır. Ama, üssün işareti değiştiği için faz aynı olmaz.

(N+k)'yı elde etmek için k biraz daha arttırılırsa, aynı sebepten dolayı (N+k). harmonik k. harmonikle aynı olur. Özel bir durum olarak k = N alındığında;

$$x_N(n) = A e^{j\phi}$$

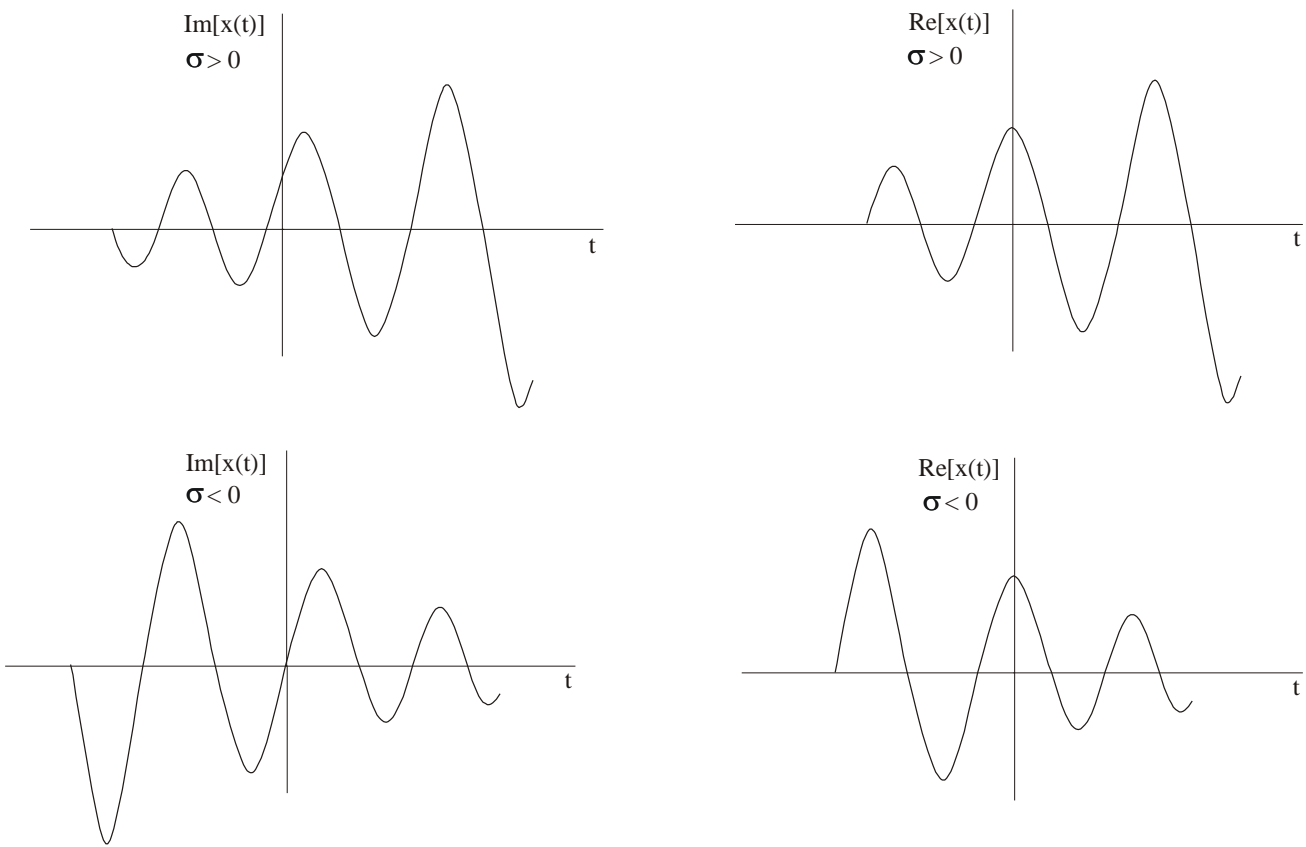
sabit bir değerdir.

Bu yüzden ayık sinüsoid, sürekli benzerinden farklı olarak, belli sayıda harmoniğe sahip değildir.

Karmaşık üstel genelde karmaşık bir üsse sahiptir. Bu da şu sinyalleri verir :

$$x(t) = A e^{(\sigma+j\omega)t}$$

$$x(n) = A e^{n(\sigma+j\omega)T}$$



**Şekil 25** Karmaşık Üstel Sinyal

Sürekli sinyali dikkate alırsak ;

$$x(t) = A e^{\sigma t} e^{j\omega t}$$

ifadesi yazılabilir.

$e^{j\omega t}$  ve  $e^{\sigma t}$  sinyalleri zaten incelenmişti ve sonuçta oluşan  $x(t)$  sinyali genliği üstel olarak değişen bir sinüsoid olarak düşünülebilir. Şekil 2.25  $\sigma > 0$  ve  $\sigma < 0$  durumlarında sinyalin gerçek ve imajiner bölümlerini göstermektedir. Ayırık durumlara da benzer dalga şekilleri uygulanır.

Bu bölüm sinüsoidlerin toplamını ve trigonometrik ve üstel formlarda çalışmanın kendi değerlerini gösteren bir örnekle bitiyor.

#### Örnek 4 :

İki sinüsoid  $x(t)$  ve  $y(t)$  şu şekilde verilmiştir.

$$x(t) = A e^{j100t} + A^* e^{-j100t}$$

Burada,  $A = 2 + j3$  ve  $A^*$ ,  $A$ 'nın karmaşık eşleniğidir.

$$y(t) = 5 \cos (100t + \pi/4)$$

Eğer  $z(t) = x(t) + y(t)$  sinyali, şu şekilde ifade edilirse;

$$z(t) = R \sin (100t + \varphi)$$

ifadesi  $R$  ve  $\varphi$  'nin değerlerini belirler.

#### Çözüm :

İki çözüm metodu incelenecektir; ilkinde her iki sinyal de trigonometrik formda ifade edilecek, ikincisinde ise her ikisi de üstel formda ifade edilecektir.

#### Metot 1

$x(t)$  sinyalini incelersek, bunun bir karmaşık sayı ve onun eşleniğinin birleşiminin bir şekli olduğunu görürüz ve gerçek tarafının iki katı olarak şu şekilde yazılabilir :

$$x(t) = (2 + j3) e^{j100t} + \text{eşlenik}$$

$$= 2(\cos 100t + j \sin 100t) + j3(\cos 100t + j \sin 100t) + \text{eşlenik}$$

$$= 2(2 \cos 100t - 3 \sin 100t)$$

$$y(t) = 5 \cos (100t + \pi/4)$$

$$= 5 \cos 100t \cos \pi/4 - 5 \cos 100t \sin \pi/4$$

$$= \frac{5}{2} \cos 100t - \frac{5}{2} \sin 100t$$

$x(t)$  ve  $y(t)$  yi toplarsak;

$$z(t) = (4 + \frac{5}{2}) \cos 100t - (6 + \frac{5}{2}) \sin 100t$$

Fakat;



$$z(t) = R \sin(100t + \varphi)$$

$$= R \sin 100t \cos \varphi + R \cos 100t \sin \varphi$$

Böylece;

$$R \sin \varphi = 4 + \frac{5}{2}$$

$$R \cos \varphi = -\left(6 + \frac{5}{2}\right)$$

Böylece;

$$R = \sqrt{\left(4 + \frac{5}{2}\right)^2 + \left(6 + \frac{5}{2}\right)^2} = 12.15$$

$$\varphi = \tan^{-1} \frac{4 + 5/2}{-(6 + 5/2)} = 141.7^\circ$$

## Metot 2

$$x(t) = (2 + j3) e^{j100t} + \text{eşlenik}$$

$$y(t) = 5 \cos (100t + \pi/4)$$

$$= \frac{5}{2} (e^{j100t} e^{j\pi/4} + e^{-j100t} e^{-j\pi/4})$$

$$= \frac{5}{2} (0.707 + j0.707) e^{j100t} + \text{eşlenik}$$

$$z(t) = x(t) + y(t) = (3.767 + j1.767) e^{j100t} + \text{eşlenik}$$

$$= 6.076 e^{j51.7^\circ} e^{j100t} + \text{eşlenik}$$

$$= 12.15 \cos (100t + 51.7^\circ)$$

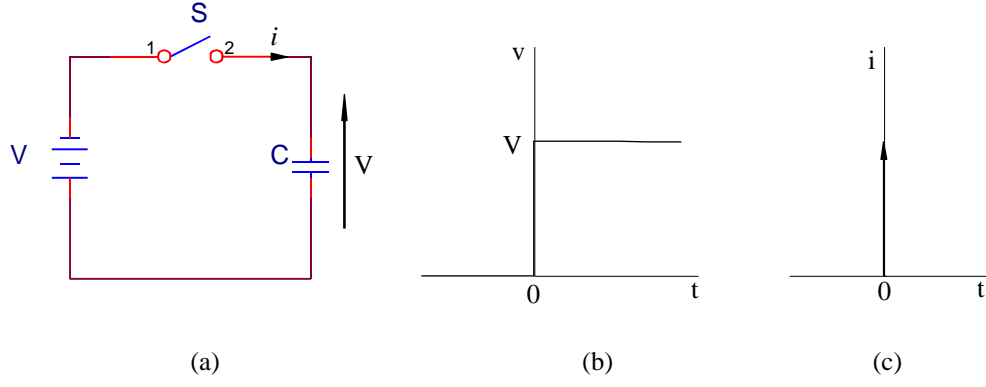
$$= 12.15 \sin (100t + 51.7^\circ)$$

Görülebileceği gibi, üstel form kullanılan ikinci metot ile sonuca daha az adımda ulaşılabilmektedir.

### 6.2.6.4 Birim Adım Ve Birim İmpuls

Bu sinyaller daha önce incelenen sinyallerden şekil olarak farklıdır ve tanımlamaları dikkat gerektirmektedir. Sürekli durumda sinyalleri tanımlamak için şekil 26(a)'daki devreyi inceleyelim.

Kondansatör başlangıçta boştur ve sorun,  $t = 0$  anında anahtarın kapatılmasının ardından kondansatör uçlarındaki  $v$  gerilimini ve devredeki  $i$  akımını temsil eden sinyalleri oluşturmaktır.  $t = 0$  zamanından önce  $v = 0$ ,  $t = 0$  dan sonra  $v = V$ ,  $t = 0$  da gerilim belirsizdir. Bu koşullar şekil 26(b) de gösterilmiştir.



Şekil 26 Birim Basamak ve Birim İmpulsün Açıklanması

Akım  $q=Cv$  eşitliği kullanılarak kondansatör üzerindeki yük yardımıyla bulunabilir;  $t = 0$  anından hemen önce kondansatör üzerinde şarj yoktur,  $t = 0$  anından hemen sonra  $q = CV$  ye şarj olmuştur. Akımı bulmak için gerekli olan eşitlik şarj değişim oranıyla akımı bağdaştırır.

$$i = \frac{dq}{dt} = C \frac{dv}{dt}$$

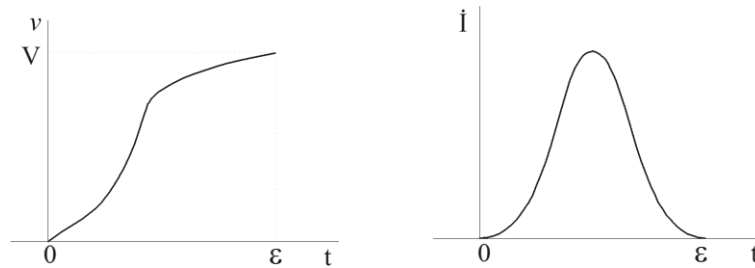
Akım, gerilim / zaman eğrisini eğimiyle orantılıdır, bu yüzden  $t = 0$  dan önceki ve sonraki bütün zamanlarda sıfırdır, ama  $t = 0$  anında belirlidir. Bu, şekil 26(c) de gösterilmiştir.

Gerilim ve akım sinyalleri adım ve impuls fonksiyonlarının örnekleridir. Şekil 26'da gösterilen dalga şekilleri kesin sonuç istenmeyen durumlarda bu fonksiyonları tanımlamaya çalışsa da, daha resmi bir yaklaşımla bu fonksiyonlar daha uygun fonksiyonların limitlenmiş durumları olarak nitelendirilirler. Şekil 26(a)'daki devreye dönersek, pratikte anahtar ideal değildir ve şekil 26(a) ve (b) deki dalga şekilleri oluşmaz. Anahtarın direncinin  $t = 0$  da  $\infty$  dan başlayıp  $t = \epsilon$  de sıfıra düşen sınırlı bir zamanda değiştiğini düşünelim (bu direncin kesin doğası bilinmiyor). Gerilim ve akımı simgeleyen sinyaller şekil 27 de gösterilmektedir.

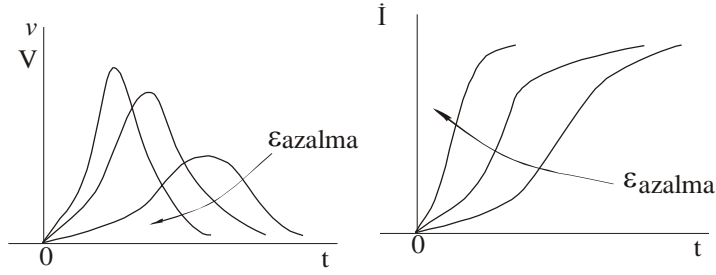
Anahtar direncinin değiştiği durum belirlenmediği için, bu eğrilerin ayrıntılı şekilleri bilinmemektedir. Fakat, eğer  $V$  gerilimi ve  $C$  kondansatörünün birim değere sahip oldukları varsayılırsa şu eşitlik yazılabilir :

$$i = \frac{dv}{dt} \quad \text{ve} \quad \int_{-\infty}^{+\infty} i dt = 1$$

Şimdi de  $\epsilon$  zamanının azaltıldığını varsayalım,  $i$  ve  $v$  üzerindeki etkiler şekil 28 de görünmektedir.



Şekil 27 Gerilim ve Akım Değişimi



**Şekil 28**  $\epsilon$  Artışının Gerilim ve Akım Üzerindeki Etkisi

Sınırdaki  $\epsilon \rightarrow 0$  olduğundan adım ve impuls fonksiyonları elde edilir; ama impuls fonksiyonuna ek bir özellik olarak birim alana sahip olduğu ortaya çıkar. Eğer basit bir fonksiyon, kare pals, akım değişimini tanımlamak için kullanılırsa  $\epsilon$  yi azaltmanın etkisi şekil 29 da gösterilmiştir.

Eğer palsın genliği sınır alınmadan önce bir k sabitiyle çarpılırsa, sonuçta oluşan impuls k alanına sahip olur. Bu yüzden ölçeklendirme bir impuls üzerinde uygulanabilir ama ölçeklendirilen impulsın alanıdır.

Aşağıdaki eşitlikler adım ve impuls fonksiyonlarını tanımlamada kullanılabilir.

Birim Adım Fonksiyonu  $u(t)$ ;

$$u(t) = 0 \quad t < 0$$

$$u(t) = 1 \quad t > 0$$

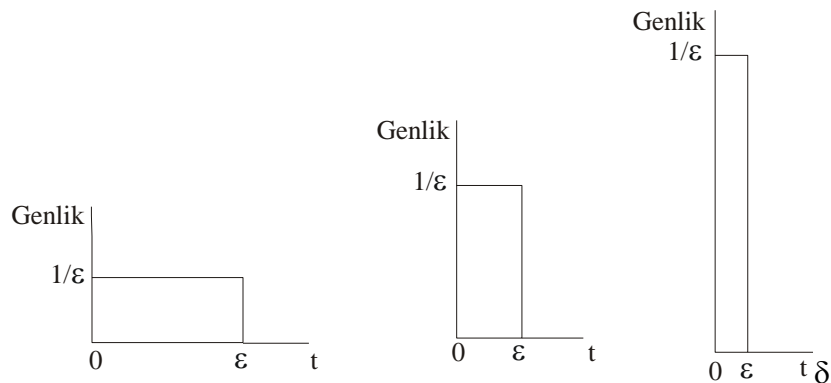
Fonksiyon,  $t = 0$  için belirsizdir.

Birim İmpuls Fonksiyonu  $\delta(t)$ ;

$$\delta(t) = 0 \quad t \neq 0$$

$$\delta(t) = \infty \quad t = 0$$

Fonksiyonun altında kalan alan birimdir.



**Şekil 29** Kısa Bir Palsin Limiti Olarak İmpuls

Bu eşitlikler kesin sonuç istenmeyen durumlarda kullanılabilir olsa da bu fonksiyonların kesin olarak daha önce tanımlanan daha uygun fonksiyonların limitlenmiş durumlarının alınmasıyla elde edildiği

aklınızda bulunmalıdır. Bu özellikle daha uygun fonksiyonları birleştirmede kullanıldıklarındaki davranışlarını incelerken önemlidir.

Adım fonksiyonunun yaklaşık olarak alınmasına rağmen, pratikte bir impulsın genellenemeyeceği çok açıktır (belirsiz genliğe sahiptir) ve böyle bir fonksiyonun yararlı olup olmayacağı düşünülebilir. Fakat, ileriki bölümlerde görüleceği gibi, sınırlı genlikli çok kısa bir pals, sistem tepkisi pals genişliğinin üstünde küçük bir değişim gösteren bir sisteme uygulanırsa, sistemin tepkisi ideal bir impuls içeren bir girişe gösterilen tepkiyle hemen hemen aynı olur. Ayrıca, ileriki bölümlerde görüleceği gibi, impuls fonksiyonu sistem tepkisini belirlemede çok geniş teorik öneme sahiptir.

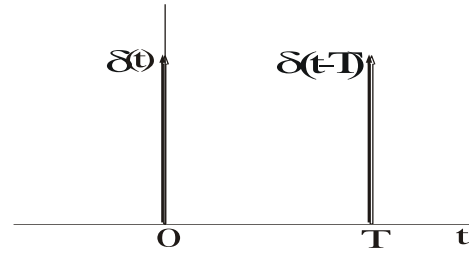
Sınırsız genliği ve belirsiz şeklinden dolayı impuls genellikle şekil 30 da gösterildiği gibidir. Impuls diğer fonksiyonlar gibi geciktirilebilir ve sık sık geciktirilmiş şekli  $\delta(t-T)$  ile karşılaşacağız; bu da şekil 30 da gösterilmiştir.

İmpulsün en önemli özelliklerinden biri integral altında başka bir sinyalle birleştirildiği zaman gösterdiği davranıştır. Genellikle bu şöyle yazılabilir :

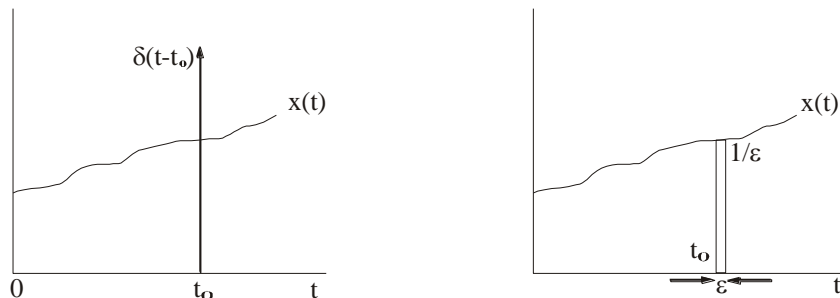
$$\int_{-\infty}^{+\infty} x(t) \delta(t-t_0) dt$$

Bu ifade yorumlanırken çok dikkat gerektirir ve sinyaller şekil 31 de görüldüğü gibidir.

Şekil 31(a)  $x(t)$  sinyalini ve  $\delta(t-t_0)$  impulsını göstermektedir. Bu sinyallerin çarpılması ve integrallerinin alınması işlemlerinin ikisinde de sonucun çok küçük bir anlamı vardır. İntegrali yorumlamak için impuls daha uygun bir fonksiyon olarak ele alınmalıdır ve çarpma ve integral almanın sonrasına kadar impulse sınır alınmamalıdır. Şekil 31(b) de impuls, genişliği  $\epsilon$ , yüksekliği  $1/\epsilon$  olan kısa bir pals olarak alınmıştır.  $x(t)$  ile çarpımı  $\epsilon$  genişliğinde bir pals üreterek ve genliği  $x(t)/\epsilon$  ye değiştirerek biraz güçlkle bulunur; integral bu palsin alanını verir.  $\epsilon \rightarrow 0$  olduğundan pals  $x(t_0)/\epsilon$  sabit genliğine yaklaşır (sonsuzaya yaklaşır) ve altındaki alan  $x(t_0)$  a yaklaşır.



Şekil 30 İmpuls ve Geciktirilmiş İmpuls Fonksiyonları



Şekil 31 Sinyallerin Çarpımı ve İmpuls Fonksiyonu

$$\int_{-\infty}^{+\infty} x(t)\delta(t-t_0)dt = x(t_0)$$

Böylece bu integral, impulsin meydana geldiği  $t_0$  anında  $x(t)$  sinyalinin değerini alır. İmpulsin bu faydalı özelliği *Eleme Özelliği* olarak bilinir.

Sürekli zaman adımı ve impuls sinyalleri, ayrık zamanda birim adım dizisi ve birim örnek dizisi adında benzerlere sahiptir. Bu sinyallerle ilgili bir analitik zorluk yoktur ve aşağıdaki gibi ifade edilirler :

Birim adım dizisi

$$u(n) = 0 \quad n < 0$$

$$u(n) = 1 \quad n \geq 0$$

Birim örnek dizisi

$$\delta(n) = 0 \quad n \neq 0$$

$$\delta(n) = 1 \quad n = 0$$

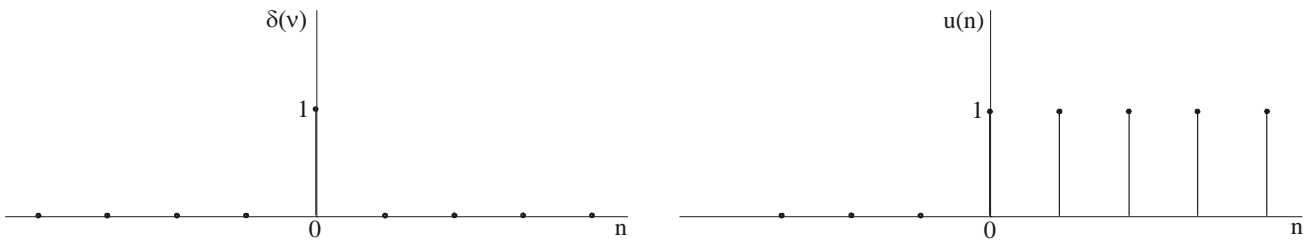
Bu fonksiyonlar şekil 32 de gösterilmiştir.

Bu fonksiyonlar sürekli sinyallerin sahip olduğu özelliklerin benzerlerine sahiptir. Özel olarak :

$$\delta(n) = u(n) - u(n-1)$$

$$u(n) = \sum_{k=-\infty}^n \delta(k)$$

$$\sum_{n=-\infty}^{+\infty} x(n)\delta(n-n_0) = x(n_0)$$



**Şekil 32** Ayrık Birim Örnek ve Birim Basamak

## 6.3 Sistem Tanımlamaları

### 6.3.1 Giriş

Bu bölümde kavram, sistemlerin matematiksel ifadeleri verilerek genişletilecektir. Bu tanımdan anlaşıldığı gibi, sistemler sahip oldukları belli özelliklere göre sınıflandırılırlar.

Elektriksel, mekanik, elektromekanik ve elektronik sistemler için sürekli sistem örnekleri daha önce verilmişti. Bu sistemlerin en genel tanımlama şeklinin giriş ve çıkış sinyalleri arasında ilişki kurularak elde edilen fark denklemleri olduğu gösterilmişti. Bileşen değerlerinin uygun seçilmesiyle, çok farklı fiziksel sistemler aynı diferansiyel eşitlikle ifade edilebilir; böyle sistemler analoglar olarak adlandırılır. Analogları oluşturmanın düzenli bir metodunun op-amplara bağlı olup olmadığı araştırılmaktadır.

Ayrık sistemler de tanıtılmıştı ve bu sistemlerin en genel tanımlama şeklinin fark eşitlikleri olduğu gösterilmişti; bu eşitlikler dijital bir bilgisayar tarafından kolayca anlaşılabilir. Sürekli sinyallerin örnek değerlerinin bir dizisi olduğu varsayarsak, sürekli sistemler, ayrıca ayrık fark edilme olarak varsayılabilir ve bu, dijital simülasyon dillerinin temelini oluşturur.

Bölümün çoğunluğunda kullanılan sistem tanımlaması, giriş ve çıkış miktarları arasındaki eşitliklere bağlıdır. Diğer bir tanımlama, dahili veya durum değişkenlerine bağlı olarak anlatılacaktır.

### 6.3.2 Sistem Modeli

Ara sistem, çıkış sinyalinin giriş sinyaliyle bağlantılı olduğu durumlarda tanımlanabilir. Çok basit bir sistem  $y(t)$  çıkışı ile  $x(t)$  girişi arasında şu ilişkiyi kurabilir:

$$y(t) = 2x(t)$$

Bu, sistemin girişi yükselttiği ve girişin tüm anlarında 2 kat büyük bir çıkış verdiğini ifade eder. Bu, giriş sinyalinin şekline aldirmaksızın doğrudur. Pratikte kullanılan bir sistem, giriş hızlı bir şekilde değişirken bu tanımdaki gibi çalışmayacaktır. Sistemi tanımlayan eşitlik bir ideal kabullenmedir, gerçek işleme yaklaşık olarak kabul edilen bir matematiksel modeldir. Daha karmaşık bir model giriş sinyalinin daha büyük değerleri için daha doğru olan sistemleri tanımlamada kullanılır. Fakat bu sistem modelini içeren matematiksel hesaplamaların az kullanıldığı için kolay kontrol edilemediği anlamına gelir. Şimdilik sistemin matematiksel tanımını tüm modeller tarafından işlendiği zaman aynı sınırlamalara sahip bir model olarak kabul edeceğiz. Bu tip yaklaşım gerçek sistemi siyah bir kutu içinde gizlenmiş gibi kabul eder ve tüm elde edilebilen çıkış ve giriş sinyalleri arasındaki ilişkiden elde edilen matematiksel bir modeldir. İleriki bölümlerde de görüleceği gibi bir sinyalin birden fazla şekilde tanımlamak mümkündür ve bu değişik sistem tanımlamalarını mümkün kılar.

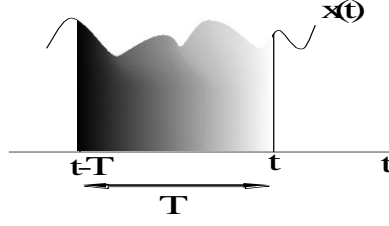
Verilen matematiksel model çok basit bir sistemi tanımlar.

$$y(n) = \frac{x(n) + x(n-1) + x(n-2) + x(n-3)}{4}$$

Bu ifade, herhangi bir ayrık anda sistemin çıkışının o andaki ve önceki üç andaki girişin ortalama değeri olduğunu ifade eder.

Böyle bir sistemin sürekli eşleniği şöyle bir ifadeye sahiptir:

$$y(t) = \frac{1}{T} \int_{t-T}^t x(t) dt \quad (3.2.1)$$



$$y(t) = \frac{1}{T} \int_{t-T}^t x(t) dt$$

**Şekil 33** Bir sistem için giriş/çıkış ilişkisinin açıklanması

Bu tanım, ayrık eşleniğinden daha korkunç görünür. Fakat bu tanım şekil 33 referans alınarak fiziksel yorumlanabilir.  $t$  anındaki çıkış, taralı alan alınarak ve  $T$ 'ye bölünerek elde edilir; bu  $T$ 'nin önceki değerleri için  $x(t)$ 'nin ortalama değeridir.

Eşitlik 3.2.1. karışık gibi görünebilir çünkü integral  $t$ 'ye göre alınır, integralin üst sınırı da  $t$ 'dir. Genelde sahte değişken diye adlandırılan değişkeni kullanmak çok faydalıdır. İlgili integral belirli bir integraldir; aşağıda birkaç tane belirli integral örneği verilmiştir:

$$\int_0^2 x dx \quad \int_0^2 t dt \quad \int_0^2 z dz$$

Tüm bu integrallerin 2 değerine sahip oldukları açıkça görülmektedir ve değişkenler için kullanılan sembollere bakmaksızın, bu değişkenlere göre oluşturulan integraller göz önüne alınınca sonuç 2 olacaktır. Böylece 3.2.1. eşitliği şu şekilde yazılabilir.

$$y(t) = \frac{1}{T} \int_{t-T}^t x(\tau) d\tau$$

Burada  $\tau$  sahte değişken olarak adlandırılır. Sahte değişkenlerin kullanımının çok faydalı olduğu ileriki bölümlerde görülecektir.

### 6.3.3 Sistemlerin Sınıflandırılması

Sistem modelinin elde edildiği yolu incelemeyen önce, modeli kabul etmek ve onu sistemleri sınıflandırmak için kullanmak uygun olacaktır. Sistemleri sınıflandırmamızın sebebi bitkiler, hayvanlar veya kütüphanedeki kitapları sınıflandırma sebebimizle aynıdır. Eğer sınıflandırmanın belli bir alanına genel olarak uygulanacak özellikleri elde edersek, o zaman bu alana ait bir sistem elde ettiğimizde bu özellikler daha fazla ispata gerek kalmadan kullanılabilir. Sistemlerin sınıflandırıldığı alanlar tek değildir(diğer sınıflandırma metotları da mümkündür) ortak sistemlere açıktır(bir sistem birden fazla alana ait olabilir). Ayrıca verilen alanlar ayrıntılı değildir, ama kitabın geri kalanına bağlı materyaller için çok yararlıdır.

#### 6.3.3.1 Sürekli/Ayrık Sistemler

Sürekli ve ayrık sistem kavramları, bir önceki bölümde tanıtılmıştı. Bu kavram, sistemi kaplamak için kolayca genişletilebilir. Giriş ve çıkış sinyalleri sürekli olan sistemler sürekli sistemler, ayrık olan sistemler ise ayrık sistemlerdir. Giriş sinyalinin bir formda, çıkış sinyalinin de başka bir formda olduğu durumda sistemler de meydana gelebilir. Böyle sistemler, çoğunlukla sürekli veya ayrık ara sistemlerin kombinasyonu olarak kabul edilmeleri mümkün olmasına rağmen melez(hybrid) sistemler olarak adlandırılırlar.

### 6.3.3.2 Doğrusal/Doğrusal Olmayan Sistemler

Doğrusal bir sistem kavramı, günlük yaşamımızdan bir örnekle açıklanabilir. Biri, bir teypten ses sistemi yardımıyla enstrümantal bir müzik dinliyor. Bir enstrüman melodiyi çalıyor, bu enstrüman susuyor ve diğer bir enstrüman aynı melodiyi çalıyor, sonra iki enstrüman birlikte aynı melodiyi çalıyorlar. Enstrümanlar birlikte çaldığında, üretilen sesin her enstrümanın sesinin bir kombinasyonu olması gerektiğini bekleyebilir ve eğer sistem doğrusalsa durum bu olacaktır. Fakat, hepimiz bir enstrüman çalarken sesi neredeyse distorsiyon olacak kadar çok açtığımızda, ikinci enstrüman katıldığında distorsiyon olduğu ve sesin her bir enstrümanın kombinasyonu olmadığı duruma aşınayız. Bu yüzden, doğrusal bir sistemin temeli, eğer girişler çok etkilenmişse, o zaman bu girişlere verilecek tepki de çok etkilenmiş demektir. Bu özelliği daha biçimsel açıklamak için :

*Eğer rasgele bir  $x_1(t)$  girişi  $y_1(t)$  çıkışı üretiyorsa ve rasgele bir  $x_2(t)$  girişi  $y_2(t)$  çıkışı üretiyorsa, o zaman eğer sistem doğrusalsa  $(x_1(t) + x_2(t))$  girişi,  $(y_1(t) + y_2(t))$  çıkışı üretecektir.*

Bu özellik süperpozisyon veya toplamının özelliklerinden biridir.

Eğer iki giriş sinyali eşitse, yani;  $x_1(t) = x_2(t) = x(t)$  ve bu sinyallerden her biri bir  $y(t)$  çıkışı üretiyorsa, o zaman bir  $2x(t)$  girişi, bir  $2y(t)$  çıkışı üretir. Daha genel olarak, bir  $ax(t)$  girişi, bir  $ay(t)$  çıkışı üretir, burada a homojenlik olarak bilinir.

Homojenlik özelliği, süperpozisyon özelliğini izlediği için, öğrenci bu özelliğin tanıtılmasının gereksiz olduğunu hissedebilir. Fakat, a sabitinin oransal olmadığı durumlarda ispatla ilgili problemler olmaktadır, bu koşul gerçek mühendislik sistemlerinde karşılaşılabilecek gibi değildir ve süperpozisyon ve homojenlik özelliklerinin ikisi de doğrusallığı belirlemek için kullanılabilir. Bu iki özellik birleştirilebilir ve önceki ifadelendirme kullanılarak:

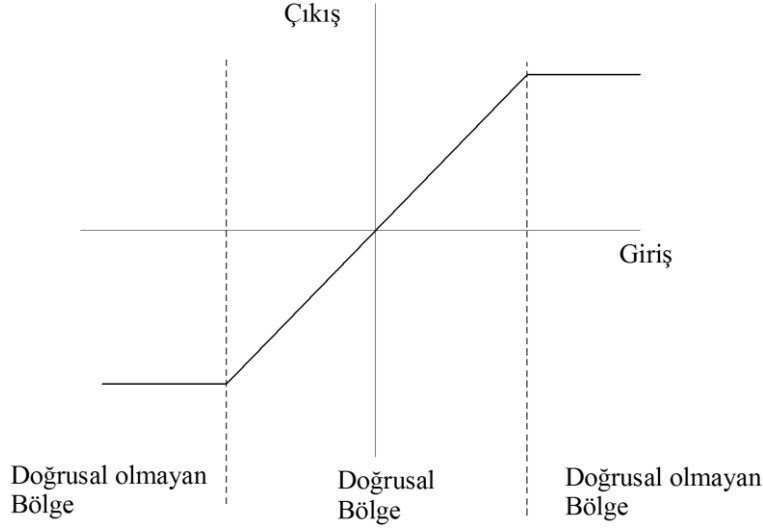
Doğrusal bir sistem için bir  $ax_1(t) + bx_2(t)$  girişi  $ay_1(t) + by_2(t)$  çıkışı üretir, burada a ve b sabitlerdir.

Homojenlik özelliği, doğrusallık düşüncesi için bir sezgisel his verir. Daha önce tanıtılan yükseltici ele alalım, eğer herhangi bir andaki çıkış geriliminin o andaki giriş gerilimi ile grafiği çizilirse, sonuç eğimi 2 olan düz bir çizgi olacaktır. Bu yükseltcin bir entegre devreden oluştuğunu varsayalım. 50mVluk bir giriş, 100mVluk bir çıkış üretecektir, 1V'luk bir giriş, 2V'luk bir çıkış üretecektir, 6V'luk bir giriş, tahminen 12V'luk bir çıkış üretecektir, fakat 1000V'luk bir girişin 2000V'luk bir çıkış üretmesi pek olası değildir. Eğer çıkışın giriş ile grafiği çizilirse, sonuç şekil 34'de görüldüğü gibi girişin yalnızca sınırlı bir bölgesi için doğrusal olacaktır.

Pratikte, tüm sistemlerde doğrusallık özelliği girişin sınırlı değerleri için uygulanır ve tüm sistemler giriş yeterince büyük olduğunda doğrusallığını kaybeder. Çoğunlukla sistemler, yalnızca giriş sinyallerindeki küçük değişimler için doğrusal olarak adlandırılırlar. Eğer gerçek sistemler sadece yaklaşık olması için doğrusal olarak adlandırılırlarsa, öğrenci böyle bir sınıflandırmanın yararını merak edebilir ve doğrusal olmayan sistemlerin özelliklerine göre sınıflandırma yapmanın daha iyi olup olmadığını sorgulayabilir. Fakat, böyle sistemleri sınıflandırmak zordur ve doğrusal olmayan sistemin tanımını "doğrusal olmayan bir sistemdir" şeklindedir.

Sınıflandırmanın bu metodu, hayvanları kediler/kedi olmayanlar olarak bölen bir biyologunki gibidir. Bunun, kediler üzerinde çalışırken çok büyük faydası olmakta fakat, kedi olmayanlar üzerinde çalışmada çok faydası olmamaktadır. Sonraki bölümlerde görüleceği gibi, doğrusallık kavramı, genel sistem teorisinin geliştirilmesinde büyük öneme sahiptir. Doğrusal olmayan sistemler için böyle bir genel teori yoktur ve bu sistemler genellikle yaklaşık metotlarla incelenirler. Fakat, doğrusal olmayan problemler incelenmeden önce doğrusal sistem teorisinin iyi anlaşılması gereklidir.





**Şekil 34** Sınırlı doğrusal bir alana sahip bir sistemin giriş/çıkış ilişkisi

### 6.3.3.3 Zamanla Değişmeyen/ Zamanla Değişen Sistemler

Bir giriş sinyalindeki zaman kaymasının çıkış sinyalinde uygun bir zaman kaymasına sebep olması özelliği zamanla değişmemenin bir özelliğidir. Bu, matematiksel olarak şu şekilde ifade edilebilir :

Bir  $x(t)$  giriş sinyali,  $y(t)$  çıkış sinyali veriyorsa, bir  $x(t-T)$  giriş sinyali tüm  $t$  ve herhangi bir  $T$  için  $y(t-T)$  çıkış sinyali verir.

Tekrar, kaset örneğini alırsak, sabah ve öğleden sonra aynı sesi vermemesi de olasıdır. Ses sisteminin ses ve ton kontrollerinin iki zaman arasında değiştirilmiş olmasıyla bu mümkündür. Sistem zamanla değişmeyen değildir, sistemin bazı bileşenleri(parametreleri) değişmiştir. Bu yüzden zamanla değişmeyen bir sistemin alternatif ismi, bir sabit parametre sistemidir.

Eğer bir sistem zamanla değişmeyen ve doğrusalsa, doğrusal zamanla değişmeyen bir sistem veya LTI sistem olarak bilinir. Bunlar çok önemlidir. Karmaşık bir sinyal çoğunlukla, zamanda kaydırılmış daha basit bir sinyalin doğrusal bir kombinasyonu olarak ifade edilebilir. Eğer sistemin daha basit sinyallere tepkisi biliniyorsa, daha karmaşık sinyallere tepkisi elde edilebilir. Bu, örnek 3.2.2’de açıklanacaktır.

### 6.3.3.4 Anlık/ Anlık Olmayan Sistemler ; Nedensel/ Nedensel Olmayan Sistemler

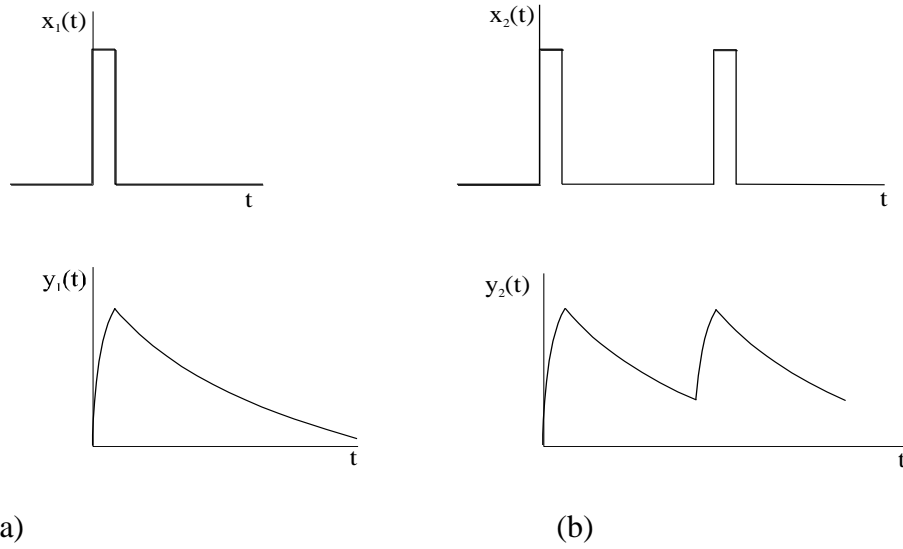
Bu sistem sınıflandırmaları çok yakın ilişkili oldukları için bu bölümde birlikte incelenecektir. Çıkış ve girişi aşağıdaki eşitlik yardımıyla ilişkilendirilmiş bir yükselteç örneği verilmişti :

$$y(t) = 2x(t)$$

Bu ilişkinin çıkışın girişin şeklinden bağımsız olarak her zaman anında girişin iki katı olduğunu vurguladığı belirtilmişti. Bu sistemde her andaki çıkış, yalnızca o andaki girişe bağlıdır, böyle bir sistem anlık bir sistem olarak belirtilir.

Pratik sistemler enerji depolayabilen elemanlardan oluşur ve bu depolanmış enerji giriş sıfır olsa bile bir sistem çıkışı verir. Tek bir giriş palsine Şekil 35(a)'da görüldüğü gibi tepki veren bir LTI sistemini inceleyelim.

Tepkinin giriş sıfır olduktan sonra da devam ettiği görülebilmektedir(depolanmış enerjiye bağlı olarak). Şimdi şekil 35(b)'de görüldüğü gibi uygulanan ikinci palsi inceleyelim, sistemin zamanla değişmeme özelliğine göre bu ikinci pals ilkiyle aynı tepkiyi verir ama zaman gecikmelidir. Fakat, tepki ilk palse göre hala zaman gecikmelidir ve doğrusallık özelliğinden dolayı bu tepkiler, görüldüğü gibi birleşik bir tepki vermesi için toplanırlar. Bu sistem açık olarak anlık değildir(ikinci palse verilen tepki birinciye benzer olmalıdır), bir anlık olmayan sistemdir. Anlık olmayan bir sistemi görmenin diğer bir yolu, bir önceki girişin etkisini hatırlar yani anlık olmayan sistemler bir hafızaya sahiptir. Anlık sistemler bu noktadan bakıldığında hafızasız sistemler olarak adlandırılır.



**Şekil 35** Sistem hafızasının açıklanması

Matematiksel olarak hafıza özelliği,  $y(t)$  çıkışının  $T$ 'nin en az bir değeri için  $x(t-T)$  girişine bağlı olduğu söylenerek açıklanabilir. Fakat tanımlama,  $x(t+T)$  girişi dahil edilerek genişletilebilir ve ilk bakışta bu, fiziksel olarak fazla etkili değilmiş gibi görünür. Bir sistemin çıkışı nasıl gelecekte ne olacağına bağlı olabilir? Bu noktadan bir sürelik ayrılırsak, çıkışı girişin gelecekteki değerine bağlı olmayan sistemler nedensel sistemler olarak bilinirler.

Şimdi neden nedensel olmayan sistemleri incelememizin gerekli olduğu sorusuna dönelim, nedensel olmayan sistemlerin önemli olmasının birçok sebebi vardır.

İncelenen sistemlerin hepsinde bağımsız değişken zamandır. Fakat, diğer bağımsız değişkenler de mümkündür. Görüntü işleminde görüntüyü herhangi bir noktasından işlemek gerekebilir. Bağımlı değişkenlerin değerleri, üzerinde düşünülen noktanın sağındaki ve solundaki değerler olarak kullanılabilir. noktaları sağa almak nedensel olmayan sistemlere uymaktadır.

Bağımsız değişkenin zaman olduğu bazı uygulamalarda, bilgiler depolanır ve sonra “off-line” olarak işlenir(örneğin, ekonomik analiz, sismik bilgilerin analizi). Şimdi tüm data kayıtları bulunmaktadır ve “gelecek” girişler çıkışın hesaplanması için kullanılabilir.

Sistem dizaynında nedensellik kavramının önemini belirten başka bir sebep de vardır. Buraya kadar incelenen sinyal ve sistemlerin tanımı zamana bağlıdır. Sonraki bölümlerde göreceğimiz gibi, tanımlamanın alternatif metotları da mümkündür, örneğin, frekans tabanlı tanımlama ve çoğunlukla sistem dizaynı bu alternatif tanımlama kullanılarak uygulanırlar. Fakat, dizaynın elde edildiğinden emin

olmak için dikkatli olunmalıdır, zaman tabanına çevrildiğinde nedensel olmayan ve fiziksel olarak fark edilmeyen bir sistem üretmez. Nedenselliğin zamandaki sınırlaması, frekansta sınırlamayı da ifade eder.

### 6.3.3.5 Kararlı/Kararsız Sistemler

Bu kavram, ayrık sistemlerden örnekler kullanılarak açıklanabilir. Ayrık sistemler, verilen giriş sinyali için sayısal olarak çıkış sinyali elde etmenin mümkün olması avantajına sahiptir (işlem biraz sıkıcı olmasına ve en iyisinin bilgisayara bırakılması olmasına rağmen). Aşağıdaki eşitliklerle tanımlanan iki ayrık sistemi inceleyelim :

$$\text{Sistem 1} \quad y_1(n) = x(n) + 0.5y_1(n-1)$$

$$\text{Sistem 2} \quad y_2(n) = x(n) + 2.0y_2(n-1)$$

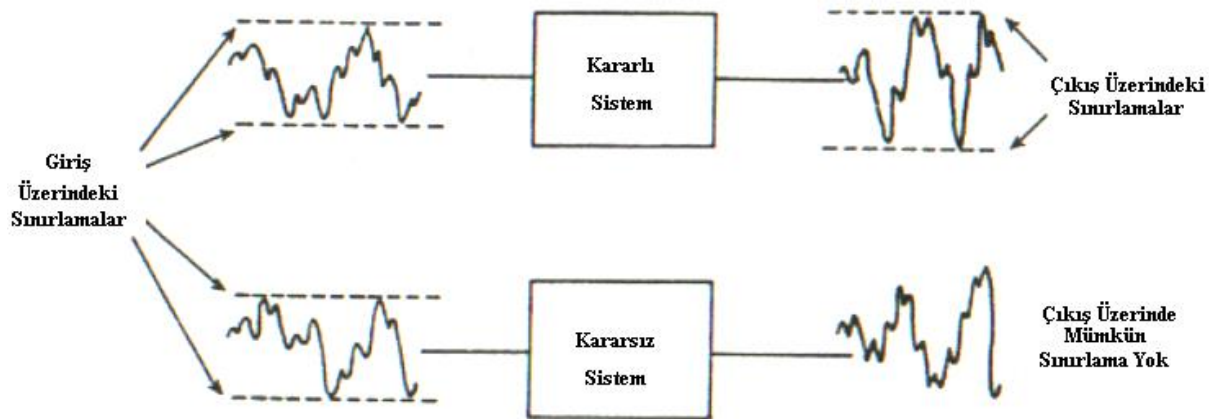
Bu iki sistemin  $n=0$ 'da uygulanan tek bir birim örnek ( $\delta(n)$  birim örnek bir önceki bölümde incelenmişti) içeren aynı giriş sinyallerine verdikleri tepkilerini inceleyelim. Sistemlerin anlık olarak çıkışları olmadığını varsayarsak,  $n < 0$  için  $y(n)=0$  dir, o zaman  $n > 0$  için çıkışlar Tabloda görüldüğü gibi, giriş ve önceki çıkışlar yardımıyla hesaplanabilir.

**Tablo** Kararlı ve kararsız sistemlerin birim örnek tepkisi

$N$	$x(n)$	$y_1(n-1)$	$y_1(n)$	$y_2(n-1)$	$y_2(n-2)$
0	1	0.0000	1.0000	0	1
1	0	1.0000	0.5000	1	2
2	0	0.5000	0.2500	2	4
3	0	0.2500	0.1250	4	8
4	0	0.1250	0.0625	8	16

Sonuçlardan sistemlerin genel davranışları açıkça görülmektedir. Sistem 1'de, çıkış giriş kaldırıldıktan sonra da devam eder (sistemin hafızası vardır) fakat her çıkış bir öncekinin yarısı kadardır ve  $n \rightarrow \infty$  iken  $y_1(n) \rightarrow 0$  olur. Fakat, sistem 2'de her çıkış bir öncekinin iki katıdır ve çıkış limitsiz olarak büyümektedir. İlk sistem kararlı, ikincisi ise kararsızdır. Girişin sıçraması düşüncesi, kararlılığın genel bir tanımını sağlayan sıçramasız bir çıkış sağlar.

Bir sistem, sıçrama yapan bir giriş sıçrama yapan bir çıkışa sebep oluyorsa kararlıdır. Bu tanım şekil 36'da açıklanmıştır.



**Şekil 36** Sınırlı giriş, sınırlı çıkış kararlılığı

Bir sistemin kararlı olup olmadığını tahmin etmek çok önemlidir. Pratik bir sistemde hiçbir sinyal limitsiz olarak büyüyemez(doğrusal olmama limiti sağlar), değişkenler sistemi aşırı yükleyebilir ve fiziksel hasarlara yol açabilir. İstikrarsızlıktan mustarip olan sistemler geri besleme sistemleridir.

#### 6.3.4 Sistem Modelinin Elde Edilmesi (Sürekli Sistemler)

Matematiksel modeller bir sistemde çıkış ve giriş sinyallerini ilişkilendirmek için kullanılmıştır. O bölümde, bu gibi modellerin elde edildiği metotlardan bahsedilmemişti. Açık olarak verilen bir fiziksel sistem için modelin elde edilmesi çok önemlidir fakat böyle bir modelin elde edilmesi bu doğadaki bir kitapta problemleri sunar. Modellenen sistemlerin alanı çok büyük ve çektir, nükleer reaktörler, uçak kontrol sistemleri, radar alıcıları,v.b. okuyucunun(ve yazarın) bu sistemlerin ayrıntılı bilgisine sahip olması beklenemez. Ayrıca bu kitap, herhangi bir sistemin özünden çok tüm sistem yaklaşımlarıyla ilgilenmektedir. Pratikte problem, modelin türetilmesini uzmana(fizikçi, kimya mühendisi,vs.) bırakarak ve daha geniş sistemlerle ilgilenirken verilen modeli kabul ederek çözülür. Fakat, öğrencinin model türetilmesinin değerini anlaması ve uygulanan yaklaşımın incelenen sistemin sınırlarını limitlemesi ve karmaşıklığını önlemesi beklenir. Bu yüzden, incelenen sistemler temel elektrik, mekanik ve elektro mekanik sistemlerdir.

Daha önceden belirtildiği gibi, sistem yaklaşımının bir karakteristiği, bir karmaşık sistemin daha basit birbirine bağlı ara-sistemler şeklinde bölünebileceğidir. Bu ara-sistemler, daha basit olarak temel fizik kanunlarıyla tanımlanabilen birbirine bağlı elementlere veya bileşenlere ayrılabilir. Bu kanunların ideal olarak kabul edildiğine dikkat edilmelidir. Örneğin, Ohm Kanunu gerilimin dirençten geçen akımla orantılı olduğunu belirtir. Fakat bu, sıcaklığın sabit olduğu durumda limitli bir alan üzerinden bir yaklaşımdır. Pratikte, direnç üzerinden geçen akım güç harcamasına sebep olur ve bu da ısıyı artırır. Fakat, gerilim ve akım arasındaki tam zaman ilişkisini yazmak kolay kontrol edilemeyen karmaşık bir modeli gerektirir. Pratikte basit modeller, anlık olarak sistem tepkisinin iç yüzünü anlamamızı sağlar. Daha sonra model, daha karmaşık bir hale uyarlanıp (ve daha karmaşık hesaplamalar üretip) tepkinin daha tam bir tanımı yapılabilir.

Modelin oluşturulmasında izlenen adımlar aşağıdaki gibidir :

1. Sistemdeki bileşenleri tanımlayın ve ilişkide buldukları sinyaller(değişkenler) ile aralarındaki ilişkiyi belirten özel tanımlama eşitliklerini belirleyin. Bileşenler birbirlerine nasıl bağlanırsa bağlansın bileşenleri tanımlayan eşitliklerin değişmeyeceğine dikkat edilmelidir.
2. Bileşenlerin diğeriyle nasıl ilişkili olduğunu belirten sistem için bağlantı eşitliklerini yazın. Bağlantı eşitliklerinin birden çok şeklini kullanmak çoğu zaman mümkündür ve bu sadece en uygun şekli belirlemek için kullanılır.
3. İlgilenilen değişkenler-genellikle giriş ve çıkış değişkenleri- dışındaki tüm değişkenleri yok edin. Bu adım, eşitliklerin yok edilmesi gereken değişkenler içermesine rağmen diferansiyellerini de içerebileceği için zor olabilir.

#### 6.4 Fourier Dönüşümü

Fourier Serileri sinüzoidal olmayan sinyallerde frekans tepki metotlarının kullanılmasını mümkün kılan bir sinyal gösterimidir. Fakat, sinyaller sinüzoidal olmasalar bile periyodiktir. Bu bölüm, gösterimi periyodik olmayan(aperiyodik) sinyalleri de içine alarak genişletecektir.

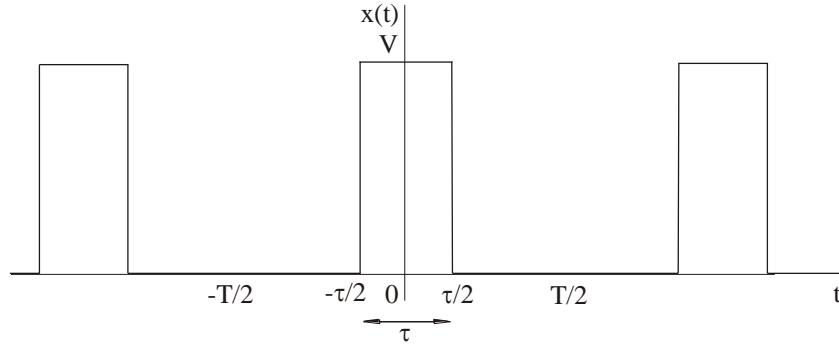
Herkes böyle bir gösterimde bir zorlukla karşılaşabilir- sınırsız süreli sinüsoidler sınırlı süreli sinüsoid elde etmek için nasıl birleştirilebilirler? Aperiodyk sinyali periyodik sinyal sonsuza giderken periyodik sinyalin limiti olarak incelerken yaklaşım kullanılacaktır. Görüleceği gibi, spektrumdaki etki, sürekli bir spektrum üretirken limitte çok yakın bir şekilde yer alan frekans bileşenlerini üretmek içindir. Fakat

bileşenlerin genliği, azalır ve limite sıfır olur. Bu zorluğu aşmak için, bir genlik yoğunluğu kavramı(genlik/birim frekans) sunulur ve bu, Fourier Dönüşümü'nün fiziksel yorumunu üretir.

## 6.5 Sürekli Sistemler İçin Fourier Dönüşümü

### 6.5.1 Fourier Serilerinden Fourier Dönüşümüne

T periyodik zamanının Fourier Serilerinde sonsuza gitmesi pals dizisinin belli bir durumu için açıklanacaktır. Dalga şekli şekil 6.1 de tekrar gösterilmektedir.



**Şekil 6.1** Periyodik pals dizisi

Fourier Serilerinin üstel şeklindeki “n”inci terimin katsayısı “ $c_n$ ”in ifadesi şu şekildedir :

$$c_n = \frac{V}{n\pi} \sin \frac{(n\pi t)}{T} \quad (6.2.1)$$

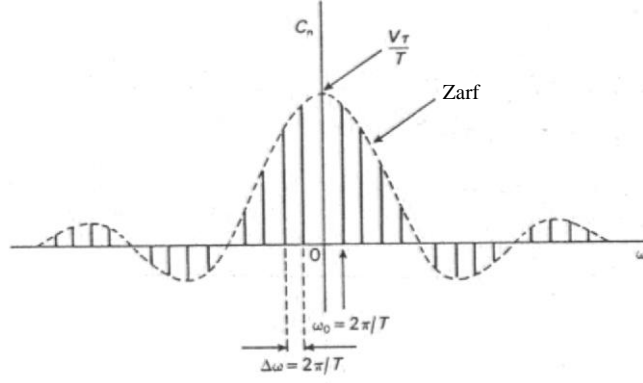
Eşitlik (6.2.1) şu şekilde tekrar yazılabilir :

$$c_n = \frac{V_\tau}{T} \frac{\sin \frac{(n\pi t)}{T}}{\frac{(n\pi t)}{T}} = \frac{V_\tau}{T} \frac{\sin x}{x} \quad (6.2.2)$$

Burada;

$$x = n\pi\tau/T$$

Sin x/x fonksiyonu genlik spektrumunun şeklini belirler,  $n2\pi/T$  frekansındaki çizgiler şekil 6.2’de görüldüğü gibi bu fonksiyon tarafından sınırlandırılır.



Şekil 6.2 Şekil 6.1 de görülen sinyalin spektrumu

Spektrum şu özelliklere sahiptir :

$\omega=0$  da genlik,  $V_T / T$  dir.

Başlangıç frekansı( $\omega_0$  ile gösterilecektir),  $\omega_0 = 2\pi/T$  dir.

Frekans bileşenleri arasındaki mesafe( $\Delta\omega$  ile gösterilecektir)  $\Delta\omega = 2\pi/T$  dir.

Spektrum zarfının ilk sıfır değeri ;

$$\sin \frac{(n\pi\tau)}{T} = 0$$

$$n = T / \tau$$

olduğunda oluşur(eğer bu ifade tam sayı değilse bu frekans noktasında bir bileşen olmayacaktır).

İlk geçişin olduğu frekans ;

$$T\omega_0 / \tau = 2\pi/\tau$$

Şimdi  $T$  periyodik zamanının arttırıldığını düşünelim.  $T = 2$  ve  $T = 5$  yapmanın spektrum üzerindeki etkisi şekil 6.3'te gösterilmektedir.

$T$  arttırıldığında aşağıdaki etkiler de gözlenir :

Spektrumun genliği azalır.

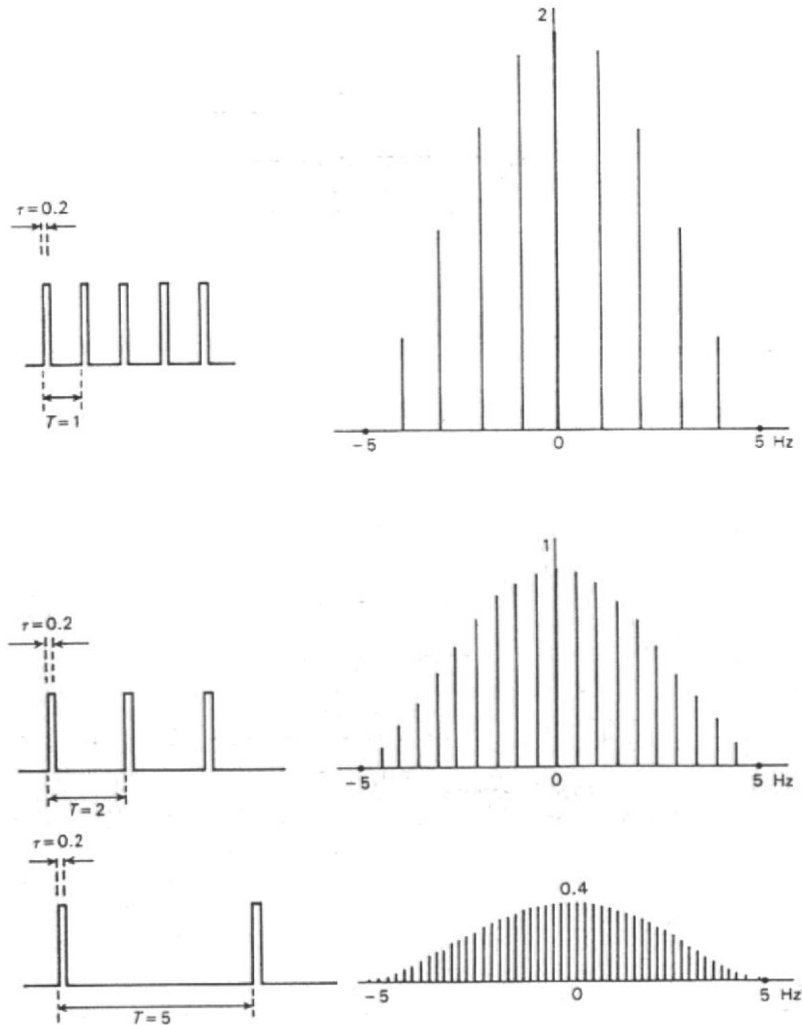
Bileşenler arasındaki mesafe düşer( $2\pi/T$ ).

İlk geçişe kadar olan bileşen sayısı artar( $T/\tau$ ).

İlk geçişin frekansı değişmez( $2\pi/\tau$ ).

Spektrumun genel şekli( $\sin x/x$ ) değişmez.

$T \rightarrow \infty$  iken, etki, aralarında sıfır frekans aralığı olan sıfır genlikte sonsuz sayıda bileşen üretecektir- bir sürü hiçbir şey. Bu, tek bir palsin spektrumunu elde ederken çok yaralı bir yol olarak görünmemektedir. Fakat, spektrumu yeniden belirleyerek sıfır gibi görünen özelliklerden sınırlı bir nicelik elde etmek mümkündür.



Şekil 6.3 Periyodik pals dizisinin spektrumunda T artışının etkisi

$$c(\omega) = \frac{c_n(n\omega_0)}{\Delta\omega} = \frac{1}{\Delta\omega T} \int_{-T/2}^{T/2} x(t)e^{-j\omega_0 t} dt$$

Yeni bir katsayı belirleyin:

$$c(\omega) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} x(t)e^{-j\omega t} dt$$

$T \rightarrow \infty$  iken, o zaman  $n\omega_0 \rightarrow \omega$  sürekli değişkenine yaklaşır ve ;

$$X(\omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} x(t)e^{-j\omega t} dt$$

Fourier Serisi şu şekilde verilir :

$$x(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} c_n e^{jn\omega_0 t}$$

Ve şu ifade ile;

$$c_n = c(\omega)\Delta\omega$$

Şu hale gelir:

$$x(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} c(\omega)e^{jn\omega_0 t} \Delta\omega$$

$T \rightarrow \infty$  iken, o zaman  $c(\omega)$ ,  $X(\omega)/2\pi$ ,  $n\omega_0$   $\omega$  sürekli değişkeni olur ve toplam aşağıdaki gibi bir integral olur:

$$x(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} X(\omega)e^{j\omega t} d\omega$$

Bu Ters Fourier Dönüşümü olarak bilinir ve  $X(\omega)$ 'yi belirleyen dönüşümle birlikte bir Fourier dönüşüm çifti oluştururlar :

$$X(\omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} x(t)e^{-j\omega t} dt \quad (6.2.3)$$

$$x(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} X(\omega)e^{j\omega t} d\omega \quad (6.2.4)$$

$2\pi$  faktörünün  $c(\omega)$  dan  $X(\omega)$  ya ulaşırken neden tanıtıldığı sorulabilir. Eğer bu yapılmıyorsa, o zaman Fourier Dönüşümlerinde  $1/2\pi$  faktörü bulunacaktı ve ters dönüşümde bulunmayacaktı. Böyle bir tanımlama çok uygun bir şekilde kabul edilebilir fakat mühendislik yazılarında eşitlik (6.2.3) ve (6.2.4)'te verilen ifadeler daha geneldir.  $x(t)$  ve  $X(\omega)$ 'nin bir Fourier çifti oluşturdukları gerçeği şu şekilde yazılır:

$$x(t) \leftrightarrow X(\omega)$$

Gösterim şu şekilde de yazılabilir :

$$X(\omega) = F [x(t)]$$

$X(\omega)$ 'yi  $x(t)$ 'nin Fourier Dönüşümü olarak yorumlanmış ve;

$$x(t) = F^{-1} [X(\omega)]$$

$x(t)$ 'yi  $X(\omega)$ 'nin Ters Fourier Dönüşümü olarak yorumlanmıştır.

Tek pals örneğine dönersek, Fourier Dönüşümünün hesaplanması pals dizisi için Fourier Serilerinin üstel şeklinin hesaplanmasıyla paraleldir.  $t < -\tau/2$  ve  $t > \tau/2$  için fonksiyon sıfır olduğundan o zaman dönüşüm şu şekli alır :

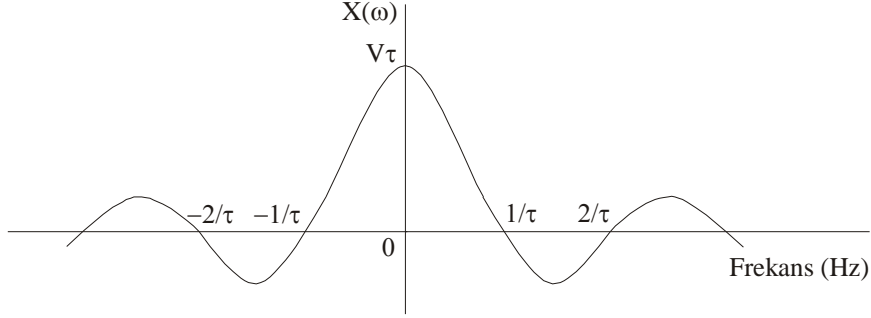
$$X(\omega) = \int_{-\tau/2}^{+\tau/2} V e^{-j\omega t} dt$$



$$= \frac{V}{-j\omega} (e^{-j\omega\tau/2} + e^{+j\omega\tau/2})$$

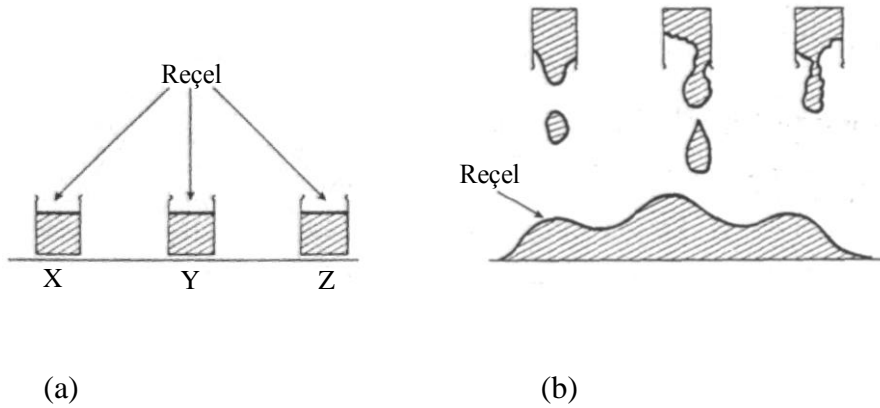
$$= V_{\tau} \frac{\sin(\omega\tau/2)}{\omega\tau/2}$$

Beklenebileceği gibi, dönüşüm bir  $\sin x/x$  şekline sahiptir ve frekansa karşı şekil 6.4'teki gibi çizilir.



**Şekil 6.4** Tek bir palsin genlik yoğunluk spektrumu

Şekil 6.2'de gösterilen genlik spektrumunun zarfı ile aynı şekle sahiptir. Fakat, pals dizisi için spektrumdan farklı olarak frekansın sürekli bir fonksiyonudur ve  $X(\omega)$  genlik/frekans birimlerine sahiptir.  $x(t)$  sinyalinin spektrumu olarak adlandırılır fakat bu bir genlik spektrumu değil, bir genlik yoğunluğu spektrumudur. Frekans boyunca yayılan bir bileşenin genliği kavramını görüntülemek kolay değildir. Çok geleneksel bir benzerlik yardım edebilir, şekil 6.5(a)'da gösterildiği gibi masa üzerindeki üç reçel kavanozunu inceleyelim. Reçel nerededir? X, Y ve Z noktalarında kavanozlar içinde yoğunlaştırılmıştır.



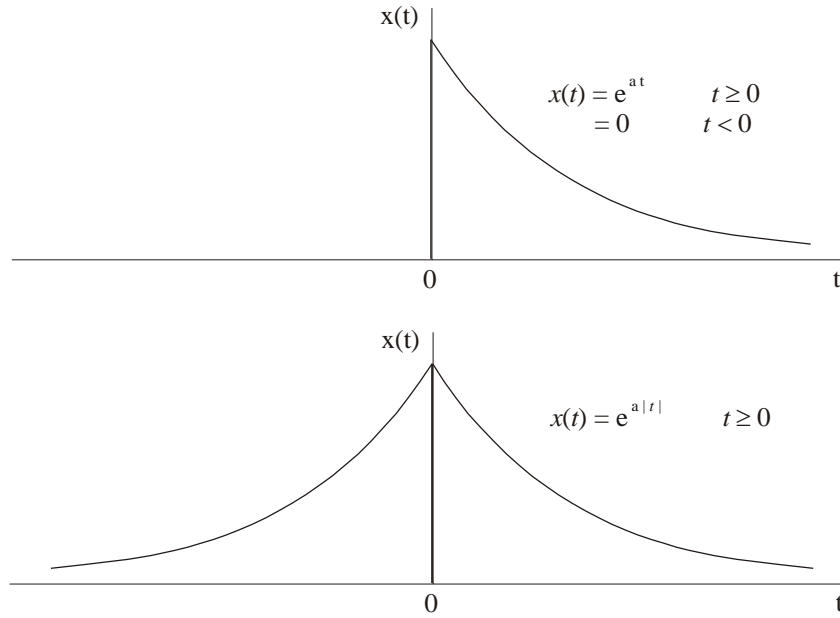
**Şekil 6.5** Genlik yoğunluk spektrumuna “reçel” benzerliği

Şimdi kavanozların baş aşağı çevrildiğini ve şekil 6.5(b)'de görüldüğü gibi reçelin masa üzerine aktığını düşünelim. Şimdi reçel nerededir? Artık yerini belirleyemeyiz, belirli X, Y ve Z noktalarında bulunduğunu söyleyemeyiz. Bunun yerine “reçel yoğunluğu”nu incelemeliyiz; birim hacim başına çok fazla reçel ve bu yoğunluk masa üzerinde değişir.

Fourier Serileri için genlik spektrumunda olduğu gibi, genelde spektrum bir büyüklük ve faz spektrumu ile ifade edilebilir. Aşağıdaki örnek spektrumunun hesaplanmasını ve simgelenmesini açıklamaktadır.

### Örnek 6.2.1 :

Şekil 6.6’da görülen tek-yönlü ve çift-yönlü üstel palsler için Fourier Dönüşümü’nü elde ediniz. Her bir durum için büyüklük ve faz spektrumunu çizin.



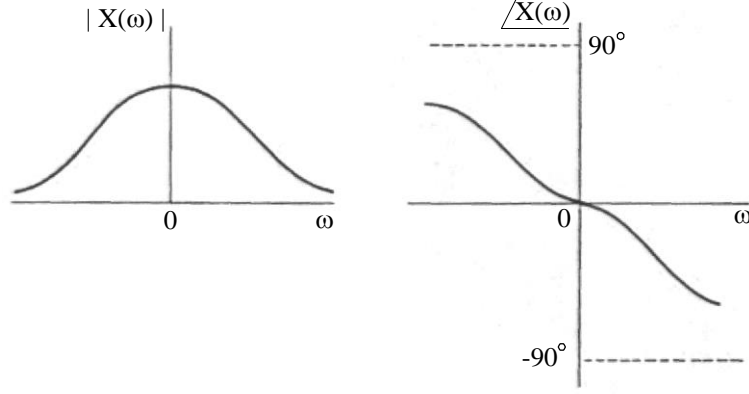
Şekil 6.6 Örnek 6.2.1 için üstel pals

**Çözüm :**

Tek-yönlü pals için fonksiyon  $t < 0$  için sıfırdır ve dönüşüm şu şekilde olur :

$$\begin{aligned}
 X(\omega) &= \int_0^{+\infty} e^{-at} e^{-j\omega t} dt \\
 &= \int_0^{+\infty} e^{-(a+j\omega)t} dt \\
 &= \frac{1}{-(a+j\omega)} [e^{-(a+j\omega)t}]_0^{\infty} \\
 &= \frac{1}{(a+j\omega)} \\
 |X(\omega)| &= \frac{1}{\sqrt{(a^2 + \omega^2)}},
 \end{aligned}$$

Büyüklük ve faz spektrumu şekil 6.7’de çizilmiştir.



**Şekil 6.7** Tek-yönlü üstel pals için büyüklük ve faz spektrumu

Çift-yönlü pals için integral  $-\infty$  dan  $0$ 'a ve  $0$ 'dan  $+\infty$ ' a olmak üzere iki bölüme ayrılabilir :

$$\begin{aligned}
 X(\omega) &= \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-a|t|} e^{-j\omega t} dt \\
 &= \int_{-\infty}^0 e^{+at} e^{-j\omega t} dt + \int_0^{+\infty} e^{-at} e^{-j\omega t} dt \\
 &= \frac{1}{(a-j\omega)} [e^{(a-j\omega)t}]_{-\infty}^0 + \frac{1}{-(a+j\omega)} [e^{-(a+j\omega)t}]_0^{+\infty} \\
 &= \frac{1}{a-j\omega} + \frac{1}{a+j\omega} \\
 &= \frac{2a}{a^2 + \omega^2}
 \end{aligned}$$

Büyüklük spektrumu şekil olarak tek-yönlü palsin spektrumuna benzerdir, fakat  $2a$  faktörüyle ölçeklendirilmesi bakımından fark gösterir. Dönüşüm gerçektir, bu, dalga şeklindeki simetriden ve Fourier Serilerinin üstel şekilleriyle paralellüğünden dolayı beklenebilir.

Tablo 6.1 Fourier Dönüşümlerinin kısa bir listesini vermektedir. Bu tablodaki girişlerin çoğu 'güç sinyalleri'nin dönüşümleridir. Bu terimin tanımı ve uygun dönüşümlerin elde edilmesi bölüm 6.2.3'te işlenecektir. Fakat bu noktada tüm dönüşümleri bir tabloda toplamak uygundur.

Tablo 6.1 Fourier dönüşümlerinin kısa bir tablosu

Sinyal tanımı	$x(t)$	$X(t)$
Birim impals	$\delta(t)$	1

Birim basamak	$u(t)$	$\frac{1}{j\omega} + \pi\delta(\omega)$
Üstel pals	$u(t)e^{-at}$	
Sinüs dalgası	$\sin \omega_0 t$	$\frac{1}{a + j\omega}$
Kosinüs dalgası	$\cos \omega_0 t$	$-j\omega[\delta(\omega - \omega_0) - \delta(\omega + \omega_0)]$
Karmaşık üstel	$e^{j\omega_0 t}$	$\pi[\delta(\omega - \omega_0) - \delta(\omega + \omega_0)]$
		$2\pi\delta(\omega - \omega_0)$

Fourier dönüşümü bir zaman sinyalinin frekans tabanında bir tanımını verir. Çoğunlukla zamandaki bir işlemin sebep olduğu frekanstaki bir etkinin veya tersinin incelenmesi için yararlıdır. Bazen, bölüm 1’de belirtilen zaman sinyalindeki işlemlerin (ölçeklendirme, yansıma, zaman tabanında kayma) o sinyalin dönüşümünü nasıl etkilediğini bilmek faydalıdır. Bu dönüşümlerin etkisi ve Fourier dönüşümlerinin diğer özellikleri bir sonraki bölümde incelenecektir.

Bu sonuçları elde etmede Fourier dönüşüm çiftlerinin  $x(t)$  ve  $X(\omega)$  fonksiyonları şekli alınacaktır.

$$x(t) \leftrightarrow F(\omega)$$

## 6.5.2 Fourier Dönüşümlerinin Birincil Özellikleri :

### 6.5.2.1 Tek ve Çift Simetriler

Fourier dönüşümü trigonometrik formda kolayca ifade edilebilir :

$$\begin{aligned} X(\omega) &= \int_{-\infty}^{+\infty} x(t)e^{-j\omega t} dt \\ &= \int_{-\infty}^{+\infty} x(t)\cos(\omega t)dt - j \int_{-\infty}^{+\infty} x(t)\sin(\omega t)dt \end{aligned} \quad (6.2.5)$$

Bölüm 5.4.2’de elde edilen simetri sonuçlarını kullanırsak, o zaman eğer  $x(t)$  bir çift fonksiyonsa ikinci integral sıfırdır ve  $X(\omega)$  gerçektir, o zaman dönüşüm şu şekilde ifade edilebilir :

$$X(\omega) = 2 \int_0^{+\infty} x(t) \cos \omega t dt$$

Eğer  $x(t)$  bir tek fonksiyonsa o zaman dönüşüm imajinerdir ve şu şekilde ifade edilebilir :

$$X(\omega) = -j2 \int_0^{+\infty} x(t) \sin \omega t dt$$

Genel olarak  $x(t)$  ne tek ne de çifttir; fakat bölüm 2.4.1’de gösterildiği gibi çift ve tek fonksiyonların bileşimi olarak ifade edilebilir :

$$x(t) = x_e(t) + x_o(t)$$

Burada;

$$x_e(t) = \frac{x(t) + x(-t)}{2}, \quad x_o(t) = \frac{x(t) - x(-t)}{2}$$

Eğer bu ifadeler eşitlik (6.2.5)'te yerine koyulursa, görüldüğü gibi terimlerin bazıları sıfır olur ve şu şekilde yazılır ;

$$X(\omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} x_e(t) \cos \omega t dt - j \int_{-\infty}^{+\infty} x_o(t) \sin \omega t dt$$

İlk integral  $\omega$ 'nın çift bir fonksiyonu, ikincisi tek bir fonksiyonudur. Böylece Fourier dönüşümünün gerçek bölümü çift, imajiner bölümü ise tek olur. Faz spektrumu şu şekilde verilir :

$$= \tan^{-1} \left( \frac{\text{tek fonksiyon}}{\text{çift fonksiyon}} \right)$$

Tek bir fonksiyonun çift bir fonksiyona oranı tek bir fonksiyon üretir ve  $\tan^{-1}$  tek bir fonksiyon olduğu için faz spektrumu da tek olmalıdır. Büyüklük şu şekilde verilir :

$$|X(\omega)| = \sqrt{[(\text{çift fonksiyon})^2 + (\text{tek fonksiyon})^2]}$$

Bir (fonksiyon)<sup>2</sup> her zaman çift olduğundan, büyüklük spektrumu  $|X(\omega)|$  her zaman çifttir.

Böylece;

$$|X(\omega)| = |X(-\omega)| \quad \text{ve} \quad X(\omega) = -X(-\omega)$$

$$X(-\omega) = X^*(\omega)$$

### 6.5.3 Doğrusallık

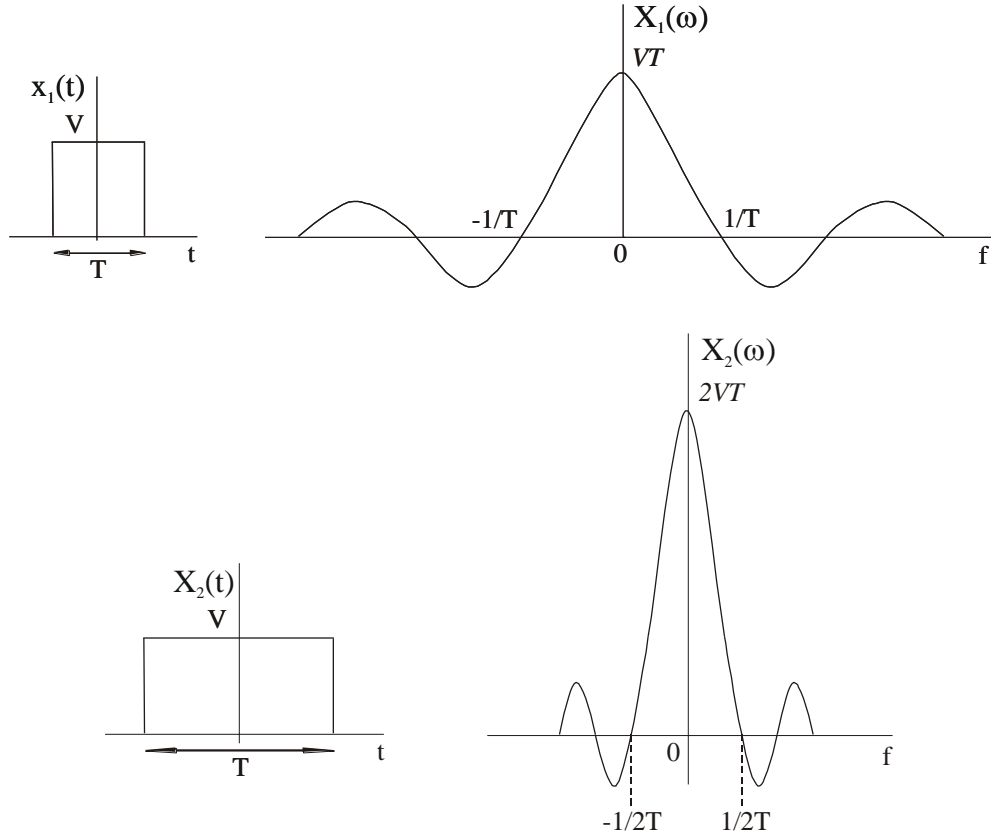
Eğer  $X_1(\omega)$ ,  $x_1(t)$ 'nin Fourier dönüşümü ve  $X_2(\omega)$ ,  $x_2(t)$ 'nin Fourier dönüşümü ise ( $x_1(t) \leftrightarrow X_1(\omega)$ ,  $x_2(t) \leftrightarrow X_2(\omega)$ ) o zaman;

$$[ax_1(t) + bx_2(t)] \leftrightarrow [aX_1(\omega) + bX_2(\omega)] \quad (6.2.6)$$

Burada a ve b sabitlerdir. Bu, direkt olarak doğrusallık tanımından izlenir.

### 6.5.4 Zaman Ölçeklendirme

Son bölümde elde edilen tek bir palsin Fourier dönüşümünü inceleyelim. Şekil 6.8(a) T genişliğindeki tek bir palsin spektrumunu göstermektedir ve şekil 6.8(b) 2T genişliğindeki tek bir palsin spektrumunu göstermektedir.



**Şekil 6.8** Tek bir puls üzerinde ölçeklendirmenin etkisi

Palsi zamanda daha çok genişletmenin etkisi spektrumunun frekans tabanında daha çok sıkışmasına sebep olacaktır. Bu genel olarak doğrudur ve aşağıdaki gibi ispatlanabilir.

$x(at)$ 'nin Fourier dönüşümü( $a$  pozitif) şu şekildedir :

$$F[x(at)] = \int_{-\infty}^{+\infty} x(at)e^{-j\omega t} dt$$

$\lambda = at$  eşitliğini yerine koyarsak o zaman  $t = \lambda/a$  ve  $dt = d\lambda/a$  şu ifadeyi verir :

$$F[x(at)] = \frac{1}{a} \int_{-\infty}^{+\infty} x(\lambda)e^{-j(\omega/a)\lambda} d\lambda$$

sağ taraftaki integral  $x(t)$ 'nin Fourier Dönüşümü' dür( $\lambda$  burada sahte değişken olarak değerlendirilebilir) fakat  $\omega$  yerine  $\omega/a$  yazılmış şeklindedir.

$$F[x(at)] = \frac{1}{a} X\left(\frac{\omega}{a}\right)$$

$$x(at) \leftrightarrow \frac{1}{a} X\left(\frac{\omega}{a}\right) \quad (6.2.7)$$

Bu sonuç doğal olarak beklendiği gibidir. Eğer aynı şekilde dalga şeklinin zaman tabanında karesi alınırsa o zaman sinyal daha hızlı bir şekilde değişmelidir ve daha yüksek frekans bileşenleri görülür. Müziğin grafığı kayıt hızından daha hızlı veya daha yavaş çalınmasına bağlı olarak yukarı aşağıya kayar.

### 6.5.4.1 Zaman Tabanında Kayma Özeliği

$t=0$  anından başlayan ve  $T$  periyodunda olan bir palsin fourier dönüşümünü inceleyelim. Dönüşümüm gerçekte ve imajiner bölümleri pals dalga şeklinin  $e^{-j\omega t}$ 'nin gerçekte ve imajiner bölümleriyle çarpılması ve integralinin alınmasıyla bulunur. Bu, şekil 6.9'da gösterilmektedir.

Şimdi gecikmiş  $x(t-\tau)$  palsinin Fourier Dönüşümünü inceleyelim. Gecikmiş palsi kullanmaktansa bu, orijinal palsi zamanda ilerlemiş  $e^{-j\omega(t+\tau)}$  fonksiyonunun gerçekte ve imajiner bölümleriyle çarparak bulunabilir. Böylece gecikmiş palsin dönüşümü şu şekilde yazılabilir:

Bu şu şekilde de yazılabilir;

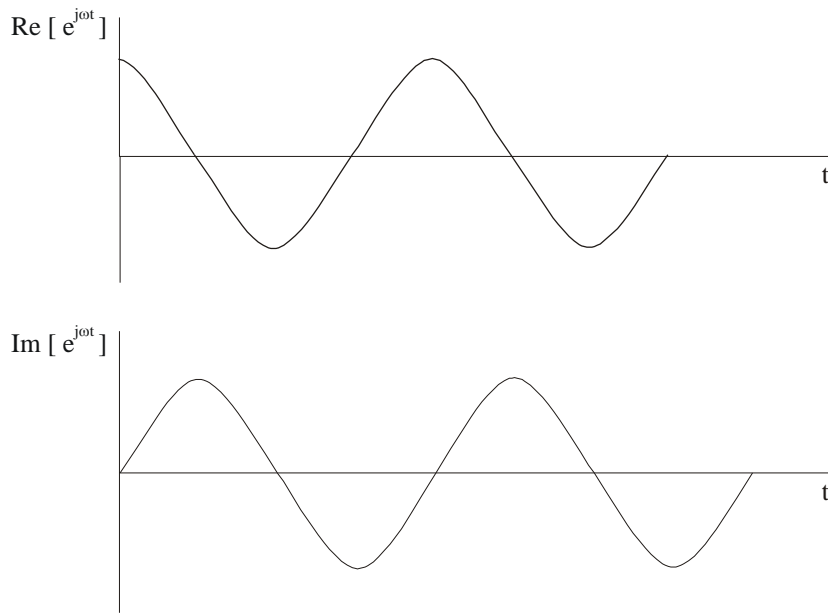
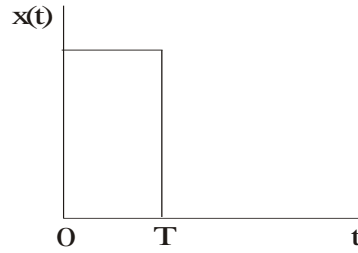
$$\begin{aligned} F[x(t-\tau)] &= \int_{-\infty}^{+\infty} x(t) e^{-j\omega(t+\tau)} dt \\ &= e^{-j\omega\tau} \int_{-\infty}^{+\infty} x(t) e^{-j\omega t} dt \\ &= e^{-j\omega\tau} X(\omega) \end{aligned}$$

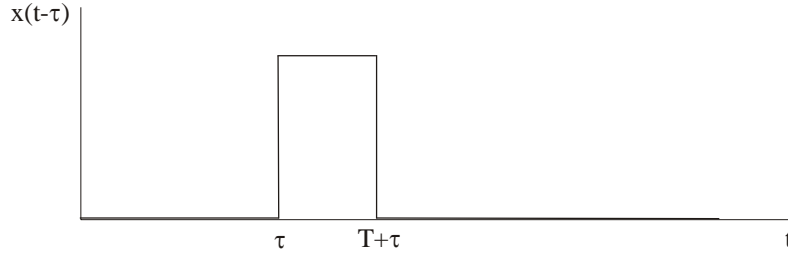
Eğer

$$x(t) \leftrightarrow X(\omega)$$

O zaman

$$x(t-\tau) \leftrightarrow e^{-j\omega\tau} X(\omega) \quad (6.2.8)$$





**Şekil 6.9** Sinüs ve kosinüs olarak görülen palsin dönüşümü

Bu sonuç daha uygun bir şekilde  $X(t-\tau)$ 'nin dönüşümünü alarak ve  $(t-\tau)$  için yeni bir değişken kullanarak ispatlanabilir. Böylece bir sinyali  $\tau$  kadar geciktirmek, dönüşümünün  $e^{-j\omega\tau}$  faktörüyle değişimine sebep olur. Bu faktör birim büyüklüğe sahiptir. Bu yüzden  $x(t)$ 'nin büyüklük spektrumu değişmez. Fakat faz spektrumu frekansa orantılı bir faz kaymasını ifade eden  $\omega\tau$  açısının toplamıyla değişir. Böyle bir karakteristik doğrusal bir faz karakteristiği olarak bilinir ve böyle bir karakteristiğe sahip bir sistem bir zaman gecikmesi üretir ama aksi taktirde sinyali bozmaz.

#### 6.5.4.2 Frekans Kayması ve Modülasyon Özelliği

$$x(t) \leftrightarrow X(\omega)$$

olduğunu ve  $e^{j\omega_0 t}x(t)$  sinyalinin Fourier dönüşümünün elde edilmesi gerektiğini düşünelim. Bu şu şekilde verilir :

$$\begin{aligned} F[x(t)e^{j\omega_0 t}] &= \int_{-\infty}^{+\infty} x(t)e^{j\omega_0 t} e^{-j\omega t} dt \\ &= \int_{-\infty}^{+\infty} x(t)e^{-j(\omega-\omega_0)t} dt \\ &= X(\omega - \omega_0) \\ e^{j\omega_0 t} x(t) &\leftrightarrow X(\omega - \omega_0) \end{aligned} \quad (6.2.9)$$

Bu özellik modülasyon bölümünde kullanılacaktır(bölüm 6.3).

#### Çiftlik :

Eğer zaman kayması ve modülasyon özellikleri birlikte yazılırsa ;

$$x(t-\tau) \leftrightarrow e^{-j\omega\tau} X(\omega)$$

$$e^{j\omega_0 t} x(t) \leftrightarrow X(\omega - \omega_0)$$

Kesin bir simetri veya çiftlik görünür. Bu Fourier Dönüşümünün genel bir özelliğidir. İspat aşağıdaki gibidir. Ters dönüşümle başlarsak:

$$x(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} X(\omega)e^{j\omega t} d\omega$$

Sonra  $t$ 'nin işaretini değiştirir ve yeniden düzenlersek;



$$2\pi x(-t) = \int_{-\infty}^{+\infty} X(\omega) e^{-j\omega t} d\omega$$

$\omega$  ve  $t$  değişkenleri yer değiştirilirse (kesinlikle bu sahte değişkenler yardımıyla yapılmalıdır);

$$2\pi x(-\omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} X(\omega) e^{-j\omega t} d\omega$$

$$2\pi x(-\omega) = F[X(t)] \quad (6.2.10)$$

bu özellik karmaşık gibi görünebilir ve bir örnek yardım edebilir. Daha önce ele alınan bir kare dalganın Fourier Dönüşümünü inceleyelim. Bu şu şekilde verilmişti;

$$X(\omega) = \frac{V\tau \sin(\omega\tau/2)}{\omega\tau/2}$$

Şimdi bunun bir  $X(t)$  zaman fonksiyonunu ifade ettiğini düşünelim, yani;

$$X(t) = \frac{V\tau \sin(t\tau/2)}{t\tau/2}$$

Matematiksel olarak bu ifadede bir yanlışlık olmamasına rağmen doğru görünmemektedir.  $\tau$ 'nin bir sabit olduğunu ve burada herhangi bir sembolün kullanılabildiğini hatırlayalım. Fakat  $\tau$ 'yu zaman birimine sahip bir nicelik olarak kabul edebiliriz, fakat bu ifadede frekans birimine sahiptir. bu yüzden  $\omega_0$  gibi farklı bir sembol kullanalım. O zaman ;

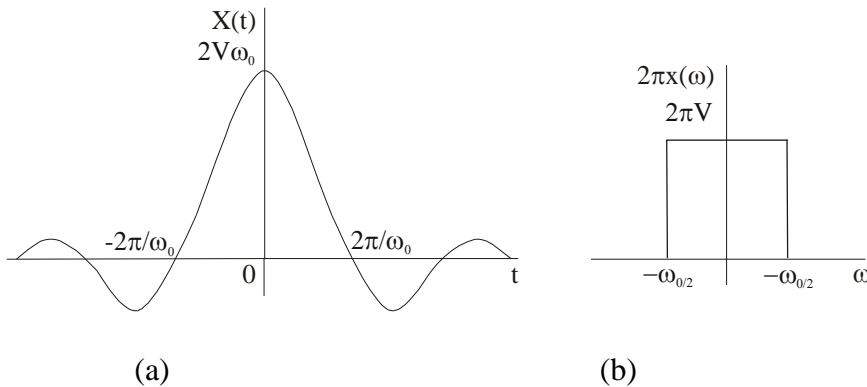
$$X(t) = V\omega_0 \frac{\sin(\omega_0\tau/2)}{\omega_0\tau/2}$$

Şimdi eşitlik (6.2.10)' u kullanırsak Fourier Dönüşümü şu şekilde verilir:

$$F(x(t)) = 2\pi x(-\omega)$$

Bu ifadedeki  $x(-\omega)$  şekil 6.10(b)' de gösterilmektedir:

Burada şekil 6.10 (a)'da görüldüğü gibi  $X(t)$ 'den dönüşümün direkt gelişimi zor bir şekilde ispatlanırken Çiftlik prensibi yararlı bir şekilde ispatlanabilir. Bu bölümde incelenen dönüşüm özellikleri tablo 6.2' de birlikte toplanmıştır.



**Şekil 6.10** Çiftlik prensibinin açıklanması için palsin kullanılışı

**Tablo 6.2** Fourier Dönüşümünün Bazı Özellikleri

Özellik	$x(t)$	$X(\omega)$
Lineerlik	$a_1x_1(t) + a_2x_2(t)$	$a_1X_1(\omega) + a_2X_2(\omega)$
Ölçeklendirme $a > 0$	$x(at)$	$\frac{1}{a} X\left(\frac{\omega}{a}\right)$
Zaman kayması	$x(t - t_0)$	$e^{-j\omega t_0} X(\omega)$
Modülasyon	$e^{j\omega_0 t} x(t)$	$X(\omega - \omega_0)$
Çiftlik	$X(t)$	$2\pi(-\omega)$
Katlanma	$X_1(t) * x_2(t)$	$X_1(\omega) X_2(\omega)$

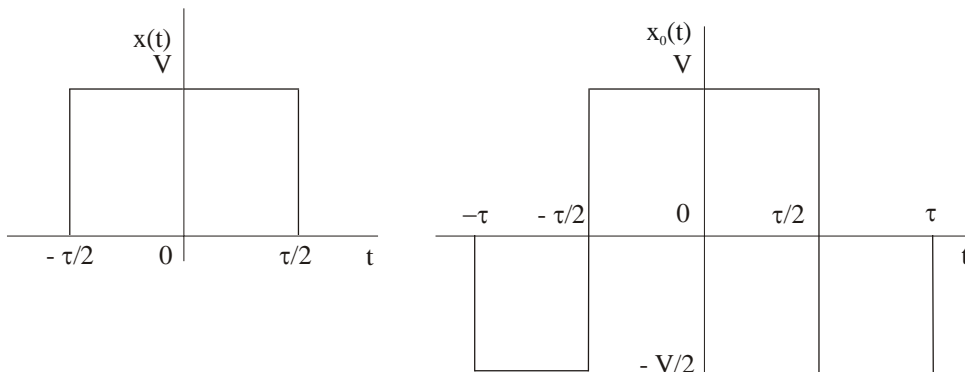
Aşağıdaki örnek bu bölümde incelenen özelliklerin, nasıl dönüşümlerin gelişiminde yararlı olduğunu göstermektedir.

**Örnek 6.2.2:**

Bölüm 6.2.1’de şekil 6.11(a)’da görülen kare palsin Fourier dönüşümünün şu şekilde verildiğini görmüştük:

$$X(\omega) = \frac{V\tau \sin(\omega\tau/2)}{(\omega\tau/2)}$$

Bu sonucu ve uygun dönüşüm özelliklerini kullanarak şekil 6.11(b)’de görülen sinyalin Fourier Dönüşümünü elde edin.



(a)

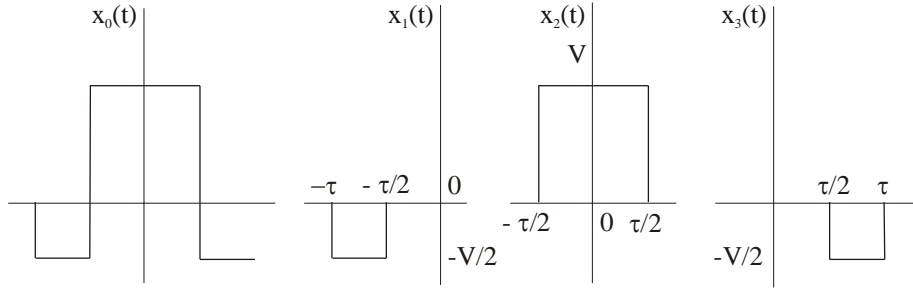
(b)

Şekil 6.11 Örnek 6.2.2 İçin sinyaller

**Çözüm :**

Şekil 6.11'deki sinyal şekil 6.12'de gösterildiği gibi 3 sinyalin toplamı şeklinde yazılabilir:

$$x(t) = x_1(t) + x_2(t) + x_3(t) \quad (6.2.11)$$



Şekil 6.12 Şekil 6.11(b)'de gösterilen sinyalin ayrıştırılması

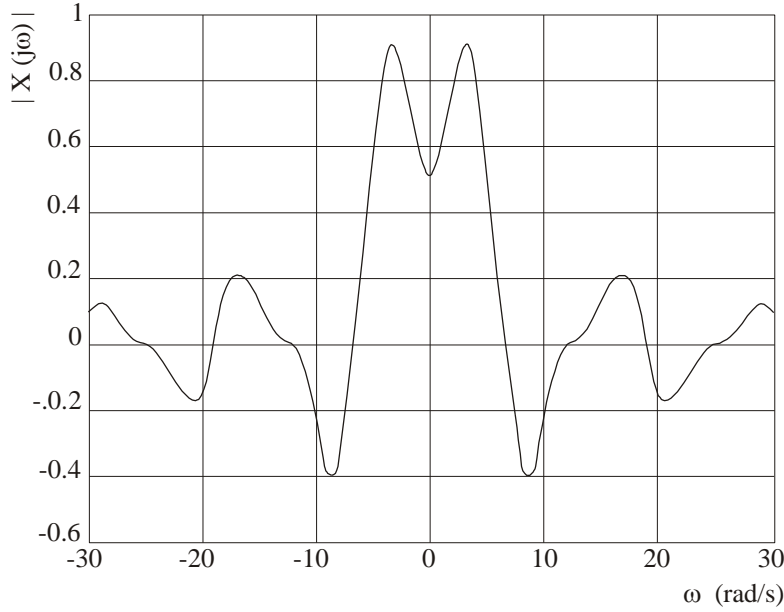
$x_2(t)$  sinyaline uygun dönüşüm verilmiştir.  $x_1(t)$  ve  $x_3(t)$  sinyalleri ölçeklendirilmiştir,  $x_2(t)$  sinyalinin zamanda kaydırılmış versiyonları şeklindedir:

$$x_1(t) = -\frac{1}{2}x_2\left[2\left(t + \frac{3\tau}{4}\right)\right]; \quad x_3(t) = -\frac{1}{2}x_2\left[2\left(t + \frac{3\tau}{4}\right)\right]$$

Eşitlik (6.2.11)'in Fourier Dönüşümünü alırsak ve dönüşümün ölçeklendirme ve kayma özelliklerini kullanırsak ;

$$\begin{aligned} X(j\omega) &= \frac{V\tau \sin(\omega\tau/2)}{(\omega\tau/2)} - e^{j3\omega\tau/4} \frac{1}{2} \frac{1}{2} \frac{V\tau \sin(\omega\tau/2)}{(\omega\tau/2)} - e^{-j3\omega\tau/4} \frac{1}{2} \frac{1}{2} \frac{V\tau \sin(\omega\tau/4)}{(\omega\tau/4)} \\ &= V\tau \left[ \frac{\sin(\omega\tau/2)}{(\omega\tau/2)} - \frac{1}{2} \frac{\sin(\omega\tau/4)}{(\omega\tau/4)} \frac{(e^{j3\omega\tau/4} + e^{-j3\omega\tau/4})}{2} \right] \\ &= V\tau \left[ \frac{\sin(\omega\tau/2)}{(\omega\tau/2)} - \frac{1}{2} \frac{\sin(\omega\tau/4)}{(\omega\tau/4)} \cos 3\omega\tau/4 \right] \end{aligned}$$

Dönüşümün  $x(t)$  dalga şeklindeki simetriye göre gerçek olduğuna dikkat edilmelidir. Genlik spektrumu şekil 6.13'te gösterilmektedir.



Şekil 6.13 Örnek 6.2.2’de kullanılan sinyalin genlik spektrumu

### 6.5.5 Sinyal Enerjisi : Güç Enerjisi

Periyodik bir sinyal için, simgelenen güç, periyodik bir zaman üzerinden anlık gücün ortalamasının alınmasıyla elde edilen ortalama güçtür. Periyodik olmayan bir sinyal için, güç kavramı ortalama gücün ortalamasının üzerinden alındığı zaman aralığına bağlı olmasından dolayı zorluk yaratabilir. Sınırlı süreli sinyaller için, enerji kavramı, enerjinin şu şekilde ifade edildiği yerlerde daha faydalıdır :

$$E = \int_{-\infty}^{+\infty} [x(t)]^2 dt$$

Fourier serileri için zaman tabanında hesaplanan güç ile frekans tabanında hesaplanan güç arasında bir ilişki olduğu gibi enerji için de Fourier dönüşümü terimlerinde benzer bir ilişki vardır.

$x(t)$  için ters Fourier dönüşümünü kullanırsak enerji ifadesi şu şekilde yazılabilir :

$$E = \int_{-\infty}^{+\infty} x(t) \left[ \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} X(\omega) e^{+j\omega t} d\omega \right] dt$$

Bu bir çift integraldir ve bu durumda integral sırasını değiştirebiliriz. O zaman içteki integral zamana göre olur ve  $X(\omega)$ 'yi integral dışına alabiliriz:

$$E = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} X(\omega) \int_{-\infty}^{+\infty} x(t) e^{+j\omega t} dt d\omega$$

İçteki integral neredeyse bir Fourier dönüşümüdür fakat üs yanlış işarettedir, biraz incelersek bunun  $X(-\omega)$  olduğunu görürüz. Ayrıca  $X(-\omega) = X^*(\omega)$  ve  $X(\omega)X^*(\omega) = |X(\omega)|^2$ ’dir. Böylece;

$$\int_{-\infty}^{+\infty} [x(t)]^2 dt = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} |X(\omega)|^2 d\omega \quad (6.2.12)$$

Zaman tabanındaki ve frekans tabanındaki enerjiler arasındaki bu ilişki Parseval Teoremi olarak bilinir.

Böylece  $|X(\omega)|^2$  frekansa göre integrali alındığında sinyaldeki toplam enerjiye orantılıdır, böylece  $|X(\omega)|^2$  bir enerji hayali yoğunluğu veya sadece hayali yoğunluk olarak yorumlanabilir. Ayrıca;

$$\int_{\omega_1}^{\omega_2} |X(\omega)|^2 d\omega$$

ifadesi  $\omega_1$  ve  $\omega_2$  arasında spektrum sınırlarının içerdiği enerjiyi verir.

Zaman tabanında enerji hesaplamasına dönersek, şu ifadeyi sağladıktan sonra sorun yoktur:

$$0 < \int_{-\infty}^{+\infty} |x(t)|^2 dt < \infty$$

Bu koşulları sağlayan sinyaller enerji sinyalleri olarak bilinirler. Bu koşulları sağlamayan sinyaller de vardır. Ne yazık ki bunlar yalnızca akademik olarak incelenen ‘garip’ sinyaller değildir ve basamak fonksiyonları ve sinüzoidaller gibi çok faydalı sinyallerdir.

Böyle sinyaller için P gücü şu şekilde tanımlanır :

$$P = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^{+T} |x(t)|^2 dt$$

Eğer P koşulları sağlarsa;

$$0 < P < \infty$$

o zaman  $x(t)$  sinyali bir güç sinyali olarak tanımlanır.

Fourier dönüşümünün bakış açısını güç sinyallerini de kapsayacak şekilde genişleten iki yaklaşım vardır. Biri, zaman sinyalinde bir  $e^{-\alpha t}$  konverjans(yakınsama) faktörünü tanımlamaktır, bu, bir sonraki bölümün konusu olan Laplace dönüşümüne yönlendirir.

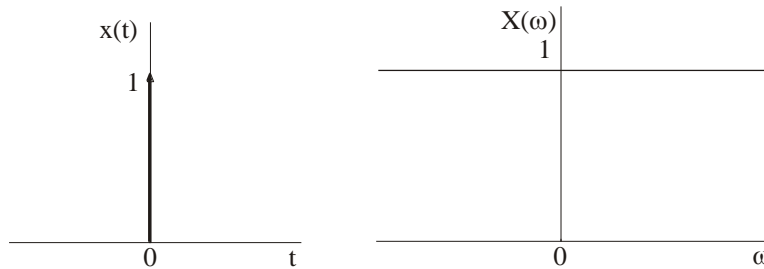
Diğer bir yaklaşım, dönüşümlerinde impuls fonksiyonunun dahil edilmesini gerektiren sinyalleri incelemektir. İlk önce  $\delta(t)$  impuls fonksiyonunun Fourier dönüşümünü inceleyelim:

$$X(\omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} \delta(t) e^{-j\omega t} dt$$

$$= 1$$

(impuls fonksiyonunun eleme özelliği kullanılarak)

İmpuls fonksiyonunun uygun dönüşümü şekil 6.14’te gösterilmiştir.



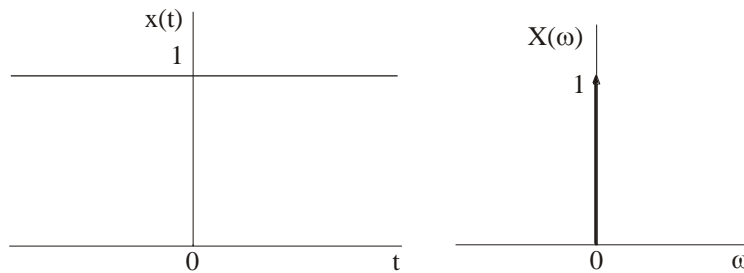
**Şekil 6.14** İmpulsin dönüşümü

Bu fonksiyon, aşırı bir durumda Fourier dönüşümünün ölçeklendirme özelliğini açıklamaktadır. Elde edilen zaman sinyali sıfır zamana sıkıştırılır ve aynı şekilde sonsuza giden bir spektrum oluşturur. Bu yüzden tersini bekleyebirdik, sabit bir DC sinyalin spektrumu bir impuls olurdu. Bu, bir impulsın  $\delta(\omega)$  frekansında ters dönüşümü alınarak doğrulanabilir :

$$X(\omega) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \delta(\omega) e^{j\omega t} d\omega$$

$$= \frac{1}{2\pi}$$

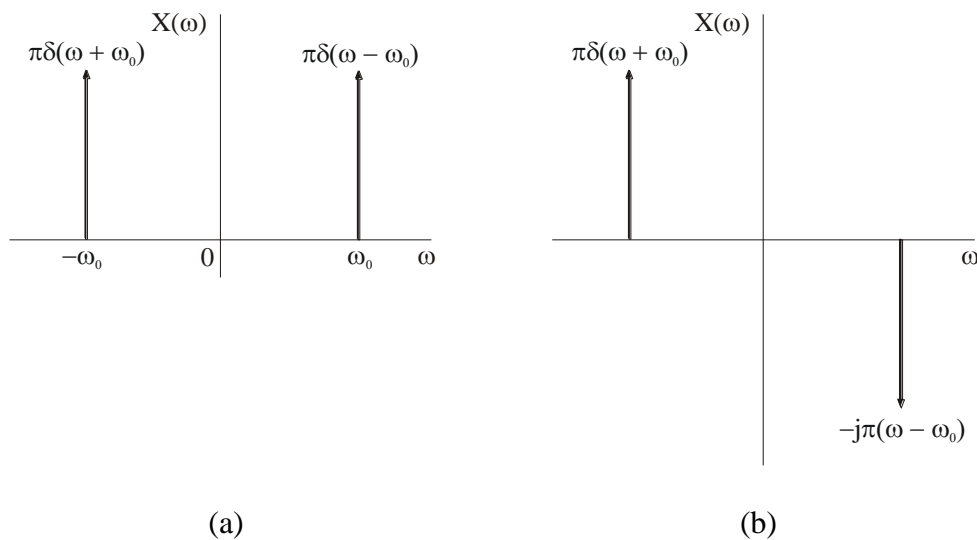
Bu sonuç, sabit bir 1 seviyesi için şekil 6.15'te gösterilmiştir. Bu, direkt olarak Fourier dönüşümünün çiftlik özelliğinden çıkarılabilir.



**Şekil 6.15** Bir d.c. seviyenin fourier dönüşümü

$\omega_0$  frekansında bir sinüzoidal sinyali ele alırsak, sezgisel olarak spektrumun sıkıştırılacağını ve yalnızca  $\omega_0$  frekansında var olacağını bekleyebiliriz. Fakat, eğer bir kosinüs sinyal ele alırsa, bu bir çift sinyaldir ve spektrum gerçektir ve çift simetriye sahip olmalıdır. Benzer olarak bir sinüs dalgasının spektrumu imajiner olmalı ve tek simetriye sahip olmalıdır.

Bu düşünceler şekil 6.16'daki spektrumu doğurur. Ters dönüşümün incelenmesiyle kolayca görüleceği gibi  $\pi$  faktörü mutlaka dahil edilmelidir.



**Şekil 6.16** Sinüs ve kosinüs sinyallerin dönüşümü

Kosinüs dalga için, şekil 6.16(a);

$$\begin{aligned} X(t) &= \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \pi[\delta(\omega + \omega_0) + \delta(\omega - \omega_0)]e^{j\omega t} d\omega \\ &= \frac{1}{2}(e^{-j\omega_0 t} + e^{j\omega_0 t}) \\ &= \cos \omega_0 t \end{aligned}$$

Böylece;

$$\cos \omega_0 t \leftrightarrow \pi[\delta(\omega - \omega_0) + \delta(\omega + \omega_0)]$$

Benzer olarak şekil 6.16(b)'ye göre;

$$\sin \omega_0 t \leftrightarrow j\pi[\delta(\omega + \omega_0) - \delta(\omega - \omega_0)]$$

Bu sonuçlardan,  $e^{j\omega_0 t}$  için dönüşüm şu şekilde olur:

$$e^{j\omega_0 t} = \cos \omega_0 t + j \sin \omega_0 t$$

$$F[e^{j\omega_0 t}] = \pi[\delta(\omega - \omega_0) + \delta(\omega + \omega_0)] + j^2 \pi[\delta(\omega + \omega_0) - \delta(\omega - \omega_0)]$$

$$= 2\pi\delta(\omega - \omega_0)$$

$$e^{j\omega_0 t} \leftrightarrow 2\pi\delta(\omega - \omega_0)$$

Karmaşık üstel için Fourier dönüşümünü elde ettiğimiz için, şimdi herhangi bir periyodik dalga için Fourier dönüşümünü elde etmek kolaydır.

Dalga şekli periyodik olduğu için bir Fourier serisi olarak ifade edilebilir :

$$x(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} c_n e^{jn\omega_0 t}$$

Fourier dönüşümlerini alarak ve doğrusallık özelliğini kullanarak ;

$$X(\omega) = 2\pi \sum_{n=-\infty}^{\infty} c_n \delta(\omega - n\omega_0)$$

Böylece, periyodik bir sinyalin genlik yoğunluk spektrumu, o sinyalin genlik spektrumuna benzer olur. Bu, her biri  $2\pi c_n$  gücüne sahip impulslar içeren ayırık bir spektrumdur, burada  $c_n$  Fourier seri açılımının katsayısıdır.

### 6.5.5.1 Fourier Dönüşümü Terimlerinde Sistem Tepkisi

Bir önceki bölümde, bir sistemin tek bir sinüzoidal girişe kararlı durum tepkisi ele alınmıştı. Sinüzoidin büyüklüğü  $|H(j\omega)|$  faktörüyle çarpılmış ve faz  $\angle H(j\omega)$  miktarında kaydırılmıştı, burada  $H(j\omega)$  sistem frekans tepki fonksiyonuydu. Sistemin doğrusal zamanla değişmeme doğasından dolayı bu sonuç, Fourier serilerinde bileşen frekanslarına genişletilebilirdi. Üstel formda ifade edildiğinde  $c_n$  karmaşık katsayısına sahip bir bileşen sistem çıkışında  $c_n H(j\omega)$  katsayısını üretmek için  $H(j\omega)$  faktörüyle değiştirilir. Sezgisel olarak, bu sonucun girişin sinüzoidlerin devamı olduğu Fourier dönüşümlerinin üzerine çıkmasını bekleyebiliriz. O zaman çıkış sinyalinin Fourier dönüşümünün  $X(j\omega) H(j\omega)$  olmasını bekleyebiliriz ve bu sonuç aşağıdaki gibi ispatlanabilir.

Doğal olarak sistem girişi ve çıkış sinyalleri  $x(t)$  ve  $y(t)$  ile ifade edilir ve sırasıyla Fourier dönüşümleri  $X(\omega)$  ve  $Y(\omega)$  olur. Çıkış zaman sinyali katlama yardımıyla giriş zaman sinyaliyle ilişkilendirilir, eğer  $h(t)$  sistem impals tepkisi ise, o zaman;

$$y(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} h(t - \tau)x(\tau)d\tau$$

Her iki tarafın Fourier dönüşümlerini alırsak;

$$Y(\omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} h(t - \tau)x(\tau)d\tau e^{-j\omega t} dt$$

İntegrallerin sırasını değiştirirsek;

$$Y(\omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} x(\tau) \int_{-\infty}^{+\infty} h(t - \tau)e^{-j\omega t} dt d\tau$$

İçteki integral geciktirilmiş bir fonksiyonun Fourier dönüşümünü ifade eder ve  $e^{-j\omega\tau} H(j\omega)$ 'ya eşittir. Böylece;

$$Y(\omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} x(\tau)H(\omega)e^{-j\omega\tau} d\tau$$

$H(j\omega)$ 'yı dışarı alırsak, kalan integral  $x(t)$ 'nin Fourier dönüşümünü ifade eder, böylece;

$$Y(\omega) = X(\omega)H(\omega) \quad (6.2.13)$$

Bu, genelde zaman tabanındaki katlamannın frekans tabanındaki çarpmaya eşit olduğunu belirten yararlı bir sonuçtur. Sistem tepkisi bakış açısından, bu,  $H(\omega)$ 'nın (İmpals tepkisinin Fourier dönüşümü) frekans tepki fonksiyonu olduğunu doğrulayan sonuçtur. Bu, bir sisteme girişin kosinüs dalga olduğunun incelenmesi ve eşitlik(6.2.13) kullanılarak çıkışın hesaplanması ile doğru olarak gösterilebilir. Eğer;

$$x(t) = A \cos\omega t$$

$$X(\omega) = A\pi(\delta(\omega - \omega_0) + \delta(\omega + \omega_0))$$

Ve;



$$Y(\omega) = A\pi H(\omega)(\delta(\omega-\omega_0) + \delta(\omega+\omega_0))$$

Bu, genliği  $|H(\omega)|$  ile ve fazı  $\angle H(j\omega)$  değiştirilmiş başka bir kosinüs dalgasıdır. Bu kesinlikle frekans tepki fonksiyonunun tanımıdır.

Eşitlik (6.2.13)'ün her iki tarafının karmaşık eşleniklerini alırsak;

$$Y^*(\omega) = X^*(\omega)H^*(\omega)$$

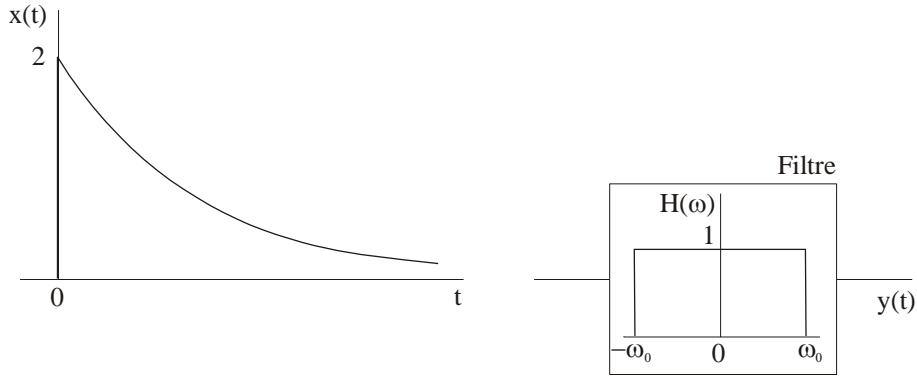
Ve her iki tarafı orijinal eşitlikle çarparsak ;

$$|Y(\omega)|^2 = |X(\omega)|^2 |H(\omega)|^2 \quad (6.2.14)$$

Bölüm 6.2.3'te görüldüğü gibi  $|X(\omega)|^2$  ve  $|Y(\omega)|^2$  sırasıyla giriş ve çıkış sinyallerinin hayali kimliklerini ifade eder. Böylece eşitlik (6.2.14) bir sinyaldeki enerjinin bir sistem tarafından nasıl değiştirildiğini hesaplamak için kullanılabilir. Bu aşağıdaki örnekle açıklanacaktır.

### Örnek 6.2.3 :

Şekil 6.17'de görüldüğü gibi üstel bir pals, gösterildiği gibi bir frekans tepki fonksiyonuna sahip ideal bir alçak-geçiren filtreye besleniyor. Sinyalin enerjisinin yarısı çıkışta görülecek şekilde filtrenin  $\omega_c$  kesim frekansını bulun.



Şekil 6.17 Örnek 6.2.3 için pals ve filtre

### Çözüm :

Tek-yönlü bir üstel sinyalin Fourier dönüşümünü örnek 6.2.1'de hesaplamıştık. Sonucu burada uygularsak ;

$$X(\omega) = \frac{2}{(0.2)^2 + j\omega}$$

$$|X(\omega)|^2 = \frac{4}{(0.2)^2 + \omega^2}$$

Giriş sinyalindeki toplam enerji şu şekilde verilir:

$$E = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{4}{(0.2)^2 + \omega^2} d\omega$$

Standart bir integral şu şekildedir :

$$\int \frac{1}{a^2 + x^2} dx = \frac{1}{a} \tan^{-1} \frac{x}{a} + \text{sabit}$$

Böylece;

$$\begin{aligned} E &= \frac{2}{2\pi} \int_0^{+\infty} \frac{4}{(0.2)^2 + \omega^2} d\omega \\ &= \frac{4}{\pi} [5 \tan^{-1} 5\omega]_0^{\infty} \\ &= \frac{4}{\pi} * 5 * \frac{\pi}{2} \\ &= 10 \text{ birim} \end{aligned}$$

Çıkış sinyalinin Fourier dönüşümü şu şekilde verilir :

$$\begin{aligned} Y(\omega) &= H(\omega) X(\omega) \\ &= \frac{2}{0.2 + j\omega} \quad - \omega_c \leq \omega \leq \omega_c \\ &= 0 \quad \text{aksi taktirde} \end{aligned}$$

böylece, çıkıştaki enerji şu şekilde verilir :

$$\frac{2}{2\pi} \int_0^{+\omega_c} \frac{4}{(0.2)^2 + \omega^2} d\omega = \frac{4}{\pi} 5 \tan^{-1} 5\omega_c$$

Bunun giriş enerjisinin yarısı olması için :

$$\frac{4}{\pi} 5 \tan^{-1} 5\omega_c = 5$$

$$\tan^{-1} 5\omega_c = \frac{\pi}{4}$$

$$\omega_c = 0.2 \text{ rad/s}$$

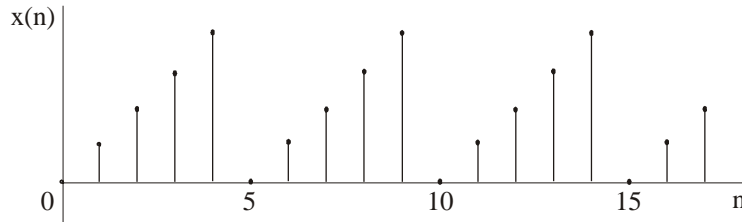
## 6.5.6 Ayrık Sinyaller İçin Fourier Metotları

Bir önceki bölümlerde geliştirilen sürekli ve ayrık sinyaller arasındaki paralellığe devam edersek, ayrık periyodik bir dalga şeklinin fourier serisi gösterimi ve ayrık periyodik olmayan bir dalga şeklinin fourier serisi gösterimi olması gerektiğini bekleyebiliriz. Bu dönüşümler sürekli dönüşümler için kullanılanlara paralel metotlar kullanılarak geliştirilebilir ve bunlar ayrık zaman fourier serileri ve ayrık zaman fourier dönüşümlerini doğurur.

Mühendislik bakış açılarından, ayrık sinyaller üzerinde çalışmanın prensip nedenlerinden biri, sürekli bir sinyalin örnek değerlerini ifade edebilmek için kullanılabilmesidir. Sürekli bir sinyalin fourier dönüşümü örnek değerler üzerinde sayısal hesaplamalar kullanılarak elde edilen ayrık bir eşdeğer ile yaklaşık olarak değerlendirilebilir. Dönüşümün bu son şekli ayrık fourier dönüşümü veya DFT olarak bilinir. (Bu, hızlı Fourier dönüşümü olarak bilinen FFT algoritmasının DFT'nin çok etkili bir şekilde hesaplanmasını sağladığı için özellikle böyledir). Bu bölüm, ayrık zaman Fourier serilerini kapsayan DFT ve bölümün sonunda kısaca dönüşüm üzerinde duracaktır.

### 6.5.6.1 Ayrık Zaman Fourier Serileri

Bu, sürekli zaman Fourier Serilerinin ayrık eşleniğidir ve ayrık zaman periyodik dalga şekillerine uygulanabilir. Bölüm 2.5.2'de belirtildiği gibi, bir  $x(n)$  ayrık sinyali eğer  $x(n+N) = x(n)$  ise tüm  $n$  değerleri için  $N$  periyodu ile periyodiktir. Şekil 6.25'te  $N=5$  ile periyodik ayrık bir sinyal görülmektedir. Giriş bölümünde belirtildiği gibi  $x(n)$ 'i oluşturan noktalar genellikle bir sürekli zaman dalga şeklinin örnekleridir. Fakat bu bölümde eğer zamana bağlılık vurgulanmazsa daha kolay bir gelişime yol açar.



Şekil 6.25 Periyodik bir ayrık dalga şekli

$x(n)$  sinyali ayrık sinüzoidallerin, bunlar  $N$  periyoduna sahip temel sinyalin harmonikleridir, toplamı şeklindedir. Bunu direkt olarak üssel formda ifade edersek şu ifadeyi yazabiliriz:

$$x(n) = \sum_k c_k e^{+jnk2\pi/N}$$

Bu formüldeki toplam üzerinde herhangi bir limit belirtilmemiştir. Sürekli durum için toplamada sonsuz sayıda harmonik gereklidir. Fakat bölüm 2.5.3'te gösterildiği gibi bir ayrık periyodik dalga şekli için yalnızca  $N$  tane harmonik bulmaktadır ve toplama yalnızca bunları kapsar. Sürekli durum ile paralel olarak herhangi bir  $N$  değeri seçilebilir, eğer  $0 \rightarrow N-1$  sınırı kullanılırsa o zaman;

$$x(n) = \sum_{k=0}^{N-1} c_k e^{+jnk2\pi/N}$$

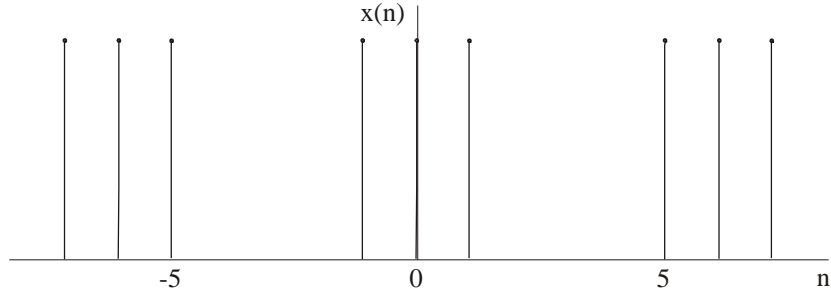
Tekrar sürekli durum ile bir paralel çizersek  $c_k$  katsayısı şu şekilde olmasını bekleriz.

$$c_k = \frac{1}{N} \sum_{n=-1}^{+1} x(n) e^{-jnk2\pi/N}$$

Yine toplama n'in herhangi bir N değerleri üzerinden alınabilir.  $c_n$  katsayısını veren formül ispatlanmayacaktır; fakat aşağıdaki örnek ilişkiyi açıklayacaktır.

**Örnek 6.4.1 :**

Şekil 6.26'da gösterilen dalga şekli için ayrık zaman Fourier Serilerini elde edin.



**Şekil 6.26** Örnek 6.4.1 için ayrık dalga şekli

**Çözüm:**

Bu dalga şekli  $N=6$  periyoduna sahiptir.

Toplamının bu sınırı,  $n=-1,0,+1$  noktalarını kapsaması için alınmalıdır. Diğer 3 nokta 0 değerine sahip olmak zorunda olduğu için  $c_k$  formülü şu şekilde yazılabilir.

$$c_k = \frac{1}{N} \sum_{n=-1}^{+1} 1e^{-jnk2\pi/N}$$

Bu, formülü geometrik bir işlemin toplamı şeklinde düşünerek değerlendirilebilir (değişkendeki değişim  $0 \rightarrow 2$  sınırı vermesi için gereklidir). Fakat çok az terime gerek duyulduğu için şu ifadeyi yazmak daha kolaydır.

$$c_k = \frac{1}{N} (e^{jnk2\pi/N} + 1 + e^{-jnk2\pi/N})$$

$$= \frac{1}{N} (1 + 2 \cos k \pi / N)$$

Ve  $N=6$  için bu ifade şu şekli alır.

$$c_k = \frac{1}{6} (1 + 2 \cos k \pi / 3)$$

$k=0$  dan  $5$ 'e kadar olan değerler için şu sonuçlar elde edilir.

$$c_0 = 1/2 \quad c_1 = 1/3 \quad c_2 = 0$$

$$c_3 = 1/6 \quad c_4 = 0 \quad c_5 = 1/3$$

Tersleme formülü bu katsayılar kullanılarak kontrol edilebilir :

$$x(n) = \sum_{k=0}^{N-1} c_k e^{+jnk2\pi/N}$$

$$= \sum_{k=0}^5 c_k (\cos nk2\pi/N + j \sin nk2\pi/N)$$

$2\pi / N = 60^\circ$  eşitliği kullanılarak, Tablo 6.3 0 ile 5 sınırlarında  $x(n)$ 'in değerlerini verecek şekilde oluşturulabilir. Beklendiği gibi sonuçtaki imajiner bileşenler her zaman 0 dır. Tabloyu oluştururken eğer  $\cos nk60^\circ$  ve  $\sin nk60^\circ$  fonksiyonlarının periyodik özellikleri hesaba katılırsa kolaylık sağlanmış olur. Bu özellikler bölüm 6.6'da incelenecek olan hızlı Fourier Dönüşümü olarak bilinen etkili algoritmanın oluşturulmasını sağlar.

**Tablo 6.3** Örnek 6.4.1'in ayrık zaman fourier serilerinin tersi

		$c_k \cos nk 60^\circ$						
		$c_k \sin nk 60^\circ$						
$k$	$0$	$1$	$2$	$3$	$4$	$5$	<i>Toplam</i>	
$n$	$c_k$	$1/2$	$1/3$	$0$	$-1/6$	$0$	$1/3$	
$0$		$1/2$	$1/3$	$0$	$-1/6$	$0$	$1/3$	$1$
	$0$	$0$	$0$	$0$	$0$	$0$	$0$	$0$
$1$		$1/2$	$1/6$	$0$	$1/6$	$0$	$1/6$	$1$
	$0$	$0$	$(\sqrt{3})/6$	$0$	$0$	$0$	$-(\sqrt{3})/6$	$0$
$2$		$1/2$	$-1/6$	$0$	$-1/6$	$0$	$-1/6$	$0$
	$0$	$0$	$(\sqrt{3})/6$	$0$	$0$	$0$	$-(\sqrt{3})/6$	$0$
$3$		$1/2$	$-1/3$	$0$	$1/6$	$0$	$-1/3$	$0$
	$0$	$0$	$0$	$0$	$0$	$0$	$0$	$0$
$4$		$1/2$	$-1/6$	$0$	$-1/6$	$0$	$-1/6$	$0$
	$0$	$0$	$-(\sqrt{3})/6$	$0$	$0$	$0$	$(\sqrt{3})/6$	$0$
$5$		$1/2$	$1/6$	$0$	$1/6$	$0$	$1/6$	$1$
	$0$	$0$	$-(\sqrt{3})/6$	$0$	$0$	$0$	$(\sqrt{3})/6$	$0$

s

### 6.5.7 Ayrık Zaman Fourier Dönüşümü

Yine bu, sürekli zaman Fourier Dönüşümünün gelişimine paralel olarak elde edilebilir. Periyodik bir ayrık dalga şekli ve ayrık zaman Fourier Serileri üzerindeki etkisi N periyodu sonsuza giderken incelenir.

Periyodik ayırık serileri  $x_N(n)$  şeklinde gösterirsek o zaman;

$$c_k = \frac{1}{N} \sum_{n=-N/2}^{N/2-1} x_N(n) e^{-jnk2\pi/N} \quad (6.4.3)$$

$$x_N(n) = \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} c_k e^{jnk2\pi/N} \quad (6.4.4)$$

$c_k$  katsayısı son örnekte olduğu gibi  $k$ 'nın bir fonksiyonu olarak düşünülebilir. Fakat dönüşümün gelişimine yardım etmek için  $\theta=2\pi/N$  ise  $k\theta$  fonksiyonunu almak daha uygundur. Sürekli durum ile paralel olarak dönüşümdeki bileşenler arasındaki boşluk  $\Delta\theta$  ile ifade edilir, burada  $\Delta\theta=2\pi/N$  dir.

$N \rightarrow \infty$  iken  $c_k$  katsayıları 0'a yaklaşacaktır bu yüzden yeni bir katsayı belirlenir.

$$\begin{aligned} c(k\Delta\theta) &= 2\pi \frac{c_k}{\Delta\theta} \\ &= 2\pi \frac{N}{2\pi} \frac{1}{N} \sum_{n=-N/2}^{N/2-1} x_N(n) e^{-jnk2\pi/N} \end{aligned}$$

O zaman  $N \rightarrow \infty$  iken

$k\Delta\theta$ ,  $\theta$  sürekli değişkeni olur.

$x_N(n)$  periyodik dizisi,  $x(n)$  periyodik olmayan dizisine dönüşür.

Toplama üzerindeki sınırlar  $\pm\infty$  olur.

$$c(\theta) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} x(n) e^{-jn\theta} \quad (6.4.5)$$

Bu formül ayırık zaman Fourier Dönüşümünü ifade eder ve  $\theta$  değişkeninin bir sürekli fonksiyonudur.

Ters dönüşüm eşitlik (6.4.4)'den elde edilebilir. Aşağıdaki değişimi yaparsak;

$$c_k = \frac{\Delta\theta}{2\pi} c(k\Delta\theta)$$

Şu ifadeyi elde ederiz

$$x_N(n) = \frac{1}{2\pi} \sum_{k=0}^{N-1} c(k\Delta\theta) e^{jnk\Delta\theta} \Delta\theta$$

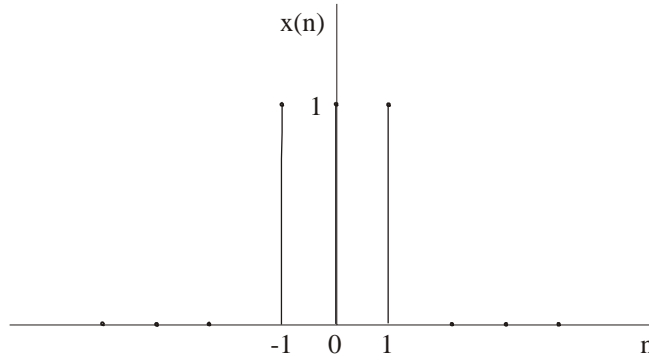
$N \rightarrow \infty$  iken bu toplama bir integrale dönüşür ve  $\theta=k\Delta\theta$  'yi yerine koyarsak sınırlar 0 ve  $2\pi$  olur. Bu şu ifadeyi verir.

$$x(n) = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} c(\theta) e^{jn\theta} d\theta \quad (6.4.6)$$

Limitlerin 0 ve  $2\pi$  olarak gösterilmesine rağmen  $2\pi$ 'nin herhangi bir aralığı kullanılabilir,  $\theta = \theta_0$ 'dan  $\theta_0 + 2\pi$ .

### Örnek 6.4.2

Şekil 6.27'de gösterilen ayrık pals için ayrık zaman Fourier Dönüşümünü elde ediniz.



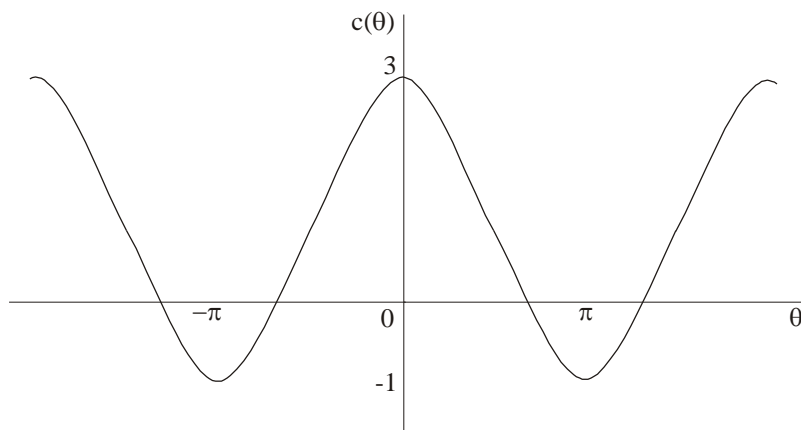
Şekil 6.27 Örnek 6.4.2 için ayrık pals

### Çözüm:

Beklendiği gibi bu örnek 6.4.1 ile yakın olarak paraleldir.

$$\begin{aligned} c(\theta) &= \sum_{n=-\infty}^{+\infty} x(n) e^{-jn\theta} \\ &= e^{jn\theta} + 1 + e^{-jn\theta} \\ &= 1 + 2\cos\theta \end{aligned}$$

Bu dönüşüm şekil 6.28'de grafiksel olarak gösterilmiştir.



### Şekil 6.28 Örnek 6.4.2 için ayrık fourier dönüşümü

Ters dönüşüm bu fonksiyonun terslenmesiyle elde edilebilir.

$$\begin{aligned}x(n) &= \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{+\pi} (1 + 2\cos\theta) e^{jn\theta} d\theta \\&= \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{+\pi} (e^{jn\theta} + e^{j(n+1)\theta} + e^{j(n-1)\theta}) d\theta \\&= \frac{1}{2\pi} \left[ \frac{e^{jn\theta}}{jn} + \frac{e^{j(n+1)\theta}}{j(n+1)} + \frac{e^{j(n-1)\theta}}{j(n-1)} \right]_{-\pi}^{+\pi}\end{aligned}$$

$n=-1,0,1$  hariç  $n$ 'in tüm değerleri için bu ifadenin değeri 0 dır. O zaman sağ taraftaki terimleri yorumlarken dikkatli olunmalıdır. İlk terimi alır ve limiti  $n \rightarrow 0$  olarak alırsak;

$$\lim_{n \rightarrow 0} x(n) = \lim_{n \rightarrow 0} \frac{1}{2\pi} \left[ \frac{e^{jn\theta}}{n\theta} \right]_{-\pi}^{+\pi}$$

Eğer integralin limitleri bu ifadede yerine konulursa  $n \rightarrow 0$  iken 0/0 şeklini oluşturur; fakat sağ taraf şu şekilde tekrar yazılabilir:

$$\begin{aligned}\lim_{n \rightarrow 0} x(n) &= \lim_{\substack{n \rightarrow 0 \\ \alpha \rightarrow \pi}} \frac{1}{2\pi} \left[ \frac{e^{jn\theta}}{n\theta} \right]_{-\alpha}^{+\alpha} \\&= \lim_{\substack{n \rightarrow 0 \\ \alpha \rightarrow \pi}} \frac{1}{2\pi} \frac{2\alpha \sin n\alpha}{n\alpha} \\&= \lim_{\alpha \rightarrow \pi} \frac{1}{2\pi} 2\alpha \\&= 1\end{aligned}$$

Diğer limitler için  $n \rightarrow +1$  ve  $n \rightarrow -1$  iken benzer bir sonuç uygulanabilir.

#### 6.5.7.1 Ayrık Fourier Dönüşümü (DFT)

Bir ayrık dalga şeklinin Fourier dönüşümünü incelemek için prensip sebeplerden biri bir sürekli sinyalin dönüşümünün yaklaşık olarak değerlendirilmesi sonucunu kullanmaktır. Bir süreliğine ayrık bir dönüşümün örnek noktalardan hesaplandığını düşünmek böyle bir yaklaşımı oluşturabilir. Ayrık zaman Fourier dönüşümünü bu maç için kullanırken iki zorluk vardır.

- 1- Dönüşüm üzerindeki toplama sonsuza gider
- 2- Dönüşüm  $\theta$ 'nın sürekli bir fonksiyonudur ve bu, ters dönüşümün sayısal değerlendirilmesinde zorluk yaratır.

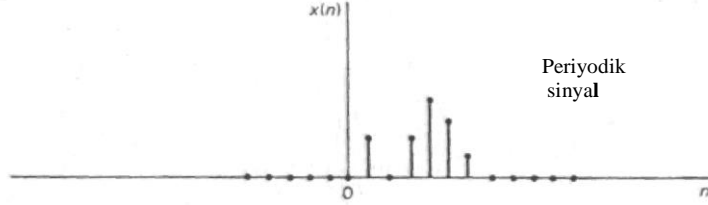
Örnek 6.4.2'de elde edilen dönüşümü incelersek;



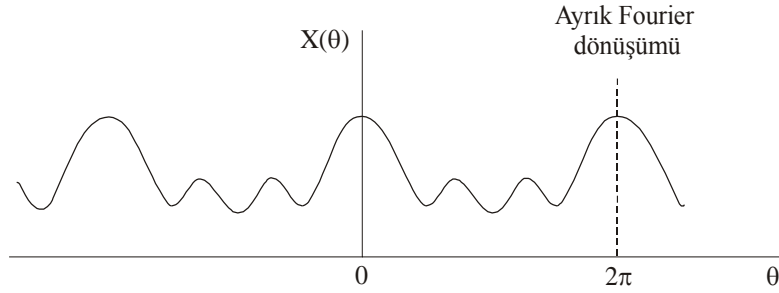
$$c(\theta) = 1 + 2 \cos \theta$$

Sınırlı sayıda bir örnek değere bağlı bir tersleme formülü kullanmanın etkisini inceleyelim.  $c(\theta)$  periyodiktir ve eğer  $N$  tane örnek alınırsa, bu örnekler arasındaki boşluğu  $2\pi/N$  olarak almak uygundur;

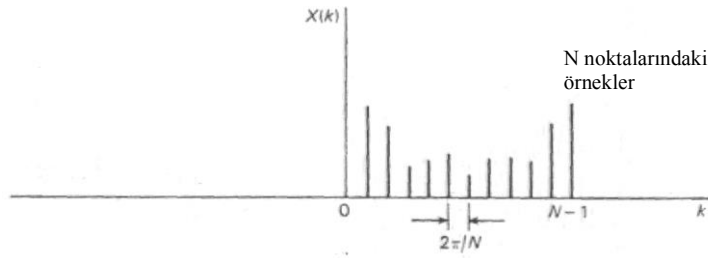
$$c(k) = 1 + 2 \cos \frac{2\pi k}{N}$$



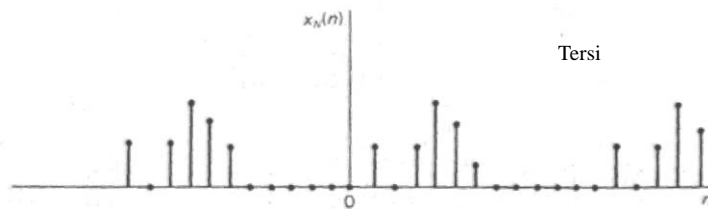
(a)



(b)



(c)



(d)

**Şekil 6.29** Ters dönüşümde sınırlı sayıda nokta alınmasının nasıl bir periyodik sinyalin oluşmasını sağladığının açıklanması

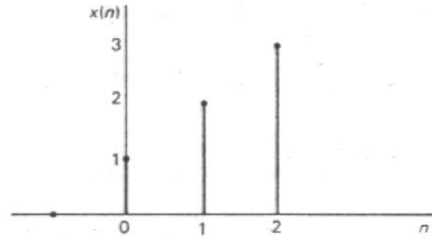
Bir  $1/N$  faktörü hariç bu ifade örnek 6.4.1’de elde edilen ayrık zaman Fourier serilerindeki katsayıları ifade eder. Orada tanımlanan sinyal  $N$  periyodunda bir periyodik pals dalga şekliydi. Bu sonuç şekil 6.29’da daha genel terimlerle açıklanmıştır. Şekil 6.29(a), şekil 6.29(b)’de gösterildiği gibi  $X(\theta)$  ayrık zaman Fourier dönüşümüne sahip bir  $x(n)$  periyodik olmayan sinyali ifade eder.  $N$  tane noktada bu fonksiyonu örneklersek  $X(k)$  sinyalini üretiriz.  $X(k)$ ’nin tersi  $x_N(n)$  periyodik sinyali verir, bu  $N$  periyoduna sahiptir ve bir periyot  $x(n)$  sinyalinden oluşur.

Bu işlem, daha önce yaratılan problemlerin ilkinin, dönüşüm üzerindeki sınırsız toplama, nasıl üstesinden geldiğini açıklar. Toplama  $N$  noktalarıyla sınırlandırılmıştır ve dönüşüm  $N$  periyodunda periyodik bir sinyalmiş gibi hesaplanır. Bu tersi bir periyodik sinyali veren spektrumda  $N$  tane ayrık frekans üretir bu yüzden ayrık Fourier dönüşümü (DFT) şu şekilde yazılabilir.

$$X(k) = \sum_{n=0}^{N-1} x(n)e^{-jnk2\pi/N}$$

$$x(n) = \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} X(k)e^{+jnk2\pi/N}$$

DFT’yi alırken dönüşümde kullanacağımızı  $N$  noktalarının sayısına karar vermemiz gerekmektedir. DFT’nin elde edilmesinde  $N$  spektrumdaki noktaların sayısı olarak tanıtılmıştı – spektrumun çözünürlüğü. Bu yüzden  $N$ ’nin artışı verilen bir  $k2\pi/N$  açısında dönüşümün değişimine sebep olmayacaktır fakat bulunan noktaların sayısını arttıracaktır. Bu aşağıdaki örnekle açıklanacaktır.



Şekil 6.30 Örnek 6.4.3 için ayrık sinyal

### Örnek 6.4.3 :

Şekil 6.30’da görülen ayrık sinyal için  $N$ ’nin 5.10.20 değerleri için DFT’yi elde edin.

### Çözüm:

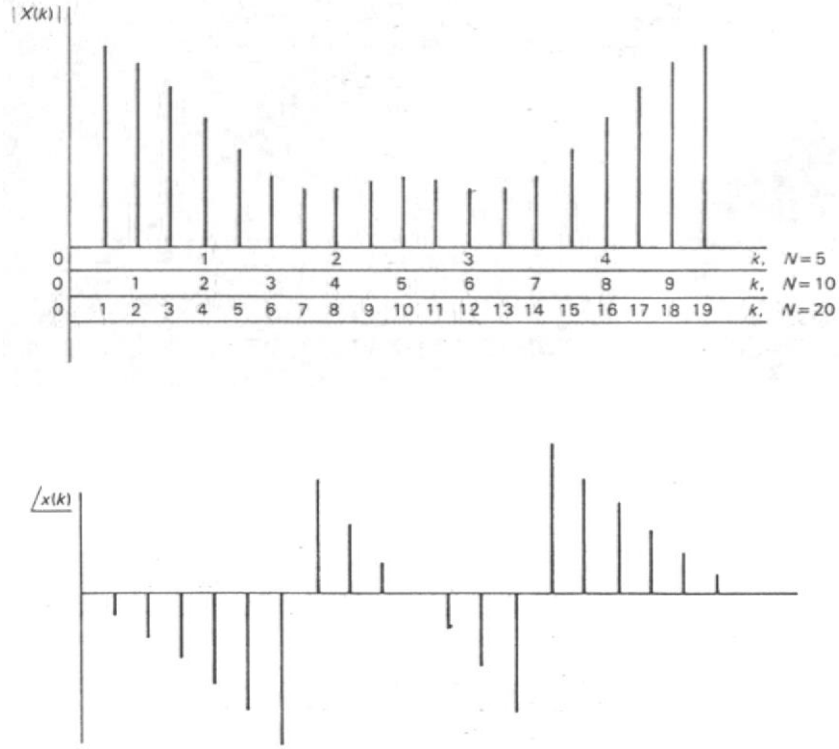
$x(n)$  yalnızca  $n=1,2$  ve  $3$  noktalarında değer aldığı için DFT şu şekilde yazılabilir.

$$X(k) = \sum_{n=0}^2 x(n)e^{-jnk2\pi/N}$$

$$= 1 + 2e^{-jnk2\pi/N} + 3e^{-jnk4\pi/N}$$

$$= (1 + 2\cos k2\pi/N + 3\cos k4\pi/N)$$

$$= -j(2\sin k2\pi/N + 3\sin k4\pi/N)$$



**Şekil 6.31** Örnek 6.4.3 için spektrumun büyüklüğü ve açısı

Tablo 6.4,  $X(k)$  spektrumunun sayısal elde edilmesini göstermektedir.  $\theta = k2\pi/N$  ifadesini kullanarak  $N=5$  ve  $N=10$  için sonuçları  $N=20$  için olanların içinde yer aldığı görülmektedir.  $X(k)$ 'nin büyüklüğü ve açısı Şekil 6.31'de  $k$ 'ya göre çizilmiştir. Görülebildiği gibi sinyalin uzunluğunu ek sıfırları ilave ederek arttırmak dönüşümde daha fazla noktanın bulunmasına sebep olur; fakat  $\theta$ 'nın belli değerleri için elde edilen noktalarda değeri değiştirmez. Ek sıfırları bu durumda spektrumun çözünürlüğünü arttırmak için eklemek *sıfır doldurması* olarak bilinir. Bu, örnek 6.5.1'de tekrar incelenecektir.

**Tablo 6.4** Örnek 6.4.3 için ayrık fourier dönüşümünün sayısal değerlendirilmesi

$k$			$X(k)$		$X(k)$		
$N = 5$	$N = 10$	$N = 20$	$\theta = k2\pi/N$ (derece)	Gerçek	İmajiner	Büyüklük	Açı(derece)
0	0	0	0.0	6.000	0.000	6.000	0.0
		1	18.0	5.329	-2.381	5.837	-24.1
	1	2	36.0	3.545	-4.029	5.366	-48.7
		3	54.0	1.249	-4.471	4.642	-74.4
1		4	72.0	-0.809	-3.666	3.754	-102.4
	2	5	90.0	-2.000	-2.000	2.828	-135.0
		6	108.0	-2.045	-0.139	2.050	-176.1
2	3	7	126.0	-1.103	1.253	1.656	131.8
		8	144.0	0.309	1.678	1.706	79.6
		9	162.0	1.525	1.145	1.907	37.0
3	4	10	180.0	2.000	0.000	2.000	0.0
		11	198.0	1.525	-1.145	1.907	-37.0
	5	12	216.0	0.309	-1.678	1.706	-79.6

4	13	234.0	-1.103	-1.253	1.656	-131.8
	14	252.0	-2.045	0.139	2.050	176.1
	15	270.0	-2.000	2.000	2.828	135.0
6	16	288.0	-0.809	3.666	3.754	102.4
	17	306.0	1.248	4.471	4.624	74.4
7	18	324.0	3.545	4.029	5.366	48.7
	19	342.0	4.029	5.329	5.837	24.1
8						

## 6.6 Hızlı Fourier dönüşümü (FFT)

Bu dönüşümdeki terimlerin uygun gruplanması ile birlikte hızlı Fourier dönüşümü olarak bilinen DFT'yi elde etmek için kullanılan bir algoritmaya imkan sağlar. Bu algoritma kullanılarak elde edilen sonucun DFT kullanılarak elde edilen ile aynı olduğunu vurgulamak gerekir, fakat hesaplamada bulunan bölümlerin sayısı kesin bir şekilde azalmıştır.

FFT DFT ile aynı sonucu verse de hesaplama zamanındaki bu işaretli kısaltmadan dolayı sinyal işleminin tüm kolları üzerinde bir ön etkiye sahiptir. FFT algoritmasının bir çok şekli bulunmaktadır ve ana çerçeve üzerinde ve hesaplama zamanını azaltmak için tasarlanmış özel amaçlar yardımıyla olduğu gibi kişisel bilgisayarlarda da uygulanmıştır. Mühendisliğin hemen hemen her kolundaki uygulamalarda bulunmaktadır, örneğin ses ve görüntü işlenmesi ve biyolojik sinyallerin işlenmesi gibi. Liste sonsuzdur.

## 6.6 Laplace Dönüşümü

Teoride sistem zaman tepkisini elde edebilmek için sistem çıkışındaki Fourier Dönüşümünü tersini almak mümkün olsa da bu adım nadiren uygulanır. Fourier Dönüşümü, sistem performansını frekans tabanında yorumlamak için kullanılır.

Sistem zaman tepkisinin bulunması için Fourier Dönüşümünün nadiren kullanılmasının birçok sebebi vardır. Birinci prensip son bölümde ele alındığı gibidir, çoğu yararlı mühendislik sinyalleri için Fourier Dönüşümü bulunmamaktadır. Fourier Dönüşümünü bu sinyallerden bazılarını içerecek şekilde genişletmek mümkün olsa da bu, impuls fonksiyonunun dönüşüm ifadesinde hesaba katılmasını içerir ve sonuç dönüşümleri kullanmak için zordur.

Alternatif bir yaklaşım, dönüşümü yeniden tanımlamak ve integraliyle birlikte bir üstel yaklaşım faktörünü dahil etmektir. Bu, Laplace Dönüşümü kavramını doğurur ve bu, bu bölümün ana konusudur.

Laplace Dönüşümü, Fourier Dönüşümüne göre daha geniş sınırlarda sinyalleri kapsadığı için sistem analizinde diğer avantajlara da sahiptir. Dönüşümlerin kendisi, Fourier Dönüşümünden şekil olarak daha kolaydır ve terslerinin alınması için standart metotları vardır. Ayrıca, başlangıç şartları, sistem tepkisini veren hesaplamalara kolayca dahil edilebilir.

Fakat, Fourier Dönüşümde olduğu gibi, sistem performansının ayrıntılı incelenmesi dönüşümün tersinin alınmasına gerek kalmadan elde edilebilir. Bu, dönüşümlerin kutuplarının ve karmaşık düzlemdeki sıfırların yönü yorumlanarak yapılabilir. Bu, çoğunlukla mühendislik sistemleri dizaynında çok faydalı olan sistem performansının hızlı nitelikli bir hesaplamasını doğurur.

Ayrık sistemleri incelerken Laplace Dönüşümünün eşdeğeri z dönüşümüdür. Bu, bir örneklenmiş sinyalin Laplace Dönüşümünün incelenmesiyle geliştirilecektir.

### 6.6.1 Tek Taraflı Laplace Dönüşümü

Fourier Dönüşümündeki zorluklardan biri, dönüşümü ifade eden integralin bazı genel kullanılan sinyallerin birbirine yaklaştırılmayacağıdır. Böyle ifadeler genel dönüşüm analizlerinde birleştirilmek için çok uygun değildir.

### 6.6.2 Dönüşümün Elde Edilmesi

Alternatif,  $e^{-\sigma t}$  faktörünün dönüşüme katılmasıdır, burada  $\sigma$  integrali birleşik yapmak için seçilmiş bir gerçek sayıdır. Şimdi Fourier Dönüşümü  $\omega$  ve  $\sigma$ 'nin bir fonksiyonu olur(burada  $j\omega$ 'nın bir fonksiyonu olarak yazılacaktır)

$$\begin{aligned} X(j\omega, \sigma) &= \int_{-\infty}^{+\infty} x(t) e^{-\sigma t} e^{-j\omega t} dt \\ &= \int_{-\infty}^{+\infty} x(t) e^{-(\sigma + j\omega)t} dt \end{aligned}$$

Verilen  $x(t)$  sinyali için değerlendirilirse, bu,  $\sigma + j\omega$  nın bir fonksiyonu olur.

$s = \sigma + j\omega$  yazarsak, dönüşümü şu şekilde yazabiliriz:

$$X(s) = \int_{-\infty}^{+\infty} x(t) e^{-st} dt \quad (7.2.1)$$

Eşitlik (7.2.1)  $x(t)$  fonksiyonunu iki taraflı veya bilateral(çift yanlı) dönüşümünü ifade eder. Bu bölümde,  $s(s = \sigma + j\omega)$  karmaşık değişkeni Laplace operatörü olarak bilinir. Öğrencinin kafası  $\sigma$  yüzünden karışabilir,  $\sigma$ 'nin herhangi bir değeri seçilebilir mi, integral her zaman birleşik mi olur,  $\sigma$   $x(t)$ 'ye bağlı olarak mı seçilir? Bu sorulara tam anlamıyla cevap vermemiz mümkün değildir. Kısaca,  $\sigma$ 'nin yalnızca belli sınırlardaki değerleri birleşimi verecektir ve seçilen sınır  $x(t)$  fonksiyonuna bağlı olacaktır. Bu, sorun yaratabilir, farklı zaman fonksiyonları aynı dönüşümü üretebilir, fakat her fonksiyon  $\sigma$  için farklı sınırdaki bir birleşime sahip olacaktır. Bu sorunlar, integral 0 ile  $\infty$  arasında sınırlandırılarak ortadan kaldırılabilir. Bu, dönüşümdeki  $x(t)$  sinyalinin  $t < 0$  için  $x(t) = 0$  özelliğine sahip olduğunu söylemeye eşittir. O zaman, bu, tek yönlü Laplace dönüşümünü ifade eder.

$$X(s) = \int_0^{+\infty} x(t) e^{-st} dt \quad (7.2.2)$$

Kitabın geri kalanında ele alınacak olan Laplace dönüşümü bu şekilde olacaktır ve sadece Laplace Dönüşümü olarak adlandırılacaktır. Fourier Dönüşümünde olduğu gibi, dönüşümü belirtmek için değişik gösterimler kullanılacaktır.

$$X(s) \leftrightarrow x(t)$$

$$X(s) = L [x(t)]$$

$$x(t) = L^{-1}[X(s)]$$

Bunlar,  $X(s)$  ve  $x(t)$  bir Laplace dönüşüm çiftidir,  $X(s)$   $x(t)$  nin Laplace dönüşümüdür,  $x(t)$   $X(s)$  nin ters Laplace dönüşümüdür şeklinde okunabilir.

Mühendislik yazılarındaki alt limit genelde 0<sup>-</sup> olarak alınır. Bu, impals fonksiyonu gibi fonksiyonların integral işareti altına alınabilmesini mümkün kılar. Fourier dönüşümünde olduğu gibi, Laplace dönüşümünün de tersi için bir formül vardır, bu;

$$x(t) = \frac{1}{2\pi j} \int_{\sigma-j\omega}^{\sigma+j\omega} X(s)e^{st} dt$$

Bu,  $s$  karmaşık değişkenine göre bir integraldir. Böyle bir integralin incelenmesi bu kitabın bakış açısı dışındadır, fakat görüleceği gibi, pratikte dönüşümün tersini almak için bu integrali değerlendirmeye gerek yoktur, değişik metotlar bulunmaktadır.

Verilen bir fonksiyon için dönüşümün gerçek değerlendirmesi bir örnek yardımıyla daha iyi anlaşılır.

### Örnek 7.2.1

Aşağıdaki şekilde tanımlanmış  $u(t)$  birim fonksiyonu ve birim rampa fonksiyonunun Laplace dönüşümünü elde edin.

$$x(t) = t \quad t \geq 0$$

$$x(t) = 0 \quad t < 0$$

#### Çözüm:

(a) Birim adım.

$t \geq 0$  için  $x(t) = 1$  olduğundan dönüşümü belirten (7.1.2) eşitliği şu şekilde olur:

$$\begin{aligned} X(s) &= \int_0^{\infty} e^{-st} dt \\ &= \left[ \frac{-e^{-st}}{s} \right]_0^{\infty} \\ &= \left[ \frac{e^{\infty} - e^0}{s} \right] \\ &= \frac{1}{s} \end{aligned}$$

(b) Birim rampa.

$t \geq 0$  için  $x(t) = t$  olduğundan;

$$X(s) = \int_0^{\infty} x e^{-st} dt$$

parça parça integrali alınır;

$$X(s) = \frac{1}{s} [-te^{-st}]_0^{\infty} + \frac{1}{s^2} [e^{-st}]_0^{\infty}$$

Sınırları yerine koyarsak ikinci terim  $1/s^2$  olur. İlk terim alt sınırdaki değerlendirilirse sıfır verir, üst limit şu ifadeye bağlıdır;

$$\lim_{t \rightarrow \infty} t e^{-st}$$

**Tablo 7.1** Laplace Dönüşümlerinin Bir Kısa Tablosu

Sinyal tanımı	$x(t)$	$X(s)$
Birim impals	$\delta(t)$	1
Birim basamak	$u(t)$	$1/s$
Birim rampa	$t$	$1/s^2$
$t^n$ 'nin pozitif gücü	$t^n$	$n!/s^{n+1}$
Üstel	$e^{-at}$	
Sünüsoidal dalga	$\sin \omega t$	$\frac{1}{s + a}$
Cosünüs dalga	$\cos \omega t$	$\frac{\omega}{s^2 + \omega^2}$
		$\frac{s}{s^2 + \omega^2}$

$$x(s) = \int_0^{\infty} x(t) e^{-st} dt;$$

$t < 0$  için tüm fonksiyonlar

sıfır kabul edilmiştir.

Bu limit 0 olarak gösterilebilir. Bu her zaman Laplace dönüşümüne sahip fonksiyonlarda olan durum olacaktır ve integralin tanımlanmasının birleşiminden dışıdır. Bu yüzden birim rampa için:

$$X(s) = 1/s^2$$

Diğer fonksiyonlar örnek 7.1'e benzer bir durumda değerlendirilebilir ve tablo 7.1'de mühendislikte çok kullanılan dönüşümler listelenmiştir. Dönüşümlerin daha ayrıntılı listesi daha uzman yazılarda bulunmaktadır.

### 6.6.3 Laplace Dönüşümünün Özellikleri

Laplace ve Fourier dönüşümlerini tanımlayan integrallerin benzerliğinden dolayı Fourier Dönüşümü özelliklerinin çoğunun karşılığı Laplace dönüşümünde bulunur.

Bu özelliklerin bazılarının ispatı Fourier dönüşümünün özelliklerinin uygun ispatlarını izler. Fakat integralin alt limitinin 0 olmasından dolayı bazı farklı ve ek özellikler bulunmaktadır.

### 6.6.3.1 Zaman Türevi

Bu Laplace dönüşümünün en faydalı özelliklerinden birisidir; çünkü  $t = 0$  anındaki sinyallerin değerlerinin incelenmesini mümkün kılar. Dönüşümün sistem analizine uygulanması sırasında bu çok faydalıdır; çünkü bu, başlangıç enerji deposunun etkisinin hesaba katılmasını sağlar.

$dx/dt$  türevinin Laplace dönüşümünü ele alalım. Bu şu şekilde verilir.

$$\int_0^{\infty} \frac{dx(t)}{dt} e^{-st} dt = [x(t)e^{-st}]_0^{\infty} + s \int_0^{\infty} x(t)e^{-st} dt$$

Bu ifade parça parça integral alınarak elde edilmiştir. İkinci terimdeki integral  $x(t)$ 'nin Laplace dönüşümü  $X(s)$ 'i ifade eder. İlk terimde sınırları yerine koyarsak;

$$[x(t)e^{-st}]_0^{\infty} = \lim_{t \rightarrow \infty} x(t)e^{-st} - x(0)$$

Eğer  $x(t)$  fonksiyonunun bir Laplace dönüşümü varsa o zaman sınırda ilk terim 0 olur. O zaman;

$$\mathcal{L} \left\{ \frac{dx(t)}{dt} \right\} = sX(s) - x(0)$$

Burada  $X(s)$ ,  $x(t)$ 'nin dönüşümüdür ve  $x(0)$ ,  $x(t)$ 'nin  $t = 0$  anındaki değeridir.

Bu metodun uygulamasını tekrarlıyorsak,  $n$ . dereceden  $d^n x(t)/dt^n$ 'in Laplace dönüşümü için bir ifade elde ederiz.

$$\mathcal{L} \left\{ \frac{dx(t)}{dt} \right\} = s^n X(s) - s^{n-1}x(0) - s^{n-2}x_1(0) \dots - x^{(n-1)}(0)$$

Burada  $x^{(i)}(0)$   $x(t)$ 'nin  $t = 0$  anındaki  $i$ . türevidir. tanımlayıcı integralin alt sınırının yorumlanmasıyla bu formüldeki  $x^{(i)}(0)$  başlangıç değerinin 0' da olduğu şeklinde yorumlanması gerekir. Fakat tüm kitaplar bu tanımlamayı takip etmemektedir.

### 6.6.3.2 Başlangıç ve Sonuç Değer Teoremleri

Bunlar yine Fourier dönüşümünde karşılıkları olmayan yararlı özellikleri vardır. Yararlıdırlar; çünkü bir fonksiyonun Laplace dönüşümünü bilirsek bunlar fonksiyonun başlangıç ve sonuç değerlerinin dönüşümün tersi alınmadan elde edilebilmesini mümkün kılar.

İlk önce başlangıç değer teoremini ele alır ve zaman türev özelliğini kullanırsak;

$$\int_0^{\infty} \frac{dx(t)}{dt} e^{-st} dt = sX(s) - x(0)$$

Bu eşitliğin her iki tarafının sınırını  $s \rightarrow \infty$  olarak alırsak ve  $\lim_{s \rightarrow \infty} e^{-st} = 0$  olarak ifade edersek o zaman;



$$0 = \lim_{s \rightarrow \infty} sX(s) - x(0)$$

Veya

$$x(0) = \lim_{s \rightarrow \infty} sX(s)$$

Bu, başlangıç değeri teoremidir.

Ayrıca sonuç değeri teoreminin ispatı da zaman türev özelliği ile başlar.

$$\int_0^{\infty} \frac{dx(t)}{dt} e^{-st} dt = sX(s) - x(0)$$

Bu sefer her iki tarafın sınırını  $s \rightarrow 0$  olarak alırsak ;

$$\int_0^{\infty} \frac{dx(t)}{dt} dt = \lim_{s \rightarrow 0} sX(s) - x(0)$$

$$x(\infty) - x(0) = \lim_{s \rightarrow 0} sX(s) - x(0)$$

$$x(\infty) = \lim_{s \rightarrow 0} sX(s)$$

Bu, sonuç değeri teoremidir.

Tablo 7.2’de Laplace dönüşümünün en faydalı birkaç özelliği listelenmiştir. Aşağıdaki örnek bu özelliklerin bazılarını açıklayacaktır.

**Tablo 7.2** Laplace dönüşümünün bazı özellikleri

Özellik	Zaman sinyali	Laplace dönüşümü
Doğrusallık	$a_1x_1(t) + a_2x_2(t)$	$a_1X_1(s) + a_2X_2(s)$
Ölçeklendirme $a > 0$	$x(at)$	$\frac{1}{a} X\left(\frac{s}{a}\right)$
Gecikme	$u(t - \tau)x(t - \tau)$	$e^{-s\tau}X(s)$
Üstel ile çarpma	$e^{-at}x(t)$	$X(s + a)$
Diferansiyel	$\frac{d}{dt}x(t)$	$sX(s) - x(0)$
Başlangıç değeri	$\lim_{t \rightarrow 0} x(t)$	$\lim_{s \rightarrow \infty} sX(s)$
Bitiş değeri	$\lim_{t \rightarrow \infty} x(t)$	$\lim_{s \rightarrow 0} sX(s)$

### 6.6.3.3 Sistem Analizinin Uygulaması

Tepki, sistem diferansiyel eşitliğinin çözümü yardımıyla veya katlama integrali ve sistem impals tepkisi yardımıyla elde edilebilirdi. Bu metotların her ikisi de mühendislik bakış açısından çok da uygun değildir.

Laplace dönüşümü sistem tepkisini elde etmenin çok daha uygun bir yolunu sağlamaktadır. İki yaklaşım mümkündür, sistem diferansiyel eşitliğinin her iki tarafının Laplace dönüşümü alınarak matematiksel bir eşitlik elde edilebilir. Bu eşitliği çözersek çıkış sinyalinin dönüşümü için bir ifade elde ederiz ve o zaman tersi zaman tepkisini verir.

Diğer bir yaklaşım Laplace dönüşümünün katlama özelliğini kullanmaktır. Zamanda katlama s tabanında çarpmaya eşittir. Bu yüzden çıkış sinyalinin dönüşümü giriş sinyalinin dönüşümünün impals tepkisinin dönüşümü ile çarpımına eşittir. İmpals tepkisinin dönüşümü sistem transfer fonksiyonu olarak bilinir ve bu, sistem mühendisliğinde önemli bir kavramdır.

Bu yaklaşımların her ikisi de bir sonraki bölümde incelenecek fakat öğrenci bölüm 4'teki zaman tabanlı metotlar ile kafasını yorabilir. Dönüşüm metotlarının daha kolay olmasına rağmen bunlar kolayca 'kolu çevir' metotları şekline dönüştürülebilir ve problemin fiziksel anlayışı kaybedilebilir.

### 6.6.3.4 Diferansiyel Eşitlik Yardımıyla Tepki

Sürekli sistemler genel olarak aşağıdaki gibi bir diferansiyel eşitlik ile tanımlanırlar.

$$a_n \frac{d^n y}{dt^n} + a_{n-1} \frac{d^{n-1} y}{dt^{n-1}} + \dots a_0 y = b_m \frac{d^m x}{dt^m} + \dots b_0 x$$

Laplace dönüşümünün diferansiyel özelliği kullanılarak,  $d^n y/dt^n$  yerine  $s^n Y(s)$ ,  $d^{n-1} y/dt^{n-1}$  yerine  $s^{n-1} Y(s)$  yazabiliriz bu değişkenler üzerinde hiçbir başlangıç şartının olmadığını gösterir. Eğer başlangıç şartları olsaydı bu bölümde birleştirilebilirlerdi.  $x(t)$  girişinin Laplace dönüşümü  $X(s)$  bilirse  $Y(s)$  için bir matematiksel form elde edilebilir, bu dönüşümün tersi  $y(t)$ 'yi verir.

Bu prosedür bir örnek ile açıklanacaktır.

#### Örnek 7.3.1.

- (a) Şekil 7.5'te gösterilen sistemin 10V'luk bir basamak girişine çıkış tepkisini elde edin, kondansatörlerin başlangıçta boş olduğunu kabul edin.  
(b) Kondansatörleri  $C_2 = 10V$  ve  $C_1 = 5V$  kabul ederek (a) şikkında olduğu gibi çıkış tepkisini elde edin.  
(c) Aşağıdaki şekilde verilen yarım cyclelık sinüs dalgasına sistemin tepkisini elde edin.

$$v_i(t) = 10 \sin \pi t \quad 0 \leq t \leq 1 \\ = 0 \quad \text{diğer durumlarda}$$

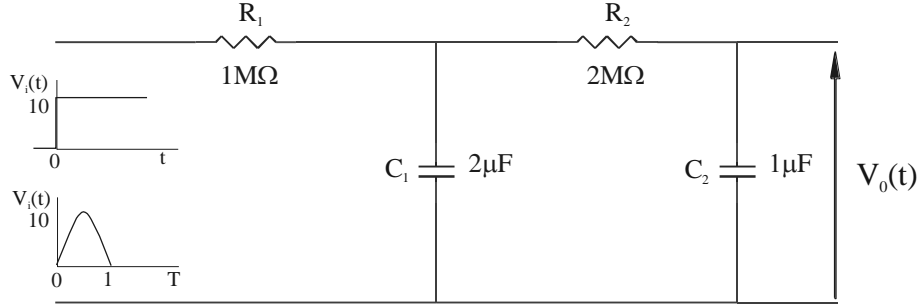
Kondansatörlerin başlangıçta boş olduğunu kabul edin.

#### Çözüm:

Bu örneğin tüm bölümleri  $v_0(t)$  ile  $v_i(t)$  arasındaki ilişkiyi belirten diferansiyel denkleme ihtiyaç duyar. Bu, düğüm analizi kullanılarak elde edilebilir,  $v_x$  gerilimi şekil 7.5'te görüldüğü gibidir.

$$\frac{v_i - v_x}{R_1} = C_1 \frac{dv_x}{dt} + \frac{v_x - v_0}{R_2} \quad (7.3.1)$$

$$\frac{v_i - v_x}{R_2} = C_2 \frac{dv_0}{dt} \quad (7.3.2)$$



Şekil 7.5 Örnek 7.3.1 için devre

Eşitlik (7.3.1) şu şekilde yeniden yazılabilir.

$$v_i = C_1 R_1 \frac{dv_x}{dt} + v_x \left[ 1 + \frac{R_1}{R_2} \right] - \frac{R_1}{R_2} v_0 \quad (7.3.3)$$

Giriş ve çıkış arasındaki ilişkiyi belirten bir ifade elde etmek için  $v_x$  ve  $dv_x/dt$  değişkenleri eşitlikte yok edilmelidir. Eşitlik (7.3.2)'den ;

$$v_x = C_2 R_2 \frac{dv_0}{dt} + v_0$$

Ve türevini alırsak;

$$\frac{dv_x}{dt} = C_2 R_2 \frac{d^2 v_0}{dt^2} + \frac{dv_0}{dt}$$

$v_x$  ve  $dv_x/dt$ ' yi eşitlik (7.3.3)'te yerine koyarsak

$$v_i = C_1 R_1 C_2 R_2 \frac{d^2 v_0}{dt^2} + (C_1 R_1 + C_2 R_2 + C_2 R_1) \frac{dv_0}{dt} + v_0$$

Bileşen değerlerini yerine koyarsak

$$4 \frac{d^2 v_0}{dt^2} + 5 \frac{dv_0}{dt} + v_0 = v_i \quad (7.3.4)$$

eşitlik (7.3.4)'te her iki tarafın Laplace dönüşümünü alırsak

$$4(s^2V_0(s) - sv_0(0) - v_0^1(0)) + 5(sV_0(s) - v_0(0)) + V_0(s) = V_i(s) \quad (7.3.5)$$

burada  $v_0(0)$  çıkış geriliminin  $t = 0$  anındaki değeri ve  $v_0^1(0)$   $t = 0$  anındaki türevinin değeridir. Eşitlik(7.3.5)'ten  $V_0(s)$  için bir ifade elde edebiliriz.

$$V_0(s) = \frac{V_i(s)}{4s^2 + 5s + 1} + \frac{(4s + 5)V_0(s)4v_0^1(0)}{4s^2 + 5s + 1} \quad (7.3.6)$$

Eşitlik (7.3.6)'nın ters dönüşümünü alırsak  $v_0(t)$  zaman tepkisini elde ederiz. Bu tepkinin sıfır durum ve sıfır giriş tepkileri olmak üzere iki bölümden oluştuğu görülmektedir.

(a) Bu durumda başlangıç şartı yoktur,  $v_0(0) = 0$ ,  $v_0^1(0) = 0$  dır. Giriş 10V luk bir basamaktır,  $V_i(s) = 10/s$ . Böylece eşitlik (7.3.6)'dan ;

$$V_0(s) = \frac{10}{s(4s^2 + 5s + 1)} \quad (7.3.7)$$

$v_0(t)$  yi elde etmek için, eşitlik (7.3.7)'nin sağ tarafının ters dönüşümü gerekmektedir. Bu ifade tablo 7.1'de verilen standart dönüşümlerden biri değildir. Fakat payda, şu ifadeyi verecek şekilde çarpanlarına ayrılabilir:

$$V_0(s) = \frac{2.5}{s(s + 0.25)(s + 1)} \quad (7.3.8)$$

$V_0(s)$  için eşitlik (7.3.8)  $1/s$ ,  $1/(s+0.25)$ ,  $1/(s+1)$  sabit zaman faktörleri şeklindedir. Bunların her biri standart bir formdur ve tablo 7.1' e göre ayrı ayrı terslenebilir. Fakat uygun zaman fonksiyonlarının çarpımı doğru cevabı vermez, dönüşümlerin çarpımı bir zamanda katlamaya uyar. Eğer  $V_0(s)$  için olan ifade bu terimlerin toplamını verecek şekilde yeniden düzenlenirse o zaman dönüşümün doğusallık özeliğine göre  $v_0(t)$  zaman fonksiyonu uygun zaman fonksiyonlarının toplamı olur.  $V_0(s)$ 'in terimlerin toplamı şeklinde gösterilme işlemi kısmi kesir genişlemesidir. Kısmi kesirlerin genel metotları daha yüksek cebir kitaplarında verilmektedir ve burada yalnızca ana hatlarından söz edilmektedir.

Fonksiyonun paydaları orijinal ifadenin paydasının faktörleri olan kesirlerin ağırlıklı toplamı şeklinde yazılabileceği kabul edilir.

$$\frac{2.5}{s(s + 0.25)(s + 1)} = \frac{A}{s} + \frac{B}{(s + 0.25)} + \frac{C}{(s + 1)}$$

Burada A, B ve C bulunması gereken sabitlerdir. Sol tarafın paydası ile çarparsak;

$$2.5 = A(s + 0.25)(s + 1) + Bs(s + 1) + Cs(s + 0.25)$$

Bu gerçekten  $s$ 'nin tüm değerleri için doğru kabul edilen bir tanımlama olarak yazılmalıdır. Şimdi iş,  $s$ 'nin değerlerini gerekli sabitleri kolayca verecek şekilde seçmektir. Eğer  $s = 0$  'ı seçersek sağ taraftaki ikinci iki terim 0'a gider;

$$2.5 = A(0 + 0.25)(0 + 1)$$

$$A = 10$$

Benzer olarak  $s = -1$  seçersek  $C = 10/3$  olur ve  $s = -0.25$  seçersek  $B = 40/3$  olur. Böylece;

$$V_0(s) = 10 \left[ \frac{1}{s} - \frac{4}{3(s+0.25)} + \frac{1}{3(s+1)} \right] \quad (7.3.9)$$

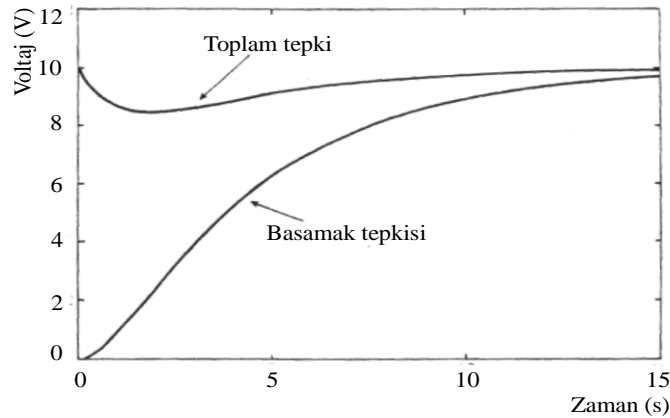
Bu noktada sağ taraftaki kesirlerin birleşiminin orijinal ifadeyi verip vermediğini kontrol etmek her zaman tavsiye edilir.

Eşitlik (7.3.9)'un sağ tarafındaki her terim standart bir şekilde terslenebilir;

$$\begin{aligned} v_0 &= 10(1 - 1.33e^{-0.25t} + 0.33e^{-t}) & t \geq 0 & \text{ için} \\ &= 0 & t < 0 & \text{ için} \end{aligned} \quad (7.3.10)$$

Bu tepki şekil 7.6' da gösterilmiştir. Görülebileceği gibi  $t = 0$  da 0 dan başlamakta ve  $t \rightarrow \infty$  iken 10V'a yaklaşmaktadır. Bu limitler şekil 7.5'teki devreye uygulanan fiziksel sebeplerden elde edilenler ile aynıdır.

(b) Bu bölümde giriş,  $t = 0$  da uygulanan 10V'luk bir basamaktır ve bu eşitlik (7.3.10) ile verilen tepkiyi üretir. Fakat başlangıç yükü hesaba katılmalıdır ve eşitlik (7.3.6)'daki ikinci terimi uygun zaman tepkisi değerlendirilmelidir. Bu,  $v_0(0)$  ve  $v_0'(0)$  değerlerini ihtiyaç duyar.  $V_0(0)$  değeri 10V olarak verilmiştir.



Şekil 7.6 Örnek 7.3.1'deki devrenin tepkileri

$t = 0$  da  $v_0'(0) = dv_0/dt$  değeri direkt olarak verilmemesine rağmen ikinci başlangıç şartı  $C_1 = 5V$  verilmiştir. Bu andaki  $R_2$  üzerinden akım  $(v_0 - v_x) / R_2$  dir ve bu  $2.5\mu A$ 'dir. fakat bu akım  $v_0(0) = -2.5V/s$  olarak veren  $C_2 dv_0 / dt$ 'ye eşit olmalıdır. (- işareti  $v_0$  gerilimini  $t=0$  da azaldığını belirtmektedir)

Eşitlik (7.3.6)'daki ikinci terimi  $V_{int}(s)$  olarak ifade edersek ve  $v_0(0)$  ve  $v_0'(0)$  için değerleri yerine koyarsak ;

$$\begin{aligned} V_{int} &= \frac{40(s+1)}{4s^2 + 5s + 1} \\ &= \frac{10}{(s+0.25)} \end{aligned}$$

Tersleme, bir zaman tepkisi verir.

$$v_{\text{int}}(t) = 10e^{-0.25t}$$

Bu tepkiyi giriş basamağına göre olanla birleştirirsek eşitlik (7.3.10) toplam tepkiyi şu şekilde belirtir.

$$v_{\text{total}} = 10 - 3.3e^{-0.25t} + 3.33e^{-t} \quad t \geq 0$$

$$= 0 \quad t < 0$$

Bu tepki şekil 7.6'da da grafiksel olarak gösterilmiştir.

(c) Bu bölümde başlangıç şartları (a) şıkında olduğu gibi 0 dır. Fakat giriş fonksiyonunun dönüşümünü elde etmek (a) şıkında olduğu gibi değildir.

$v_i(t)$  giriş sinyali şekil 7.7'deki gibi gösterilebilir. 10 sin  $\pi t$  lik bir sinüs dalgası  $t = 1$ ' e kadar yarım saykıl verir. Sonra  $t > 1$  için  $u(t-1) \sin \pi(t-1)$  gecikmiş sinüs dalgasıyla toplanarak 0 sinyalini üretir. Bu,  $v_i(t)$  şu şekilde verir.

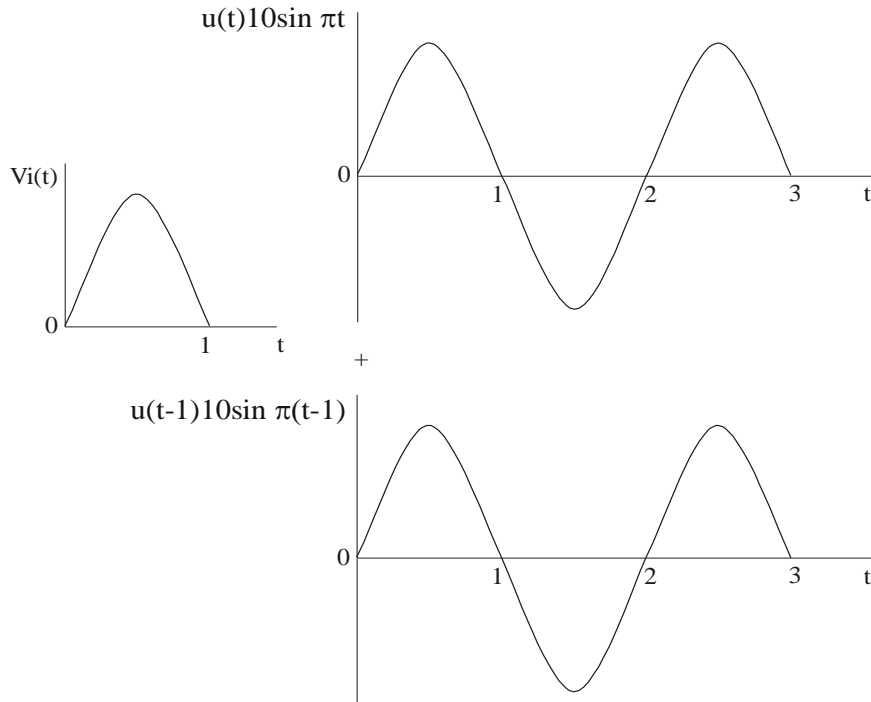
$$v_i = 10u(t)\sin \pi t + 10u(t-1)\sin \pi(t-1)$$

Laplace dönüşümlerini alırsak;

$$V_i(s) = 10 \left[ \frac{\pi}{s^2 + \pi^2} \right] + (1 + e^{-s}) \quad (7.3.11)$$

Eşitlik (7.3.6)'da yerine koyar ve 0 başlangıç şartlarını hesaba katarsak  $V_0(s)$ 'i şu şekilde elde ederiz.

$$V_i(s) = 10 \frac{2.5\pi(1 + e^{-s})}{s^2 + \pi^2} \frac{1}{(s + 0.25)(s + 1)} \quad (7.3.12)$$



Şekil 7.7 Yarım sinüs dalga palsinin oluşturulması

Burada payda katsayı şeklinde ifade edilmiştir. Eşitlik (7.3.12)'nin tersi gerekli zaman tepkisini verecektir ve bu, kısmi kesir genişletmesi yardımıyla yapılabilir. Gerçek katsayılarla faktörlere bölünerek ikinci dereceden faktöre dikkat edilmelidir. Genişlemenin şekli şu şekildedir;

$$\frac{1}{(s^2 + \pi^2)(s+0.25)(s+1)} = \frac{As + B}{s^2 + \pi^2} + \frac{C}{s+0.25} + \frac{D}{s+1} \quad (7.3.13)$$

Burada  $2.5\pi(1-e^{-s})$  çarpanı bir süreliğine atılmıştır. Eşitlik (7.3.13)'ün her iki tarafını sol tarafın paydası ile çarparsak ;

$$1 = (As + B)(s + 0.25)(s+1) + C(s^2 + \pi^2)(s + 0.25) \quad (7.3.14)$$

C ve D katsayıları  $s = -1$  ve  $s = -0.25$  değerleri eşitlik (7.3.14)'te yerine konularak değerlendirilebilir;

$$C = \frac{1}{0.75(0.0625 + \pi^2)} = 0.1342$$

$$D = \frac{-1}{0.75(1 + \pi^2)} = -0.1227$$

A ve B katsayıları  $s = j\pi$  ve  $s = -j\pi$  de benzer bir değerlendirme ile elde edilebilir. Bunlar A ve B'nin çözümü için iki karmaşık eşzamanlı eşitlik üretir. Bu mümkün olmasına rağmen çok sıkıcı bir metottür. Daha iyi bir metot eşitlik (7.3.14) ün sağ tarafının  $s$ 'nin bir polinomu şeklinde düzenlenmesidir. Sol ve sağ taraftaki uygun terimlerin katsayılarını eşitleyerek A ve B'nin değerlerini elde edebiliriz.  $s^3$  teriminin katsayısını eşitlesek ;

$$0 = A + C + D \quad \text{ifadesi şu ifadeyi verir } A = -0.01158$$

Sabit terimin katsayısını eşitlesek;

$$1 = 0.25B + C\pi^2 + 0.25D\pi^2 \quad \text{ifadesi şu ifadeyi verir } B = -0.0891$$

Böylece;

$$\frac{1}{(s^2 + \pi^2)(s+0.25)(s+1)} = \frac{-(0.0115s + 0.0891)}{(s^2 + \pi^2)} + \frac{0.1342}{(s+0.25)} - \frac{0.1227}{(s+1)}$$

Sağ taraftaki ikinci ve üçüncü terimler standart dönüşümlerdir; fakat bu taraftaki ilk terimin standart şekillerin bir kombinasyonu şeklinde ifade edilmesi için yeniden düzenlenmesi gerekmektedir;

$$-\frac{(0.0115s + 0.0891)}{(s^2 + \pi^2)} = \frac{-0.0115s}{(s^2 + \pi^2)} - \frac{0.0891}{\pi} \frac{\pi}{(s^2 + \pi^2)}$$

$V_0(s)$ 'i, eşitlik (7.3.12), bu standart şekillerin terimlerinde ifade edersek;

$$V_0(s) = 2.5\pi(1 + e^{-s}) \left[ -0.0115 \frac{s}{(s^2 + \pi^2)} - \frac{0.0891}{\pi} \frac{\pi}{(s^2 + \pi^2)} + \frac{0.1342}{(s+0.25)} - \frac{0.1227}{(s+1)} \right]$$

Şimdi  $(1-e^{-s})$  teriminin etkisi incelenebilir. Dönüşümün doğrusallık özelliğinden dolayı bu faktördeki terimlerin her biri ayrı ayrı incelenebilir ve sonuç birleştirilebilir. Birimin terimi, köşeli parantez içindeki terimlerin tersi alınarak elde edilen bir çıkış tepkisini sağlar. Tepkinin bu bölümünü  $v_{oi}(t)$  şeklinde ifade edersek ;

$$V_{oi}(t) = 2.5\pi [0.1342e^{-0.25t} - 0.1227e^{-t} - 0.0115\cos \pi t - 0.0248\text{sinc } \pi t]$$

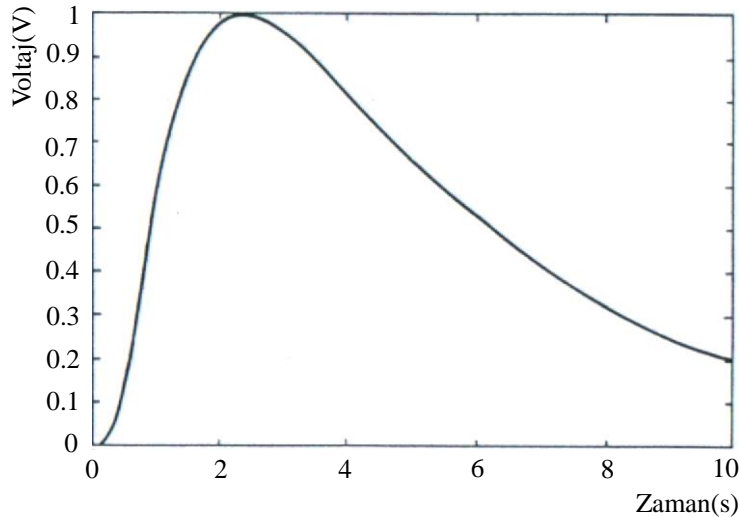
Bu ifadenin yalnızca  $t \geq 0$  için doğru olduğuna dikkat edin,  $t < 0$  için çıkış 0 dır. Bu, tek taraflı Laplace dönüşümünün tanımından anlaşılır.

$e^{-s}$  teriminin etkisi şimdi incelenmelidir. Laplace dönüşümünün gecikme özelliğinden bu,  $v_{oi}(t-1)$  zaman sinyalini üretecektir; fakat  $t < 0$  için  $v_{oi}(t) = 0$  olduğundan bu, kesin olarak  $u(t-1) v_{oi}(t-1)$  şeklinde yazılmalıdır. Böylece toplam tepki şu şekilde verilir;

$$\begin{aligned} v_o(t) &= 0 & t < 0 \\ &= v_{oi}(t) & t \leq t \leq 1 \\ &= v_{oi}(t) + u(t-1) v_{oi}(t-1) & 1 < t \end{aligned} \quad (7.3.17)$$

Burada  $v_{oi}(t-1)$  şu şekilde verilir;

$$\begin{aligned} V_{oi}(t-1) &= 2.5\pi [0.1342e^{-0.25(t-1)} - 0.1227e^{-(t-1)} \\ &\quad - 0.0115\cos \pi(t-1) - 0.0248\text{sinc } \pi(t-1)] \end{aligned} \quad (7.3.18)$$



Şekil 7.8 Örnek 7.3.1 deki devrenin yarım sinüs dalga palsine tepkisi

Fakat ;

$$\begin{aligned} e^{-0.25(t-1)} &= e^{-0.25t} e^{0.25} = 1.284 e^{-0.25t} \\ e^{-(t-1)} &= e^{-t} e^1 = 2.718 e^{-t} \\ \cos \pi(t-1) &= -\cos \pi t \end{aligned}$$



$$\sin \pi(t-1) = -\sin \pi t$$

Bu sonuçları eşitlik (7.3.18)'de birleştirirsek ve sonra eşitlik (7.3.17)'de yerine koyarsak  $v_o(t)$  için aşağıdaki ifadeyi elde ederiz;

$$v_o(t) = 0 \quad t < 0$$

$$v_o(t) = 2.5\pi [0.1342e^{-0.25t} - 0.1227e^{-t} - 0.0115\cos \pi t - 0.0248\text{sinc } \pi t] \quad 0 \leq t \leq 1$$

$$2.5\pi [0.3065e^{-0.25t} - 0.4562e^{-t}] \quad 1 < t$$

Bu tepki şekil 7.8.'de grafiksel olarak gösterilmiştir.

### 7.3.2 Sistem Transfer Fonksiyonu

Sistemin diferansiyel eşitliğine dönersek;

$$a_n \frac{d^n y}{dt^n} + a_{n-1} \frac{d^{n-1} y}{dt^{n-1}} + \dots a_0 y = b_m \frac{d^m x}{dt^m} + \dots b_0 x$$

Bu eşitlikte, tüm terimlerin Laplace dönüşümü alınır ve tüm başlangıç şartlarının sıfır olduğunu kabul edersek aşağıdaki eşitlik elde edilir;

$$(a_n s^n + a_{n-1} s^{n-1} + \dots a_0) Y(s) = (b_m s^m + b_{m-1} s^{m-1} + \dots b_0) X(s)$$

Bunu yeniden düzenlersek;

$$\frac{Y(s)}{X(s)} = \frac{b_m s^m + b_{m-1} s^{m-1} + \dots b_0}{a_n s^n + a_{n-1} s^{n-1} + \dots a_0} \quad (7.3.19)$$

Çıkış sinyalinin Laplace dönüşümü/ Giriş sinyalinin Laplace dönüşümü

$$\frac{\text{Çıkış sin yalinin Laplace transferi}}{\text{Giriş sin yalinin Laplace transferi}}$$

Sistemin bütün başlangıç şartlarının sıfır olması durumundaki bu oran sistemin transfer fonksiyonu olarak bilinir. Bu fonksiyon, diferansiyel eşitlikteki katsayılara ve bu yüzden sistemin parametrelerine bağlıdır. Giriş sinyaline veya başlangıç enerjisine bağlı değildir.

$Y(s)/X(s)$  transfer fonksiyonu ifadesi  $Y(j\omega)/X(j\omega)$  frekans tepki fonksiyonu gibidir,  $j\omega$  yerine  $s$  gelmiştir. Frekans tepki fonksiyonunda olduğu gibi fonksiyonu elde etmek için sistemin diferansiyel denklemlerini elde etmeye gerek yoktur. Frekans tepkisi ile empedans kavramı kullanılır, bu, karmaşık frekans  $s$  kullanılırken işlemsel empedans kavramı kullanılarak genişletilebilir. Frekans tabanından farklı olarak bu bölümdeki elemanda depolanan herhangi bir başlangıç enerjisini hesaba katmak mümkündür. Şekil 7.9 bu fikri geliştirmektedir, burada  $Z(s)$  işlemsel empedansı ifade etmektedir.

Direnç	$V(t) = i(t)R$ $V(s) = I(s)R$ $z(s) = \frac{V(s)}{I(s)} = R$
--------	--

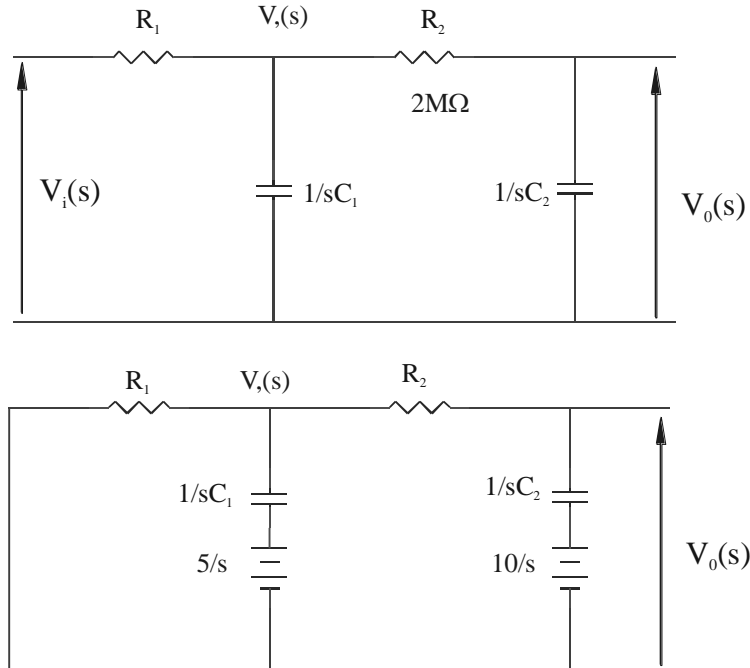
Bobin	$v(t) = L \frac{di}{dt}$ $V(s) = LsI(s) - Li(0)$ <p style="text-align: center;"><i>Enerji depolaması yokken</i></p> $Z(s) = \frac{V(s)}{I(s)} = sLO$
Kondansatör	$i = C \frac{dv(t)}{dt}$ $I(s) = \frac{1}{Cs} V(s) - Cvi(0)$ <p style="text-align: center;"><i>Enerji depolaması yokken</i></p> $Z(s) = \frac{V(s)}{I(s)} = \frac{1}{sC}$

**Şekil 7.9** Elektriksel bileşenler için işlemsel empedans fonksiyonları

Başlangıç şartlarını veren değişik şekillerin mümkün olduğuna dikkat edilmelidir.

Frekans tepki fonksiyonu ve transfer fonksiyonu arasındaki benzerlikten dolayı Laplace dönüşümü metotlarını kullanmak çoğunlukla tercih edilir.

Bu kavramları kullanarak son örnek şekil 7.10'a göre aşağıdaki şekilde yaklaşık olarak değerlendirilebilir.



**Şekil 7.10** Şekil 7.5'in devresi; işlemsel empedans metotlarının kullanılması

Şekil 7.10a'da başlangıç şartı bulunmayan bir devre görülmektedir.  $V_i(s)$  gerilimini işaretlersek ve sonra düğüm analizi uygularsak ;

$$\frac{V_i(s) - V_o(s)}{R_1} = V_i(s)sC_1 + (V_i(s) - V_o(s))/R_2 \quad (7.3.20)$$

$V_o(s)$  ve  $V_i(s)$  üs kolda  $R_2$  ve alt kolda  $1/sC_2$  gerilim bölücüleri ile ilişkilendirilir.

$$\frac{V_o(s)}{V_i(s)} = \frac{1/sC_2}{R_2 + 1/sC_2} \quad (7.3.21)$$

Eşitlik (7.3.20)'den  $V_i(s)$  i yerine koyarsak ve yeniden düzenlersek gerekli transfer fonksiyonu şu şekilde verilir.

$$\frac{V_o(s)}{V_i(s)} = \frac{1}{C_1R_1C_2R_2s^2 + (C_1R_1 + C_2R_2 + R_2R_1)s + 1}$$

$V_i(s)$  ile çarparsak ve örnek 7.3.1'den bileşen değerlerini yerine koyarsak eşitlik (7.3.6)'nın ilk terimini elde ederiz.

Başlangıç şartlarını olması ile devre şekil 7.10(b) deki gibi olur. Yine düğüm analizini uygularsak ;

$$\frac{-V_x(s)}{R_1} + \left[ \frac{5}{s} - V_x(s) \right] sC_1 = \frac{V_x - V_o}{R_2} \quad (7.3.22)$$

$$\frac{V_x(s) - V_o(s)}{R_2} + \left[ \frac{10}{s} - V_o(s) \right] sC_2 = 0 \quad (7.3.23)$$

### 6.6.3.5 Birinci ve İkinci Dereceden Sistemler İçin Basamak Tepkisi

Genel olarak sürekli sistemler tarafından üretilen transfer fonksiyonlarının şekli şu şekildedir.

$$\frac{Y(s)}{X(s)} = \frac{b_ms^m + b_{m-1}s^{m-1} + \dots + b_0}{a_ns^n + a_{n-1}s^{n-1} + \dots + a_0} = \frac{B(s)}{A(s)}$$

Burada  $B(s)$  ve  $A(s)$  s'deki polinomları ifade eder. Fiziksel sistemlerde  $m \leq n$ , payın derecesi, paydanın derecesinden daha az veya eşittir. Çıkış sinyalinin Laplace dönüşümü şu şekilde verilir.

Çıkış zaman tepkisini ölçmek için b ifade kısmi kesir genişlemesi kullanılarak standart terimlerin toplamı şeklinde ifade edilir. Bu terimler birinci dereceden terim olabilir;

$$Y(s) = \frac{B(s)}{A(s)} X(s)$$

Veya gerçek birinci dereceden terimler şeklinde ifade edilemeyen ikinci dereceden terimler olabilir.

$$Y(s) = \frac{A}{s+a} + \frac{B}{s+b} + \dots$$

Veya birinci ve ikinci dereceden terimlerin bir kombinasyonu olabilir.

$$Y(s) = \frac{A_1s + B_1}{a_1s^2 + b_1s + c_1} + \frac{A_2s + B_2}{a_2s^2 + b_2s + c_1} + \dots$$

Y(s) ifadesinin tekrarlanmasından dolayı bu ifadedeki bazı terimlerde karmaşıklık baş gösterebilir, örneğin;

$$Y(s) = \frac{Bs}{(\dots)(s+a)^3(a_1s^2 + b_1s + c_1)^2}$$

Bu karmaşıklığı bir süreliğine unutsak toplam sistem tepkisi yalnızca birinci ve ikinci dereceden terimler içeren bileşenlerden oluşur. Bu yüzden bu terimlerin bir standart giriş tepkisinin elde edilmesi faydalıdır. analitik olarak ilgilenmesi en kolay giriş birim impulsı olmasına rağmen (birim Laplace dönüşümüne sahiptir) bir test sinyali olarak çok pratik değildir. Daha faydalı pratik sinyal birim basamaktır (Laplace dönüşümü 1/s) ve bir birinci ve ikinci dereceden denklemin bu giriş tepkisi şimdi elde edilecektir. Sistemlerin bu transfer fonksiyonları bölüm 4.6'da verilen diferansiyel eşitliklerden elde edilen standart şekillerde ifade edilmiştir.

### 6.6.3.6 Birinci Dereceden Tepki

Birinci dereceden sistemleri tanımlayan diferansiyel eşitliklerin standart şekli aşağıdaki gibidir.

$$T \frac{dy}{dt} + y = Kx$$

Bir sistem transfer fonksiyonu verirsek ;

$$\frac{Y(s)}{X(s)} = \frac{K}{1 + sT}$$

Giriş X(s) = 1/s birim basamağı olduğundan ;

$$\begin{aligned} Y(s) &= \frac{K}{s(1 + sT)} \\ &= K \left( \frac{1}{s} - \frac{K}{1 + sT} \right) \\ &= K \left( \frac{1}{s} - \frac{K}{1/T + s} \right) \end{aligned}$$

Bu terimlerin her ikisi standart şekildedir ve terslerinin alınması y(t) çıkış zaman tepkisini şu şekilde verir.

$$y(t) = K(1 - e^{-t/T}) \quad (7.3.24)$$

### 6.6.3.7 İkinci Dereceden Tepki

İkinci dereceden sistemleri tanımlayan diferansiyel eşitliklerin standart şekli aşağıdaki gibidir.

$$\frac{d^2y}{dt^2} + 2\zeta\omega_n \frac{dy}{dt} + \omega_n^2 y = \omega_n^2 x$$

Burada  $\omega_n$  azaltılmamış doğal frekans ve  $\zeta$  azaltma faktörüdür.

Bu şu şekilde bir transfer fonksiyonu verir.

$$\frac{Y(s)}{X(s)} = \frac{\omega_n^2}{s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2}$$

Kısmi kesir genişlemesini elde etmek için payda genişletilmelidir ve bu eşitliğin köklerini gerektirir.

$$s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2 = 0$$

Bunlar şu şekilde verilir.

$$s = \frac{-2\zeta\omega_n \pm \sqrt{4\zeta^2\omega_n^2 - 4\omega_n^2}}{2}$$
$$= -\omega_n\zeta \pm \omega_n\sqrt{(\zeta^2 - 1)}$$

Bu köklerin şekli  $\zeta$ 'nin değerine bağlıdır.

$\zeta > 1$  2 gerçek farklı kök

$\zeta = 1$  çift gerçek kök

$\zeta < 1$  farklı karmaşık kök

Bu durumların her biri sırayla incelenecektir.

Durum1:

$\zeta > 1$  aşırı sönümlü tepki

Kökleri şu şekilde yazarsak

$$s_1 = -\omega_n\zeta + \omega_n\sqrt{(\zeta^2 - 1)}$$

Ve

$$s_2 = -\omega_n\zeta - \omega_n\sqrt{(\zeta^2 - 1)}$$

Girişin birim basamak,  $X(s) = 1/s$ ,  $Y(s)$  ifadesi şu şekilde olur.

$$Y(s) = \frac{\omega_n^2}{s(s-s_1)(s-s_2)}$$

Kısmi kesirleri kullanarak şu şekilde yazabiliriz.

$$Y(s) = \omega_n^2 \left[ \frac{1}{s_1 s_2 s} + \frac{1}{s_1 (s_1 - s_2)(s - s_1)} + \frac{1}{s_2 (s_2 - s_1)(s - s_2)} \right]$$

Ve  $\omega_n^2 = s_1 s_2$  ilişkisi kullanılarak (kökün ürünü) şu şekle çevrilebilir.

$$Y(t) = \left[ 1 + \frac{1}{(s_1 - s_2)} e^{s_1 t} + \frac{1}{(s_2 - s_1)} e^{s_2 t} \right] \quad (7.3.25)$$

Bu noktada  $s_1$  ve  $s_2$  terimlerini  $\omega_n$  ve  $\zeta$  terimlerinde ifade edebilmemize rağmen sonuç ifadesi gereklidir. belli bir örneği çözerken  $s_1$  ve  $s_2$  'nin sayısal değerlerini eşitlik (7.3.25)'te yerine koymak genellikle daha kolaydır.

Alternatif bir yaklaşım  $Y(s)/X(s)$  transfer fonksiyonunu kısmi kesirler yardımıyla iki terime bölmektir. Bu birinci dereceden sistemlerin her birinin basamak tepkisinin standart formu eşitlik (7.3.24) ile verilir. Bu terimlerin kombinasyonları gerekli ikinci dereceden basamak tepkisini verir.

Durum 2:

$$\zeta=1 \quad \text{kritik tepki}$$

$\zeta=1$  ile transfer fonksiyonu şu şekilde yazılabilir.

$$\begin{aligned} \frac{Y(s)}{X(s)} &= \frac{\omega_n^2}{s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2} \\ &= \frac{\omega_n^2}{(s + \omega_n)^2} \end{aligned}$$

Bir basamak giriş için çıkış dönüşümünü şu şekilde verebiliriz.

$$Y(s) = \frac{\omega_n^2}{s(s + \omega_n)^2}$$

Kısmi kesir genişlemesinde, her terim için payın derecesi paydanınkinden daha az olmalıdır; bu, kısmi kesir genişlemesi için iki alternatif şekil sunmaktadır.

$$\frac{\omega_n^2}{s(s + \omega_n)^2} = \frac{A}{s} + \frac{B + Cs}{(s + \omega_n)^2}$$

Veya

$$\frac{\omega_n^2}{s(s+\omega_n)^2} = \frac{A}{s} + \frac{B}{s+\omega_n} + \frac{C}{(s+\omega_n)^2}$$

Son şekli alırsak ve  $s(s+\omega_n)^2$  ile çarparsak;

$$\omega_n^2 = A(s+\omega_n)^2 + Bs(s+\omega_n) + Cs \quad (7.3.26)$$

A, B ve C katsayıları eşitlik (7.3.26)'da kolayca elde edilebilir.  $s=0$  ve  $s=-\omega_n$  'i yerlerine koyarsak  $A=1$  ve  $C=-\omega_n$  buluruz. S terimlerinin katsayılarını eşitlesek  $A+B=0$  ve  $B=-1$  bulunur. Y(s) ifadesi şu şekli alır;

$$Y(s) = \frac{1}{s} - \frac{1}{s+\omega_n} - \frac{\omega_n}{(s+\omega_n)^2}$$

Sağ taraftaki ilk iki terim standart dönüşümlerdir ve direkt olarak tersi alınabilir. Son terim dönüşümün kayma özelliği kullanılarak terslenebilir.

$$X(s) \xleftrightarrow{LT} x(t)$$

$$X(s+a) \xleftrightarrow{LT} e^{-at} x(t)$$

Böylece;

$$\frac{1}{s^2} \xleftrightarrow{LT} t$$

$$\frac{X(s+a)}{(s+\omega_n)^2} \xleftrightarrow{LT} te^{-\omega_n t}$$

Bu y(t) çıkış tepkisini şu şekilde verir.

$$y(t) = 1 - e^{-\omega_n t} - \omega_n t e^{-\omega_n t} \quad t \geq 0 \quad (7.3.27)$$

Durum 3:

$\zeta < 1$  az sönümlü tepki

Y(s) çıkış dönüşümü ifadesi şu şekildedir.

$$Y(s) = \frac{\omega_n^2}{s(s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2)}$$

$\zeta < 1$  olduğundan paydadaki çarpanların bazıları karmaşıktır. Kısmi kesir genişlemesi durum 1 de olduğu gibi uygulanabilir. Fakat elde edilen katsayılar karmaşık olacaktır. Terslemeden sonra, eşlenik zaman terimleri elde edilecektir ve bunlar beklendiği gibi bir gerçek zaman tepkisi vermesi için birleştirilebilir.

Alternatif bir yaklaşım eşitlik(7.3.28)'deki  $Y(s)$ 'in birinci dereceden çarpan ve ikinci dereceden bir çarpan kullanarak kısmi kesirlere bölmektir.

$$Y(s) = \frac{A}{s} + \frac{Bs + C}{s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2}$$

$A=1$ ,  $B=-1$  ve  $C=-2\zeta\omega_n$  olduğunu göstermek öğrenciye bırakılmıştır.

$$Y(s) = \frac{1}{s} - \frac{s + 2\zeta\omega_n}{s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2} \quad (7.3.29)$$

Eşitlik (7.3.29)'un sağ tarafındaki ikinci terim standart şekle sadeleştirilebilir. Bu, kosinüs ve sinüs fonksiyonları için olan standart dönüşümlerle zıt olarak kayma özelliği kullanılarak yapılabilir.

$$\begin{aligned} \frac{s + 2\zeta\omega_n}{s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2} &= \frac{s + \zeta\omega_n}{(s + \omega_n\zeta)^2 + \omega_n^2(1 - \zeta^2)} + \frac{\omega_n\zeta}{(s + \omega_n\zeta)^2 + \omega_n^2(1 - \zeta^2)} \\ &= \frac{s + \zeta\omega_n}{(s + \omega_n\zeta)^2 + \omega_n^2(1 - \zeta^2)} + \frac{\zeta}{\sqrt{(1 - \zeta^2)}} + \frac{\omega_n\sqrt{(1 - \zeta^2)}}{(s + \omega_n\zeta)^2 + \omega_n^2(1 - \zeta^2)} \end{aligned}$$

$Y(s)$ 'nin tersini alırsak;

$$y(t) = 1 - e^{-\omega_n\zeta t} \left[ \cos \omega_n \sqrt{(1 - \zeta^2)} t + \frac{\zeta}{\sqrt{(1 - \zeta^2)}} \sin \omega_n \sqrt{(1 - \zeta^2)} t \right] \quad (7.3.30)$$

Eşitlik (7.3.30) daha kısa olarak şu şekilde yazılabilir.

$$y(t) = 1 - \frac{e^{-\omega_n\zeta t}}{\sqrt{(1 - \zeta^2)}} [\sin(\omega_n \sqrt{(1 - \zeta^2)} t + \varphi)] \quad (7.3.31)$$

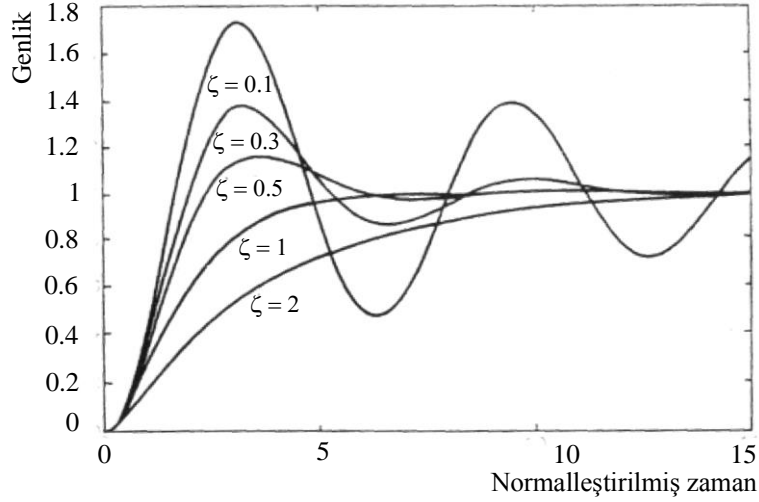
Burada ;

$$\varphi = \tan^{-1} \frac{\sqrt{(1 - \zeta^2)}}{\zeta}$$

Azaltma faktörlerinin değerlerinin sınırı için basamak tepkisi şekil 7.11'de gösterilmiştir. Uygunluk için boyutsuz bir zaman ölçeği,  $\omega_n t$ , kullanılmıştır.

Eğer Laplace dönüşümü polinomların bir oranı şeklinde verilirse daima birinci ve ikinci dereceden terimlerin bir kombinasyonu olarak genişletilebilir. Fakat bu terimlerin her biri kısmi kesir genişlemesine bağlı olarak bir ağırlığa sahip olacaktır. Bu terimlerin tepkilerinin şekil 7.11'de görülen basamak tepkilerinden farklı olmasını sağlar. Aşağıdaki örnek bu noktayı açıklayacaktır.





Şekil 7.11 İkinci dereceden sistemin basamak tepkisi

### Örnek 7.3.2

Şekil 7.12’de tipik bir hareketli bobinli hoparlör görülmektedir.

Ses bobinindeki akım manyetik alan ile etkileşimi sonucu bir güç iletir. Bu güç süspansiyonun katılığı tarafından karşılanan koninin hareket etmesini sağlar. Ses bobinin hareketi bir ters EMK indükler. Aşağıdakiler tipik bir bas hoparlör için sabitlerdir.

$R =$  ses bobinin direnci= $8\Omega$

$L =$  ses bobinin endüktansı= $1.0\text{mH}$

$M =$  koni ve ses bobinin kütlesi= $15\text{gm}$

$\lambda =$  süspansiyonun katılığı= $350\text{N/m}$

$k =$  birim akım için üretilen güç= $5\text{N/A}$  (bu ayrıca birim hız başına üretilen ters EMK’ya eşittir.)

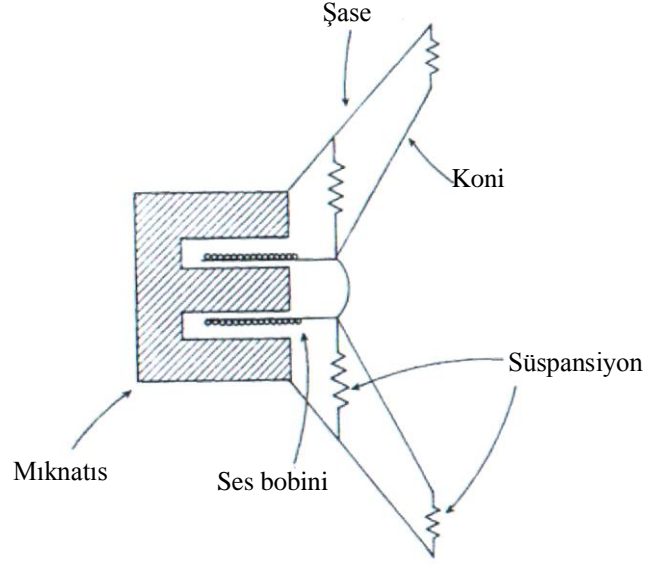
Uygulanan gerilimdeki  $10\text{V}$ ’luk basamağı izleyen koninin yer değişimini bulun.

- (a) Ses bobininin endüktansını ihmal ederek
- (b) Bunu hesaba katarak

### Çözüm:

Uygulanan  $V(s)$  gerilimine göre ses bobini içindeki  $I(s)$  akımı şu şekilde verilir.

$$I = \frac{V - E}{R + sL} \quad (7.3.32)$$



Şekil 7.12 Örnek 7.3.2 için hoparlör yapısı

burada E ters EMK kuvvetidir.

$$E = ksX \quad (7.3.33)$$

Bobin üzerindeki güç;

$$F = kI \quad (7.3.34)$$

Ve mekanik hareketi ifade eden eşitlik;

$$F - \lambda X = Ms^2X \quad (7.3.35)$$

(7.3.32) ve (7.3.35) eşitliklerini birleştirirsek  $X(s)/V(s)$  transferi şu şekilde olur.

$$\frac{X}{V}(s) = \frac{k}{LM \left[ s^3 + \frac{R}{L}s^2 + \frac{(L\lambda + k^2)R}{LM}s + \frac{R\lambda}{LM} \right]} \quad (7.3.36)$$

$$\frac{X}{V}(s) = \frac{k}{MR \left[ s^2 + \frac{k^2}{RM}s + \frac{\lambda}{M} \right]}$$

(a)  $L=0$  ise transfer fonksiyonu şu şekilde olur;

$$\frac{X}{V}(s) = \frac{41.66}{s^2 + 208.3s + 23333}$$

Değerleri yerine koyarsak;

$$\frac{X}{V}(s) = K \frac{\omega_n^2}{s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2}$$

Standart form ile karşılaştırsak;

$$2\zeta\omega_n = 208.3, \quad \zeta = 0.68$$

$$K = 41.66 / \omega_n^2 = 0.00178$$

Ve böylece basamak tepkisi eşitlik (7.3.31)'den direkt olarak yazılabilir;

$$\omega_n \sqrt{(\zeta^2 - 1)} = 112 \text{ rad/s}, \quad \zeta\omega_n = 103.8$$

$$\tan^{-1} \frac{\sqrt{(\zeta^2 - 1)}}{\zeta} = 47.14^\circ$$

Giriş basamağının büyüklüğü 10V tur ve tepkiyi tanımlayan eşitlik eğer yer değişimi mm olarak ifade edilirse daha uygun bir şekilde aşağıdaki gibi yazılabilir;

$$x(t) = 17.8[1 - 1.364e^{-103t}\sin(112t + 47.14^\circ)]$$

(b) Ses bobin endüktansı dahil edildiğinde

Eşitlik (7.3.36)'nın transfer fonksiyonu şu şekilde olur.

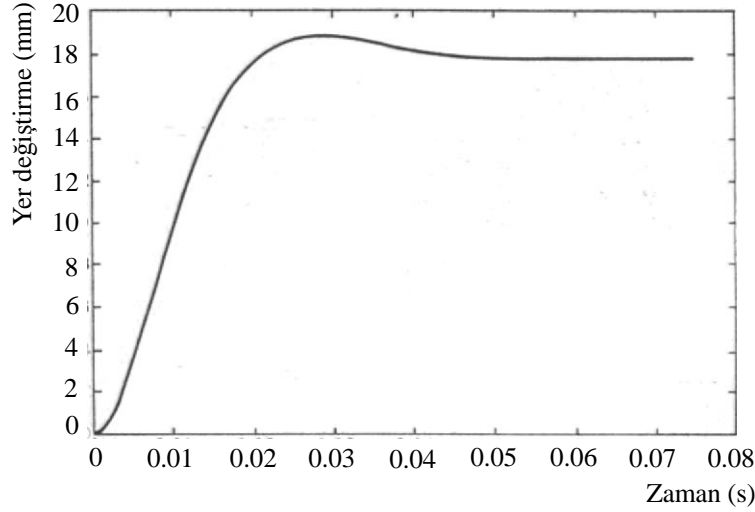
$$\frac{X}{V}(s) = \frac{0.333 * 10^6}{s^3 + 8 * 10^3 s^2 + 1.69 * 10^6 s + 0.186 * 10^9}$$

Bu transfer fonksiyonunun paydası bir kısmi kesir genişlemesi elde etmek için çarpanlarına ayrılması gerekmektedir. Paydayı 0 a eşitlersek analitik olarak çözülemeyen bir kübik eşitlik elde ederiz. Gerçek bir kök deneme ve hata metotları yardımıyla bulunamaz (daha yüksek dereceli eşitlikler için kök bulmanın bilgisayarlı metodu gerekli olabilir) ve bu s=-7786 da olur. Bu paydası çarpanlara ayrılmış bir şekilde transfer fonksiyonunu verir.

$$\frac{X}{V} = \frac{0.333 * 10^6}{(s + 7786)(s^2 + 214s + 24 * 10^3)}$$

10V luk bir giriş basamağına tepki için V(s)=10/s ve X(s) kısmi kesirler halinde şu şekilde elde edilebilir.

$$X(s) = 17.81 * 10^{-3} \left[ \frac{1}{s} - \frac{0.4072 * 10^{-3}}{(s + 7786)} - \frac{s + 217}{s^2 + 214s + 24 * 10^3} \right]$$



**şekil 7.13** Basamak girişe hoparlörün tepkisi

Birinci ve ikinci terimler basamağın ve üsler fonksiyonun Laplace dönüşümü olarak kabul edilebilir. 3. terimin tersi terimi aşağıdaki gibi yeniden yazarak elde edilebilir.

$$\frac{s + 217}{(s^2 + 214s + 24 \cdot 10^3)} = \frac{(s + 217)}{(s + 107)^2 + (112)^2} + \frac{0.982 \cdot 112}{(s + 107)^2 + (112)^2}$$

Terslersek ;

$$\begin{aligned} x(t) &= 17.8[1 - 0.4072 \cdot 10^{-3} e^{-7786t} - e^{-107t} (\cos 112t + 0.982 \sin 112t)] \\ &= 17.8[1 - 0.4072 \cdot 10^{-3} e^{-7786t} - 1.401 e^{-107t} \cos(112t - 44.4^\circ)] \end{aligned}$$

Burada yer değişimi mm dir.

Eğer tepkiler, ses bobin endüktansı hesaba katılmış veya katılmamış, grafiksel olarak çizilirse kullanılabilecek ölçekler üzerinde seçilemez. Bu yüzden şekil 7.13'te sadece tek bir tepki gösterilmiştir ve bu her iki durumda da uygulanabilir.

## 6.7 z Dönüşümü

Laplace dönüşümününün ayrık sistemlere uygulanabilen bir eşdeğeri olmalıdır. Bu eşdeğer z dönüşümüdür. Ayrık Fourier dönüşümünde olduğu gibi z dönüşümü bir zaman dizisinin ve bir noktalar kümesi şeklinde ifade eden ve bunları karmaşık sayılar kümesine dönüştüren matematiksel bir işlem olarak görülebilir. Fakat örneklenmiş bir sinyalin Laplace dönüşümü yardımıyla z dönüşümüne yaklaşılarak daha iyi bir fiziksel bakış elde edilebilir.

## 6.8 Örnekleme ve z Dönüşümü

Örnekleme sürekli bir sinyalin ayrık bir sinyale dönüştürölme işlemidir. Bu çoğunlukla doğal olarak bir işlem içinde meydana gelir, örneğin; kandaki çeker seviyesinin değişimini algılayan bir testte hastadan her 15dk'da bir kan örneğinin alınması. Bilerek de uygulanabilir, yani; sürekli bir sinyalin dijital bilgisayarda ifade edilebilmesi için ayrık bir sinyale dönüştürölmesi gibi...(dijitalleştirme genlik seviyesinde de olur.) Örnekleme işlemini ifade etmek için matematiksel bir model geliştirmek için şekil.7.23'te gösterilen basit anahtarını inceleyin. Anahtar periyodik olarak T örnekleme aralığında kapanır ve T'den küçük bir  $\Delta t$  zamanı boyunca kapalı kalır.

Böyle bir anahtara  $x(t)$  sürekli sinyalinin uygulanması sonucunda dar pals serisi elde edilir. Palslerin genişliği  $\Delta t$  olacaktır. Fakat genlikleri palsten pulse ve ilgili palsin süresine bağlı olarak değişir. Böyle bir pals serisinin matematiksel tanımı karmaşık olacaktır, daha faydalı bir tanımlama kısa palslerin her birini  $x(nT)$   $\Delta t$ 'ye eşit güce sahip impulsler şeklinde incelemektir (genlik  $x(nT)$  sabit değeri olarak alınmıştır). Böyle bir idealleştirilmiş örnekleme işlemi impuls örnekleme olarak bilinir ve sonuç sinyali  $x^*(t)$  (karmaşık eşlenik ile karıştırmayın) şeklinde gösterirsek;

$$x^*(t) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} x(nT)\delta(t - nT)\Delta t$$

Bu sinyalin Laplace dönüşümü  $X^*(s)$  şu şekildedir.

$$X^*(s) = \int_0^{\infty} \sum_{n=-\infty}^{+\infty} x(n)\delta(t - nT)\Delta t e^{-snT} dt$$

İmpulsün kesinlik özelliğinden dolayı bu ifade şu şekle dönüşür.

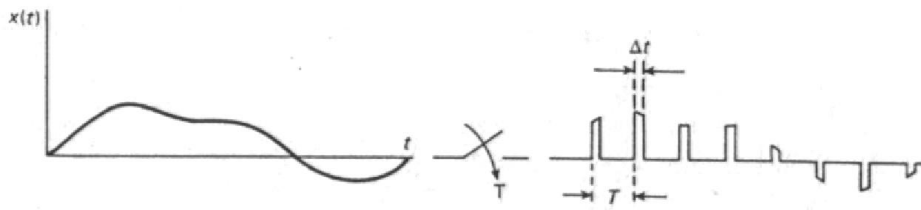
$$X^*(s) = \Delta t \sum_{n=0}^{+\infty} x(n)e^{-snT}$$

Eşitlik (7.5.1)  $z = e^{sT}$  veya  $z^{-1} = e^{-sT}$  değişimi yapılarak basitleştirilebilir.

$$X^*(s) = \Delta t \sum_{n=0}^{+\infty} x(n)z^{-n}$$

İfadenin aşağıdaki bölümü;

$$X^*(z) = \sum_{n=0}^{+\infty} x(n)z^{-n}$$



**Şekil 7.23** Örnekleme işleminin gösterimi

$x(n)$  dizisinin  $z$  dönüşümü olarak tanımlanır. (toplamanın alt limitini  $-\infty$  olarak belirlemek ve iki taraflı bir  $z$  dönüşümü elde etmek mümkün olsa bile bu kesin olarak tek taraflı bir  $z$  dönüşümüdür)  $\Delta t$  (örnekleme palsinin genişliği) faktörü dönüşüm tanımına dahil edilmemiştir. Bunun sebebi şunlardır.

- 1- Ölçeklendirme faktörü olarak kabul edilebilir ve sistemi izleyen örnekleme hızına kolayca birleştirilebilir.
- 2- Pratik sistemlerde çoğunlukla bir 'tutma devresi' bulunur. Bu, sinyali sonraki örnekleme anına kadar örnek değerinde tutar ve bu işlem  $\Delta t$ 'ye bağlı değildir.
- 3- Bir çok sinyal işleme uygulamasında bir küme depolanmış noktayı, istenen karakteristiğe sahip diğer bir kümeyle dijital olarak işlemek gereklidir. bu uygulamada pals genişliğini örnekleme hızının bir

anlamı yoktur ve eşitlik 7.5.2 ile belirtilen z dönüşümü daha yararlı bir gösterimi ve noktaları işlemeyi sağlar.

Z dönüşümünün ifadesini tekrarlırsak;

$$X(z) = \sum_{n=0}^{+\infty} x(n)z^{-n}$$

Aşağıdaki gösterim kullanılacaktır.

$$X(z) \leftrightarrow x(n)$$

$$X(z) = Z\{x(n)\}$$

$$x(n) = Z^{-1}\{X(z)\}$$

### 7.5.2 Dönüşümün Elde Edilmesi

Eşitlik (7.5.2) ile verilen dönüşümün ifadesini tekrar edersek;

$$X(z) = \sum_{n=0}^{+\infty} x(n)z^{-n}$$

Bunun sonsuz bir dizi olduğu görülmektedir.

$$X(z) = x(0) + x(1)z^{-1} + x(2)z^{-2} + \dots$$

Eğer x(n) sinyali yalnızca sınırlı sayıda noktalar için mevcut ise o zaman X(z)'nin şekli kolayca elde edilebilir.

#### 6.8.1 Birim örneğin z dönüşümü

Birim örnek için;

$$\begin{aligned} x(n) &= 1 & n &= 0 \\ &= 0 & \text{diğer durumlarda} \end{aligned}$$

Bu yüzden; eşitlik (7.5.2)'de yalnızca ilk terim bulunur ve ;

$$X(z) = 1$$

#### 6.8.2 Birim basamağın z dönüşümü

Birim basamak için;

$$\begin{aligned} x(n) &= 1 & n &\geq 0 \\ &= 0 & \text{diğer durumlarda} \end{aligned}$$

Şimdi  $X(z)$  için dizide sonsuz sayıda terim vardır.

$$X(z) = 1+z^{-1}+z^{-2}+\dots \quad (7.5.3)$$

$X(z)$ 'yi kapalı şekilde ifade etmek için eşitlik (7.5.3.)'ün dizileri ilk terimin birimi ve  $z^{-1}$  oranı ile geometrik bir işlem olarak düzenlenir.  $N$  tane terimin toplamı şu şekilde verilir.

$$S_N = \frac{1 - z^{-N}}{1 - z^{-1}}$$

Böylece;

$$X(z) = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1 - z^{-N}}{1 - z^{-1}}$$

Bu limitin bulunup bulunmadığı,  $N \rightarrow \infty$  iken  $z^{-N}$ 'nin davranışına bağlıdır ve bu sırayla  $z$ 'nin değerine bağlıdır.  $z$  değerlerinin bir sınırı vardır yani;  $z$  düzlemi içinde bir bölge, burada;

$$\lim_{N \rightarrow \infty} z^{-N} = 0$$

Bu bölgede  $z$  dönüşümü bulunmaktadır ve şu şekilde verilir.

$$\begin{aligned} X(z) &= \frac{1 - z^{-N}}{1 - z^{-1}} \\ &= \frac{z}{z - 1} \end{aligned}$$

Her  $z$  dönüşümü (laplace dönüşümünde olduğu gibi) dönüşümün bulunduğu karmaşık düzlemin bir bölgesiyle ilgilidir.

Dönüşümlerin hepsi benzer hesaplamalar yardımıyla elde edilebilir. Fakat Laplace dönüşümünde olduğu gibi genellikle ilk prensiplerden dönüşümü elde etmeye gerek yoktur. Geniş dönüşüm tabloları bulunmaktadır ve çok kullanılan fonksiyonların dönüşümleri tablo 7.3'te listelenmiştir.

**Tablo 7.3**  $z$  dönüşümünün kısa bir tablosu

Sinyal türü	$x(n)$	$X(z)$
Birim örnek	$\delta(n)$	1
Birim basamak ayrık	$u(t)$	$\frac{z}{z - 1}$
Birim basamak rampa	$n$	$\frac{z}{(z - 1)^2}$
Birim güç serisi	$a^n$	

Birim üstel	$e^{anT}$	$\frac{z}{z-a}$
Birim sinüs dalga	$\sin n\omega T$	$\frac{z}{z-e^{aT}}$
Birim kosinüs dalga	$\cos n\omega T$	$\frac{z \sin \omega T}{z^2 - 2z \cos \omega T + 1}$
		$\frac{z(z - \cos \omega T)}{z^2 - 2z \cos \omega T + 1}$

$$X(z) = \sum_{n=0}^{+\infty} x(n)z^{-n} \quad n < 0 \text{ tüm fonksiyonlar sıfır kabul edilmiştir.}$$

### 7.5.3 Z Dönüşümünün Kayma Teoremi :

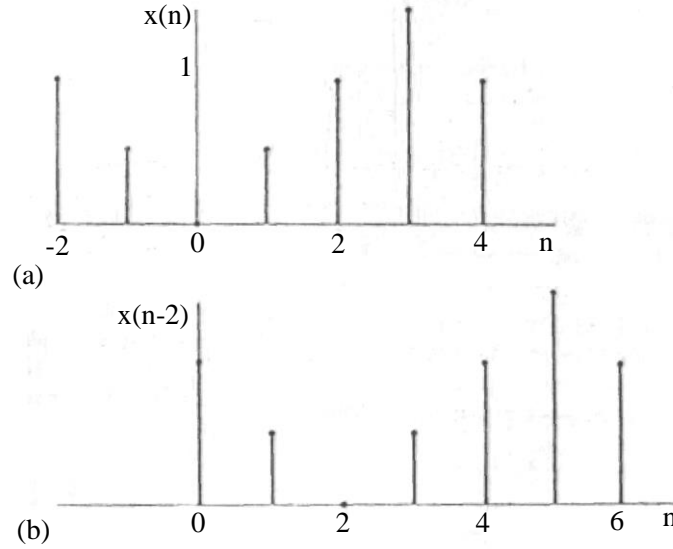
z dönüşümünün özellikleri ile ilgili bir çok teorem bulunmaktadır, bunlar çoğu durumlarda Laplace dönüşümünün uygun teoremlerine benzerdir. Bu teoremler, doğrusallık, katlama, ölçeklendirme ve diğer özelliklerle ilgilidir. Burada sistem analizine z dönüşümü uygularken çok faydalı olan yalnızca bir özellik elde edilecektir, bu, z dönüşümünün kayma özelliğidir.  $X(z)$  z dönüşümü olan bir  $x(n)$  zaman dizisini inceleyelim, bu dizi şekil 7.24(a)'da gösterilmiştir.  $x(n)$  dizisi,  $n = 0$ 'dan önceki değerler ile gösterilmiştir, bunlar, toplamın sınırları sıfır ve sonsuz olduğu için tek taraflı z dönüşümünü etkilemeyecektir. Şimdi, şekil 7.24(b)'de  $k = 2$  için gösterilen  $x(n-k)$  dizisini oluşturmak için  $k$  örnek noktasıyla geciktirilmiş diziyi inceleyelim. Geciktirilmiş dizinin z dönüşümü şu şekildedir;

$$Z\{x(n-k)\} = \sum_{n=0}^{+\infty} x(n-k)z^{-n} \quad (7.5.4)$$

Eşitlik (7.5.4)'te  $m = n - k$  değişimini yaparsak;

$$\begin{aligned} Z\{x(n-k)\} &= \sum_{m=-k}^{+\infty} x(m)z^{-(m+k)} \\ &= z^{-k} \sum_{m=-k}^{-1} x(m)z^{-m} + z^{-k} \sum_{m=0}^{+\infty} x(m)z^{-m} \\ &= \text{başlangıç şartı} + z^{-k}X(z) \end{aligned}$$





**Şekil 7.24** z dönüşümünün kayma özelliğinin gösterimi

Burada, başlangıç şart katkısı şu şekilde yazılabilir;

$$\text{Başlangıç şartı} = x(-k) + z^{-1}x(k+1) + \dots + z^{-k+1}x(-1)$$

Şekil 7.24'te görülen dizide,  $x(-1) = 1/2$ ,  $x(-2) = 1$ ,  $k = 2$  ve başlangıç şart terimi şu şekildedir:

$$1 + \frac{1}{2} z^{-1}$$

Eğer  $x(n)$  sinyali,  $n < 0$  için  $x(n) = 0$  özelliğine sahipse o zaman;

$$Z\{x(n-k)\} = z^{-k} X(z)$$

Z dönüşümünün bu özelliği, fark eşitliklerinin çözümü için bölüm 7.5.5'te kullanılacaktır.

## 6.9 z Dönüşümünün Tersisi :

Laplace dönüşümünde olduğu gibi,  $X(z)$  z dönüşümüne uygun bir  $x(n)$  zaman dizisi elde etme işlemi tersleme olarak bilinir. Laplace dönüşümünde kullanılan metot, fonksiyonu kısmi kesir genişlemesi yardımıyla standart şekillerin toplamı şeklinde ifade etmekten oluşmaktaydı. Sonra her terim direkt olarak dönüşüm tablosuna göre terslenebilmekteydi. Bu metot, küçük değişiklikler ile z dönüşümünün tersi için de kullanılabilir. Fakat, Laplace dönüşümünün tersi için kullanılan metotlarla bir paralellige sahip olmayan z dönüşümlerini terslemenin değişik metotları da vardır.

### 6.9.1 Kısmi kesir genişlemesi yardımıyla tersleme

z dönüşümünün tersini inceleyelim;

$$X(z) = \frac{z}{(z-1)(z-0.5)}$$

Bu, kısmi kesirler yardımıyla kolayca ifade edilebilir:

$$X(z) = \frac{2}{(z-1)} - \frac{1}{(z-0.5)}$$

Bu çok doğru olmasına rağmen, sağ taraftaki iki terim Tablo 7.3'te standart form olarak görünmemektedir. Bunlar, standart formlara dönüştürülebilir ama aşağıdaki prosedür uygulanırsa bu gerekli değildir.  $X(z)$ 'yi kısmi kesir terimlerinde ifade etmek yerine,  $X(z)/z$  için bir ifade elde edilebilir;

$$\frac{X(z)}{z} = \frac{1}{(z-1)(z-0.5)} = \frac{2}{(z-1)} - \frac{2}{(z-0.5)} \quad (7.5.5)$$

Sonra, eşitlik (7.5.5) z ile çarpılarak şu ifade elde edilebilir:

$$X(z) = \frac{2z}{(z-1)} - \frac{1z}{(z-0.5)} \quad (7.5.6)$$

Eşitlik (7.5.6)'nın sağ tarafındaki terimlerin ikisi standart formdadır ve zaman dizisi şu şekilde elde edilebilir :

$$x(n) = 2u(n) - 2(0.5)^n$$

diziyi şu şekilde verir:

$$0, 1, 1.5, 1.75, 1.875, \dots$$

## 6.9.2 Bir güç dizisi olarak genişleme

Z dönüşümünün ifadesi eşitlik(7.5.2) yardımıyla şu şekilde verilir :

$$X(z) = \sum_{n=0}^{+\infty} x(n)z^{-n} = x(0) + x(1)z^{-1} + x(2)z^{-2} + \dots$$

Bu, katsayıları  $x(n)$  dizisinin terimleri olan bir güç dizisidir. Eğer z dönüşümü, böyle bir dizi şeklinde yazılabilirse,  $x(n)$  değerleri direkt olarak katsayılardan elde edilebilir. Güç dizileri, pay ve payda polinomlarının direkt bölümünden elde edilebilir. Örnek olarak, kısmi kesir genişlemesi ile terslenmiş bir dönüşümü alırsak;

$$X(z) = \frac{z}{z^2 - 1.5z + 0.5}$$

Bir uzun bölüm olarak yeniden düzenlersek;

$$\frac{z^{-1} + 1.5z^{-2} + 1.75z^{-3}}{z^2 - 1.5z + 0.5z}$$

$$\frac{z + 1.5z^0 + 0.5z^{-1}}{1.5z^{-0} - 0.5z^{-1}}$$

$$\frac{1.5z^0 - 2.25z^{-1} + 0.75z^{-2}}{1.75z^{-1} - 0.75z^{-2}}$$

$$\frac{1.75z^{-1} - 2.625z^{-2} + 0.875z^{-2}}{1.875z^{-2} - \dots}$$

Böylece;

$$\frac{z}{z^2 - 1.5z + 0.5} = 0z^0 + 1.0z^{-1} + 1.5z^{-2} + 1.75z^{-3} + \dots$$

Ve x(n)'i veren katsayılar şu şekildedir;

$$x(n) = 0, 1, 1.5, 1.75, 1.875, \dots$$

z dönüşümünü terslemenin üçüncü bir metodu, bunu ifade eden fark denkleminin sayısal çözümü yardımıyla.

### 6.9.3 Fark Denklemlerinin Çözümünde z Dönüşümünün Kullanılması :

Doğrusal bir ayrık sistem, genel olarak fark denklemi şeklinde yazılır.

$$a_0y(n) + a_1y(n-1) + \dots + a_ky(n-k) = b_0x(n) + b_1x(n-1) + \dots + b_lx(n-l) \quad (7.5.7)$$

Burada, x(n) ve y(n) giriş ve çıkış sinyallerini ifade eder. Böyle bir eşitliğe sayısal bir çözüm bulmak için algoritmik bir metot kullanılabilir. Şimdi z dönüşümünün nasıl çözümün kapalı bir şeklinin elde edilmesi için kullanılabileceği gösterilecektir.

Eşitlik (7.5.7)'deki tüm terimlerin z dönüşümü alınır ve gecikme teoremini başlangıç şartlarının hepsinin 0 olduğu kabulü ile kullanırsak;

$$a_0Y(z) + a_1z^{-1}Y(z) + \dots + a_kz^{-k}Y(z) = b_0z^{-1}X(z) + b_1z^{-1}X(z) + \dots + b_lz^{-1}X(z)$$

Bu şu şekilde yeniden düzenlenebilir.

$$\frac{Y(z)}{X(z)} = \frac{b_0 + b_1z^{-1} + \dots + b_lz^{-l}}{a_0 + a_1z^{-1} + \dots + a_kz^{-k}} \quad (7.5.8)$$

Bu Y(z)/X(z) oranı (sürekli sistemler için Laplace dönüşümü ile karşılaştırın) ayrık sistemlerin transfer fonksiyonudur. Sürekli sistemler için eşleniğiyle birlikte olduğu gibi transfer fonksiyonu herhangi bir belirli giriş sinyaline bağlı değildir ve tüm başlangıç şartlarının 0 olmasıyla tanımlanır.

$$\frac{Y(z)}{X(z)} = G(z)$$

O zaman

$$Y(z) = G(z)X(z)$$

Giriş sinyalinin z dönüşümü X(z)'yi bilirsek çıkış zaman dizisi Y(z)'nin tersi ile elde edilebilir.

Birim örneğin z dönüşümü birim olduğundan transfer fonksiyonu da birim pals girişine sistemin tepsisinin z dönüşümü olarak yorumlanabilir. Bu özellik, dönüşümün birim pals girişli bir sistemin transfer fonksiyonu olarak incelenmesi şeklinde başka bir z dönüşümünün terslenme metodunu verir. Transfer fonksiyonu gerekli zaman dizilerinin elde edilebilmesi için sayısal olarak çözülebilen bir fark denklemi şeklinde yorumlanabilir. Bir örnek olarak bir birim rampanın z dönüşümü inceleyelim; o zaman;

$$G(z) = \frac{Tz}{(z-1)^2}$$

$$= \frac{Tz^{-1}}{1-2z^{-1}+z^{-2}}$$

Bu fark denklemini şu şekilde ifade eder;

$$y(n) = Tx(n-1) + 2y(n+1) + y(n-2)$$

Girişi birim örnek olarak alırsak;

$$x(n) = 1 \quad n = 0$$

$$= 0 \quad \text{diğer durumlarda}$$

Sıfır başlangıç şartlarıyla birlikte  $y(-1) = 0$  ve  $y(-2) = 0$  dır, o zaman fark denkleminin sayısal çözümü şu şekildedir.

$$y(n) = 0, T, 2T, 3T, 4T...$$

z dönüşümünün çözümün kapalı bir formunu elde etmek için kullanılmasını açıklamak için bölüm 3'te açıklanan fark denklemlerini kullanan bir örnek verilecektir.

### Örnek 7.5.1

Bölüm 3'te sürekli bir sistemin tepkisi şu eşitlik ile tanımlanmıştı;

$$T \frac{dv_0}{dt} + v_0 = v_i$$

Bu denklem bir fark denklemi yardımıyla yaklaşık olarak değerlendirilmişti. Fark almak için iki yaklaşım kullanılarak fark eşitlikleri elde edilmiştir;

$$(a) \quad v_0(n) - \frac{T_1}{T+T_1} v_0(n-1) = \frac{T_1}{T+T_1} v_i(n) \quad (7.5.9)$$

$$(b) \quad v_0(n) - \left[ \frac{2T_1 - T}{2T_1 + T} \right] v_0(n-1) = \frac{T}{2T_1 + T} v_i(n) + \frac{T}{2T_1 + T} v_i(n-1) \quad (7.5.10)$$

Bu eşitliklerin her ikisi için, giriş  $n=0$  anında uygulanan 10V'luk bir basamak ve başlangıç şartları sıfırken çözümlerini bulunuz.  $T_1 = 1.0$  ve  $T = 0.1$  durumlarını kullanın.

**Çözüm:**

(a) Burada ;

$$\frac{T}{T+T_1} = 0.090909 \quad \frac{T_1}{T+T_1} = 0.90909$$

Ve eşitlik (7.5.9)'un z dönüşümünü alırsak ;

$$V_o(z) - 0.90909z^{-1} V_o(z) = 0.090909 V_i(z)$$

$V_i$  10V'luk bir basamaktan oluştuğu için  $V_i(z) = 10z/(z-1)$  dir.

$$\begin{aligned} V_o(z) &= \frac{0.090909}{1-0.90909z^{-1}} \frac{z}{z-1} \\ &= \frac{0.090909z^2}{(z-0.90909)(z-1)} \end{aligned}$$

$V_o(z)/z$  yi kısmi kesir olarak ifade edersek;

$$\frac{V_o(z)}{z} = 0.090909 \left[ \frac{1}{(1-0.90909)} \frac{1}{(z-1)} - \frac{0.90909}{(1-0.90909)} \frac{1}{(z+0.90909)} \right]$$

$$V_o(z) = 10 \left[ \frac{z}{z-1} - 0.90909 \frac{z}{z-0.90909} \right]$$

Tersini alırsak;

$$v_o(n) = 10[1 - 0.90909(0.90909)^n]$$

(b)  $\frac{2T_1 - T}{2T_1 + T} = 0.9047, \quad \frac{T}{2T_1 + T} = 0.0476$

Eşitlik (7.5.10)'un z dönüşümünü alırsak;

$$V_o(z) - 0.9047z^{-1} V_o(z) = 0.0476 V_i(z) + 0.9047z^{-1} V_i(z)$$

Yine  $V_i(z) = 10z/(z-1)$ 'i yerine koyarsak;

$$\begin{aligned} V_o(z) &= \frac{0.476(z+1)z}{(z-0.9047)(z-1)} \\ &= 0.476 \left[ \frac{21z}{z-1} - \frac{20z}{z-0.9047} \right] \end{aligned}$$

$$V_o(n) = 10[1 - 0.9524(0.9048)^n]$$

$v_o(n)$  için bu ifadeler tablo 3.2 ve 3.3'teki sayısal olarak elde edilen sonuçları kontrol etmek için kullanılabilir.

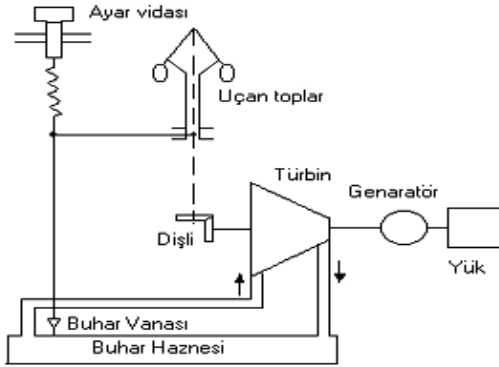
## 7 OTOMATİK KONTROL SİSTEMLERİ

### 7.1 Giriş

Bilim ve teknoloji ilerledikçe insan kas gücünün üretimdeki payı azaltılmaktadır. Üretimi, makine ile veya insan gücüyle diye ayırsak, sürekli makine tarafı artma eğilimindedir. Makinelerin kullanımı da yine insan denetimi yerine başka makineler veya teçhizatlar yardımıyla yapılmaya çalışılmaktadır. Bilgisayarlı takım tezgahlarında ( CNC ) neredeyse çalışan sistem üzerinde insan denetimi yok denecek düzeydedir. Üretilmek istenen ürünün şekli bilgisayar ile çizilerek, elde edilen şekil bilgisayar programına dönüştürülerek üretim yapılmaktadır.

Otomatik kontrol sistemleri, çalışan sistemlerin insan gücüne gerek kalmadan denetlenmesini, kontrol edilmesini konu olarak alır. Dünyada emek yoğun üretim pahalı bir üretim yöntemi haline gelmiştir. Otomasyon sistemi ile üretim, daha ekonomik olmaktadır. Üretimin her aşamasına hızlı bir şekilde girmeye devam ediyor. Böylece daha ucuz ve standardı önceden belirtilen ölçülerde üretim yapılabilir. İyi yetişmiş bir kalifiye elemanın manuel tezgahlarda 4 saatte ürettiği bir ürün, otomatik sistemlerde 7 dakika gibi kısa sürede üretiliyor. Arada 34 kat gibi bir fark var. Bu fark maliyet açısından kapatılmaz büyüklüktedir. Sağlık ve çevre koşulları dikkate alındığında bazı iş alanlarında insan çalıştırmak mümkün değildir. (Çok sıcak yerler, zehirli yerler, tehlikeli yerler gibi )

Otomatik kontrol sistemlerinin tarihi gelişmesine baktığımızda ilk olarak buhar makinelerini görürüz. Burada buhar makinesinin hızı otomatik olarak denetlenmektedir. Buhar makinesinin hızı arttıkça makinenin miline bağlı uçar toplar merkez kaç kuvvetinden dolayı yukarı çıkar. Uçar topların hareketi mil üzerine yerleştirilmiş kaygan mekanizmayı harekete geçirerek yukarı kaymasını sağlar. Bunun yukarı kayması buhar kanalını kontrol ederek buhar makinesine giden buhar miktarını azaltarak hız artışını engeller. Aynı şekilde buhar makinesinin devri azalınca uçar toplar aşağıya doğru inmek ister. Buna bağlı mekanizma aşağı kayar, bu da buhar valfini kontrol ederek buhar girişini artırır. Böylece buhar makinesinin hızı insan denetimine gerek kalmadan yapılmıştır.



Şekil. Bir türbinin hız regülatörü

İkinci dünya savaşı esnasında insanlar için tehlikeli olan görevler, otomatik sistemlerle yapılmak istenmiştir. Pilotsuz keşif uçakları üzerindeki çalışmalar otomatik kontrol

sistemlerinin alanına girdiğinden bu dönemde çok büyük gelişmeler sağlanmıştır. Savaş sonrası, bu teknoloji üretime kaymış, iş gücü sıkıntısı çekilen alanlar ve emeğin pahalı olduğu alanlarda otomatik sistemler geliştirilmeye çalışılmıştır.



Bu çalışmalar sonucunda olumlu gelişmeler sağlanmıştır. Otomasyon sistemleri düşüncesi devamlı olarak üretimin her alanına artarak girmeye devam etmiştir. Üretim miktarında önemli artışlar sağlanmıştır. Bu gün gelişmiş ülkelere baktığımızda gelişmişliğinin temelinde, üretimi arttıran otomasyon sistemleri olduğu kolaylıkla anlaşılabilir. Dünya pazarında rekabet için, kalite ve fiyatın en önemli etken olduğu açıktır.

Servo-senkro sistemler olarak bilinen ya da servo mekanizmalar olarak da adlandırılan kontrol sistemi, mekanik bir hareketin pozisyonunu, konumunu ayarlama, kontrol etme işlemi olarak bilinir. Servo- senkro sistemlerin teorisi de yine otomatik kontrol sistemleri içerisinde yer alır. Servo sistemlerin anlaşılması için otomatik kontrol sistemlerinin temel prensipleri bilinmelidir.

Otomatik kontrol sistemleri içerisinde regülatörler, pozisyon kontrolleri, devir kontrolü, basınç,---gibi diğer fiziksel büyüklükler de vardır. Ancak, otomatik kontrol sistemleri içerisinde yer alan lineer diferansiyel denklemler ile açıklanan servo sistemler ile regülatörler arasında oldukça benzerlikler vardır.

## 7.2 Genel Tanımlar

**Sistem :** Belirli bir iş veya işlem için bir araya getirilmiş, birbirleri ile doğrudan ya da dolaylı etkileşimli elemanlar topluluğudur.

Bilgisayar denilince aklımıza klavye, fare, ekran, sistem ünitesi, yazıcı gibi fiziksel parçalar gelmektedir. İşte bu elemanların topluluğu sistemi oluşturmaktadır.

Otomatik kontrol, bir sistematik kavramdır. İçerisinde birden fazla bileşeni vardır.

**Kontrol sistemi :** Herhangi bir iş yapan birimin denetlenmesi amacıyla geliştirilen devrelerdir.

**Giriş:** Sistem içerisine akan, sistem tarafından işlenen işaretler, büyüklükler.

**Çıkış:** Sistem dışına çıkan,işlem görmüş işaretler, büyüklükler.

Örneğin, bir hidroelektrik santralında sisteme giriş olan büyüklükler su ise çıkış elektrik enerjisidir. Veya bir elektrik motorunun girişine uygulanan elektrik enerjisi sistemin girişi ise motor milinden elde edilen mekanik enerji sistemin çıkışıdır.

Bazen sistemlerin bir girişi yerine bir çok girişi olabilir. Bu tür sistemlere çok girişli sistemler denir. Yine aynı şekilde, sistemlerde birden fazla çıkış olursa o tür sistemlere çok çıkışlı sistemler denir.Otomatik kontrolün amacı , bir sistemde üretilen değişkenler üzerinde ayar yapmak , sistemin istenilen şekilde çalışmasını sağlamaktır.

Bir elektrik motorunu ele alalım. Motor sargıların gerekli olan elektrik enerjisini uyguladığımızda motor da bir mekanik dönme hareketi oluşur. Bu dönme hareketinin birimi devir/dakika 'dır. Motor boşa çalışırken,milin dönüşünü zorlaştıran hiçbir etki yoktur. Motor belirli bir devirle döner. Motora yük bağlanırsa, milin dönmesi zorlaşacaktır. Bu durumda motorun dönme hızında bir yavaşlama olur. Örneğin 1000 devir/ dakika ile dönen motorun devri yük miktarına göre 800 devir / dakikaya kadar düşer. Devirdeki bu değişme bazı iş kollarında sakıncalar yaratabilir. Makine boşa da çalışsa , yarı yükte veya tam yükünde de çalışsa hızında değişiklik istenmiyorsa bu motorun devrini sabit tutacak bir kontrol sistemine ihtiyaç var demektir. Bu örneğimize göre kontrol edilmek istenen büyüklük motorun dakikadaki dönüş sayısıdır.

Böyle bir kontrol sistemini geliştirmek için, kontrol edeceğimiz makinenin teknik özelliklerini bilmemiz gerekir. Örneğin makinenin azalan veya artan devir sayısı hangi giriş parametrelerine bağlıdır. Ya da hangi değerlere etki edilmelidir ki motorun yüklendikçe, düşme eğilimine giren devir sabit kalsın.

Başka bir örnek ise elektrik şebekemizde kullandığımız gerilimin değeri 220 Volt'tur. Alıcılarımızın normal çalışabilmesi için gerilimin sabit 220 voltta olması şarttır. Biliyoruz ki bütün üreteçlerin ortak özelliği, üzerinden çekilen elektrik enerjisi arttıkça çıkış gerilimleri azalır. Yük kalktıkça çıkış gerilimleri de artar. Elektrik şebekesinde çok büyük ve karmaşık enerji hareketleri olmaktadır. Her saniye içerisinde, elektrik kullanan aboneler alıcılarını rastgele bir şekilde çalıştırıp durdururlar. Bunun sonucunda 220 volt olarak istenen voltaj seviyesi, yük arttıkça azalır. Yük azaldıkça gerilim artar. Elektrik aboneleri arasında bir koordinasyon sağlanamayacağı açıktır. Her isteyen evindeki veya iş yerindeki elektriği istediği an kullanabilir. Bu durum, trafiğe bir sürü araç çıkmış ancak hiçbir kural olmadan herkes aracını istediği gibi kullanmak istediği ortama benzetebiliriz. Çok büyük kaoslar olacağı hiç şüphesizdir. Aynı kaos elektrik enerjisinin başına gelmektedir. Eğer gerilim regülatörleri kullanılmamış olsa idi, 220 volt istenen gerilim belki de 100 volt ile 500 volt arasında salınım yapacaktı. 100 volt ile 500 volt arasında sürekli değişen enerjiyi kullanmamız mümkün değildir. Kullandığımız bütün cihazlar hemen bozulur.

Bu örneğe göre kullandığımız elektrik enerjisinin istenen değeri, 220 volt'ta sabit olmasıdır. O halde kontrol etmek istediğimiz değişken gerilimdir. Burada bir kontrol sistemi geliştirmek için, elektrik enerjisi üreten üreteçlerin ve aradaki aktarma elemanlarının karakteristik özellikleri bilinmelidir. Hangi parametreleri kullanarak gerilim değişimini önleyebiliriz. Bu parametreler nasıl kontrol altına alınır. İşte otomatik kontrolün çalışma alanı budur. Otomatik kontrol sistemi bir devrede bir veya bir çok fiziksel büyüklüğün değişimini kontrol etmek amacıyla geliştirildiğine göre, iyi bir kontrol sisteminden beklenen çalışma aşağıdaki özellikleri yerine getirmelidir.

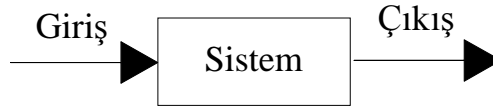
- 1)** Sistem de meydana gelen herhangi bir bozucu etkiden sonra bile değişkenin değeri set değerinden minimum şekilde sapma olmalıdır. Çalışan sistemler, sürekli bozucu etkiler altındadır. Örnek elektrik motorunun aniden yüklenmesi veya aniden üzerindeki yükün kalkması gibi. Yine elektrik motorunun sargılarına uygulanan gerilimin ani değer değiştirmesi bozucu etki olarak ifade edilir.
- 2)** Bozulma sonunda , normal çalışmaya en kısa zamanda dönebilmelidir. Örneğin elektrik motoru ani bir bozucu etki ile karşılaşmışsa, buradaki devir regülatörü, bu değişimi hemen hissetmelidir ve hemen düzeltici önlemi almalıdır. Burada istenen, bozulma ile normale dönme arasındaki zaman çok kısa olmalıdır.
- 3)** Çalışma şartlarında meydana gelen değişmelerden ötürü olacak sapma set değerinden minimum seviyede olmalıdır. Yine örneğimizi elektrik motoru ile sürdüreceğiz olursak, motorun yükündeki değişme veya giriş gerilimindeki değişimler bir devir değişikliği yaratacaktır. Ancak bu durum da istenen, her ne kadar değişim olsa da istenen değerden çok uzak olmamalıdır. Yani set değerine yakın olmalıdır.

### 7.3 Kontrol Sisteminin Türleri

Sistemlerin çalışmasına göre iki tip kontrol sistemi vardır.

- 1) Açık çevrim kontrol sistemi
- 2) Kapalı çevrim kontrol sistemi

### 7.4 Açık Çevrim Kontrol Sistemi



Şekil. Açık çevrim kontrol sistemi

Açık çevrim kontrol sisteminde giriş bağımsız bir değişkendir. Çıkışın, giriş üzerinde hiçbir etkisi yoktur. Çıkış, girişin bir fonksiyonudur. Örneğin bir elektrik motoruna elektrik enerjisini bir şalter üzerinden uyguladığını düşünelim. Motorun dönme hızı ile şalterin çalışması arasında hiçbir denetim yoktur. Bu durum da şalter motoru durdurup çalıştırma görevi yapar. Elektrik motorunu yüklediğinde devri düşer, şalter burada devrin düşmesini önleyici bir tedbir almaz. Böyle bir görevi yoktur. Ancak piyasada kullanılan değişik tiplerde şalterler vardır. Bunlar motorun aşırı yüklenmesinden dolayı koruyucu özelliği olan şalterler vardır. Bu tip şalterler, aşırı akım röleleri ile birleştirilmiş şalterlerdir. Tabi ki istenirse giriş gerilimine göre de motoru durdurup çalıştıran şalterler yapılabilir.

Başka bir örnek ise, bir trafik kavşağında trafiğin denetlenmesi açık kontrol sistemine göre yapıldığında, kavşaktaki trafik sinyali hep aynı periyotlarda çalışacaktır. Kırmızı 40 saniye yanıyor, yeşilde 40 saniye yanıyor, günün her saatinde aynı çevrim sürüp gidecektir. Kavşaktaki trafik yoğunluğu ile ilgili hiçbir denetim yoktur.

Kuruluşu ucuz bir kontrol yöntemidir fazla bilgi gerektirmez. Ancak işletilmesi her zaman ucuz değildir. Örneğin trafik sinyalizasyonu örneğini ele alalım. Açık çevrim kontrol sistemi ile iyi bir trafik sinyalizasyonu yapmanın imkanı yoktur. Kötü bir sinyalizasyon ise, yolların verimli kullanılmamasına, yakıt masrafının fazla olmasına, gürültü kirliliğinin artmasına, zaman kaybına, strese ve trafik kazalarına neden olduğu düşünülürse ilk kuruluş masrafının ucuz olmasının hiçbir anlamı kalmaz.

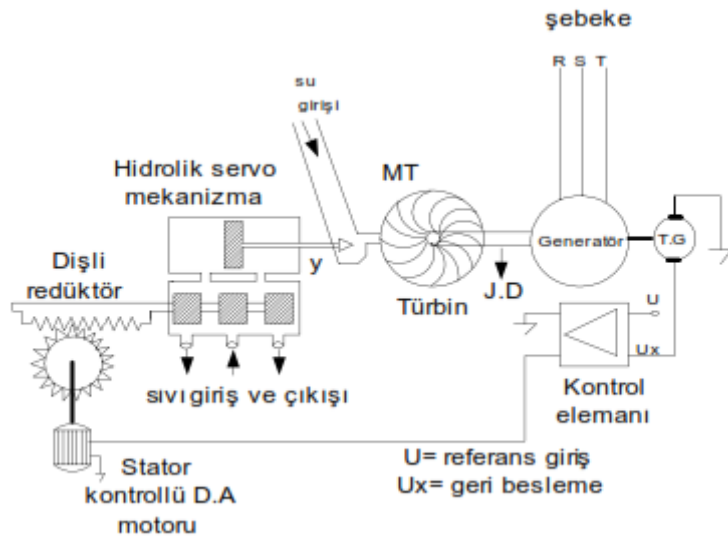
## 7.5 Kapalı Çevirim Kontrol Sistemi

Bu tip kontrol sisteminde çıkış, yalnızca girişin bir fonksiyonu değildir. Çıkıştan alınan bir geri besleme ile giriş her zaman kontrol altına alınır. Çıkış, giriş ile geri beslemenin toplamının bir fonksiyonudur. Diğer bir deyişle bu tip sistemlerde çıkış girişi denetlenmektedir, geri besleme işlemi vardır.

Trafik sinyalizasyonu örneğini tekrar ele alalım. Kapalı çevrim kontrol sistemi uygulanırsa trafik akışı nasıl olur. Trafiğin denetlenmesi yine ışıklarla olacak ama, yoldaki trafik yoğunluğu da her zaman sensörler yardımı ile ölçülecektir. Sensörler den alınan ölçüm sonucuna göre trafiğin yoğun olduğu tarafa daha fazla yeşil yakarak trafik sıkışıklığı önlenir. Ayrıca, hep aynı güzargah üzerinde seyreden taşıtlar, şehir içi hız limitlerinde gittiği zaman tekrar tekrar kırmızı ışığa yakalanma ihtimali azaltılır. Bu örnekte sinyalizasyonun çalışma zamanlaması sistemin girişi ise, taşıtların durumu da çıkıştır. O halde iyi bir çıkış için yolun doluluk ve boşluk oranları dikkate alınarak zamanlama değiştirilebilmelidir.

Başka bir örnek olarak bir hidroelektrik santralini bir sistem olarak düşünelim. Sistemin girişi su, çıkışı ise elektrik enerjisidir. Örneğimizi biraz daha somutlaştırmak için sayısal değerler verelim. 100MW'lık bir generatörü döndüren türbine akan su miktarının debisi de 100 birim ile ifade edelim. Günün her saatinde türbin aynı güç talebiyle karşılaşmayacaktır. Bazen talep 100 MW ise bazen 50 MW'ta düşecektir. Türbine giren su miktarı her zaman 100 birim olmamalıdır. Talep 50 MW ise su girişi de 50 birime düşmelidir. Aksi halde su kullanımı açısından ekonomik olmadığı gibi türbin devri de sabit kalmaz. Gerçekte, talep normal sınırlar içinde iken türbin devri hep sabit kalmaktadır. Eğer türbin devri sabit kalmazsa üretilen enerjinin frekansını 50 Hz' de sabit tutulamaz. Şebeke frekansı türbin devrine bağlıdır.

Elektrik abonelerinin kullandığı elektrik miktarına göre üretim sürekli değişim içerisinde olmaktadır. Abonelerin elektrik yük talebi, generatörü döndüren türbine yük olarak binmektedir. Talep arttıkça, türbine binen yük miktarı artmaktadır. Türbin hep aynı devirde dönmesi için, su girişi de artmalıdır. Talep azaldıkça, türbinden yük kalkıyor, dolayısıyla hız yükselmemesi için su girişi azalmalıdır. Burada, yükün değişimine göre, türbine giren su miktarı da değişmektedir.



Şekil. Türbin devir regülatörü

Türbinin hızı tako generatör yardımıyla sürekli ölçülmektedir. Ölçülen hız gerilime dönüştürülerek geri besleme olarak uygulanmaktadır. Devir yükselme eğilimine girdiğinde tako generatörde üretilen gerilim de yükselir. Devir düşünce tako generatördeki gerilim de

düŖer.

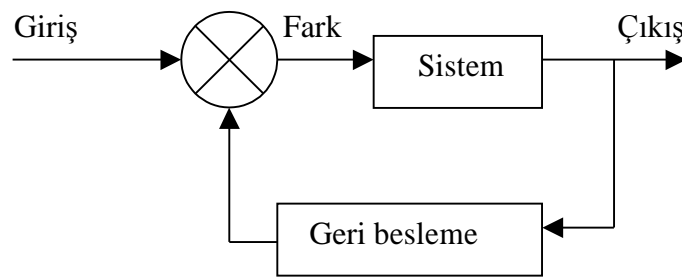
Ŗekildeki devrede, tako generatörde elde edilen geri besleme gerilimi kontrol elemanına uygulanmıŖtır. Kontrol elemanının iki giriŖi bulunmaktadır. Bunlardan bir tanesi referans giriŖi diğeri ise geri besleme giriŖidir. Geri besleme sinyali referans giriŖini azaltır yöndedir. Türbinin hızı su giriŖ miktarına bağlıdır. Çok su giriŖi olursa devir yükselir, su azalırsa devir azalır. Devri etkileyen diğeri faktör ise generatörden çekilen elektrik akımıdır. Çekilen akım arttıkça türbinin devri azalır, akım azaldıkça türbin devri yükselir.

Devremizde bilmemiz gereken diğeri elemanların çalışması ise, stator kontrollü doğru akım motoru, buna bağlı olarak çalışan hidrolik servo sistemdir. Stator kontrollü d.a. motorunun statoruna gerilim uygulandığında bir dönme hareketi üretilir. Bu hareketin yönü ise doğru akımın yönüyle ilgilidir.

Hidrolik servo mekanizmanın çalışması: Motorun hareketi diŖli sistemi ile doğrusal hale getirilir. DiŖlinin hareketi bir sıvı valfini kontrol etmektedir. İleri geri hareketi ile sıvının silindir içersindeki hareketinin yönünü ve miktarını sağlar. Silindir içersinde bulunan pistonu hareket ettirir. Piston, su giriŖindeki vanayı kontrol ederek türbine giren su ayarlanır. (Su giriŖ kontrolü türbin üzerindeki kanatçıkların hareket açısı deėiŖtirilerek de yapılabilir.)

Generatörden çekilen enerji azaldıkında, türbin devri yükselecektir. Buna bağlı olarak tako generatörün ürettiği gerilim artacak ve referans geriliminde fazla olacağından kontrol elemanı motora enerji gönderecektir. Motor gelen enerji miktarı kadar hareket ederek diŖliyi sağa doğru döndürecek. Buna bağlı olarak valf içersindeki sıvı, silindir içersine pistonu sağa itecek yönde bir hareket oluŖturacaktır. Pistona bağlı savak su giriŖini azaltacaktır.

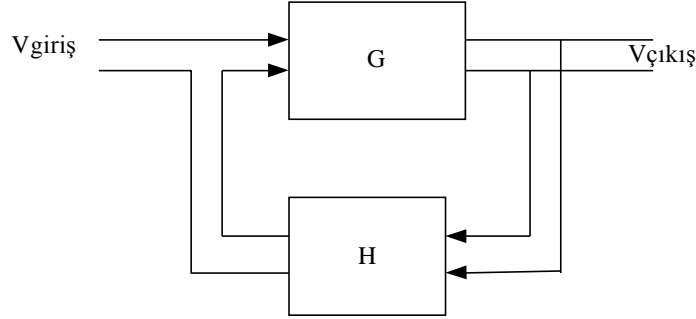
Generatörden çekilen akım arttığında, türbinin devri yavaşlayacak, geri besleme sistemi su giriŖini arttırarak devirdeki deėiŖimi engelleyecektir. Böyle bir otomatik kontrol sistemi ile türbin devri denetlenir. Her yük deėiŖiminde türbin devrinde de bir deėiŖim yaratacak ancak bu deėiŖim %3, %4 civarında olmaktadır. Bunun anlamı Ŗebeke frekansı tam 50Hz yerine,49-51Hz aralığında deėiŖir demektir. Ancak açık çevirim kontrol sistemi uygulanırsa deėiŖim %40 'lara çıkar buda 30Hz ile 70Hz arasında deėiŖim anlamına gelir. Bu kadar geniş bir aralıktaki frekansı deėiŖen bir elektrik enerjisi kullanılamaz.



**Ŗekil.** Kapalı Çevrim kontrol sistemi

Bu tür kontrol sisteminde çıkıŖ, giriŖ ile geri besleme sinyali farkının bir fonksiyonudur.

## 7.6 Geri Besleme Çeşitleri



Şekil. Geri beslemeli bir yükselteç devresi

Çıkıştan alınan geri besleme sinyali girişi, arttıracak şekilde uygulanırsa buna pozitif geri besleme denir. Giriş sinyalini azaltacak yönde uygulanırsa negatif geri besleme adını alır. Otomatik kontrol sistemlerinde negatif geri besleme kullanılır. Çünkü otomatik kontrol sistemlerinde esas amaç her hangi bir fiziksel büyüklüğü kontrol altına almaktır.

Çıkıştan alınan sinyal girişi arttıracak şekilde uygulanacak olursa, giriş artınca çıkış artar, çıkıştan alınan geri besleme sinyali artarak sürekli girişi artırır. Dolayısıyla çıkışta sürekli artış içerisinde olacaktır. Bu artış bir süre sonra sistemin çıkışını sifıra götürüp, tekrar salınım yaparak devamlı kararsız çalışacaktır.

Pozitif geri besleme osilatörlerde kullanılır. LC tank devresinde salınımlar esnasında kaybolan enerjiyi takviye amacıyla geri besleme yapılır. Sönümsüz osilasyon ancak pozitif geri besleme ile elde edilir.

Çıkıştan alınan sinyal girişi azaltacak yönde uygulanırsa bu tip geri beslemeye negatif geri besleme denir. Sistem girişi ve geri besleme oranı herhangi bir değere ayarlanır, ve bu değer sabit olması istenir. Sistemde bir değişme olmazsa çalışmasını ayarlandığı gibi sürdürür. Dışarıdan gelen bir bozucu etki sonunda çıkışta bir azalma olursa, bu azalma geri besleme sinyalini de azaltacaktır. Girişteki değer ile geri besleme arasındaki değer artacak ve yükseltici devresine daha büyük bir sinyal gireceğinden, çıkıştaki azalmayı önleyecektir. Çıkış yükselecek olursa, geri besleme sinyali de yükselecek, girişi daha fazla azaltarak çıkıştaki artışı önlemeye çalışacaktır.

$$\text{Negatif geri beslemeli sistemlerde} \quad TF \square \frac{G3}{1 \square G3H3} \quad (\text{aradaki işaret } +)$$

$$\text{Pozitif geri beslemeli sistemlerde} \quad TF \square \frac{G3}{1 - G3H3} \quad (\text{aradaki işaret } -)$$

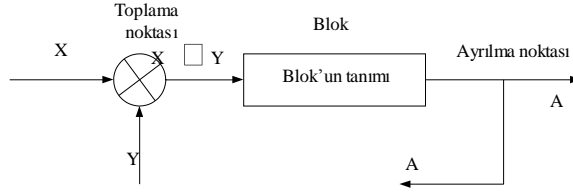
## 7.7 Blok Diyagramları

Bir kontrol sistemi bir çok elemanlardan oluşabilir. Sistemin türüne ve işlevine bağlı olarak eleman sayısı değişir. Kontrol sisteminde her bir eleman tarafından oluşturulan fonksiyonları göstermek için blok diyagramı olarak isimlendirilen bir diyagram kullanılır

Bir sistemin blok diyagramı, sistemin her bir eleman ya da eleman grubunun fonksiyonel veya sinyal akışının grafiksel gösterimidir. Blok diyagramı çeşitli elemanlar arasında varolan karşılıklı bağıntıyı tanımlar.

### 7.7.1 Blok diyagramı elemanları

Bir blok diyagramı bloklar,oklar,toplama noktaları ve ayrılma noktalarından (kol noktası) meydana gelmiştir. Blok diyagramında tüm sistem değişkenleri birbirine işlevsel (fonksiyonel) bloklar halinde bağlıdır.



Şekil. Blok Şema Elemanları

**a. Oklar:** bir blok diyagramının bloklarını ve diğer elemanları birbirine bağlayan ve sinyallerin akış yönünü gösteren işaretler olarak ele alınır. Okların yönü sinyallerin akış yönünü gösterir ve bir blok diyagramı içinde sinyaller yalnızca oklar yönünde olabilir.

**b. Toplama Noktaları:** Bir toplama noktası toplama işlemini belirten içi boş veya içine çapraz konmuş bir çemberle gösterilir. Toplama noktaları bir blok diyagramı içerisinde yerine getirdikleri işlevlere göre mukayese noktası veya hata sezici ve toplayıcı olmak üzere iki şekilde bulunurlar.

**c. Ayrılma Noktaları Veya Kol Noktaları:** Oklar ile temsil edilen sinyallerin kollara ayrıldığı ve bir bloktan ayrılan çıkış sinyalinin aynı zamanda diğer bloklara veya toplama noktalarına gittiği noktalarlardır.

### 7.7.2 Blok Diyagramının Temel Özellikleri

- Blok diyagramı gerçek sistemin sinyal akışını gösterir. Bu nedenle matematiksel yöntemle göre sistemi daha gerçekçi bir şekilde gösterir.
- Sistemin dinamik davranışı ile ilgili bilgiyi içermekte olup sistemin fiziksel yapısı ile ilgili herhangi bir bilgiyi içermez.
- Üzerinde enerjinin esas kaynağı açık bir şekilde gösterilmez.
- Ele alınan çözümlerin bakış açısına bağlı olarak bir sistem içinde farklı sayıda blok diyagramı çizilebilir.

### 7.7.3 Blok Diyagramlarının İndirgenmesi

Blok diyagramı indirgenmesinde amaç tüm sisteme ait transfer fonksiyonunu bir blok içerisinde göstermek ve böylece sisteme ait giriş çıkış bağıntısını elde etmektedir.

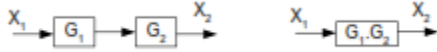
Blok diyagramının indirgenmesinde:

- Geri besleme yolu üzerinde transfer fonksiyonları çarpımı aynı kalmalı ,
- Geri besleme döngüsü içerisindeki,transfer fonksiyonu aynı kalmalı.

### 7.7.4 Blok Diyagramı İndirgeme Kuralları

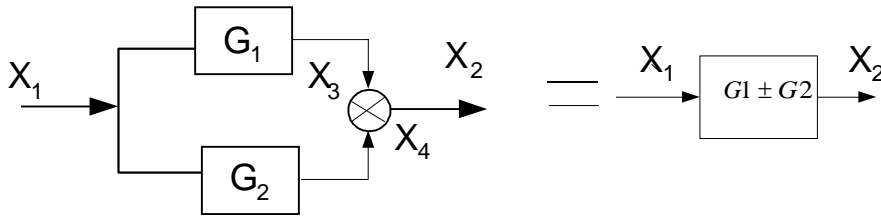
Karmaşık yapıdaki blok diyagramları aşağıda verilen basit indirgeme kuralları uygulanarak her giriş – çıkış arası tek bir blok'a indirgenebilir.

1)



$$X_2 = G_1.G_2.X_1$$

2)



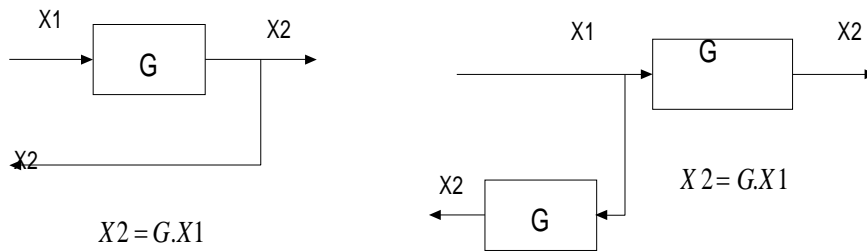
$$X_3 = G_1.X_1$$

$$X_4 = G_2.X_1$$

$$X_2 = X_3 + X_4$$

$$X_2 = X_1.(G_1 + G_2)$$

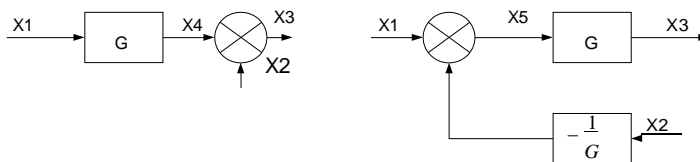
3)



$$X_2 = G.X_1$$

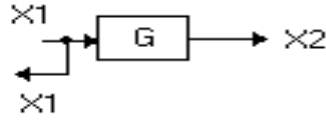
$$X_2 = G.X_1$$

4)

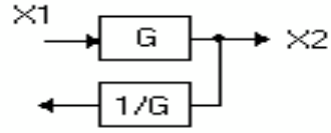


5)



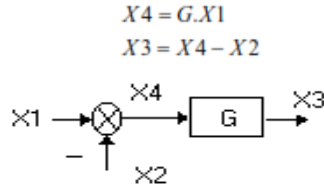


$$X2 = G.X1$$



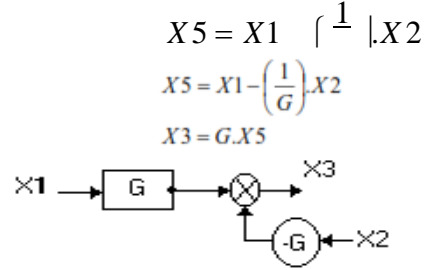
$$X2 = G.X1$$

6)



$$X4 = G.X1$$

$$X3 = X4 - X2$$

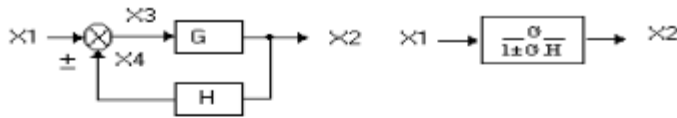


$$X5 = X1 - \left(\frac{1}{G}\right).X2$$

$$X5 = X1 - \left(\frac{1}{G}\right).X2$$

$$X3 = G.X5$$

7)



$$X4 = X1 - X2$$

$$X3 = G.X1 - G.X2$$

$$X3 = G.X4$$

$$X2 = G.X3 = G.(X1 - X4)$$

$$X3 = X1 + X4$$

$$X2 = G(X1 - X4) \dots X4 = H.X2$$

$$X4 = H.X2$$

$$X2 = G.(X1 - H.X2)$$

$$X2 = G.X1 - G.H.X2 \Rightarrow ..G.X1 - G.H.X2 - X2 = 0$$

$$G.X1 - X2.(1 + G.H) \dots \text{Buradanda } X2' \text{ yi } \text{ \u00e7e } \text{ker sek}$$

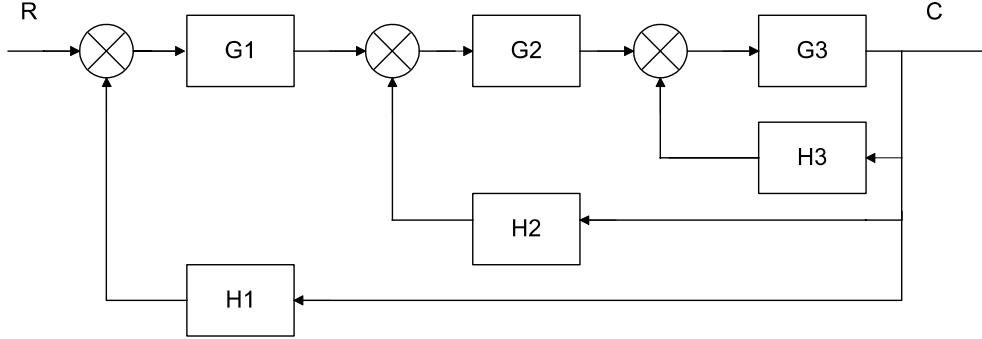
$$X2 = \left( \frac{G.X1}{1 + G.H} \right) = \frac{G}{1 + G.H} . X1 \text{ elde edilir.}$$

$$X2 = X1 . \frac{G}{1 + G.H}$$

### 7.7.5 Karmaşık Blok Diyagramlarının İndirgenmesi

Blok diyagramları bazen o kadar karmaşık bir hale gelir ki, sistemin tepkisini görebilmek veya inceleyebilmek açısından indirgemek gerekebilir. Sistemin eş değer transfer fonksiyonu bulunarak sistemin geneli hakkında bir yorum yapılabilir duruma getirilir Aşağıdaki örnekte karmaşık bir blok diyagramın indirgenmesi adım adım yapılacaktır.

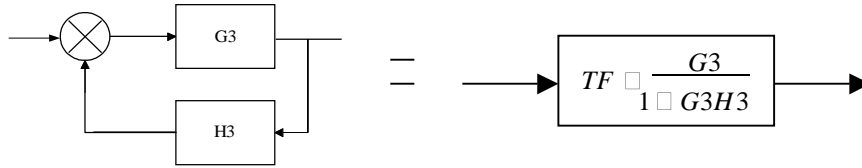
Örnek verilen blok diyagramını indirgeyerek transfer fonksiyonunu bulunuz.



Şekil. Karmaşık bir blok diyagram örneği

Çözüm için, blok diyagramında seri bağlı elemanlar, paralele elemanlar ve geri beslemeli bloklar aranır. Elektrik devrelerinde eşdeğer direncin bulunduğu gibi eşdeğer transfer fonksiyonun da bulunmasında işleme çıkış tarafında başlanarak girişe doğru ilerlenir.

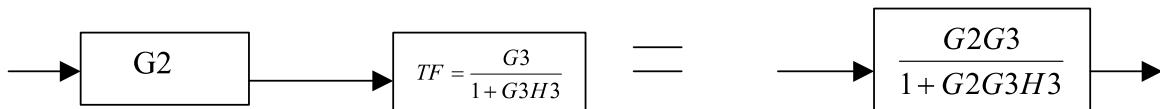
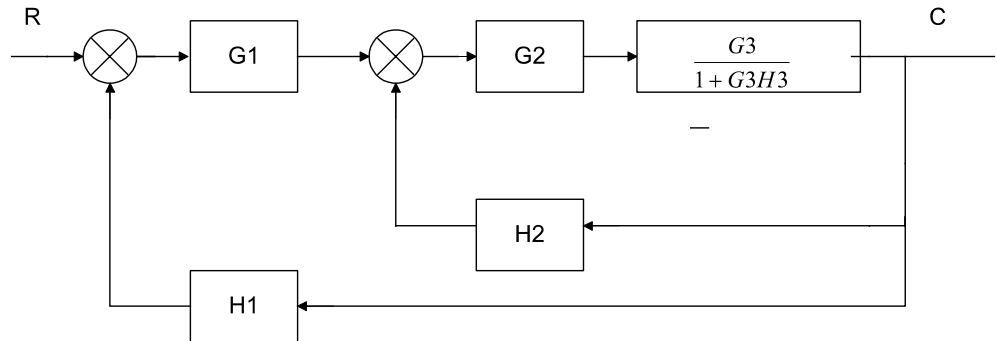
**Adım 1:**



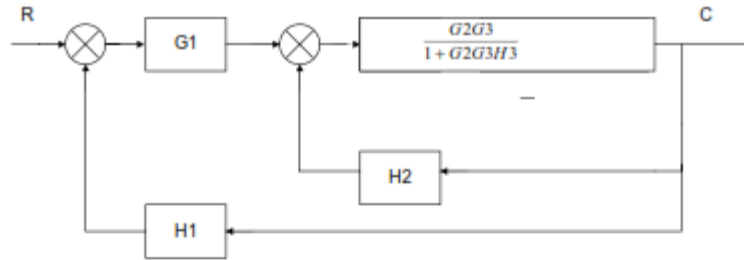
Bu tip geri beslemeli bir blokun transfer fonksiyonu

$$TF = \frac{G3}{1 + G3H3} \text{ tür}$$

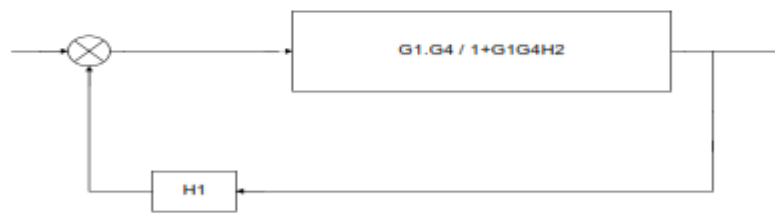
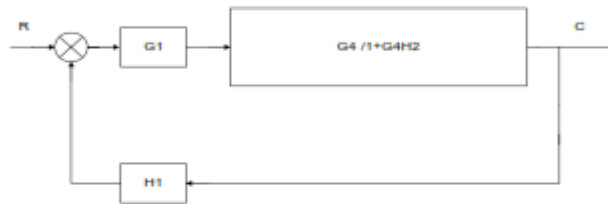
Blok diyagramımızı yeniden çizersek , blok diyagramı aşağıdaki gibi olur.



Seri hale gelen bloğun eşdeğeri alınır. Şimdi blok diyagramımızı yeniden çizelim.

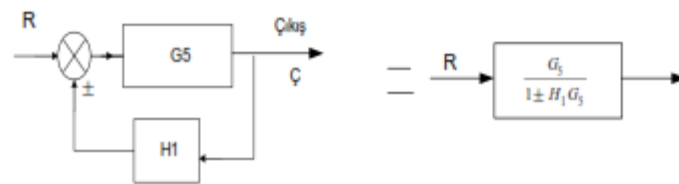


$$G_4 = \frac{G_2 G_3}{1 + G_2 G_3 H_3} \text{ dersek, } \frac{G_4}{1 + G_4 H_2}$$



$$G_s = \frac{G_1 G_4}{1 + G_1 G_4 H_2}$$

dersek, o zaman blok diyagramını yeniden çizelim.

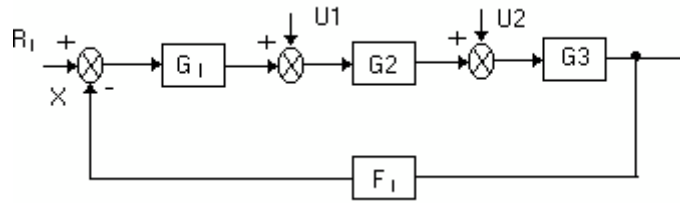


Devrenin eşdeğer transfer fonksiyonu =  $\frac{G5}{1 \square G5H1}$  olur.

### 7.7.6 Çok Girişli Tek Çıkışlı Kontrol Sistemine Örnekler

#### Örnek :

Verilen lineer devrenin eşdeğer transfer fonksiyonunu bulunuz.



Şekil. Çok girişli blok diyagram

#### Çözüm:

Devremiz lineer verildiğinden bir giriş haricinde tüm girişleri sıfır kabul ederiz. Aktif olan giriş için transfer fonksiyonunu bulunuz. Her bir giriş için transfer için aynı işlemi tekrarlayacağız.

**ADIM I-**  $U_1, U_2$  girişleri sıfır kabul edilerek R girişi için transfer fonksiyonunu

$$CR \square \frac{G2.G3}{1 \square G1.G2.G3.F1}$$

**ADIM II-**  $U_2 = R = 0$  kabul edilerek  $U_1$  için transfer fonksiyonunu bulalım.

$$CU1 \square \frac{G2.G3}{1 \square G2.G3.F1}$$

**ADIM III-**  $U_1 = R = 0$  kabul edilerek  $U_2$  için transfer fonksiyonunu bulalım.

$$CU2 \square \frac{G3}{1 \square G1.G2.G3.F1}$$

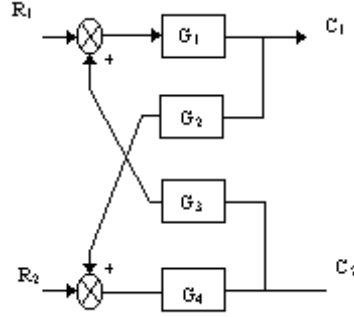
Eşdeğer transfer fonksiyonu hepsinin toplamına eşittir.

$$C \square CR \square CU1 \square CU2$$

$$C \square \frac{G1.G2.G3}{1 \square G1.G2.G3.F1} \square \frac{G2.G3}{1 \square G1.G2.G3.F1} \square \frac{G3}{1 \square G1.G2.G3.F1}$$

### Örnek :

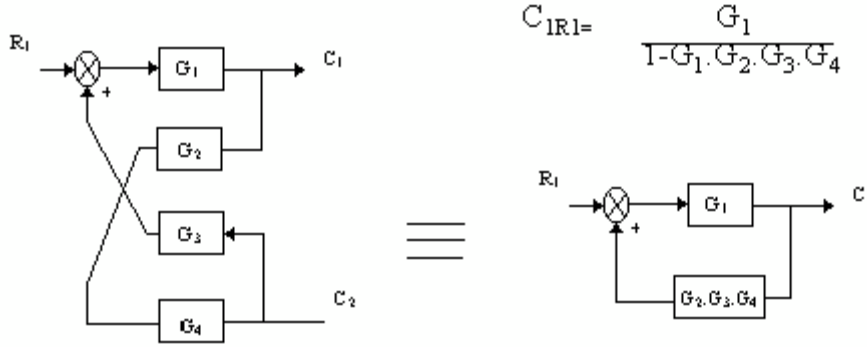
İki girişli iki çıkışlı kontrol sisteminin eşdeğer transfer fonksiyonunu bulunuz.



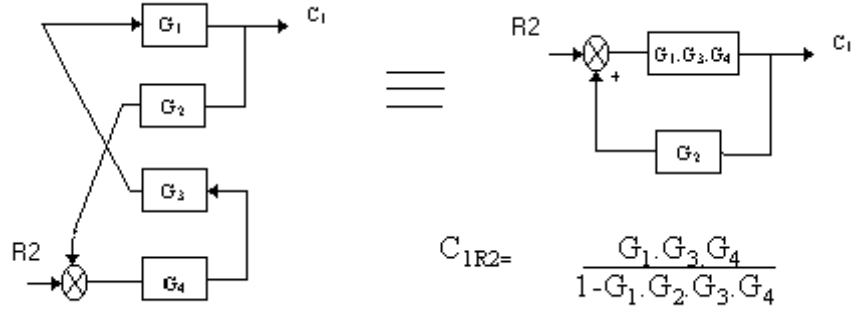
Şekil. İki giriş iki çıkışlı blok diyagram

Bu tip blok diyagramların eşdeğer transfer fonksiyonunu bulmak için ,her bir adımda bir giriş ve bir çıkış haricinde tüm giriş ve çıkışlar sıfır kabul edilerek her girişin her bir çıkışa göre transfer fonksiyonu bulunur. Örneğin bu devre de 4 adet transfer fonksiyonu bulunacak ,eşdeğer transfer fonksiyonu ise iki adet olacaktır. Her çıkışa göre transfer fonksiyonu olacaktır. Burada iki çıkış olduğuna göre iki adet transfer fonksiyonumuz olur.

**ADIM I:**  $R_2 = 0$  kabul edilerek,  $R_1$  'in  $C_1$  çıkışına göre transfer fonksiyonunun bulunması devreyi  $R_2$  ve  $C_2$  göz ardı ederek yeniden çizersek;



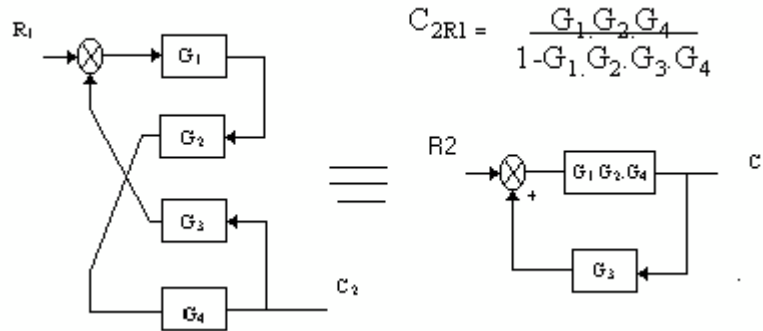
**ADIM II:**  $C_1$  çıkışını  $R_2$  girişine bulursak



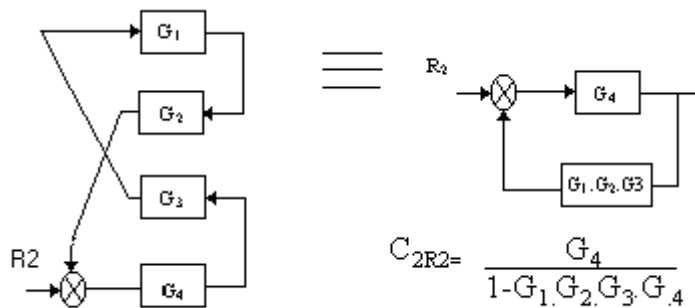
$$C_1 \square C_{1R1} \square C_{1R2} \square \frac{G_1}{1 - G_1 \cdot G_2 \cdot G_3 \cdot G_4} \square \frac{G_1 \cdot G_2 \cdot G_3}{1 - G_1 \cdot G_2 \cdot G_3 \cdot G_4} \quad C_{2R1} \square \frac{G_1 \cdot G_2 \cdot G_4}{1 - G_1 \cdot G_2 \cdot G_3 \cdot G_4}$$

**ADIM III;**

$C_2$  çıkışına göre transfer fonksiyonunu bulalım.  
Bu durumda,  $C_1$  göz ardı edilerek,  $R_2 = 0$  kabul edilir. Blok diyagramını çizersek;



**ADIM IV-;**  $R_2$  girişine göre  $C_2$  çıkışını bulalım .



$$C_2 \square C_{2R1} \square C_{2R2} \square \frac{G_1 \cdot G_2 \cdot G_3}{1 - G_1 \cdot G_2 \cdot G_3 \cdot G_4} \square \frac{G_4}{1 - G_1 \cdot G_2 \cdot G_3 \cdot G_4} \text{ olur.}$$

1 □ G1.G2.G3.G4 1 □ G1.G2.G3.G4

### 7.7.7 Kontrol Sistemlerinin Matematiksel Modelleri

Kontrol sistemlerinin analiz , tasarım ve boyutlandırılmasında tüm sistem dinamiğini tanımlayan, giriş ve çıkış bağıntıları ile durum değişkenlerini içeren diferansiyel ya da integro-diferansiyel denklemlerin elde edilmesi gerekir. Sistemin değişkenleri arasındaki bağıntılarını veren bu denklemlere otomatik kontrol sistemlerinin matematiksel modeli denir.

Elde edilen diferansiyel denklemler lineer ve sabit katsayılı ise çözümü Laplace transformu kullanılarak yapılabilir. Lineer olmayan diferansiyel denklemlerin çözümü için genel ve doğrudan bir çözüm yoktur. Bu tür denklemlerin çözümü ise bilgisayar programları veya denklemleri lineerleştirilerek yapılabilir.

Kontrol sistemi problemlerinin çözümünde değişik türden mekanik, elektrik, pnömatik, hidrolik, optik ... vb bileşen sistemlerle karşılaşmak olağandır. Bu problemi çözecek kişinin iyi bir matematik bilgisinin yanında değişik türden olan bileşenlerin davranışlarını belirleyen kuralları ve kanunları bilmesi zorunludur.

Bu nedenle kontrol sistemlerinin tasarımını yapmak bir mühendislik işidir. Tekniker düzeyinde tasarım yapmak değil sistemi genel hatları ile kavramak önemlidir. Onun için matematiksel modelleme konusu basit örneklerle geçilecektir.

### 7.7.8 Laplace Transformasyonu

Lineer servo sistemlerin çözümünde en çok kullanılan bir matematiksel çözüm yöntemidir. Genel olarak aşağıdaki gibi ifade edilir.

$$F(s) = \int_0^{\infty} e^{-st} \cdot f(t) \cdot dt$$

Laplace transformu operatörü herhangi bir  $f(t)$  fonksiyonuna uygulanırsa ortaya yeni bir  $F(s)$  fonksiyonu çıkar.  $F(s)$  fonksiyonu frekans domeninde bir fonksiyondur,  $f(t)$  ise zaman domenindedir.

$$F(s) = \mathcal{L}[f(t)] = \int_0^{\infty} e^{-st} \cdot f(t) \cdot dt$$

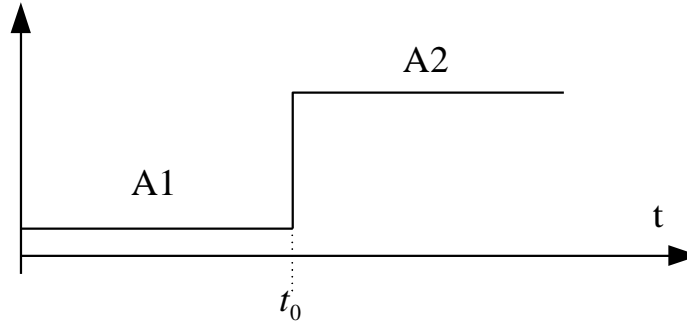
Bu denklemden anlaşılacağı üzere değişkeni  $t$  olan herhangi bir fonksiyonun Laplace transformu, sözü edilen fonksiyonu  $e^{-st}$  ile çarpıp, çarpımın  $t = 0$  ve  $t = \infty$  arasında integralinin alınması ile elde edilir. Burada  $s = \alpha + j\omega$  , kompleks bir değişkendir.

### 7.7.9 Laplace Transformu Örnekleri

1 - Bir katsayının,  $f(t) = A$  ise Laplace transformu  $F(s) = \frac{A}{s}$  olur.



## 2 - Adım fonksiyonunun Laplace transformu



Bir değişken, sabit bir değerden ikinci bir sabit değere geçiş yaparsa bu değişime adım fonksiyonu denir. Örneğin lojik sinyaller bir adım fonksiyonudur.  
Adım fonksiyonunun Laplace transformu.

$$t \geq 0 \text{ için } f(t) = f(0) \text{ ve}$$

$$\mathcal{L}[f(t)] = \mathcal{L}(0) = 0$$

$$t \geq 0 \text{ için } f(t) = \frac{A_2}{A_1} f(A_1)$$

$$\mathcal{L}[f(t)] = \mathcal{L}(A_2) =$$

$$e^{-at} \longrightarrow \frac{1}{s+a}, \quad e^{at} \longrightarrow \frac{1}{s-a}$$

Birinci dereceden bir türevin Laplace transformu

$$f'(t) \longrightarrow sF(s) - f(0)$$

İkinci dereceden bir türevin Laplace transformu  $f''(t)$

$$s^2 F(s) - s f'(0) - f''(0)$$

n. inci dereceden bir türevin Laplace transformu

$$f^{(n)}(t) \longrightarrow s^n F(s) - s^{n-1} f^{(n-1)}(0) + s^{n-2} f^{(n-2)}(0) - \dots + (-1)^{n-1} f^{(1)}(0)$$

## Trigonometrik fonksiyonların Laplace dönüşümleri

$$F(t) = \sin bt$$

$$\mathcal{L}[f(t)] = \int_0^{\infty} \sin b.t.e^{-st} .dt$$

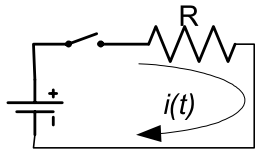
$$\sin bt = (e^{jbt} - e^{-jbt})$$

$$\mathcal{L}(\sin bt) = \frac{1}{2j} \int_0^{\infty} (e^{jbt} - e^{-jbt}) dt$$

$$\mathcal{L}(\sin bt) = \frac{1}{2j} \left[ \frac{-1}{s-jb} e^{jbt} + \frac{1}{s+jb} e^{-jbt} \right]_0^{\infty} = \frac{1}{2j} \left( \frac{1}{s-jb} - \frac{1}{s+jb} \right)$$

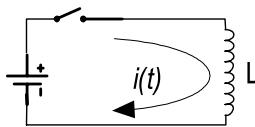
$$\mathcal{L}(\sin bt) = \frac{b}{s^2 + b^2}$$

## Elektriksel elemanların zaman domeninde gösterilişi



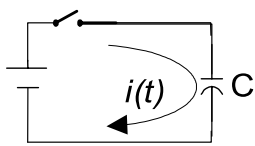
$$E = i(t).R \quad t \text{ domeninde}$$

$$\frac{E}{s} = I(s).R \quad S \text{ domeninde}$$



$$E = L \frac{di(t)}{dt} \quad t \text{ domeninde}$$

$$\frac{E}{s} = L(sI(s) - i(0)) \quad S \text{ domeninde}$$



$$E = \frac{1}{C} \int i(t) dt \quad t \text{ domeninde}$$

$$\frac{E}{s} = \frac{I(s)}{sC} + \frac{f^{-1}(0)}{sC} \quad S \text{ domeninde}$$

### 7.7.10 Ters Laplace Dönüşümü

Laplace transformasyonu t domenindeki karmaşık denklemlerin çözümünde kolaylıklar sağlar. Ancak sonucun s domeninde değil, t domeninde olması gerekir. Bunun için elde edilen sonucun t domeninde gösterimi için ters Laplace dönüşüm gereklidir. Ters Laplace dönüşüm

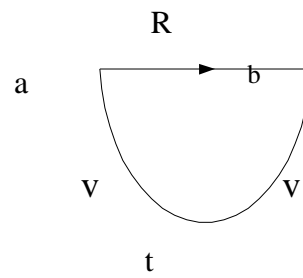
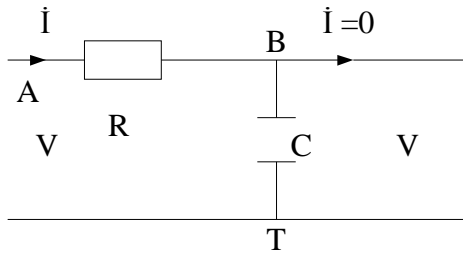
$\mathcal{F}^{-1}[F(s)] = f(t)$  şeklinde ifade edilir.

$$\mathcal{F}^{-1}\left(\frac{A}{s}\right) = A$$

$$\mathcal{F}^{-1}\left(\frac{A}{s+a}\right) = Ae^{-at}$$

$$\mathcal{F}^{-1}\left(\frac{b}{s^2+b^2}\right) = \sin bt$$

**Örnek:**



$$V_1 \square R_{i(t)} \square V_c$$

$$V_1 = R_{i(t)} + V_c = V_2 = \frac{1}{C} \int \dot{I}(t).dt$$

$$V_1 = R_{i(t)} + \frac{1}{C} \int \dot{I}(t).dt$$

ifadeleri bulunur. Sabit katsayılı diferansiyel denklem olduğundan laplace transformu uygulanır.

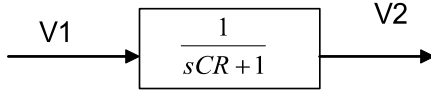
$$V_1 \square R.I(s) \square \frac{Is}{s} \quad V_2 \square \frac{I(s)}{sC} \quad TF \square \frac{V_2}{V_1} \square \frac{I(s)}{sC}$$

$$sC \quad sC \quad V_1 \quad R.I_B \square \frac{I(s)}{sC}$$

$$\frac{V_2}{V_1} = \frac{\frac{I(s)}{sC}}{R.I(s) + \frac{I(s)}{sC}} \quad \text{Pay ve payda } sC \text{ ile çarpılırsa}$$

$$= \frac{Is}{sCR + 1} = I(s) \text{ler sadeleştirilirse}$$

$$= \frac{1}{sCR + 1} \text{ olarak bulunur. Bu verilen devrenin transfer fonksiyonu olur.}$$



Seklinde gösterilir,

$$V1(t) = R1.I(t) + R2.I(t) + \frac{1}{C} \int_0^t i(t).dt$$

$$V2(t) = R2.I(t) + \frac{1}{C} \int_0^t i(t).dt$$

$$V1(s) = R1.I(s) + R2.I(s) + \frac{1}{sC}.I(s)$$

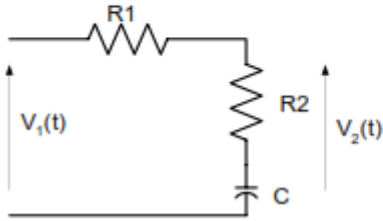
$$V2(s) = R2.I(s) + \frac{1}{sC}.I(s)$$

$$G(s) = \frac{V2(s)}{V1(s)} = \frac{R2.I(s) + \frac{1}{sC}.I(s)}{R1.I(s) + R2.I(s) + \frac{1}{sC}.I(s)}$$

$$G(s) = \frac{V2(s)}{V1(s)} = \frac{R2.Cs + 1}{(R1 + R2)Cs + 1} \quad TF = \frac{R2.Cs + 1}{(R1 + R2)Cs + 1}$$

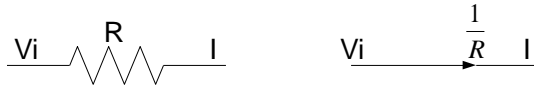
Örn

Veri

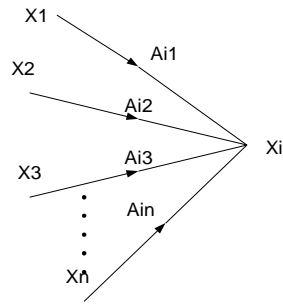
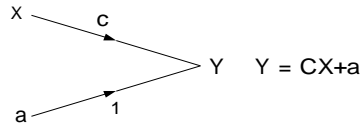


### 7.7.10.1 Sinyal Akış Grafikleri

1) Ohm Kanunu

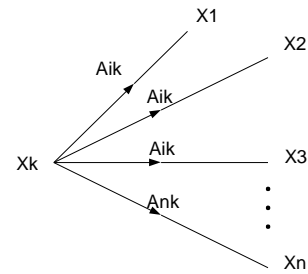
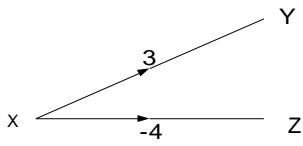


2) Bir düğüm noktasına gelen sinyallerin toplamı:



$$X_i = \sum_{j=1}^n A_{ij} \cdot X_j$$

3) Bir düğüm noktasını terk eden sinyaller.

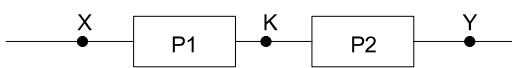


$$X_i = A_{ik} \cdot X_k$$

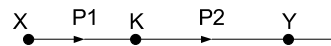
$$i = 1, 2, 3, \dots, n, k$$

### 7.7.10.2 Blok Diyagramlarının Sinyal Akış Grafikleri

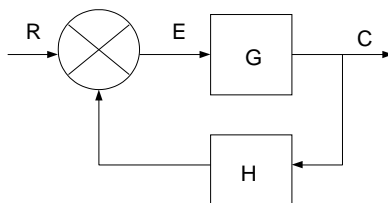
Blok diyagram



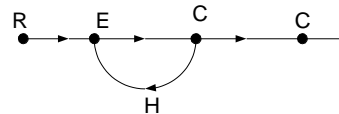
Sinyal akış grafiği



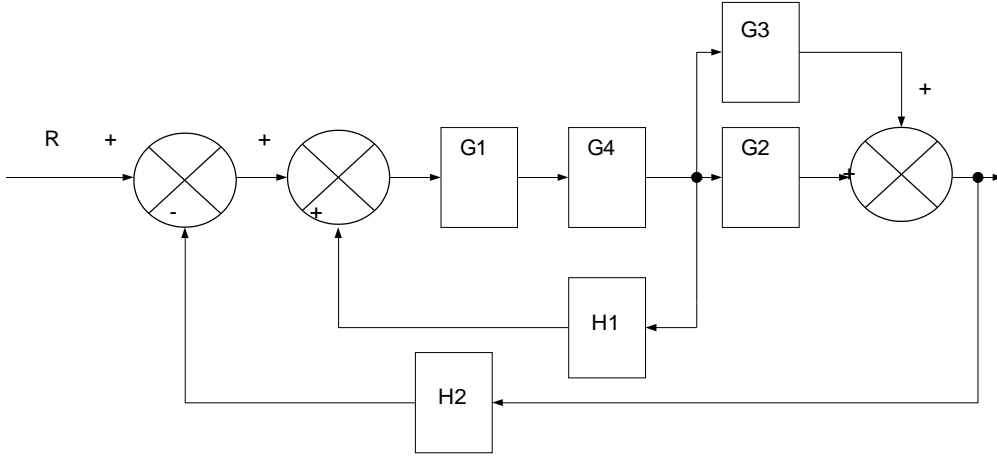
Blok diyagram



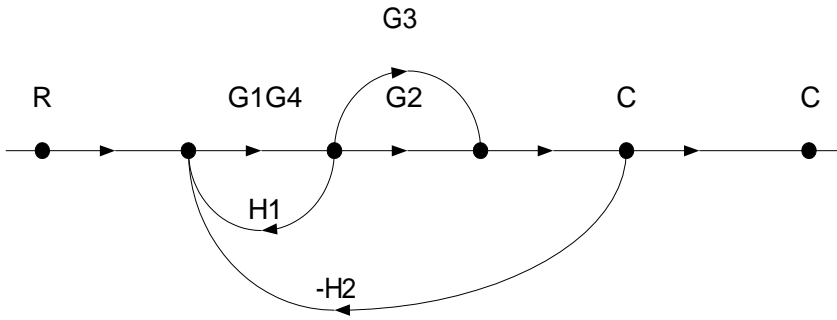
Sinyal akış grafiği



Blok diyagram

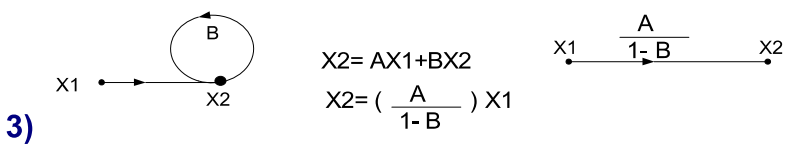
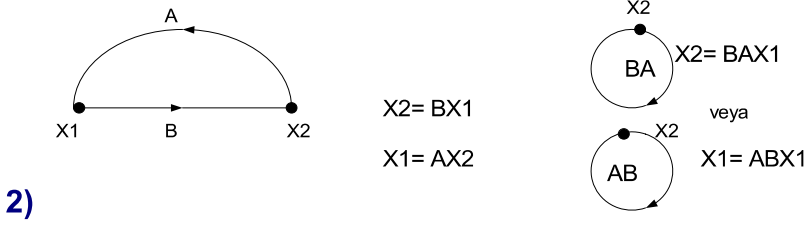
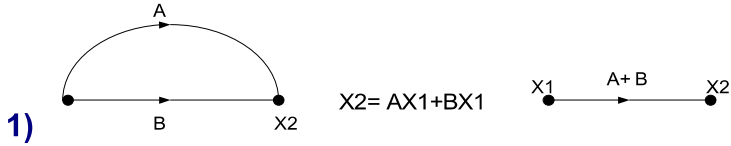


Sinyal akış grafiği



### 7.7.10.3 Sinyal Akış Profillerinin Matematiksel Tanımları

Sinyal Akış Profillerinin Matematiksel Tanımları



## 7.8 Otomatik Kontrol

Otomatik kontrolün amacı, insan denetimi gerektirmeden bir sistemde üretilen değişkenler üzerinde ayar yapmak, sistemin istenilen şekilde çalışmasını sağlamaktır. Örneğin elektrik şebekemizde kullandığımız gerilimin değeri 220 Volt'tur. Bu gerilim değerinin 220 voltta sabit kalması gerekir.

Otomatik kontrol işte burada devreye girer. Şebeke gerilimini etkileyen değişimlerin etkisini ortadan kaldırmak için sistemin analizi yapılır. Dışarıdan gelecek olumsuz etkiler belirlenir. Sistemin kendi içindeki parametrelerin durumları incelenir. Tüm sistemi kapsayacak matematiksel modellemeler geliştirilerek sabit tutulmak istenen çıkış büyüklüğünü denetime alacak sistemler tasarlanır.

O halde elektrik enerjisi üreten üreticin, çıkış değişkenlerinden biri gerilimdir. İşte üretilen bu değişkenin değeri bizim için önemli ve sabit bir değer de tutmak istiyorsak bir kontrol devresine ihtiyacımız var demektir. İyi bir kontrol sisteminde aranılan özellikler aşağıdaki gibidir.

**1)** Sistem de meydana gelen herhangi bir bozucu etkiden sonra bile değişkenin değeri set değerinden minimum şekilde sapma olmalıdır.

Örnek olarak bir elektrik motorunu ele alalım. Motor boşta çalışırken devir sayısı 1500 d/d ise yüklendiğinde de 1500 d/d olmalıdır. Ani yük kalkışlarında veya yüklenmelerinde bile devir 1500 d/d'ya fazla uzak olmamalıdır. Değişim mümkünse hiç olmamalı veya en az olmalıdır.

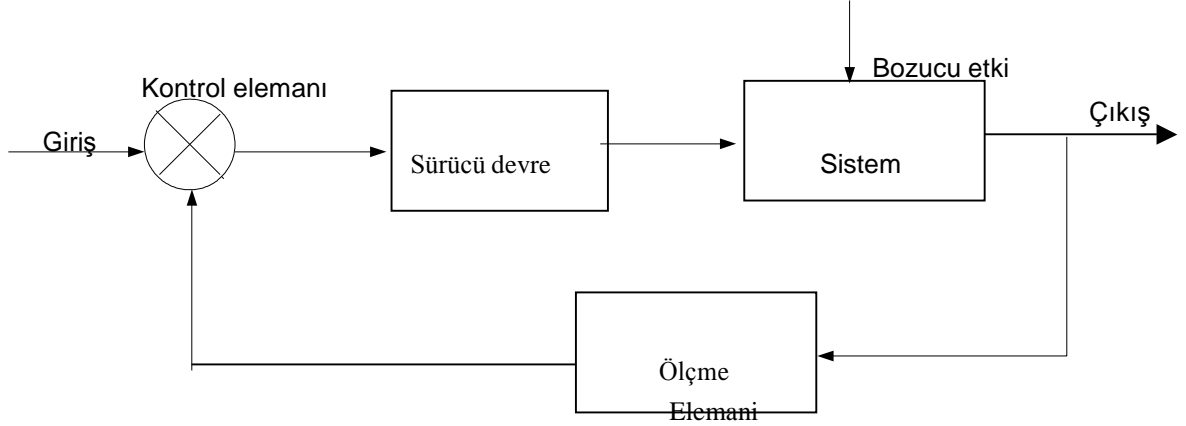
**2)** Bozulma sonunda, normal çalışmaya en kısa zamanda dönebilmelidir. Motoru yine düşünecek olursak, ani yüklenmelerde ve yük boşalmalarında devrinde mutlaka bir değişiklik olacaktır. Ancak normal devrine dönme süresi ne kadar kısa olursa o kadar iyidir.

**3)** Çalışma şartlarında meydana gelen değişimlerden ötürü olacak sapma set değerinden minimum seviyede olmalıdır. Çalışma şartlarını belirleyen giriş değişkenleri veya ortam da oluşan olumsuzluklardan çok fazla etkilenmemelidir.



## 7.8.1 Kontrol Sistemi Elemanları

Kontrol sistemi elemanları bloklar şeklinde aşağıdaki şekil deki gibi gösterilir.



Şekil. Kapalı çevrim otomatik Kontrol blok diyagramı

Bu blok diyagramındaki kısımların işlevi aşağıdaki gibi düşünülebilir.

### 7.8.1.1 Kontrol elemanı

Set değeri ile ölçme elemanından aldığı değerlere göre çıkış veren devredir. Devrenin çalışmasına karar verecek sinyali üretir.

### 7.8.1.2 Ölçme elemanı

Otomatik kontrol sisteminde, kontrol edilmek istenen değişken sürekli olarak ölçülmelidir. Çünkü sistem sürekli olarak bozucu etkilerin altındadır. Bozucu büyüklük geldiğinde ölçme elemanı, kontrol elemanına yeni değerle ilgili sinyal göndermelidir. Ölçme bir kontrol sistemi için çok önemlidir.

### 7.8.1.3 Sürücü devre

Sistemin çalışması için kontrol elemanından aldığı sinyale göre güç elemanına enerji akışını sağlayan elemanlardır.

#### 7.8.1.4 Sistem

Kontrol edilmesi istenen değişkeni üreten elemanlardır. Kontrol etmek istediğimiz değişken bir motorun devri ise burada sistem diye adlandırılan eleman motordur.

#### 7.8.2 Otomatik kontrol türleri

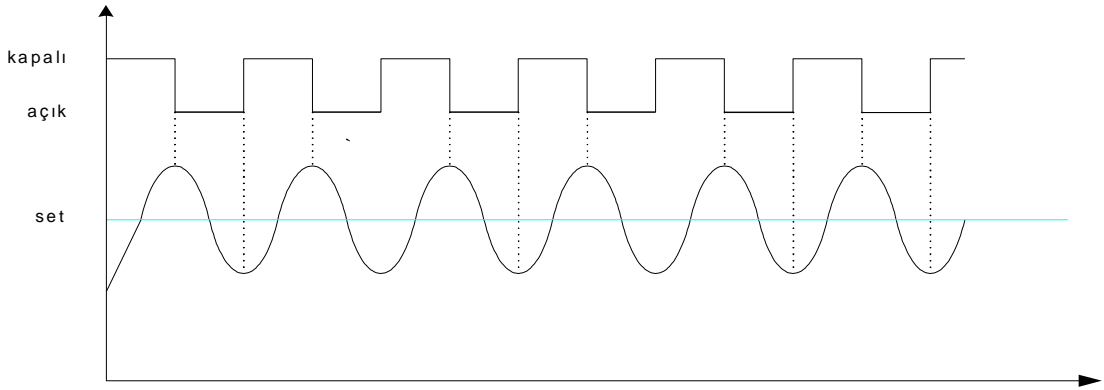
Otomatik kontrol sisteminde blok diyagram üzerindeki kontrol elemanı, sistemin herhangi bir çıkış değişkeni üzerinde istenilen set değeri etrafında çalışması gereken bir duyarlılıkla sistemi kontrol eder. Çıkış büyüklüğüne, duyarlılığa ve konuma göre çeşitli kontrol sistemleri geliştirilmiştir. Bunlar;

- 1) Açık – Kapalı ( Off – On ) kontrol
- 2) Oransal Kontrol ( Proportional P )
- 3) Oransal + İntegral Kontrol ( PI )
- 4) Oransal + Türevsel Kontrol (PD)
- 5) Oransal + İntegral + Türevsel ( PID )
- 6) Zaman Oransal (Time Proportional )
- 7) Bulanık mantıkla kontrol

#### 7.8.3 Açık – Kapalı Kontrol ( On – Off )

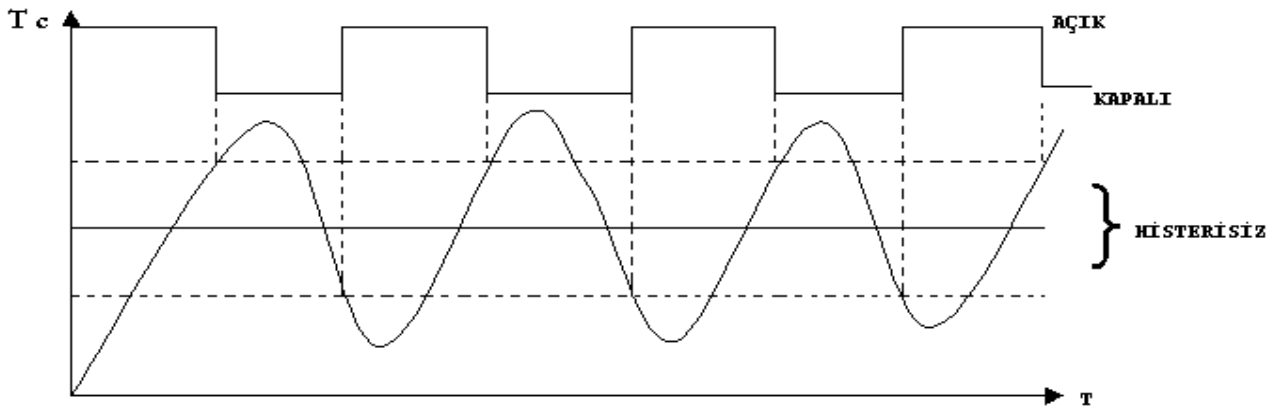
Bu tip kontrollerde sistemin enerjisi güç elemanına ya tam uygulanır, ya da tam kesilir. Güç elemanı iki durumda bulunabilir; ya çalışıyordur ya da duruyordur. Örnek olarak elektrikle çalışan bir ısıtıcıyı ele alalım. Bu ısıtıcı, bir odayı ısıtsın. Ancak oda sıcaklığı 22 santigrad dereceye ayarlansın.

Oda sıcaklığı 22 C<sup>0</sup> 'ye gelinceye kadar ısıtıcı çalışır. 22 C<sup>0</sup> 'ye gelince ısıtıcı devreden çıkar. Aşağıda bu tip kontrole ait sıcaklık – zaman eğrisi ve transfer eğrisi görülmektedir.



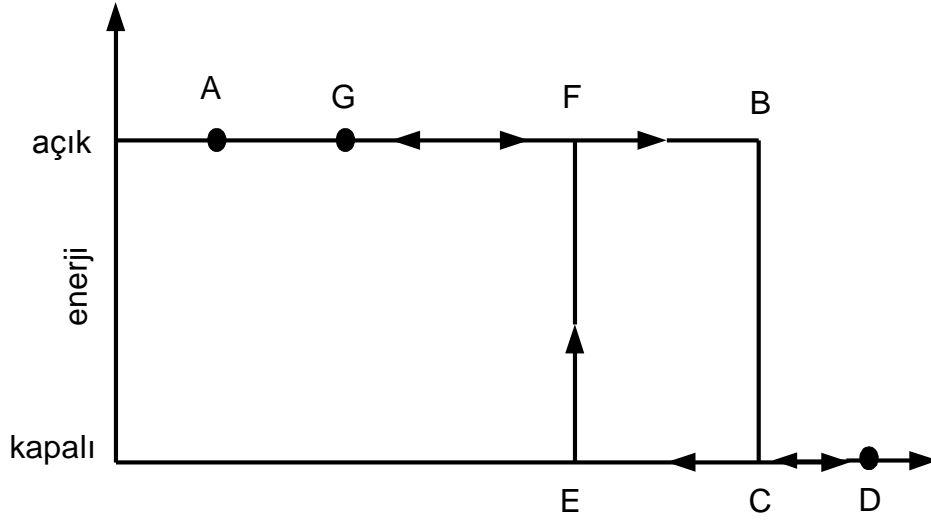
Bu tip açık – kapalı kontrol de kontrol değişkeni olan ortam sıcaklığı sürekli değişim halindedir. Isıtıcı  $22\text{ C}^0$  'de durur durmaz sıcaklık, biraz sonra bu değerin altına düşecektir, örneğin  $21,9\text{ C}^0$  gibi. Ortam sıcaklığı set değerinin altına düşer düşmez ısıtıcı yeniden çalışmaya başlayacaktır.  $21,9\text{ C}^0$  den  $22\text{ C}^0$  ye çıkınca tekrar duracaktır. Isıtıcı  $0,1\text{ C}^0$  lik bir aralıkta çalışıp - duracaktır. Yani bir osilasyona girecektir. Böyle bir osilasyon güç elemanını çalıştırıp durduran sürücü devrenin çabuk bozulmasına neden olur. Sistemin verimini düşürür.

Devrenin böyle bir osilasyona girmesini önlemek için sabit bir band oluşturulur. Örneğin sıcaklık  $22\text{ C}^0$  ye set edilir. Ancak ısıtıcı  $24\text{ C}^0$  'ye kadar çalışmasını sürdürür.  $24\text{ C}^0$  ye gelince durur. Ortam sıcaklığı  $20\text{ C}^0$  nin altına düşmeden ısıtıcı devreye girmez. Ortam sıcaklığı  $20\text{ C}^0$  nin altına düşünce ısıtıcı devreye girer. Böylece ısıtıcının devreye girip çıkması için  $4\text{ C}^0$  'lik sabit bir band oluşturularak sistemin sürekli çalışıp durma durumu önlenmiş olur. Şekil' de sabit band'lı bir açık-kapalı kontrol eğrisi görülmektedir. Bu sabit banda histerisiz bandı da denir.



Şekil. Histerisizli açık – kapalı kontrol eğrisi

Bu eğriden anlaşılacağı üzere, ısıtıcı set değerini geçtiği anda enerji kesilmez, belirli bir değere kadar yükselir, daha sonra kapanır. Enerji kesildikten sonra sıcaklık düşmeye başlar. Yine sıcaklık set değerinin altına iner inmez ısıtıcı devreye girmez. Set değerinin altındaki değere kadar düşünce ısıtıcı tekrar çalışmaya başlar. Set değerinin altında ve üstündeki çalışma –durma noktaları arasındaki bu bandın darlığı veya genişliği kontrol edilen prosesin gerektiği kadar olmalıdır. Şekil’de histersizli açık – kapalı kontrol türü transfer eğrisi görülmektedir.



**Şekil.** Histersizli açık-kapalı kontrol transfer eğrisi

Isıtıcıya enerji verildiğinde sıcaklık B noktasına gelinceye kadar ısıtıcı çalışır. B noktasına gelince ısıtıcının enerjisi kesilir. Isıtıcının enerjisi kesildiği halde sıcaklık C noktasından D noktasına doğru biraz daha yükselir.

Bura da set değeri C-E noktalarının ortasıdır. E noktası ısıtıcının tekrar çalışmaya başlayacağı alt noktadır.

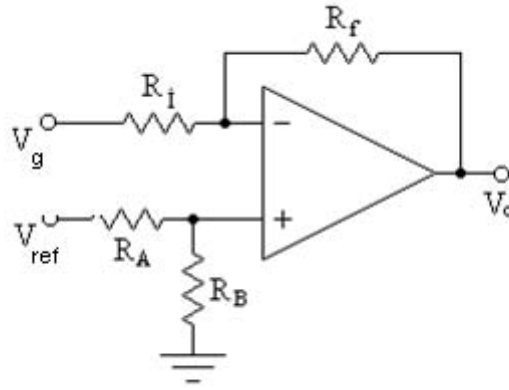
Sıcaklık E noktasının altına düşeceği anda ısıtıcı çalışmaya başlar, ancak ısıtıcının çalışmaya başlamasına rağmen sıcaklık G noktasına doğru düşmeye devam eder, sonra tekrara yükselmeye geçerek B noktasına doğru yükselmeye başlar. Isıtıcının enerjisi kesilir. Sıcaklık yine C noktasından D noktasına kadar yükselmeye devam eder. Bundan sonra sıcaklık düşmeye başlar ve sistem bu şekilde çalışmasını sürdürür. Buradaki anlatım da sıcaklık değişkeni örnek olarak alındıysa da sıcaklık değişkeni yerine basınç, sıvı seviye, debi gibi değişkenlerle de düşünülebilir. Yaygın olarak kullanılan açık – kapalı kontrol formunun yeterli olmadığı yerlerde bir üst form olan oransal kontrol kullanılır.

#### 7.8.4 Oransal (Proportional) Kontrol

Oransal kontrolde, çalışma devamlıdır. Ancak sistemin enerji ihtiyacı her an değişim gösterir. Kontrol cihazı, ölçme elemanından aldığı ölçme bilgisine göre sürücü elemanı uyarır. Sürücü eleman da güç elemanına giren enerjiyi kontrol eder. Ölçme elemanı kontrol edilen değişkeni sürekli ölçer ve kontrol elemanına sürekli olarak sinyal gönderir.

Sistemin set değerinde bir sapma olduğu anda ölçme elemanı bunun karşılığı olan elektrik sinyalini kontrol elemanına gönderir. Kontrol elemanı bu bilgiyi referans değer ile karşılaştırarak sürücü elemanı uyarır.

İşlemsel yükselteçlerin oransal kontrol elemanı olarak kullanılması



Şekil. İşlemsel yükseltecin oransal kontrol elemanı olarak kullanılması

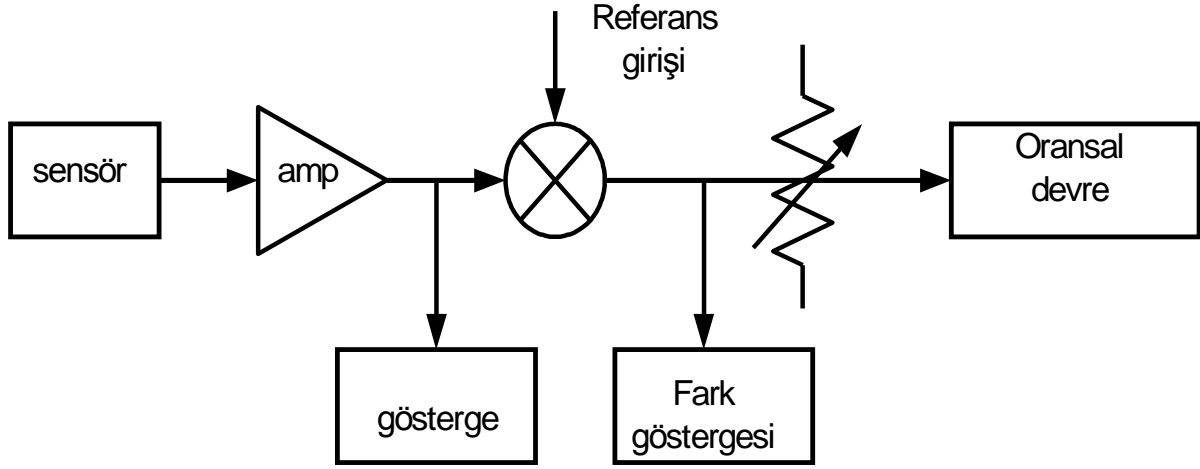
İşlemsel yükselteç, şekildeki devrede oransal kontrol elemanı olarak kullanılabilir. Sistemin referans girişi işlemsel yükseltecin (+) girişine, geri beslemesi ise (-) girişine uygulanır. Devre elemanları eşit seçildiğini kabul edersek işlemsel yükseltecin çıkış gerilimi

$$V_O = \left( \frac{R_F}{R_i} + 1 \right) \left( \frac{R_B}{R_A + R_B} \right) V_{ref} + \left( \frac{R_F}{R_i} \right) V_g$$

Bu denklemde  $R_F = R_i = R_A = R_B$  seçilirse

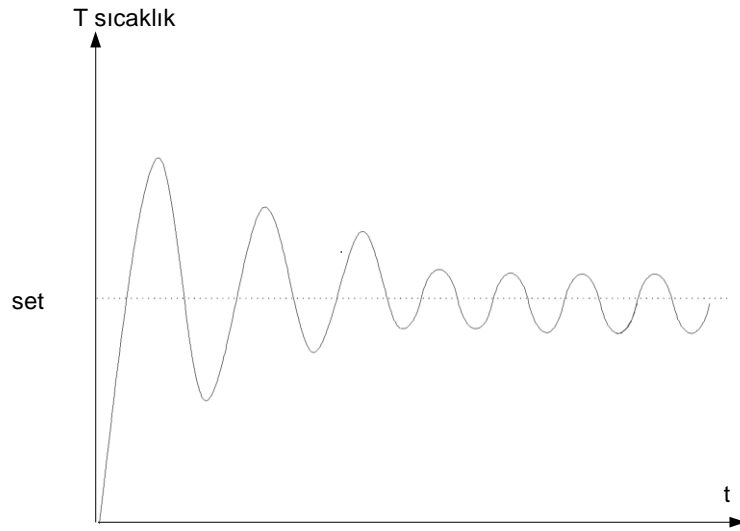
$V_O = (V_{ref} - V_g)$  olur. Geri besleme gerilimi negatif girişe uygulanırsa, bu devrenin

çıkışı bir oransal kontrol işlemi yapar. Burada  $R_g$  geri besleme gerilimidir.



**Şekil.** Oransal kontrol blok şeması

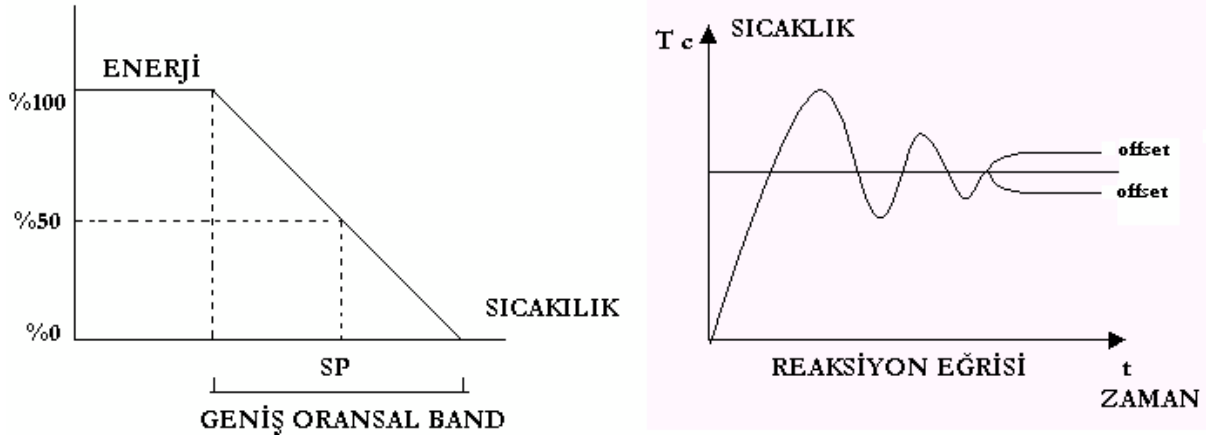
Bu devredeki sensörden gelen sinyal geri besleme sinyalidir. Çıkış büyüklüğü sensörler aracılığı ile elektriksel sinyale dönüştürülür. Amplifikatörlerde yükseltılarak toplayıcı devreye ya da kontrol elemanının negatif girişine uygulanır.



**Şekil.** Oransal kontrole ait reaksiyon eğrisi

İlk başlangıçta kontrol değişkeni set değerinin üstüne bir miktar çıkar, geri besleme ile bu yükseliş azaltılmaya çalışılır. Ancak azaltma etkisi, sistemi set değerinin altına düşürür. Tekrar yükseltme isteği gelir, tekrar yükselir ancak set değerini bir önceki duruma göre daha az geçer. Set değeri geçilince azaltma isteği gelir ve değişken azaltılır, ancak yine set değerinin altına düşer. Sistem belirli bir band içerisinde bir salınıma girerek çalışmasını sürdürür.

Elektrik enerjisi kullanılarak ısıtma yapılan bir proseste , oransal kontrol cihazı ısıtıcının elektrik enerjisini prosesin ihtiyacı kadar verir. Enerjinin %0'dan %100'e kadar ayarlanabileceği , oransal kontrol yapılabilen sıcaklık aralığına Oransal Band denir. Genel olarak oransal band, cihazın tam skala değerinin bir yüzdesi olarak tanımlanır ve set değeri etrafında eşit olarak yayılır. Örneğin 1000 C<sup>0</sup>'lik skalası olan bir cihazda %5'lik band, 1000\*0,05 = 50 C<sup>0</sup> lik bir sıcaklık aralığı demektir. Bu 50C<sup>0</sup>'lik aralığın yarısı set değerinin altında, yarısı da set değerinin üstündedir. Yani 975 ile 1025 C<sup>0</sup> aralığını ifade eder. Oransal band %2 ye düşürüldüğünde değişim aralığı 1000\*0,02=20 C<sup>0</sup> olacak ve 10 derece set değerinin altında 10 derece de üstünde yer alacaktır. Değişik proseslerde ve değişik şartlarda duruma en uygun oransal band seçilir. Aynı sistem için geniş ve dar olarak oransal band alalım ve sistemin tepkime eğrilerini inceleyelim.

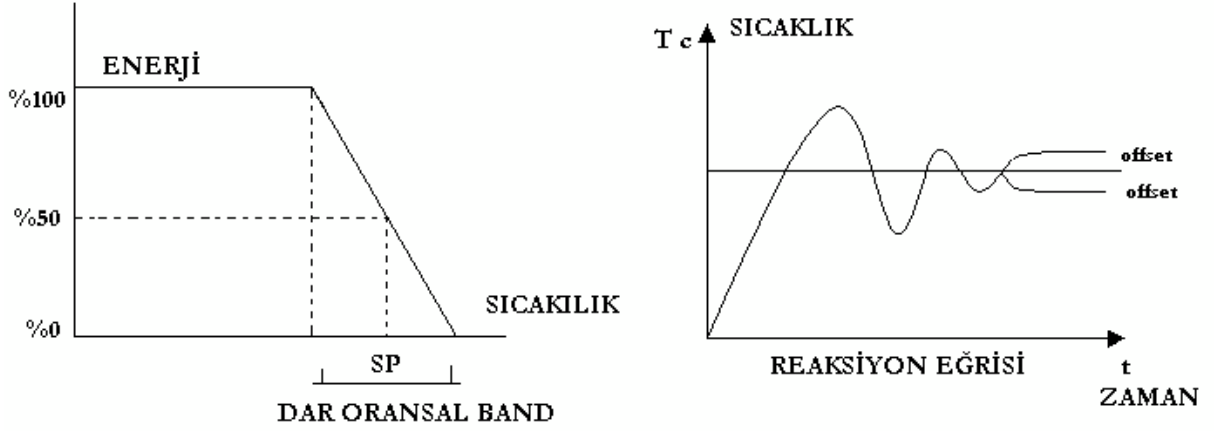


**Şekil.** Geniş olarak düzenlenen oransal band ve tepkime eğrileri

Geniş seçilmiş bir band da enerji değişim miktarı küçük, dar seçilmiş band da ise enerji değişim miktarı büyüktür. Oransal band daraltıldıkça enerji değişim miktarı artar, band sıfırlanacak olursa oransal kontrol açık – kapalı kontrol sistemi şeklinde çalışmaya başlayacaktır.

Set değeri ile sistemin oturduğu ve periyodik olarak oluşan farka off-set denir. Off-set farkını azaltmak için oransal bandı dar tutmak gerekir. Ancak belirtildiği üzere çok daraltılırsa sistem açık – kapalı kontrol gibi çalışmaya başlar.

$$Kazanç = \frac{100}{Oransal.band}$$



**Şekil.** Dar oransal band

Oransal band daraldıkça kazanç artmaktadır.

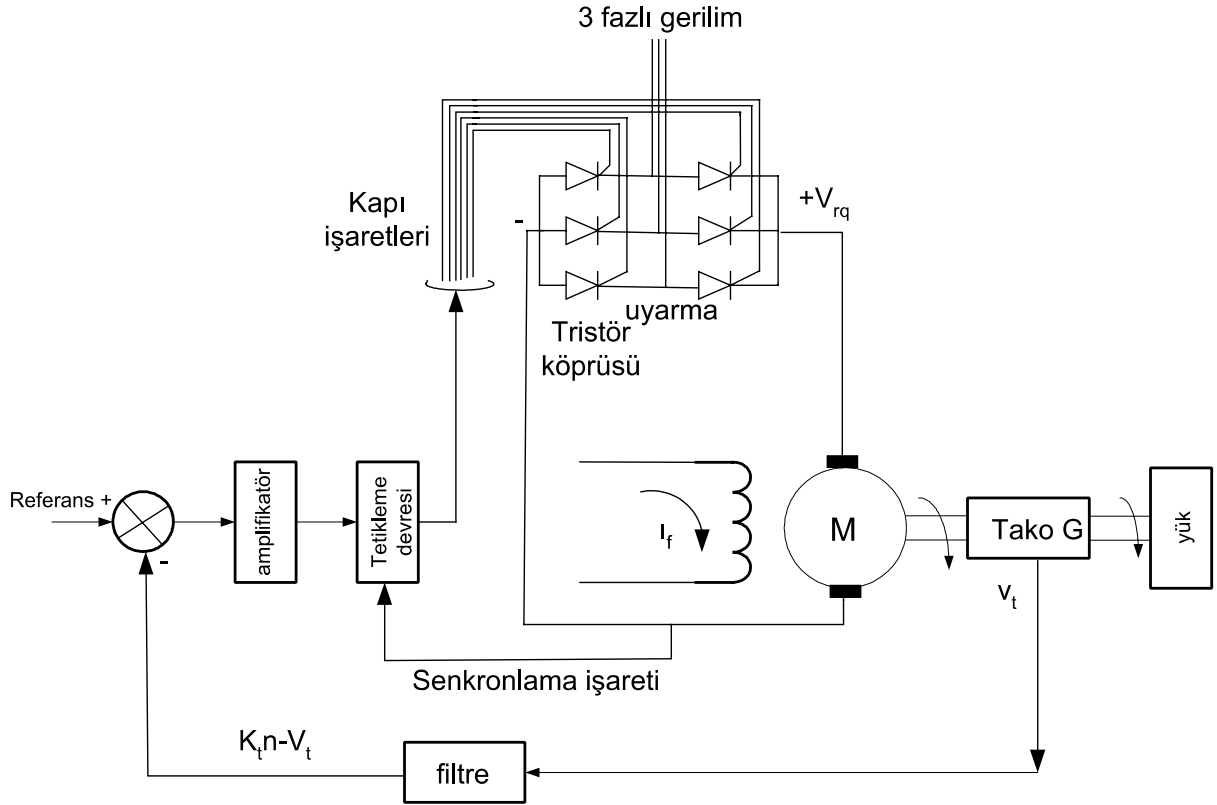
Başka bir örnek olarak bir doğru akım motorunun devir sayını kontrol eden bir kontrol devresini ele alalım. Şekildeki devrede doğru akım motorunun devri endüvisine uygulanan doğru gerilim değeri ile orantılıdır. Devir sayısı tako generatör tarafından ölçülerek , devir karşılığı olan elektrik sinyali kontrol elemanına gitmektedir. Burada kontrol elemanı olarak bir işlemsel yükselteç kullanılabilir. İşlemsel yükseltecin pozitif girişine referans değer girmekte olup , negatif girişine ise geri besleme devresi olan tako generatörden alınan gerilimdir. İşlemsel yükselteç bu iki girişin farkını güçlendirerek tetikleme devresine gönderir. Tetikleme devresi tristörlerin tetikleme açılarını ayarlayarak doğrultulan gerilimi ayarlar. Motor, endüvisine uygulanan gerilime göre belirli bir devir de döner.

Şekildeki devrede motorun devrini düşürücü bir etki geldiğinde tako generatörde üretilen gerilim, düşen devirle orantılı olarak azalacaktır. İşlemsel yükseltecin negatif girişine gelen gerilim azalınca, referans ile aralarındaki fark yükselecek ve tetikleme elemanı tristörlerin tetikleme açılarını küçülterek doğrultulan gerilimin değerini yükseltecektir. Gerilim deki bu yükselme azalan devri set değerine tekrar gelmesini sağlayacaktır.

Bu defada motorun devrini yükseltici bir etki geldiğini var sayalım. Tako generatörde üretilen gerilim yükselen devirle orantılı olarak artacaktır. İşlemsel yükseltecin negatif girişine gelen gerilim artınca , referans ile aralarındaki fark küçülecek ve tetikleme elemanı tristörlerin tetikleme açılarını büyütürük doğrultulan gerilimin değerini düşürecektir. Gerilim deki bu azalma yükselen devri set değerine gelmesini sağlayacaktır.



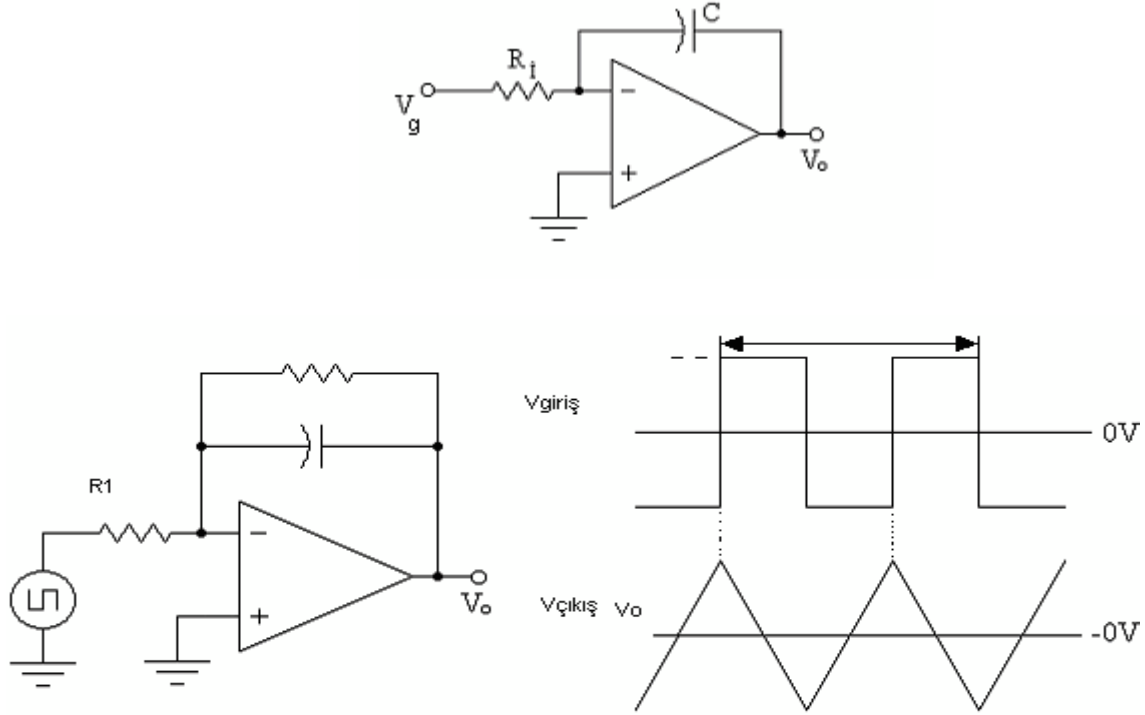
Ancak bu tip kontrol sisteminde, sistem set değerinin altında ve üstünde sürekli salınım yapar. Bu salınım aralığına oransal band denir. Örneğin 1000 devir/dakikada sabit tutulmak istenen devir 990 ile 1010 d/d arasında değişiyorsa burada oransal band  $20/1000 = \%0,2$ 'dir.



Şekil. Bir doğru akım motorunun devir kontrol devresi

### 7.8.5 İşlemsel Yükseltecin İntegral Devresi Olarak Çalıştırılması

Op-amp'lar bir matematiksel fonksiyon olan integral işlemi gerçekleştirebilirler. İntegral alma işlemi gerçekleştiren bu devrelere integral alıcı devre denir. İntegral; zaman üzerinde giriş sinyalinin toplamını alma veya analitik geometride bir eğri altındaki alanı hesaplama işlemidir.

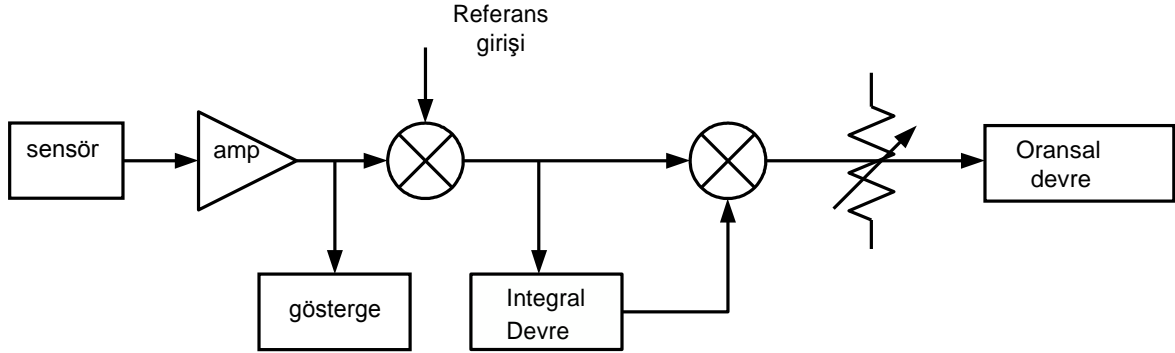


**Şekil.** İşlemsel yükseltecin integral alıcı olarak kullanılması

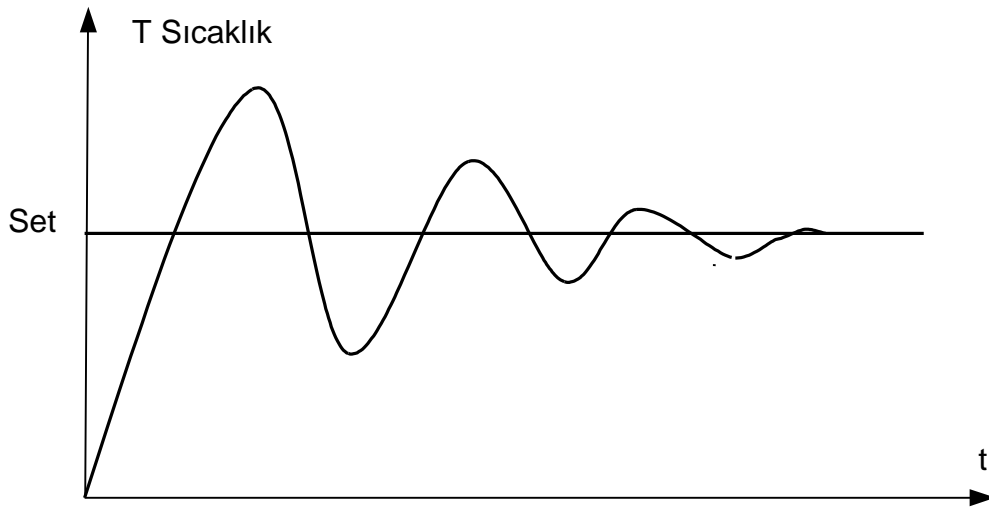
İntegral alıcı devrenin girişine uygulanan kare dalganın çıkışta üçgen dalga olarak çıkar. İntegral alıcı devrenin asıl görevi çıkış büyüklüğünde meydana gelen salınımları ortadan kaldırmak içindir. Sistemde meydana gelen değişimleri hissedip, o değişimi ortadan kaldırmaya bir etki yaratmasıdır.

Oransal kontrolde oluşan off-set değerini integral kontrolle kaldırılabilir. Sistem değişkeninin ölçülen değeri ile set değeri arasındaki fark sinyalinin zaman göre integrali alınır. Bu integral değeri , fark değeri ile toplanır ve oransal band kaydırılır. Bu şekilde sisteme verilen enerji otomatik olarak artırılır veya azaltılır. Kontrol değişkeni tam set değerine oturtulur.

İntegratör devresinin çalışması, sistemin set değeri ile ölçülen değeri arasında fark kalmayınca kadar devam eder. Kontrol değişkeni set değerine oturduğunda integral devresinin integralini alacağı bir sinyal yoktur. Sistem değişkeni üzerindeki değişimlerde yine integral devresi düzenleyici etkisini gösterecektir. Şekilde oransal + integral kontrol formu blok şema halinde verilmektedir. Off-seti kalkmış tepkime eğrisi de görülmektedir.



Şekil. Oransal + İntegral Kontrol blok şeması

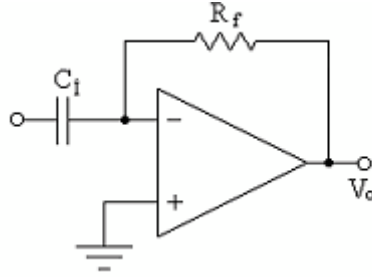


Şekil. Oransal + İntegral Kontrol blok şeması

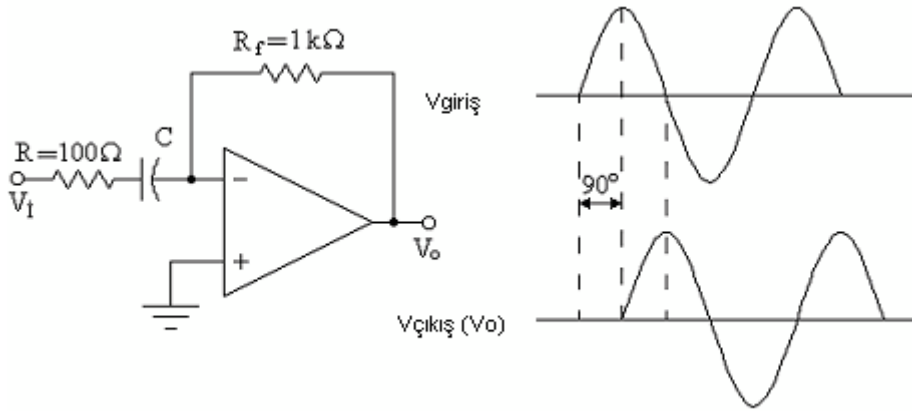
Oransal + İntegral kontrolün en belirgin sakıncası ise, sistemin ilk başlamasında kontrol değişkeni set değerini geçer. Bu ilk salınımdaki yükselmeye overshoot ve set değerinin altına düştüğü en düşük değere ise undershoot olarak anılır. Sistemde meydana gelen ani darbelerde overshoot ve undershoot olarak anılana bu tür salınımlara engel olamaz.

### 7.8.6 Oransal + Türevsel Kontrol ( Pd , Proportional + Derivative )

İşlemsel yükseltecin türev alıcı olarak kullanılması şekildeki gibidir.



Matematiksel olarak türev işlemi integral işleminin tersidir. Türev alıcı devrenin çıkışı giriş geriliminin eğimi (değişim hızı) ile orantılıdır. Eğer giriş voltajının değişim hızı sıfırsa (sabitse) çıkışta sıfırdır.

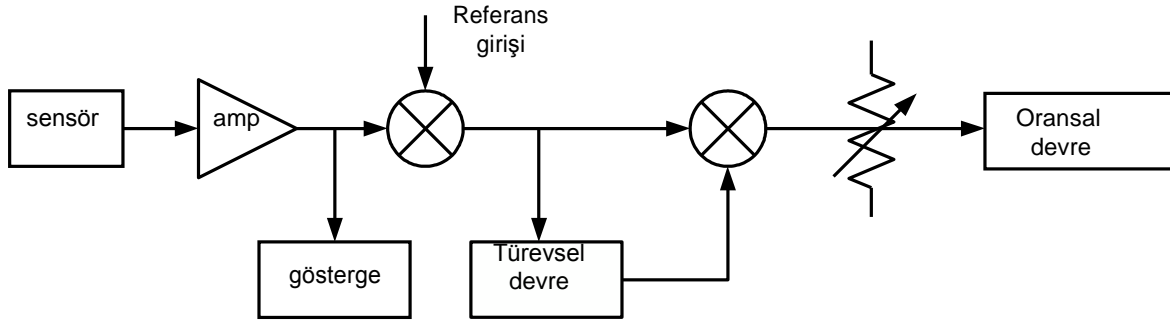


**Şekil.** İşlemsel yükseltecin türev alıcı olarak kullanılması

Türevsel devrenin kullanılmasının amacı, bozucu etkilerden dolayı sistemde meydana gelen değişimleri önlemektir. Denetlenmesi istenen değişkenin yükselme eğilimine karşı, zayıflatma tepkisi gösterecektir. Aynı şekilde değişkenin zayıflama eğilimine karşı da destekleme tepkisi olmalıdır.

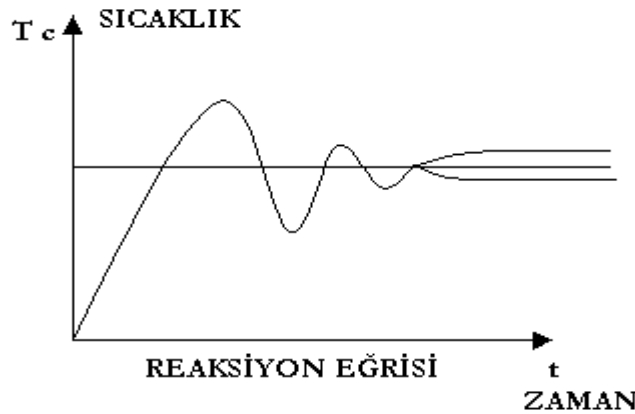
Oransal kontrolde oluşan off-set aralığı, oransal + türevsel kontrol sistemiyle de kaldırılmaya çalışılmıştır. Ancak türevsel kontrolün asıl etkisi overshoot ve undershoot olarak adlandırılan ilk büyük salınımı azalmaktır.

Oransal + türevsel kontrol devresinde set değeri ile ölçülen değeri arasındaki fark sinyali türev alıcı devreye girer. Türevi alınan fark sinyali tekrar fark sinyali ile toplanır ve oransal devreden geçer. Oransal devrenin band aralığı kontrol edilerek off-set değeri yok edilmeye çalışılır. Ancak off-set bu tür kontrolle tam sıfır değerine indirilemez, belirli bir aralıkta salınım sürer gider. Şekilde oransal + türevsel kontrole ait blok şeması görülmektedir.



**Şekil.** Oransal + Türevsel Kontrol blok şeması

Bu devrede de sensör bir geri besleme elemanıdır. Kontrol edilmek istenen büyüklüğü ölçerek elektriksel sinyale çevirir.



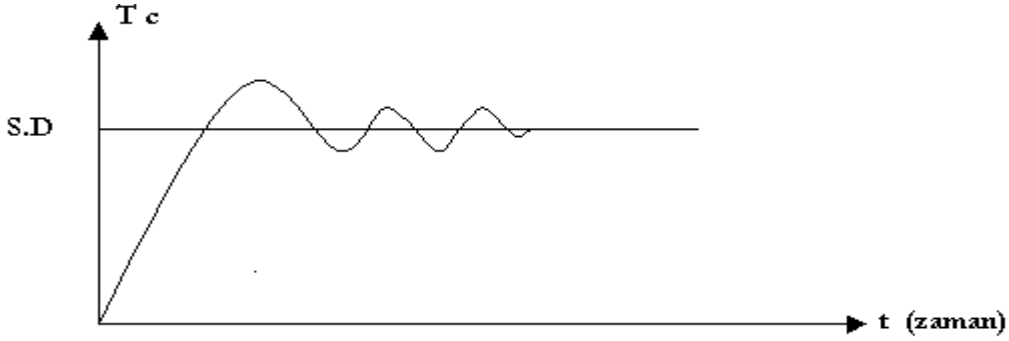
**Şekil.** Oransal + Türevsel kontrole ait tepkime eğrisi

Türevsel etki düzeltici etkisini hızlı bir şekilde gösterir. Hızlı değişimlerin düzeltilmesinde tercih edilir.

Türev alma işlemi işlemsel yükselteçlerle sağlanır.

### 7.8.7 Oransal + İntegral + Türevsel Kontrol ( Pıd )

Bu kontro sistemi, oransal + integral, oransal + türevsel kontrollerin özelliklerini taşımaktadır. Kontrolü güç karmaşık sistemlerde kullanılır. Bu kontrol sistemi ile off-set değer sıfırlanabilir, ayrıca overshoot ve undershoot olarak oluşan salınımlar azaltılabilmektedir. Oransal + integral + türevsel kontrolün diğer şekillerde verilen reaksiyon eğrileriyle karşılaştırılacak olursa, overshoot ve undershoot azaltılmış ve off-set değeri kaldırılmış olduğunun farkına varılacaktır.

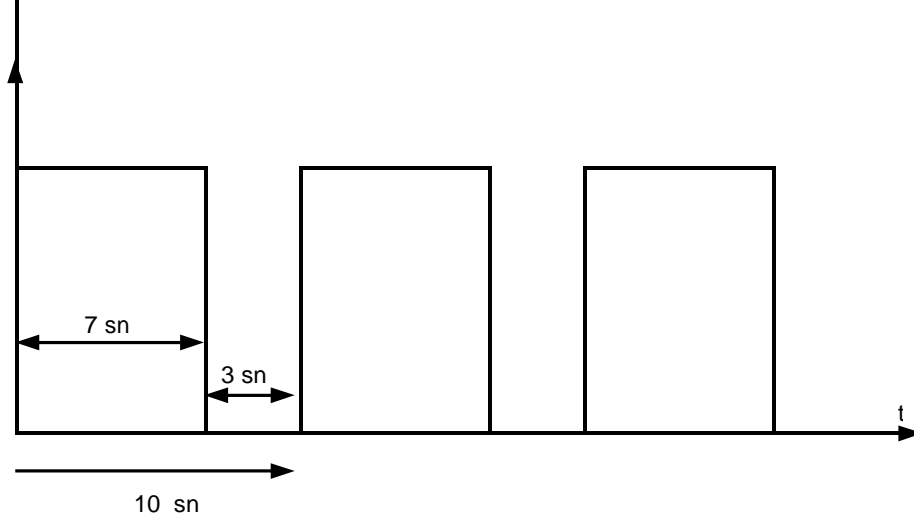


Şekil. Oransal + İntegral + Türevsel Kontrol tepkime eğrisi

### 7.8.8 Zaman Oransal Kontrol ( Time Proportional )

Bu tip kontrol sisteminde enerji sisteme zamana bağlı olarak verilir, kaldırılır. Örneğin 10 saniyelik bir periyotun 7 saniyesinde sisteme enerji veriliyor, 3 saniyesinde verilmiyor. Bu tip kontrol formu elektrikle çalışan sistemlerde kullanılmaktadır. Sürücü elemanı tristör veya triyak gibi olan elemanlarda görülür. Sistemde enerji sürekli bulunmakta fakat miktar olarak değiştirilmektedir. Bu kontrol türü ile açık- kapalı kontrol türünün karıştırılmamasına dikkat etmek gerekir. Açık – kapalı kontrol türünde sistemin enerjisi set değerine gelince tamamen kesilmektedir. Değişken histerisiz bandının altına düştüğünde sisteme enerji yine tam olarak uygulanmaktadır. Oysa burada sistemde enerji sürekli var. Ancak sürekli olarak kesik kesik verilmektedir. Kesik kesik enerji verilmesiyle sisteme giren enerjinin seviyesi değiştirilebilmektedir.

Tristör, triyak gibi sürücü elemanlarda enerji kesip verme süresi çok küçük aralıklara indirilebilir. 50 Hz'lik şebeke frekansına göre düşünecek olursak tristörün iletimde kalma süresi yaklaşık olarak 0 – 0,1 saniye arasındadır.



Şekil. Zaman oransal kontrol

### 7.8.9 Bulanık Mantık ( Fuzzy Lojik ) Kontrol Yöntemi

İkili sistem bu gün kullandığımız bilgisayar teknolojisinin temelini oluşturmuştur. Analog elektronik yöntemleriyle çözülemeyen problemler sayısal olarak çözülmüştü. Gerek teknoloji alanında gerekse bilgi iletişim alanında çok büyük ilerlemeler sağlanmasına olanak sağlamıştır. Ancak bilgi iletişim ağı o kadar büyüdü ki, ikili sistem de tıkanmak üzeredir. Şimdi ikili sayısal sisteme alternatif olarak, daha çok değer içeren bulanık mantık devreye girmektedir. Bulanık mantık şu anda bir çok kontrol sistemlerinde kullanılmaktadır. Bulanık mantıkta, ikili sistemdeki 1 ve 0 gibi 2 değer yerine daha fazla değer bulunmaktadır. İkili sistemde, mantık iki temel değer üzerine kuruludur. Sonuç ya doğrudur ya da yanlıştır. Veya 1, 0 gibi.

Gerçek hayatta bilgiler farklı değerler alabilmektedir. Örneğin bir odanın sıcaklığını sabit tutacak bir ısıtıcının kontrolü bulanık mantıkla yapılabilir. Oda sıcaklığı duyarlık elemanları ile ölçülür. Mevcut değer olarak kaydedilir. İstenilen sıcaklık ile arasındaki fark hesaplanarak sisteme enerji girişi ayarlanır. Diyelim ki istenilen sıcaklık değeri  $22\text{ }^{\circ}\text{C}$ , ölçülen sıcaklık  $15\text{ }^{\circ}\text{C}$  ve aradaki fark  $7\text{ }^{\circ}\text{C}$ 'dir. Bu durumda sisteme enerji akışı %100'dür. Ancak set değerine yaklaşıncaya sisteme verilen enerji azalmaktadır.  $21\text{ }^{\circ}\text{C}$  ye yaklaşıldığında belki sisteme giren enerji % 50'ye düşürülecektir.  $22\text{ }^{\circ}\text{C}$  ye gelince % 10 seviyesine düşecek ve sistem çalışmasına düşük enerji seviyesi ile devam edecektir. Bu tür kontrolde büyük salınımlar yapmadan set değerine oldukça yakın bir çalışma sağlanır. Kısaca bulanık mantık kontrol sistemlerinde, kontrol değişkeninin set değerine göre uzaklığı algılanır. Set değerinden uzaklaşma miktarı belirli basamaklara bölünür. Her sapma aralığı için farklı enerji akışı sağlanarak sistemin kararlı duruma daha çabuk geçmesi sağlanır.

## 8 Kaynaklar

1. İ. Baha Marti, M. Emin Güven - Elektroteknik Cilt I, M.E.B. Basimevi - 2001
2. İ. Baha Marti, M. Emin Güven - Elektroteknik Cilt II, M.E.B. Basimevi - 2000
3. İsmail Coşkun, M.Emin Güven- Elektroteknik M.E.B. Devlet Kitapları – 2001
4. <http://www.ozersenyurt.com/>
5. <http://elektroniksayfam.5u.com/klasor/flip%20flop4.htm>
6. <http://elektronik13.blogcu.com/sayicilar-ve-kaydediciler/7501595>
7. Louis Frenzel, Principles Of Electronic Communication Systems, 3rd Edition, Mcgraw-Hill,
8. Halit Pastacı, Modern Elektronik Sistemler, Istanbul, 1996.
9. John G. Proakis, Masoud Salehi, Communication Systems Engineering, Second Ed., Prentice-Hall, Upper Saddle River, Nj: 2002.
10. Ahmet H. Kayran, Analog Haberleşme, Sistem Yayınları, Istanbul : 1991.
11. A.T. Alper, Analog Haberleşme, Mersin Myo Ders Notları.
12. A. Kızılkaya, Haberleşme Teorisi Ders Notları, Elektrik-Elektronik Mühendisliği Bölümü, Pamukkale Üniversitesi, 200.
13. B. P. Lathi, Modern Digital And Analog Communication Systems, Second Ed., Holt, Rinehart And Winston Inc., 1989.
14. A. Bruce Carlson, Communication Systems, Third Ed., Mcgraw-Hill, Singapore:1986.
15. M. Yılmaz, Modülasyon Teorisi – İletişimin İlkeleri, 2.Baskı, Trabzon: 1986.
16. Wayne Tomasi, Elektronik İletişim Teknikleri, Milli Eğitim Basımevi,İstanbul: 1997.
17. <http://www.butunsinavlar.com/analog-haberlesme-ders-notlari.html>
18. [http://tr.wikipedia.org/wiki/genlik\\_mod%20bclasyonu](http://tr.wikipedia.org/wiki/genlik_mod%20bclasyonu)
19. [http://elektroteknoloji.com/elektrik\\_elektronik/temel\\_eletronik/frekans\\_modulasyonu\\_nedir\\_ve\\_cesitleri\\_nelerdir\\_.html](http://elektroteknoloji.com/elektrik_elektronik/temel_eletronik/frekans_modulasyonu_nedir_ve_cesitleri_nelerdir_.html)
20. [http://www.elektronikders.com/ders\\_index\\_dosyalar/goruntu/radyo%20ver%20b0c%20b0ler%20b0.htm](http://www.elektronikders.com/ders_index_dosyalar/goruntu/radyo%20ver%20b0c%20b0ler%20b0.htm)
21. <http://www.silisyum.net/htm/diyotlar/diyotlar.htm>
22. <http://www.diyot.net/transistor1.htm>
23. Prof.Dr. Turgay Atalay, Elektronik I Ders Notları, Zonguldak Karaelmas Üniversitesi, 1994.
24. Y.Doç.Dr. A. Faruk Bakan, Analog Elektronik Ders Notları
25. Naboyoshi Terashima, Intelligent Communication System, Academic Press, California, Usa.
26. [www.elektrotekno.com](http://www.elektrotekno.com)
27. [www.forum.frmpc.com](http://www.forum.frmpc.com)
28. [www.forumsiteleri.org](http://www.forumsiteleri.org)
29. Z. Önür, Pasif Filtre Tasarımı, Sakarya Üniversitesi, 2005.
30. Elektrik Makinaları Dersleri – Transformatörler –Prof. Dr. Müh. Turgut BODUROĞLU
31. Elektrik Makinaları I,II - Prof. Dr. Nurdan GÜZELBEYOĞLU
32. Elektrik Makinaları Cilt II – M. Adnan PEŞİNT – Abdullah ÜRKMEZ
33. Elektrik Makinaları Cilt I – Necati OĞUZ – Muhittin GÖKKAYA
34. Transformatörler - Öğr.Gör. Figen Altıntaş
35. Elektrik Makinaları Dersleri – Doğru Akım Makinaları –Prof. Dr. Müh. Turgut BODUROĞLU
36. Elektrik Makinaları I,II - Prof. Dr. Nurdan GÜZELBEYOĞLU
37. Elektrik Makinaları Cilt I – Necati OĞUZ – Muhittin GÖKKAYA
38. Elektromagnetik Alan Teorisi, H. Ergun Bayrakçı, Birsen Yayınevi, 2000.
39. Theory and Problems of Electromagnetics, J. A. Edminister, McGraw-Hill, 1993.
40. Elektrik Alanlarına Giriş I, Ahmet Akhunlar, İTÜ Yayınları, 1971



41. O. Altınbaşak, 2001. “Mikrodenetleyiciler ve PIC Programlama”, Atlas Yayıncılık, İstanbul.
42. O. Urhan, M.Kemal Güllü, 2004. “Her Yönüyle PIC16F628”, Birsen Yayınevi, İstanbul.
43. N. Topaloğlu, S. Görgünoğlu,2003. “Mikroişlemciler ve Mikrodenetleyiciler”, Seçkin Yayıncılık, Ankara.
44. Y. Bodur, 2001. “Adım Adım PICmicro Programlama”, Infogate.
45. www.microchip.com
46. İbrahim Türkoğlu, Fırat Üniversitesi - Elektronik ve Bilgisayar Eğitimi Bölümü, Elazığ- 2010.
47. Otomatik Kontrol Ders Notları, Mersin Üniversitesi.